1.1 Основные определения ***Элемент-***некоторый объект (материальн., энергет, информац),обладающ. рядом важных для нас свойств, но внутреннее строение (содержание) кот.безотносительно к цели рассмотрения. Обоз-е:М, совокупность {M}, M $\in$ {M}***Связью*** назыв. важный для целей рассмотр-я обмен м/у эл… вещ-ми, энерг $X_{12}$ ией, инф… Единичным актом связи выступает воздействие.Обоз. воздействие $M_1$ на $M_2$ – $X_{12}$ $X_{21}$ ***Системой*** назыв. Совокуп. Элем-ов, обладающ.следующ. признаками:а) связями, кот. … от посредством переходов … от элем. к элемен. соед. 2 любых элемента совокупности;б) свой-м (назначением, функцией), отличным от св-ва отдельн. Элем-в совокупности.Назовем признак а) связностью системы; б) ее функцией. Применяя так назыв. «кортежное» (т.е. последовательность в виде перечисления) опред-е системы, можно записать $\Sigma:\{\{M\},\{x\},F\}$где $\Sigma$ – система, {M}– совокупность элементов в ней, {x}– совокупность связей, F – функция (новое свойство системы).Практич. люб. объект с определ. точки зрения может рассм-ся как система. ***Большой системой*** принято называть систему, включ. Значит-е число однотипных элем-в и однотипных связей.***Сложной системой*** назыв. система, состоящ. из элем-в разн. типов и обладающ. Разнородн. связями м/у ними.$\{M\}:\{\{M^1\};\{M^2\};\ldots\{M^R\}\}$Прим.: судно, ракета, ЭВМ, транспортная сеть города. ***Автоматизированной системой*** назыв. сложная система с определяющей ролью элем-в 2х типов: а) в виде техн. средств; б) в виде действий человека.$E^A:\{\{M^T\};\{M^Ч\},\{x\},F\}$

1.2 Структуры и иерархия ***Структурой*** системы назыв. расчленение ее на группы элем-в с указ-м связей м/у ними, неизменное на все время рассмотрения и дающ. Представ-е о системе в целом.Может иметь материаль. (веществ.), функционал., алгоритмич. и др. основу.Изображается в виде ***схемы*** (структурной) либо символически:$\Sigma\Sigma:\{\{\hat{M}\},\{\hat{x}\}\}$,где $\{\hat{M}\}$ – совокуп-ть групп элем-в;$\{\hat{x}\}$ – совокупность связей.Пример: книга – главы, автомобиль, АСУ.***Примеры связей***

Последовательная Параллельная Обратная ***Обратная связь*** означает, что резул-т функцион-я элем. влияет на поступающие на него воздействия.***Декомпозицией*** назыв. деление системы на части, удобные для каких–либо операций с этой системой.***Иерархией*** назыв. структура с наличием подчиненности, т.е. неравноправных связей м/у элем-ми, когда воздействий в одном из направлений оказывают гораздо большее влияние на элемент, чем в другом.

M1 управ-е, инфор-я M2 Информация – доминирует элемент M1

Виды иерархических структур разнообразны, но основных, важных для практики иерар. Стр-р 2 – ***древовидная*** (веерная) и ***ромбовидная***.

Главенствующий элемент (i-1) уров

i

1–й иерар. Уров.

2–й иерар. Уров. (i+1) уров. Пример: министерство – завод – цех – бригада.

1.3 Модульное строение системы и информация Связь системы с внешней средой осущ-ся ч/з ***входы*** и ***выходы*** системы.Как правило, выходы элем-та опред-ся входами и ее внутр. строением. В этом случае гов., что выход есть функция от входа и самого элемента. Группа элем-в системы, описыв. только своими входами и выходами и обладающая определенной цельностью называется ***модулем***.

$\{x_j^+\}$ Входы J Выходы $\{x_j^-\}$ $(\{x_j^+,\{x_{ij}^+\},J\}\rightarrow(\{x_j^-,\{x_{jk}^-\}))$

$\{x_{ij}^+\}$ $\{x_{jk}^-\}$

Модуль Понятие модуля близко к концепции «черного ящика» в кибернетике. Кроме этого в разл. разделах науки и техники есть другие синонимы: «агрегат», «блок», «узел», «подпрограмма», «программный модуль», «подразделение», «комиссия». Для сложных искусственных систем следует особо выделить ***информационные*** связи. Во–первых, они часто являются преобладаю., а во–вторых, они, как правило, сопровождают и 2 остальных вида – веществ. и энергет. ***Количественная оценка информации***– через число сообщений, число операторов, файлов, знаки, двойные коды («биты») и т.д. В сложных системах особенно важна ***передача информации***. Она может быть предметом специального рассмотрения; в этом случае выделяют потоки информации, направления передачи и др. ее характеристики. Такие схемы принято называть ***информационной структурой*** или ***информационным графом системы***. Информационный граф может быть исследован с целью минимизации потоков или сокращения их длины, с точки зрения дублирования путей передачи и т.д.В широком смысле ***функционирование системы*** можно трактовать как ***преобразование входной информации в выходную***. Такая точка зрения особенно полезна при изучении принятия решений в системе, т.е. в системном анализе.

1.4 Процессы в системе. Зафиксируем все значения харак-к в системе, важных для целей рассм-я.Такую ситуацию назовем ***состоянием системы***.***Процессом*** назыв. набор состояний системы, соответств. упорядоченному непрерывному или дискретному изменению некот. параметра, определ. Характ-ки (свойства) системы.Процесс движения (изменения) системы во времени назыв. ***динамикой системы***.Символическая запись: $S_{t_0t}(y(t_0))=y(t),\ y\in Y,\ t\in T$, где $S_{t_0t}$ – процесс, т.е. некоторое правило перехода от ситуации со значением параметра $t_0$ к ситуации со значением параметра $t>t_0$ через все его промежуточные или дискретные значения $y\in Y$.

1.5 Целенаправленные системы и управление. Под **целью системы** поним. задача получения желаемого выходного воздействия или достижения желаемого состояния системы.Пример: задачи линейного программирования.

$$\boxed{f=\sum_{j=1}^{n}\gamma_j x_j-\min \quad j=\overline{i,n}} \ (1) \qquad \boxed{\sum_{i=1}^{n}a_{ij}x_j\le\beta_i \ \ (j=\overline{i,n}),\ (i=\overline{i,m})} \ (2)$$

$f$ – целевая функция.Прим-ся:а) задачи ланирования производства;б) задача о рационе и т.д.;в) задача оптимал/ загрузки оборуд-я. Постановка цели перед системой влечет за собой необх-ть а) формулировки локальных целей, стоящ. перед элем-ми системы и группами элем-в; б) целенаправленного вмешательства в функционирование (строение, создание) системы.Целенаправленное вмешательство в процесс в системе называется **управлением**. **Управление** – универсальный термин в смысле огромного многообразия его конкретных реализаций:а) в матем. моделях это числа, функции, алгоритмы, графовые структуры;б) в технич.системах – сила, геометрич. размеры, различ. сигналы (н-р, команды ЭВМ);в) в экономике – размеры финансирования, материал. ресурсы и сроки их поставки, расстановка кадров;г) в социа. сфере – приказы, советы, действия, влияние на общественное мнение и т.д.Управление – чрезвычайно широкий и свободн. в употреблении термин. Строгий подход к управлению требует четкого, однозначного определения.а) того, чем мы распоряжаемся;б) каковы пределы, в которых мы можем выбирать;в) каково влияние данного управления на процесс.На практике по всем перечисленным требованиям могут быть неясности, а двумя последними вовсе пренебрегают. Это может приводить, в частности, к тому, что управление не будет вести к цели. Такое положение возможно, но в строгой трактовке управления – когда отсутствует описание процесса в системе. В этом случае мы просто набираем опыт работы с черным ящиком.Наконец, следует сказать, что в случае, когда мы исходим из цели (что чаще всего бывает), мб ситуация, при кот. не сущ. Управ-я, обеспечив. ее выполнение. Тогда что–то меняют либо в структуре системы либо в области достижимости цели, либо в области управляющих воздействий.Символическая запись управляемой системы: $S_{t_0t}^u(y(t_0))=y(t,u),\ y\in Y,\ t\in T,\ u\in U$ – обобщенный вид процесса.Пусть f – значение для тех выходных переменных, на которые можно влиять выбором управлений, u– критерии, fG – желаемый выход, G – цель. F=f(y) Пусть существует момент $t_G$ (или он задан), и существует состояние характеристик $y_G$, позволяющее достичь цели $f_G$. Пусть состояние $y_G$ может быть достигнуто управляемым процессом $S_{t_0t}^u$. Тогда управление $u_G$, позволяющее выполнить цель $f_G$ определяется как часть триады ($t_0$, $y_G$, $u_G$), управляющее соотношением $\left|\begin{matrix}S_{t_0t}^u(y(t_0))=y(t,u)\\ f(y)=f_G\end{matrix}\right.$ $y\in Y,\ t\in T,\ u\in U$ Обозначим глобальную цель $G^0$, набор локальных целей первого иерархического уравнения – через $\{G^1\}$, второго через $\{G^2\}$ и т.д. Иерархическая структура целей в системе запишется так:$G^o\rightarrow\{G^1\}\rightarrow\{G^2\}\rightarrow\cdots$

2.1 Принципы системного подхода –Принцип конечной цели: абсолютный приоритет конечной (глобальной цели).– Принцип единства: совместное рассмотрение системы как целого и как совокупности частей (элементов).– Принцип связности: рассмотрение любой части совместно с ее связями с окружением.– Принцип модульного построения: полезно выделение модулей в системе и рассмотрения ее как совокупности модулей.– Принцип иерархии: полезно введение иерархии частей (элементов) и (или) их ранжирование.– Принцип функциональности: совместное рассмотрение структуры и функции с приоритетом функции над структурой.– Принцип развития: учет изменяемости системы; ее способность к развитию, расширению, замене частей, накапливанию информации.– Принцип децентрализации: сочетание в принимаемых решениях и управлении централизации и децентрализации.– Принцип неопределенности: учет неопределенностей и случайностей в системе.

2.2 Основные процедуры системного анализа– Изучение структуры системы, анализ ее компонентов, выявление взаимосвязей между отдельными элементами.– Сбор данных о функционировании системы, исследование информационных потоков, наблюдение и эксперименты над анализируемой системой.– Построение моделей.– Проверка адекватности моделей, анализ неопределенности и чувствительности.– Исследование ресурсных возможностей.– Определение целей системного анализа.– Формирование критериев.– Генерирование альтернатив.– Реализация выбора и принятия решений.– Внедрение результатов анализа.Пример: Экономические критерии – прибыль, рентабельность, себестоимость.Технико–экономические – производительность, надежность, долговечность.Технологические – выход продукта, качество продукта и т.д

2.3 Классификация систем. Технич. система – легковой автомобиль.Описание системы. Автомобиль – это техническая (механическая), целостная система, состоящая из различных подсистем: охлаждения, подачи топли- ва и др. Подчинена основной цели – передвижение в пространстве. Благодаря связи между элементами, подсистемами и их согласованной работе автомобиль способен двигаться. Обладает свойством эмерджентности – в случае поломки даже при наличии всех частей не может выполнять основную функцию. 1)Признак клас-и сист: 2)Обоснование принадлежности 1)Степень организованности-Хорошо организованная-Определены элементы системы, их взаимосвязи, правила объединения элементов; 2)Вид формализованного аппарата представления-Детерминированная-Поведение можно предвидеть;3) По происхождению-Искусственная-Создана человеком; 4)По основным элементам – Конкретная - Создана из материальных элементов 5) По взаимодействию со средой-Открытая-Работа определяется внут- ренним состоянием и внеш- ними ресурсом (топливо) 6) По степени сложности-Простая-Связи между элементами легко поддаются описанию 7) По естественному разделению-Техническая- Искусственно созданная человеком 8) Искусственно созданная человеком- Несаморазвивающаяся- Развивается за счет внешне- го воздействия. Это система с высокой степенью автоматизации. Связана с окружающей средой, с нерегулярным поступлением внешних воздействий (топлива, нача- ла/окончания работы, возможности передвижения и т. д.). Обладает многоас- пектностью – несет в себе технический аспект, экономический (стоимость), со- циальный (статус), психологический (преимущества и возможности при обла- дании машиной).Полезность системы для человека – возможность комфортно- го, быстрого перемещения для решения собственных задач . Это система с высокой степенью автоматизации. Связана с окружающей средой, с нерегулярным поступлением внешних воздействий (топлива, нача- ла/окончания работы, возможности передвижения и т. д.). Обладает многоас- пектностью – несет в себе технический аспект, экономический (стоимость), со- циальный (статус), психологический (преимущества и возможности при обла- дании машиной).Полезность системы для человека – возможность комфортно- го, быстрого перемещения для решения собственных задач

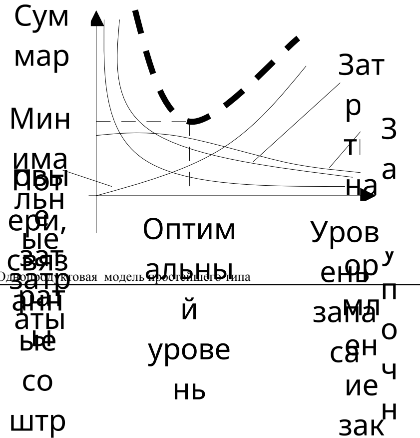
3.1 Основные понятия. Одним из основ. методов научного познания явл. эксперимент, а самой распростр. его разновидностью – ***метод моделирования систем***.Существуют системы, на кот. просто невозможно ставить эксперименты с познавательной целью. К таким системам относится ***экономика***.Под ***моделью*** принято понимать систему, способную замещать оригинал так, что ее изучение дает новую информацию об оригинале. Модель должна частично или полностью воспроизводить структуру моделируемой системы, ее функции.Под ***моделированием*** понимается передача построения и исследования модели, способной заменить реальную систему и дать о ней новую информацию.Процесс моделирования включает в себя следующие основные этапы:а) постановка проблемы (задачи), выработка цели исследования и исходных предпосылок;б) переход от оригинала к модели, т.е. построение модели;в) экспериментальное исследование модели;г) перенесение результатов, полученных при исследовании модели на моделируемую систему (оригинал).Процесс моделирования обладает цикличностью.Пример: самолет. Возможность переноса различных свойств модели на оригинал обоснована сходством (аналогией) оригинала и модели. Что же касается вида и полноты сходства оригинала и модели, то этот вопрос решается в зависимости от особенностей различных типов моделей. Модели условно делятся на 2 типа: ***физические*** и ***символические***.В свою очередь физические модели делятся на модели ***геометрического подобия*** и ***аналоговые модели***.Символические модели описывают структуру и функции оригинала с помощью символов и соотношений между ними, выражающих определенные зависимости, присущие оригиналу.Большое место среди символических моделей занимают ***математические модели*** (уравнения неравенства, функции, алгоритмы и т.д.), отражающие математические и логические зависимости.***Математическая модель*** представляет собой систему математических и логических соотношений, описывающих структуру и функции реальной системы.– отличается по своей физической природе от оригинала;– часто является универсальной, т.е. используется для исследования различных систем;– позволяет использовать средства вычислительной техники.Среди математических моделей важное место занимают ***экономико–математические модели***.

3.2 Экономико–математические модели. Большинство экономико–математических моделей включают в себя систему уравнений и неравенств, состоящих из набора переменных и параметров. Переменные величины характеризуют, например, объем производимой продукции, капитальных вложений, перевозок и т.п., а параметры – нормы расхода сырья, материалов, времени на производство определенной продукции.Практически в каждой модели можно выделить две группы переменных: 1) ***внешние переменные*** – их значения определяются вне данной модели и считаются заданными; 2) ***внутренние переменные***, значения которых определяются в результате исследования модели.Различают ***структурные*** и ***функциональные*** экономико–математические модели. ***Структурные модели*** исследуют состав системы, взаимосвязи ее элементов. ***Функциональные модели*** позволяют оптимизировать поведение системы в различных ситуациях безотносительно к ее внутренней структуре.Экономико–математические модели ***используются*** преимущественно для ***планирования*** или ***прогнозирования*** системы на будущее (как будет протекать экономический процесс, если в его основу положить определенную систему экономических предпосылок).Экономико–математические модели делятся также на ***описательные*** и ***оптимизационные***. ***Описательные модели*** экономических систем представляют собой формализованную с помощью математического аппарата экономическую задачу и используются для более глубокого изучения состояния системы и взаимосвязи ее элементов.Прим.: матричные модели межотраслевого баланса, производственная функция.***Оптимизационные модели*** обладают условием нахождения оптимального решения (критерий оптимальности), который записывается в виде функционала.Пример: модели оптимального производства, программы оптимального раскроя, оптимального размещения предприятий, транспортная задача и т.п. Делятся также на ***линейные*** и ***нелинейные***. Прим.: увеличение выпуска продукции – затраты производства на ***динамические*** и ***статические***.

3.3 Общие положения системного описания экономического анализа. Под социально–экономической системой понимается сложная вероятностная динамическая система, охватывающая процессы производства, обмена, распределения и потребления материальных и других благ.Она относится к классу кибернетических систем, т.е. управляемых.Основным методом исследования систем является метод **моделирования**.Практическими задачами экономико–математического моделирования являются:а) анализ экономических объектов и процессов;б) экономическое прогнозирование, предвидение развития экономических процессов;в) выработка управленческих решений на всех уровнях хозяйственной иерархии.Социально–экономические системы относятся, как правило, к так называемым **«сложным системам»**. Важнейшими свойствами сложной системы, которые необходимо учитывать при их системном анализе, являются:а) эмерджентность как проявление в наиболее яркой форме свойства целостности системы, т.е. наличие у системы таких свойств, которые не присущи ни одному из составляющих элементов, взятому в отдельности вне системы. Эмерджентность есть результат возникновения между системами так называемых синэнергетических связей, которые обеспечивают увеличение общего эффекта до величины большей, чем сумма эффектов элементов системы, действующих независимо. Поэтому социально–экономические системы необходимо использовать и моделировать в целом;б) массовый характер экономических явлений и процессов;в) динамичность экономических процессов, заключающаяся в изменении параметров и структуры экономических систем под влиянием среды (внешних факторов);г) случайность и неопределенность в развитии экономических явлений;д) невозможность изолировать протекающие в экономических системах явления и процессы от окружающей среды, с тем, чтобы наблюдать и исследовать их в чистом виде;е) активная реакция на появляющиеся новые факторы, способность социально–экономических систем к активным, не всегда предсказуемым действиям в зависимости от отношения системы к этим факторам, способам и методам их воздействия.

4.1Однопродуктовая модель простейшего типа.С увеличением запасов увеличиваются расходы на их хранение, но уменьшаются потери из–за возможной их нехватки. Следовательно, одна из задач управления запасами заключается в определении такого уровня запасов, который минимизирует следующий критерий: сумму ожидаемых затрат по хранению запасов, а также потерь из–за дефицита.

(Суммарные затраты) = (Затраты на приобретение) + (Затраты на оформл-е заказа) + (Затраты на хранение заказа) + (Потери от дефицита)



5.1.1. Однопродуктовая модель простейшего типа

4.2 Модели с равномерным наполнением запаса

$Z\alpha/y1=y\beta/y$,

$Z=y\beta/\alpha$

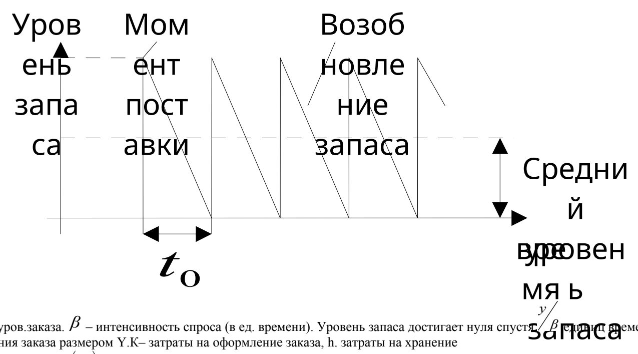
Альфа- интенсивн-ть пополнения

$$U(y)=\frac{K\beta}{y}+\frac{h}{2}\left(1-\frac{\beta}{\alpha}\right)y$$

$$y^{*}=\sqrt{\frac{2K\beta}{h\left(1-\frac{\beta}{\alpha}\right)}}$$

4.3Однопродуктовая модель простейшего типа с дефицитом

Характеристики: 1)темп спроса известен и постоянен; 2) получение заказа мгновенно;3) отсутсвует любые скидки;4) нет дефифита. Исходные данн: 1)темп спроса, издержки заказа и храненияРез-т: оптим.размер заказа время м/у заказами, точка возобновл-я заказа. Пример: осветительные лампы в здании, использование канцелярских товаров крупной фирмой, пром. изделия (болты, гайки), поступление продуктов питания (хлеб, молоко).




$t_0 = y/\beta$,

Y/2 ср.уров.заказа. $\beta$ – интенсивность спроса (в ед. времени). Уровень запаса достигает нуля спустя $y/\beta$ единиц времени после получения заказа размером Y.K– затраты на оформление заказа, h. затраты на хранение

y-размер заказа; $U(y)=$ суммарные затраты в ед. времени/ $U(y)=$ [затр.на оформл-е заказ в ед.врем.]+[ затр. На хранение запасов в ед.врем].

$U(y)=\frac{K}{y/\beta}+h\frac{y}{2}=K\beta/y+hy/2$ -(сумм.затр) Отсюда $\frac{dU(y)}{dy}=-\frac{K\beta}{y^2}+\frac{h}{2}=0\Rightarrow y^{*}=\sqrt{\frac{2K\beta}{h}}$

$y^{*}=\sqrt{\frac{2K\beta}{h}}$ – оптимальное значение размера заказа (формула Вильсона). Оптим.стратегия модели предусм.заказ y* ед.продукции ч/з кажд. $t_0^{*}=y^{*}/\beta$ ед. времени.Оптимальные затраты: $U(y^{*})=\sqrt{2K\beta h}$

Для большинства реальн.ситуац.сущ-ет срок вып-я заказа $\ell$ (запаздание) от момента размещ-я до его стратегия разм-я заказ.

Опред-ет точку возобновл-я заказа: $U_3^{*}=\{(L-t_0)\beta, t_0<L^{t_0\beta, t_0>L}$

Альфа- интенсивн-ть пополнения
Р-удельн.потеря от дефицита
w-дефицит
из подобия треугольников:
t1/t0=(y-w)/y

$U(y)=\frac{K\beta}{y}+\frac{h}{2}(y-w)t1/t0+pw(t\hat{2}/t0)/2=\frac{K\beta}{y}+(h(y-w)\hat{2})/2y+pw\hat{2}/2y$

t2/t0 =w/y

$y^{*}=\sqrt{\frac{2K\beta(p+h)}{ph}}\; w^{*}=\sqrt{\frac{2K\beta\alpha}{p(p+\alpha)}}$

***4.4 Модели с равномерным наполнением запаса с дефицитом***

α – интенсивность пополнения
р – удельные потери от дефицита
у – уровень запаса
w – дефицит

y* = $\sqrt{\frac{2k\beta(p+h)}{p\,h(1-\frac{\beta}{\alpha})}}$

w* = $\sqrt{\frac{2k\beta(1-\frac{\beta}{\alpha})}{p(p+h)}}$

t1*= $\frac{y^*-w^*¿}{\alpha}¿$

t2*= $\frac{y^*-w^*¿}{\beta}¿$

t3*= $\frac{w^*¿}{\beta}¿$

t4*= $\frac{w^*¿}{\alpha}¿$

U(y*) = $\frac{k\beta}{y^*¿¿}$

***5.1 Алгоритм Джонсона***

Включает следующие этапы:

1. *Поиск наименьшего элемента*

   Рассмотрим все $t_{1j}$ и $t_{2j}$ и среди них выберем минимальное, т.е.

   $\min\{t_{1j};t_{2j}\} = \begin{cases} t1j; \text{этот номер в начало} \\ t2j; \text{этот номер в конец} \end{cases}$

   $t_{1j}$ – время обработки j–го изделия на 1–й машине, $t_{2j}$ – на 2–й машине.

2. *Перестановка изделий*

   Если выбранная величина наход-ся в 1–й строке (относ-ся к 1–й машине), то соответств-ее изделие помещ-ся на обслуживание в первую возможную очередь. Если – во 2–й строке (относится ко 2–й машине) – то в последнюю очередь.

3. *Исключение из рассмотрения выбранного изделия*

   Выбранному изделию присваивается новый номер в очереди, который в дальнейшем считается занятым. Из последующего рассмотрения оно исключается.

Далее осуществляется переход к этапу 1. После определения оптимального порядка обработки изделий на машинах графически определяется время простоя и работы 2–й машины, которое является min-ым из всех возможных.

***5.2 Задача распределения заказов***

N – номер заказа
V – Объем заказа
$t_iK$ – норматив обработки изделия i-го заказа на k-том станке (штук в ед. вр.)
$T_iK$ – общие затраты времени на i-ый заказ при его выполнении на k-том станке
RK – ресурс времени k-го станка
PK – использованное время k-го станка
Изделия любого заказа можно обработать на любом из 4 станков A, B, C, D. Время выполнения заказов разное. Весь заказ должен быть выполнен на одном станке.

$T_iK = \frac{V}{tiK}$ - общие затраты времени

Рассчитаем $I_iK$ – индикатор
$I_iK$: для каждого станка имеющего наибольший норматив $t_iK$ присваивается $I_iK$ =1, для остальных станков индикатор рассчитывается по формуле:

$I_iK = \frac{T\,i\,K}{T\,i\,K\,max\,t\,i\,K}$

Распределение заказов происходит следующим образом: заказ отдается станку с min значением индикатора, при условии, что станок имеет достаточный ресурс времени.

***6.1 Планирование комплекса работ. Упорядочение.***

Система СПУ охватывает следующие основные этапы планирования и управления комплексом работ:
1) выявление работ, которые необходимо произвести в процессе проектирования или изготовления некоторого изделия и связей между ними;
2) построение сетевого графика процесса на основе 1);
3) установление количественных оценок по каждой работе (время, стоимость, ресурсы);
4) расчет параметров сетевого графика вручную или с помощью ЭВМ;
5) анализ и оптимизация сетевого графика (вручную или с помощью ЭВМ) с целью получения определенных оптимальных показателей (минимальное время выполнения работ, минимальная стоимость, минимальная экономия ресурсов;
6) использование сетевого графика как основного элемента инструмента управления ходом работ.
Упорядочение сетевого графика производится по методу ранжирования. Упорядочение заключается в том, чтобы ликвидировать излишние логические связи и события, изменить расположение событий и работ для наглядного изображения, уменьшить количество пересечений.

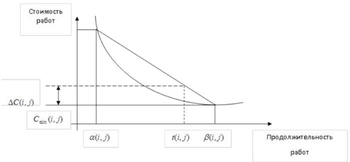
***6.5 Оптимизация сетевого графика Время – стоимость***

Оптимизация сетевого графика – это процесс улучшения организации выполнения комплекса работ с учетом срока его выполнения. Проводится с целью сокращения длины критического пути, выравнивания коэффициентов напряженности работ, рационального использования ресурсов. Наиболее распространенным методом оптимизации сетевого графика в настоящее время является **метод «время – стоимость»**. При использовании мет. «время-стоимость» предполагается, что уменьшение продолжительности работы пропорционально ее стоимости. Каждая работа (i,j) характеризуется продолжительностью t(i,j). (i,j)→t(i,j) причем продолжительность попадает в коридор: α(i,j) ≤t(i,j)≤β(i,j)
При этом β(i,j) – нормальная продолжительность работы (i,j), соответственно α(i,j) – минимально возможная (экстренная) продолжительность работы (i,j), которую только можно осуществить в условиях разработки.
При этом стоимость C(i,j) работы (i,j) заключена в границах от
$C_{min}(i,j) \le C(i,j) \le C_{max}(i,j)$ $C_{min}(i,j)$ – при нормальной продолжительности работы $C_{max}(i,j)$ – при экстремальной продолжительности

***6.3 Параметры работ***

Параметры работ:
Продолжительность работы t(i,j)
Ранний срок начала работы $t_{рн}(i,j)$. $t_{рн}(i,j) = t_р(i)$
Ранний срок окончания работ $t_{ро}(i,j)$. $t_{ро}(i,j) = t_р(i)+t(i,j)$
Поздний срок окончания работ $t_{по}(i,j)$. $t_{по}(i,j) = tп_j$
Поздний срок начала работ $t_{пн}(i,j)$. $t_{пн}(i,j) = tп_j-t_{ij}$
Резерв времени пути определяется как разность между длиной критического и рассматриваемого пути. $R(L) = t_{кр} – t(L)$ .
Он показывает, на сколько в сумме могут быть увеличены продолжительность всех работ, принадлежащих этому пути.
Вывод: любая из работ пути L на его участке, не совпадающем с критическим путем, обладает резервом времени.
Среди резервов времени выделяют 4 разновидности резервов.

работы




$\Delta C(i,j) = [\beta(i,j) - t(i,j)]h(i,j)$; $h(i,j) = tg\,\alpha$.

h(i,j) – показывает затраты на ускорение работы (i,j) (по сравнению с нормальной продолжительностью) на ед. времени.

$$h(i,j) = tg\alpha = \frac{Cmax(i,j) - Cmin(i,j)}{\beta(i,j) - \alpha(i,j)}$$

$$C = \sum_{i,j} C(i,j) \qquad \Delta C(i,j) = \sum_{i,j} \Delta C(i,j) = \sum_{i,j} [\beta(i,j) - t(i,j)]h(i,j)$$

где C – стоимость проекта, ΔC – величина уменьшения проекта.

При оптимизации сети будем пользоваться правилами:

Правило 1) Если сетевой гр. имеет единств. критич. путь рассмотрим все возможные отрезки продолжительностей работ критич. пути и сократим продолж-ть той работы, кот. имеет наименьш. коэф-т затрат на ускорение.

Правило 2) Если крит. путей у сетевого графика 2 или более, то необходимо разделить работы, лежащие на критич. путях на 2 группы. В I группу включить работы общие для всех критических путей, а во II – работы, которые не являются общими для всех критич. путей. а)Для подгруппы I применить правило 1. б)Для уменьшения продолжительности проекта путем ускорения работ в подгруппе II нужно одновременно ускорить 2 или более работы, принадлежащие разным крит. путям. При этом работы рассматриваются в некоторой произвольной комбинации.

а) полный резерв времени Rп(i,j) работы (i,j) – показывает насколько можно увеличить время выполнения данной работы при условии, что срок выполнения комплекса работ не изменяется. Rп(i,j) = tп(j) – tр(i) – t(i,j)

Полный резерв времени равен резерву максимальному из путей, проходящих через данную работу. Важным свойством является то, что он принадлежит не только этой работе, но и всем полным путям, проходящим через нее.

б) частный резерв времени 1–го вида R1(i,j) есть часть полного резерва времени, на который можно увеличить продолжительность работы, не изменив при этом позднего срока ее начального события R1(i,j) = tп(j)-tп(i)-t(i,j) или R1(i,j) = Rп(i,j)-R(i) Этим резервом можно располагать при выполнении данной работы в предположении, что ее начальное и конечное событие совершаются в свои самые поздние сроки.

в) частный резерв 2–го вида Rc(i,j) или свободный резерв представляет часть полного резерва времени, на которую можно увеличить продолжительность работы, не изменив при этом раннего срока ее конечного события.Rc(i,j) = tр(j)-tр(i)-t(i,j) или Rc(i,j) = Rп(i,j)-R(j) Этим резервом можно располагать при выполнении данной работы в предположении, что ее начальное и конечное события совершаются в свои самые ранние сроки.

г) Независимый резерв времени Rн(i,j).

Это часть полного резерва времени, получаемая для случая, когда все предшествующие работы заканчиваются в поздние сроки, а все последующие работы начинаются в ранние сроки. Rн(i,j) = tр(j)-tп(i)-t(i,j) или Rн(i,j) = Rп(i,j)-R(i)-R(j)

Таким образом, если частичный резерв времени 1–го вида может быть использован на увеличение продолжительности данной и последующих работ без затрат резерва времени предшествующих работ, свободный резерв времени – на увеличение продолжительности данной и предшествующих работ без нарушения резерва времени последующих работ, то независимый резерв времени может быть использован для увеличения продолжительности только данной работы.

Работы, лежащие на критическом пути, так же, как и критические события, резервов времени не имеют.

Если на критическом пути лежит начальное событие i, то Rп(i,j) = R1(i,j)

Если на критическом пути лежит конечное событие, то Rп(i,j) = Rc(i,j)

Если на критическом пути лежит начальное и конечное событие i и j, но сама работа не принадлежит этому пути, то Rп(i,j) = R1(i,j)= Rc(i,j) = Rн(i,j)

***6.4 Коэффициент напряженности некритических дуг***

Коэффициентом напряженности Кн (i,j) работы называется отношение продолжительности несовпадающих (заключенных между одними и теми же событиями) отрезков пути, одним из которых является путь максимальной продолжительности, проходящий через данную работу, а другим – критический путь: $K_н(i,j) = \dfrac{t(Lmax - t'кр)}{t\,кр - t'\,кр}$ или $K_н(i,j) = 1 - \dfrac{Rn(i,j)}{t\,кр - t'\,кр}$

t(Lmax) – продолжительность максимального пути, проходящего через работы (i,j)

$t_{кр}$ – продолжительность критического пути

t'кр – продолжительность отрезка рассматриваемого пути совпадающий с критическим путем

Чем ближе к 1 коэффициент напряженности $K_н(i,j)$, тем сложнее выполнить данную работу в установленные сроки. Чем ближе $K_н(i,j)$ к нулю, тем большим относительным резервом обладает максимальный путь,

проходящий через данную работу.

Между полным резервом и коэффициентом напряженности нет однозначной зависимости.

Вычисление коэффициента напряженности позволяет дополнительно классифицировать работы по зонам. В зависимости от величины $K_н(i,j)$ выделяют три зоны: критическую ($K_н(i,j)$>0.8); подкритическую (0.6<$K_н(i,j)$>0.8); резервную ($K_н(i,j)$<0.6).

***6.2 Алгоритм задачи сетевого планирования. (Критический путь)***

Критический путь(Lкр) – это полный путь, имеющий наибольшую продолжительность из всех полных путей. Продолжительность такого пути определяет продолжительность всего комплекса работ А, Б, Ж, К, Л.

На сетевом графике может быть несколько критических путей. А работы, составляющие критический путь называются критическими.

***6.6 Оптимизация стоимости работ при заданной продолжительности его выполнения.***

Оптимизировать сетевой график по критерию минимизации затрат при заданной продолжительности выполнения всего комплекса работ можно 2 способами:

<u>Первый способ</u> заключается в уменьшении продолжительности выполнения работ, начиная с тех, которые дают наименьший прирост затрат.

<u>Второй способ</u> заключается в увеличении продолжительности выполнения работ начиная с тех, которые дают наибольший прирос затрат.

Определенные любым из указанных способов оптим. затраты должны иметь одинаковую величину.

***7.1 Принятие решений в условиях определенности***

Основная трудность – наличие нескольких критериев, по которым следует сравнивать исходы.

а) пусть имеется совокупность критериев: $F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x), x \in X$

Найти решение, которое окажется наилучшим в смысле выбираемого критерия.

Если все критерии измеряются в одной шкале, то обобщенный критерий $F_0(x)$ можно записать в виде взвешенной суммы этих критериев.

$F_0(x) = \sum_{i=1}^{n} W\,i\,F\,i(x)$, где $W_i$ – вес соответствующего критерия.

В этом случае нужно найти $\max\limits_{x} F0(x)$.

Если же критерии измеряются в различных шкалах, то необходимо привести их к одной шкале. Для этого формируют критерий $\min\limits_{x}$ $F_0(x) = \min\limits_{x} \sum_{i=1}^{n} Wi \dfrac{F(xi) - F(xi)}{¿¿}¿$ где $F_i(x_i^*) = \max\limits_{x}$ $F_i(x_i)$

б) пусть критерии упорядочены в последовательности $F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x)$. Тогда задача отыскания оптимального решения может быть описана как $\max\limits_{x \in X} F_1(x)$ при ограничениях $F_2(x) \ge F_2доп \dots F_n(x) \ge F_nдоп$

***7.2 Принятие решений в условиях неопределенности. Игры с природой. Критерии максимакса, Вальда, Сэвиджа, Гурвица, Лапласа***

*<u>Игры с природой</u>*. Под II игроком будем понимать природу, то есть действие природы не направлены против I игрока, поэтому в игре с природой, осознано действует только один игрок, т.е. лицо принимающее решение. Природа является вторым игроком, но не противником. Изучение игр с природой должно начинаться с построения платежной матрицы. Это очень важная задача. Пусть игрок А имеет m стратегий. A1…Am. Q- природа, имеет n состояний Q1…Qn.

$¿Q1 \quad Q2\ a12 ¿ A2 ¿ a21 ¿ a22 ¿$
$A1 \quad ¿$
$\dots \quad Qn \quad ¿ \dots \quad a1n \quad ¿ \dots \quad a2n \quad ¿$
$\dots \quad \dots \quad \dots$
$Am \quad am1 \quad am2$
$¿ \quad ¿ \quad ¿$

aij – выигрыш игрока А, если он придерживается стратегии Ai, а природа находится в состоянии Qj.

В игре с природой можно доминировать стратегии, что может позволить уменьшить размерность платежной матрицы.

Поскольку природа не стремится к выигрышу, а действует неосознанно, то стратегии природы не могут доминировать.

**Показателем благоприятности** состояния Qj природы Q называется наибольший выигрыш при этом состоянии, т.е. наибольший элемент j-го столбца. $\beta j = \max\limits_{i} aij$ $\forall_j = \overline{1,n}$ Риск - $r_{ij} = \beta j - a_{ij}$

Т.е. риск – это разность между выигрышем, который игрок получил бы если бы он точно знал, что состояние среды будет Qj и выигрышем, который он получит, не имея этой информации.

***7.3 Игры с седловой точкой.***

Седловая точка – это пара оптимальных стратегий. Седловая точка является только тогда, когда нижняя и верхняя цена игры совпадают. Это означает, что матрица содержит такой элемент, который является минимальным в своей строке и одновременно максимальным в своем столбце.

$\alpha_i = \min a_{ij}$, $i \le \overline{1,m}$ $\qquad \beta j = \max a_{ij}$, $j = \overline{1,n}$

$\alpha = \max \alpha_i = \max \min a_{ij}$ - нижняя цена A*

$1 \le i \le m \quad 1 \le i \le m \quad i \le j \le n$

$\beta = \min \beta j = \min \max a_{ij}$ - верхняя цена B*

$1 \le j \le n \quad 1 \le j \le n \quad 1 \le i \le m$

α называется нижней ценой игры, а β – верхней ценой игры.

Стратегия A* называется максиминной

Стратегия B* называется минимаксной

**Если α = β – равновесная ситуация (A*, B*) → седловая точка найдена**

**ν - цена игры ν = α = β**

**{A*, B*, ν} – решение матричной игры**

Если α ≠ β, то равновесной ситуации нет и при многократном повторении игры у игроков могут возникнуть мотивы к нарушению стратегий.

Т.е. $r_{ij}$ – риск игрока А представляет собой упущенную возможность max-го выигрыша βj при данном состоянии природы.
Вывод: точная информация о действительном состоянии природы Qj позволяет игроку выиграть ту стратегию Ai, при которой его выигрыш будет max.

Введем величину $\omega_j = \min_i aij \quad \forall j=\overline{1,n}$

$\omega_j$ – наименьший выигрыш, который получит I игрок если придерживается стратегии Ai, а природа находится в состоянии Qj.

$0 \le r_{ij} \le \beta j - \omega_j$ $\qquad$ $\beta j - \omega_j$ – колебание выигрышей, при состоянии природы Qj.

Существует несколько критериев для выбора оптимальной стратегии.

*а) Максимальный критерий Вальда* $\qquad W=\max_i \min_j aij$

По критерию Вальда выбирают стратегию, которая дает гарантированный выигрыш при наихудшем состоянии среды.
Позиция крайнего пессимизма, рассчитанная на худший случай, т.е. игрок не столько хочет выиграть, сколько хочет не проиграть.
Этот критерий в технических и экономических задачах применяется чаще всего.
Здесь не допускается никакой риск.
*б) Критерий Гурвица* основан на следующих предположениях: среда может находиться в самом невыгодном состоянии с вероятностью 1-α и в самом выгодном – с вероятностью $\alpha$, где α – коэффициент доверия. Тогда решающее правило записывается так: $\max_{xi} ¿¿$ $\quad 0 \le \alpha \le 1$

Sk – состояние среды(природы); $\qquad$ Xi – стратегия
Если α=0, то получаем критерий Вальда. $\qquad$ Если α=1, то приходим к решающему правилу вида $\max_{xi} \min_{Sk} u(xi, Sk)$ так называя стратегию «здорового оптимизма», который верит в удачу.
*в) Критерий Лапласа.* Если неизвестны состояния среды, то все состояния среды считают равновероятными.
$P(S_1) = \dots p(S_j) \dots p(S_k)$

В результате решающее правило определяется соотношением $\max_{xi} ¿¿$ при условии $p(S_k) = \dfrac{1}{k}$

*г) Критерий Сэвиджа* (критерий минимизации сожалений). «Сожаление» – это величина, равная изменению полезности результата при данном состоянии среды относительно наилучшего возможного состояния. В этом случае критерий для выбора оптимальной стратегии имеет следующий вид: $S=\min_i \max_j rij$

Выбор критерия принятия решения является наиболее сложным и ответственным этапом в системном анализе. При этом не существует каких–либо общих рекомендаций или советов. Если даже минимальный риск недопустим, то используют критерий Вальда. Если, определенный риск вполне приемлем, то выбирают критерий Сэвиджа.

*д) Критерий максимакса (критерий крайнего оптимизма)* $\qquad M=\max_i \max_j aij$

$A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & 9 \\ 3 & 8 & 5 & 3 \\ ¿4 & ¿6 & ¿6 & ¿2 \end{pmatrix}$ $\qquad M=\max_i(9,8,6)=9$ $\qquad$ То есть по этому критерию для первого игрока имеем стратегию A1.

***7.4 Решение игры в смешанных стратегиях 2х2 аналитически и графически***

$A=\begin{pmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \end{pmatrix}$ – платежная матрица

Дано

$S1=\begin{pmatrix} A1 & A2 \\ p1 & p2 \end{pmatrix}$

Смешанные стратегии игроков

$S2=\begin{pmatrix} B1 & B2 \\ q1 & q2 \end{pmatrix}$

$p_1^0$ – оптимальная стратегия

$p_1^0, p_2^0 = 1 - p_1^0$

$$\begin{cases} a11\,p1 + a21\,p2 = v \\ a12\,p1 + a22\,p2 = v \end{cases}$$

$a_{11}p_1 + a_{21}(1-p_1) = a_{12}p_1 + a_{22}(1-p_2)$

$$p_1^0 = \frac{a22-a21}{a11-a21-a12+a22} \qquad p_2^0 = 1 - p_1^0 = \frac{a11-a12}{a11-a21-a12+a22}$$

$$v = a_{11}p_1^0 + a_{21}p_2^0 = \frac{a11*a22-a12*a21}{a11-a21-a12+a22}$$

Транспонируя игру можно легко найти значение q

$$a11\,q1 + a12\,q2 = v$$

q1+q2=1

$$a21\,q1 + a22\,q2 = v$$

$$q_1^0 = \frac{v-a12}{a11-a12}\ ; \quad q_2^0 = \frac{a11-v}{a11-a12}$$

$a_{11}$, $a_{12}$

Эту задачу можно решить графически поскольку решение исходной системы представляет собой точку пересечения двух прямых на плоскости $(p_1, v)$ $(1-(p_1, v¿$

**Графическое решение игры 2*2**

***7.5 Решение игры в смешанных стратегиях 2хn или mх2 графически***

**2xn**

$t=\begin{pmatrix} a11 & a12 & \dots & a1n \\ a21 & a22 & \dots & a2n \end{pmatrix}$

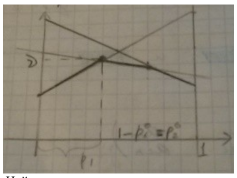
Решение игры ν

$\nu = \min_j ¿¿^0 + a2j\,(1-p^0) = \max_{0 \le p \le 1} \min_j ¿¿¿)$

Для нахождения max по p функции $\min_j(a1j*p + a2j*(1-p))$ построим график.

Для этого нужно построить n прямых вида $\boldsymbol{\omega}_j = a1j*p + a2j*(1-p)$

(p,n)
p є [0,1]



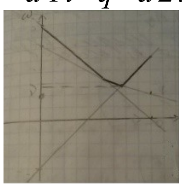
Найдем стратегию второго игрока:
q1=q, q2=1-q, q3=0

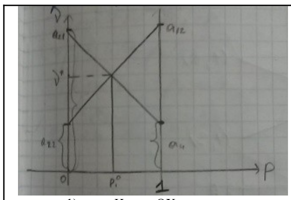
**mx2**

$A=\begin{pmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \\ \dots & \dots \\ am1 & am2 \end{pmatrix}$

В данном случае будем искать min верхней огибающей прямых

$\boldsymbol{\omega}_i = a1i*q + a2i*(1-q)$, $i=1,m$



<table>
<tr><td>

1) На оси OX откладываем отрезок [0,1]<br>
2) На оси ординат откладываем выигрыши стратегии a2, а на прямой p=1 выигрыши при стратегии a1.<br>
3) Строим точки (0; $a_{21}$) и (1; $a_{11}$)<br>
(0; $a_{22}$) и (1; $a_{12}$)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>