

## **Коммерциялық емес акционерлік қоғам**

АЛМАТЫ ЭНЕРГЕТИКА ЖӘНЕ БАЙЛАНЫС УНИВЕРСИТЕТІ

Физика кафедрасы

### **ФИЗИКА 1**

(5B071900- Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар,

5B070400 - Есептеу техникасы және бағдарламамен қамтамасыз ету,

5B070300-Ақпараттық жүйелер мамандықтарының күндізгі оқу бөлімінің студенттеріне арналған дәрістер жинағы)

Алматы 2011 ж

**ҚҰРАСТЫРУШЫЛАР:** Т.С. Байпақбаев, Р.С. Қалықпаева, Г.К. Наурызбаева. Физика 1. (5B071900- Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар, 5B070400 – Есептеу техникасы және бағдарламамен қамтамасыз ету, 5B070300 – Ақпараттық жүйелер мамандықтарының күндізгі оқу бөлімінің студенттеріне арналған дәрістер жинағы . – Алматы: АЭЖБИ, 2010. – 70 б.

Бакалавриаттың (5B071900-Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар, 5B070400 – Есептеу техникасы және бағдарламамен қамтамасыз ету, 5B070300 – Ақпараттық жүйелер мамандықтары үшін «Физика 1» пәні бойынша дәрістердің қысқаша мазмұны берілген. Оқу материалын меңгеру деңгейін анықтайтын оқу мақсаттары келтіріледі. «Физика 1 дәрістер жинағы» пән бойынша оқу үрдісін әдістемелік қамтамасыз ету жүйесінің элементі болып табылады және дәрістік сабақтарда, сондай-ақ студенттердің өзіндік жұмысында теориялық материалдармен жұмыс істеуде, машықтандыру, зертханалық сабақтарына және емтиханға дайындық кезінде таратпа материал ретінде қолдануға болады. Студенттер мен жас оқытушы-ларға ұсынылады.

Без. -21.

Пікір беруші: физ.-мат. ғыл. канд., доц. Искаков Ж.

«Алматы энергетика және байланыс институтының» коммерциялық емес акционерлік қоғамының 2010 ж. баспа жоспары бойынша басылады.

© «Алматы энергетика және байланыс университетінің» КЕАҚ, 2011 ж

### **Мазмұны**

#### **Кіріспе 3**

- 1 дәріс. Кіріспе. Материялық нүкте мен қатты дененің кинематикасы 4
- 2 дәріс. Материялық нүкте мен материялық нүктелер жүйесінің динамикасы 8
- 3 дәріс. Қатты дененің айналмалы қозғалыс динамикасы 11
- 4 дәріс. Энергия және жұмыс. Қуат 13
- 5 дәріс. Механикадағы сақталу заңдары 15
- 6 дәріс. Салыстырмалылықтың арнаулы теориясы элементтері 19
- 7 дәріс. Релятивтік динамика элементтері 23
- 8 дәріс. Статистикалық бөлінулер 24
- 9 дәріс. Термодинамика негіздері 32
- 10 дәріс. Теңгерілмеген термодинамикалық жүйелердегі тасымалдану құбылыстары 38
- 11 дәріс. Вакуумдегі электрстатикалық өріс 43
- 12 дәріс. Электрстатикалық өрістеги диэлектриктер 48
- 13 дәріс. Электрстатикалық өрістеги өткізгіштер 52
- 14 дәріс. Тұрақты электр тогы. 56
- 15 дәріс. Вакуумдегі магнит өрісі 59
- 16 дәріс. Зат ішіндегі магнит өрісі 62

### **Кіріспе**

Ұсынылып отырған дәрістер жинағында бакалавр (5В071900- Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар, 5В070400 – Есептеу техникасы және бағдарламамен қамтамасыз ету, 5В070300 – Ақпараттық жүйелер) мамандықтары үшін «Физика 1» пәні бойынша дәрістердің қысқа мазмұны берілген.

Әр дәрісте тақырыпқа сәйкес қарастырылатын басты сұрақтары мен олардың қисындылық байланысы және құрылымдық тұтастығы математикалық дәлелдеусіз немесе мысалдар келтірмей-ақ көрсетіледі. Сондықтан оқу-әдістемелік құрал студенттің машықтану, зертханалық сабақтарды орындау барысында, аудиториядан тыс өзіндік жұмыстар сияқты оқу іс-әрекеті үшін жетекші құрал болып табылады.

Әр дәрістің мақсатының нақты берілуі, оқу материалының мазмұндалу формасы оның мазмұнына сай келеді, ол «Физика 1» курсы менгеруде ЕГЖ-тарды жүйелеуге, жақсы менгеруге көмек береді.

Дәрістер жинағы негізінен радиотехника, электроника және телекоммуникациялар, есептеу техникасы және ақпараттық жүйелер мамандықтарының студенттеріне арналған. Осы мамандықтар үшін «Физика 1» курсы жалпы мазмұнға ие, алайда бұл жинақтың барлық ТЖОО студенттері үшін де пайдасы зор.

## **1 дәріс. Материялық нүкте мен қатты дененің кинематикасы**

Дәрістің мақсаты:

- физика курсы тараулары мен оны зерттеу әдістері және физика ғылымы пәнінің мағынасын ашу ;
- механиканың құрамы, физикалық ұғымдар мен модельдеулерді келтіру;
- ілгерілемелі және айналмалы қозғалыс кинематикасын сипаттайтын физикалық шамалар мен кинематикалық теңдеулерді көрсету.

### **1.1 Физика пәні және оны зерттеу әдістері**

Техникалық жоғары оқу орнындағы физика жалпы білім беруші пән болып табылады. Физика заттар мен өрістер қозғалысының жалпы қасиеттерін оқытатын ғылым болғандықтан, ол болашақ маманға негізгі базалық білім береді, оның инженерлі-техникалық ойлау қабілеті және әлемнің қазіргі жаратылыс-ғылыми бейнесі жөнінде жалпы түсінігін қалыптастырады.

Физика- тәжірибе арқылы іске асатын ғылым, яғни оның заңдары тәжірибе арқылы алынған фактылармен бекітіледі. Табиғатта орын алатын, физикалық шамалардың арасындағы байланысты көрсететін, орнықты болып қайталана беретін объективті заңдылықтар физикалық заңдар болып табылады.

Физикалық құбылыстар өтетін кеңістіктің аймақтары мен физикалық объектілерінің саны жағынан өзгеруінің маңыздылығы оларды сипаттайтын заңдардың сапалық өзгеру сипатына байланысты. Табиғаттағы жылдамдықтың табиғи масштабы вакуумдегі жарықтың таралу жылдамдығы  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с болып табылады. Релятивистік емес ( $v \ll c$ ) қозғалыстардың релятивистік қозғалыстардан ( $v \sim c$ ) сапалық айырмашылығы осы жарық жылдамдығына байланысты. Физика заңдарының кванттық және классикалық шектелуі Планк тұрақтысымен  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$  Дж·с байланысты.

Физика – эксперименттік ғылым және жан-жақты теориялық түрде зерттелген. Нақты физикалық заңдар негізінде кейбір негізгі физикалық заңдар мен

принциптерден маманның кәсіби іс-әрекет саласында практикалық мәнге ие ақпаратты қорытындылаудың тиімді әдістері алынды.

## **1.2 Механикалық қозғалыс. Кеңістік және уақыт. Санақ жүйесі. Механикадағы модельденулер**

Денелердің механикалық қозғалысы және осы қозғалыспен байланысқан денелер арасындағы өзара әсерлесуді зерттеу механика пәні болып табылады. *Механикалық қозғалыс дегеніміз денелердің немесе оны құрайтын бөлшектердің кеңістікте уақыт бойынша өзара орындарының өзгерісі.*

Кеңістік және уақыт ұғымдары физикалық теорияның негізін құрайды. Кеңістік және уақыт материядан ажырамайды, олар - бір-бірімен байланысқан материяның өмір сүру формалары. Кеңістік - материалдық нысандардың бар екендігін көрсетсе, уақыт - құбылыстардың ауысу ретін анықтайды.

Кеңістік пен уақыттың абстрактілі математикалық модельдері (мысалы, эвклид кеңістігі) қандай да бір дәрежеде жоғары оқу орнындағы физиканың негізгі есептерінің бірі болып табылатын кеңістік пен уақыттың нақты қасиеттерін көрсетіп береді.

Барлық қозғалыс салыстырмалы. Механикалық қозғалысты сипаттау үшін денелер жиынтығы, координата мен сағат жүйелерінен тұратын санақ жүйесі қажет болады.

Нақты есептердің берілген шарттарына қарай, механикада дененің қозғалысын сипаттау үшін сол дененің қарапайымдалған физикалық модельдерін (үлгілерін) пайдаланады.

*Материялық нүкте* - берілген есептің шарты бойынша өлшемдері мен пішінін ескермеуге болатын дене.

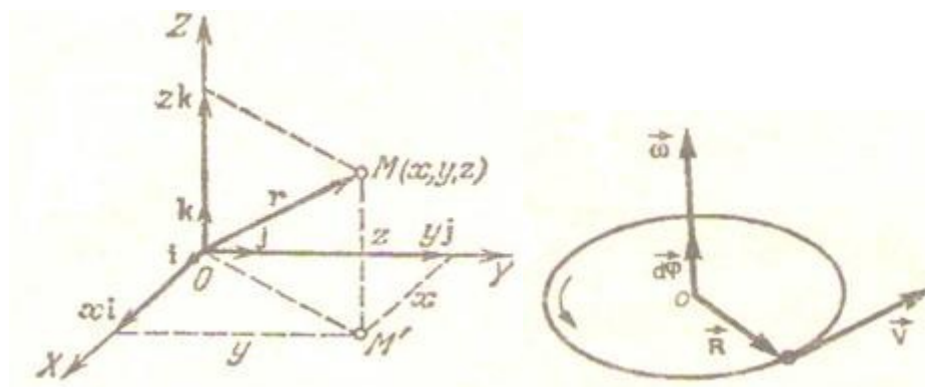
*Абсолют қатты дене* - берілген есептің шартына сай онда орын алатын деформациялануды ескермеуге болатын дене, бұл дененің кез-келген екі нүктесінің ара қашықтығы әрқашан өзгеріссіз болып отырады.

## **1.3 Материялық нүктенің кинематикасы. Қозғалыстың кинематикалық теңдеулері. Жылдамдық. Үдеу**

Егер зерттелетін жүйенің бастапқы мезетте күйі белгілі болған жағдайда, оның (материялық нүкте, материялық нүктелердің жиынтығы, қатты дене) кез келген уақыт мезетінде күйін анықтау – механиканың негізгі есебі болып табылады.

Классикалық механикада бөлшектің күйі берілген уақыт мезетінде оның үш координатасы  $(x, y, z)$  және импульстерінің проекциялары  $(p_x, p_y, p_z)$  арқылы сипатталады.

Қатты дене әртүрлі күрделі қозғалыстарды жасай алады. Олардың барлығы екі қарапайым: *ілгерілемелі және айналмалы* қозғалыстардан тұрады. Қатты дененің ілгерілемелі қозғалысы массасы дененің массасына тең және *инерция центріне* орналасқан бөлшектің қозғалысына эквивалентті. Қатты дене бекітілген осьті айналып қозғалғанда дененің барлық нүктелері центрі осы осьте жататын шеңбер бойымен қозғалады. Бұл жағдайда дененің күйі осьті айналу бұрышы және бұрыштық жылдамдық арқылы беріледі.



1.1 Сурет 1.2 Сурет

Кез-келген М материялық нүктенің орны, О координат басы мен осы М нүктесін қосатын  $\vec{r}$  радиус-вектормен сипатталады, яғни

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}. \quad (1.1)$$

Егер материялық нүктенің декарт координаттарының уақытқа байланысы

$$x=x(t) \quad y=y(t) \quad z=z(t) \quad (1.2)$$

берілген болса, онда материялық нүктенің қозғалысы толық анықталған. Бұл теңдеулер *материялық нүкте қозғалысының кинематикалық* теңдеулері деп аталады. Олар нүкте қозғалысының бір ғана  $\vec{r}(t)$  теңдеуінің баламасы болады.

Материялық нүкте (немесе дене) қозғалуы барысында сызатын сызығын траектория дейді. Траекторияның теңдеуін кинематикалық теңдеуден  $t$  параметрін аластау арқылы алуға болады. Траекторияның пішініне қарай қозғалыс : *түзу сызықты және қисық сызықты болады.*

Жүрілген жол берілген  $t$  уақыт ішіндегі барлық траектория бөліктерінің ұзындықтарының қосындысына тең болады.

*Жылдамдық* – берілген уақыт мезетіндегі қозғалыстың тездігін және оның бағытын сипаттайтын векторлық шама. Жылдамдықтың өлшеу бірлігі - м/с. Қарастырылып отырған нүктенің  $\vec{r}$  радиус-векторынан уақыт бойынша алынған бірінші туынды *лездік жылдамдық*:

$$\vec{g} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \quad . (1.3)$$

Лездік жылдамдық векторы траекторияға қозғалыс бағытында жүргізілген жанама бойымен бағытталады.

Нүктенің  $t_1$  және  $t_2$  интервал аралығында жүрген жолы мына интегралмен

$$s = \int_{t_1}^{t_2} g(t) dt \quad . (1.4)$$

есептеледі.

*Үдеу* – жылдамдықтың модулі және бағыты бойынша өзгеру тездігін көрсететін векторлық шама. Материялық нүктенің *лездік үдеуі* - қарастырылып отырған нүкте жылдамдығының уақыт бойынша алынған бірінші туындысына (осы нүктенің радиус-векторынан уақыт бойынша алынған екінші туындыға) тең векторлық шама:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{g}}{\Delta t} = \frac{d\vec{g}}{dt} = \dot{\vec{g}} = \frac{d^2 r}{dt^2} = r'' \quad . (1.5)$$

Үдеудің өлшеу бірлігі -  $m/c^2$ . Жазық қисық сызықты қозғалыстың жалпы жағдайы үшін үдеу векторын екі құраушы үдеулердің векторлық қосындысы арқылы беру қолайлы:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \quad (1.6)$$

Мұндағы - *тангенциал* ( немесе *жанамалық* ) үдеу, ол жылдамдықтың модулі бойынша өзгеріс тездігін сипаттайды (1.1 суретті қара) , яғни:

$$a_t = \frac{dg}{dt} \quad . (1.7)$$

*Нормаль үдеу* траекторияға оның қисықтық центріне қарай жүргізілген нормаль бойымен бағыттталып, жылдамдық векторының бағыты өзгерісінің тездігін сипаттайды. Нормаль  $a_n$  үдеудің шамасы шеңбер бойымен болатын қозғалыс жылдамдығы мен радиус шамасымен өрнектеледі

$$a_n = \frac{g^2}{R} \quad . (1.8)$$

**1.4 Абсолют қатты дененің кинематикасы. Дененің айналмалы қозғалысы. Қозғалмайтын осьті айналу. Бұрыштық жылдамдық. Бұрыштық үдеу**

Айналмалы қозғалысты сипаттау үшін  $R$  және  $\varphi$  полярлық координаттарын қолдану қолайлы, мұндағы  $R$  - радиус–полюстан (айналу центрінен) материялық нүктеге дейінгі қашықтық, ал  $\varphi$  – полярлық бұрыш (немесе бұрылу бұрышы).

Элементар бұрылуларды ( $\Delta\varphi$  немесе  $d\vec{\varphi}$  деп белгіленеді) псевдо-векторлар ретінде қарастыруға болады (1.2 суретті қара)

Бұрыштық орын ауыстыру  $d\vec{\varphi}$ - модулі бұрылу бұрышына тең, ал бағыты оң бұранданың ілгерілемелі қозғалысының бағытымен дәл келетін векторлық шама.

$$\text{Бұрыштық жылдамдық} \quad \vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \dot{\varphi} \quad (1.9)$$

$$\text{Бұрыштық үдеу} \quad \varepsilon = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \dot{\vec{\omega}} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} = \ddot{\varphi} \quad (1.10)$$

Бұрыштық жылдамдық  $\omega$  векторы  $d\varphi$  векторы сияқты айналу осі бойымен, демек оң бұранда ережесі бойынша бағытталады. Бұрыштық үдеу  $\varepsilon$  векторы айналу осі бойымен бұрыштық жылдамдық векторының өсім-шесі жағына қарай (үдемелі айналғанда векторының бағыты векторымен бағыттас, ал баяу айналғанда - оған қарама-қарсы) бағытталады.

Бұрыштық жылдамдық пен бұрыштық үдеудің өлшеу бірліктері -рад/с және рад/ с<sup>2</sup>.

Нүктенің сызықтық жылдамдығының бұрыштық жылдамдық пен траектория радиусымен байланысы:

$$v = \omega R \quad (1.11)$$

$$\text{Бірқалыпты айналу:} \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{const}, \text{ демек } \varphi = \omega t.$$

## 2 дәріс. Материялық нүкте мен материялық нүктелер жүйесінің динамикасы

Дәрістің мақсаты:

- механиканың негізгі есебінің мәні;
- механикадағы күштер. Ньютон заңдары;
- қатты дененің ілгерілемелі қозғалысы динамикасының теңдеуі.

## 2.1 Динамиканың негізгі есебі. Классикалық механикадағы күй туралы ұғым

Денелердің бір-бірімен өзара әсерлесуін және осы әсерлесу нәтижесінде болатын қозғалысын зерттеу механиканың бөлімі болып табылатын динамиканың еншісіне жатады. Механикалық қозғалыс денелердің уақытқа байланысты кеңістіктегі өзара орналасуының өзгерісі. Кеңістік материялық нысандарды көрсетсе, ал уақыт құбылыстардың ауысу ретін анықтайды.

Классикалық механикада бөлшектің күйі оның орнымен (үш координатымен) және осы осьтердегі импульс проекцияларымен сипатталады.

Зерттелетін жүйенің бастапқы күйі берілген жағдайда оның кез келген уақыт мезетіндегі күйін анықтау *механиканың негізгі есебі* болып табылады

## 2.2 Ньютонның бірінші заңы. Инерциалдық санақ жүйелері

*Материялық нүкте (дене) басқа денелер тарапынан күш әсер етпейінше өзінің тыныштық күйін немесе бір қалыпты түзу сызықты қозғалыс күйін сақтайды.*

Дененің тыныштық күйін немесе түзу сызықты бір қалыпты қозғалыс күйін, яғни жалпы айтқанда қозғалыс күйін сақтау қабілеті оның *инерттілігі* деп аталады. Сондықтан Ньютонның бірінші заңын *инерция* заңы дейді. Ньютонның бірінші заңы, материялық нүкте басқа денелер әсері болмағанда өзінің қозғалыс күйін сақтайтын инерциалды санақ жүйелерінің болатынына меңзейді. Ньютонның бірінші заңы орындалатын санақ жүйесі *инерциалды санақ жүйесі* деп аталады.

## 2.3 Масса және импульс. Күш. Ньютонның екінші заңы. Материялық нүкте динамикасының теңдеуі

*Масса* – материяның инерттілік және гравитациялық қасиеттерін анықтайтын сипаттамаларының бірі болып табылатын физикалық шама. Масса-дененің инерттілігін өлшеуіші. Оның өлшеу бірлігі - кг.

Материялық нүктенің (дененің)  $m$  массасы мен  $v$  жылдамдығының көбейтіндісіне тең, бағыты жылдамдық бағытымен бағытталған векторлық шама материялық нүктенің *импульсы* деп аталады.

*Күш* – денеге басқа денелер тарапынан түсірілген механикалық әсердің нәтижесі. Егер күштің кеңістіктегі бағыты, модулі және түсу нүктесі берілген болса, онда күш туралы мағлұмат толық деп аталады. Механикалық әсерлесулер тікелей өзара тиіскен денелер арасында, сондай-ақ, бір-бірінен қандай да болмасын бір аралықтағы денелердің арасында да болады. Бір-бірінен қашықта орналасқан денелер *физикалық* (мысалы, гравитациялық, электр, магнит) *өрістер* арқылы әсерлеседі.



Ньютонаң екінші заңы - ілгерілемелі қозғалыс динамикасының негізгі заңы. Ол материялық нүктенің (дененің) механикалық қозғалысы оған түсірілген күштердің әсерімен қалай өзгеретінін көрсетеді.

*Материялық нүктенің (дененің) алатын үдеуі оны тудыратын күшке тура, ал оның массасына кері пропорционал болады, бағыты түсірілген осы күштің бағытымен бағытталады.*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. (2.1)$$

Ньютонаң екінші заңының жалпылама тұжырымдамасы: *материялық нүктенің импульсының өзгеру жылдамдығы оған әсер ететін күшке (әсер ететін барлық күштердің тең әсерлісіне) тура пропорционал болады.*

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}. (2.2)$$

Ньютонаң екінші заңынан *материялық нүктенің импульсының өзгерісі оған әсер етуші күш импульсына тең екендігі шығады:*

$$d\vec{p} = \vec{F}dt. (2.3)$$

Материялық нүкте динамикасының негізгі заңы классикалық механикадағы *себептілік принципін* уағыздайды, яғни материялық нүктенің уақыт өтуіне байланысты қозғалыс күйі және кеңістіктегі орны өзгерісі мен оған әсер етуші күш арасындағы бір мәнді байланыс барын, яғни материялық нүктенің бастапқы күйін біле отырып оның кез келген келесі мезеттердегі қозғалыс күйін есептеп алуға мүмкін болатындығы шығады.

#### **2.4 Механикалық жүйе. Сыртқы және ішкі күштер. Ньютонның үшінші заңы . Механикалық жүйенің масса центрі және оның қозғалыс заңы**

Біртұтас ретінде қарастырылатын материялық нүктелер (денелер) жиынын *механикалық жүйе* дейді.

Қарастырылып отырған механикалық жүйеге кірмейтін денелерді *сыртқы денелер* дейді. Жүйеге сыртқы денелер тарапынан әсер ететін күштер *сыртқы күштер деп* аталады. Ал *ішкі күштер* дегеніміз қарастырылып отырған жүйеге кіретін бөлшектердің өзара әсерлесу күштері.

Механикалық жүйе сыртқы денелермен өзара әсерлеспесе (немесе оған сыртқы күштер әсер етпесе) , онда ол *тұйықталған немесе оқшауланған жүйе* деп аталады.

Материялық нүктелердің (денелердің) бір –біріне әсері өзара әсерлесу сипатта болады. Ньютонның үшінші заңы:

*Материялық нүктелердің бір-біріне әсер ету күштері модулі бойынша әрқашан тең, бағыты жағынан қарама-қарсы және осы нүктелерді қосатын түзу бойымен әсер етеді*

$$\mathbf{F}_{1,2} = -\mathbf{F}_{2,1} \quad (2.4)$$

Бұл күштер әр материялық нүктеге түсірілгені, әрқашан жұбымен әсерлеседі және табиғаты бір болып табылады. Ньютонның үшінші заңы жеке материялық нүктелер динамикасынан кезкелген материялық нүктелер жүйесі динамикасына өтуге мүмкіндік береді, үйткені кезкелген өзара әсерлесуді материялық нүктелердің жұпталып өзара әсерлесуі ретінде қарастыруға болады.

Механикада массаның жылдамдыққа тәуелді еместігіне байланысты жүйенің импульсын оның масса центрі импульсымен өрнектеуге болады. Материялық нүктелер жүйесінің *масса центрі* (немесе *инерция центрі*) дегеніміз орны осы жүйенің бүкіл массасы орналасқан ойша алынған С нүктесі болып табылады. Оның радиус-векторы (немесе координаттары):

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m} \quad (2.5)$$

мұндағы  $m_i$  және  $r_i$  - сәйкес  $i$ -інші материялық нүктенің мас-сасы мен радиус-векторы;

$n$  - жүйе ішіндегі материялық нүктелер-дің саны;  $m = \sum m_i$  - жүйенің массасы. Бұл жағдайда жүйенің импульсы:

$$\vec{p} = m \frac{d\vec{r}_C}{dt} = m\vec{v}_C \quad (2.6)$$

Масса центрінің қозғалыс заңы: *жүйенің масса центрі жүйенің массасы түгелдей жинақталған материялық нүктенің қозғалысы сияқты, ал оған әсер ететін күш жүйеге әсер ететін барлық сыртқы күштердің геометриялық қосындысына тең болады.*

$$m \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (2.7)$$

### **3 дәріс. Қатты дененің айналмалы қозғалыс динамикасы**

Дәрістің мақсаты:

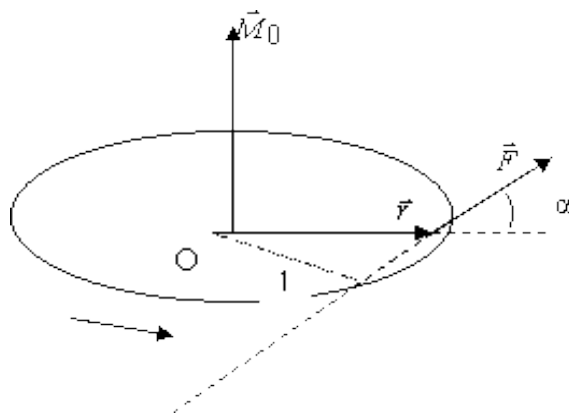
- қатты дененің қозғалыс параметрлері ұғымын енгізу;

- қатты дененің айналмалы қозғалыс заңдары мен теңдеулерін оқып үйрену.

### 3.1 Күш моменті мен импульс моменті. Материялық нүкте үшін моменттер теңдеуі

Қозғалмайтын О нүктесіне қатысты  $\mathbf{F}$  күшінің *моменті* деп О нүктесінен күштің А түсу нүктесіне жүргізілген  $\vec{r}$  радиус-вектор мен  $\mathbf{F}$  күштің векторлық көбейтіндісімен анықталатын физикалық шама:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}] \quad (3.1)$$



3.1 Сурет

Күш моменті күштің денені нүктеге қатысты айналдыру қабілетін сипаттайды. О нүктесіне бекітілген дене  $\vec{F}$  күштің әсерінен  $\vec{M}$  моменттің бағытымен сәйкес келетін осьті айналады (3.1 суретті қара).

Бөлшектің О нүктесіне қатысты *импульс моменті* деп О нүктесінен күштің А түсу нүктесіне жүргізілген  $\vec{r}$  радиус-вектор мен  $\mathbf{P}$  импульстың векторлық көбейтіндісіне

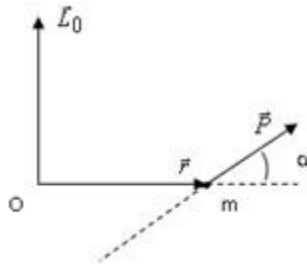
$$\vec{L}_0 = [\vec{r}, \vec{p}] \quad (3.2)$$

тең шаманы айтады,

мұндағы  $\vec{r}$  – берілген уақыт мезетіндегі бөлшектің радиус-векторы;

$\vec{p}$  – оның импульсі ( $\vec{p} = m\vec{v}$ ).

Импульс моментінің векторы  $\vec{r}$  және  $\vec{p}$  векторлары жатқан жазықтыққа



3.2Сурет

перпендикуляр болады (3.2 суретті қара).

### 3.2 Механикалық жүйе үшін моменттер теңдеуі

Бөлшектер жүйесінің импульс моменті жүйенің барлық бөлшектерінің импульс моменттерінің векторлық қосындысына тең

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_{0i}(\vec{p} = \sum \vec{p}_i \text{ үксас}). \quad (3.4)$$

(3.2) теңдеуінен уақыт бойынша туынды алып, күш моментінің бөлшектің импульс моментінің өзгеру жылдамдығы арқылы анықталатынын көруге болады

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (3.5)$$

(3.5) қатынасы моменттер теңдеуі деп аталады.

### 3.3 Қатты дененің қозғалмайтын осьті айналуы. Қатты дененің осьті айнала айналмалы қозғалысы динамикасының негізгі теңдеуі. Инерция моменті. Штейнер теоремасы

Бекітілген Oz осін қатты дене айналып қозғалады делік. Денеге күш  $\vec{F}$  түсірілген. Oz осіне қатысты күш моменті деп O нүктесіне қатысты  $M$  күш моментінің  $M_z$  проекциясын айтады. Ол берілген күштің берілген осьті айналдыру қабілетін сипаттайды және

$$M_z = ((\vec{r} \cdot \vec{F}))_z = R F_{\perp} \sin \alpha = F_{\perp} l, \quad (3.6)$$

тең болады,

мұндағы  $l = R \sin \alpha$ -ға тең  $F_{\perp}$  күшінің иіні;

$\vec{R}$ – оське перпендикуляр жазықтықта осьтен күш түсірілген нүктеге дейін жүргізілген радиус-вектор;

$\vec{F}_\perp - \vec{F}$  күштің осы жазықтыққа жүргізілген проекциясы.

Дененің оське қатысты импульс моментін анықтау үшін осы дененің барлық бөлшектерінің  $O$  нүктесіне қатысты қорытқы импульс моментінің осы оське проекциясын алу қажет (3.3 суретті қара)

$$L_z = \left( \sum \vec{L}_{0i} \right)_z = \left( \sum [m_i \cdot \vec{r}_i \cdot \vec{g}_i] \right)_z. \quad (3.7)$$

(3.7) өрнегін мына түрге оңай түрлендіруге болады:

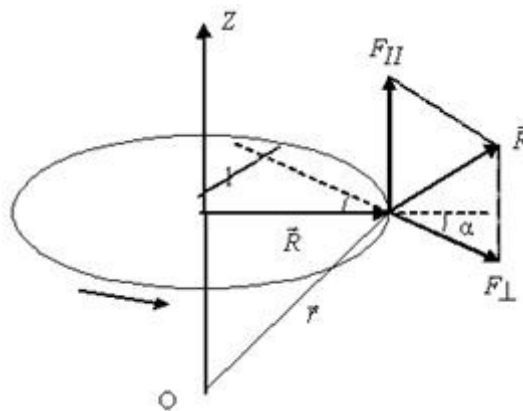
$$L_z = \sum \omega \cdot m_i \cdot R_i^2 = \omega \cdot \sum m_i \cdot R_i^2, \quad (3.8) \quad J_z = \sum m_i \cdot R_i^2 \quad (3.9)$$

шамасын оське қатысты дененің инерция моменті деп атайды. Инерция моменті дене массасының осьті айнала орналасуына тәуелді және айналмалы қозғалыс кезіндегі дененің инерттілік қасиетін сипаттайды. Осылайша,

$$\vec{L}_z = J_z \cdot \omega, \text{ немесе } \vec{L} = J \cdot \vec{\omega}. \quad (3.10)$$

(3.10) –ды ескере отырып, (3.4) және (3.5) –тен

$$M_z = J_z \cdot \varepsilon, \quad (3.11)$$



3.3 Сурет

мұндағы  $M_z$  –  $Z$  осіне қатысты денеге түсірілген барлық күштің моменті;

$J_z$  – берілген оське қатысты дененің инерция моменті;

$\varepsilon$  – айналып қозғалған дененің бұрыштық үдеуі.

(3.11) өрнегі қозғалмайтын оське қатысты айналып қозғалған қатты дененің айналмалы қозғалысының динамикасының негізгі заңын береді.

## 4 дәріс. Энергия және жұмыс

Дәрістің мақсаттары:

- энергия, жұмыс, қуат ұғымдарын меңгеру;
- энергияның әр түрін есептеу әдісін меңгеру.

### 4.1 Энергия - қозғалыс пен өзара әсерлесудің барлық түрлерінің универсал өлшеуіші

Материяның қозғалыс формалары өте көп. Оның ішіндегі ең қарапайымы – механикалық қозғалыс. Оны сандық түрде сипаттау үшін біз импульс  $\vec{p} = m\vec{v}$  ұғымын енгіздік. Жылулық қозғалыстың сандық сипаттамасы – температура болса, электр өрісінің сипаттамасы -  $\vec{E}$  кернеулік және т.б. Бұл шамалардың барлығы материяның әртүрлі қозғалыс формаларының сапалық ерекшеліктерін көрсетеді. Сондықтан материяның барлық қозғалыс формаларына қатысты және олардың өзара түрленуін көрсететін физикалық шаманы енгізу қажет. Физикадағы ортақ ұғымдардың бірі - энергия - осындай физикалық шама болып табылады.

Энергия - материяның әртүрлі қозғалыс формаларының ортақ өлшеуіші.

Қозғалыс материяның ажырамас бөлігі болғандықтан, кез келген жүйе энергияға ие болады. Жүйенің энергиясы жүйеде мүмкін болатын өзгерістерді (сандық және сапалық) сандық түрде сипаттайды. *Энергия – күй функциясы.*

Табиғатта механикалық қозғалыс арқылы энергиясы бір денеден басқа денеге берілетін процестер үздіксіз жүріп тұрады. Дененің механикалық қозғалысының өзгерісін оған басқа денелер тарапынан әсер етуші күштер тудырады. Өзара әсерлесуші денелер арасындағы энергия алмасу процесін сандық түрде сипаттау үшін берілген денеге түсірілген күштің жұмысын қарастырады. *Жұмыс–энергияның күштік өзара әсерлесу процестерінде өзгеру шамасы.*

### 4.2 Күштің жұмысы. Қуат

Массасы  $m$  қандай да бір бөлшекті қарастырайық. Оған  $\vec{F}$  күшпен әсер етейік. Осы бөлшек үшін Ньютонның екінші заңының теңдеуі

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \quad (4.1)$$

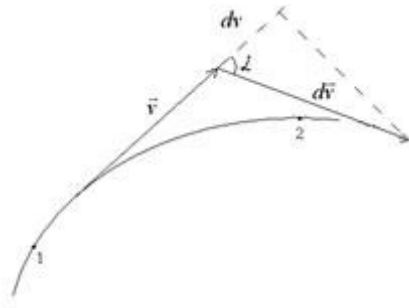
(4.1) теңдеуін бөлшектің шексіз аз  $d\vec{r}$  орын ауыстыру векторына көбейтсек ( $d\vec{r} = \vec{v}dt$  екенін ескереміз)

$$m \left( \vec{V} \frac{d\vec{V}}{dt} \right) dt = (\vec{F} d\vec{r}) \quad (4.2)$$

4.1 суреттен  $\vec{V} d\vec{V}$  скаляр көбейтіндісі

$$\vec{V} d\vec{V} = V dV \cos \alpha = V |d\vec{V}|_r = V dV = d \left( \frac{V^2}{2} \right)$$

тең болады.



4.1 Сурет

Онда,

$$m d \left( \frac{V^2}{2} \right) = \vec{F} d\vec{r} \quad (4.3)$$

(4.3) –тің оң жағындағы шама  $\vec{F} d\vec{r}$  күштің  $dA$  жұмысы деп аталады.

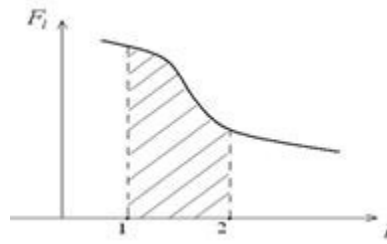
$$dA = (\vec{F} d\vec{r}) = F dr \cos \alpha, \quad (4.4)$$

мұндағы  $\alpha$  –  $\vec{F}$  күш пен  $d\vec{r}$  орын ауыстырудың арасындағы бұрыш.

(4.4) формуласы  $\vec{F}$  күштің элементар жұмысын сипаттайды. Дене шекті қашықтыққа орын ауыстырғанда атқарылатын толық жұмыс қозғалыс траекториясы бойымен алынған қисық сызықты интеграл бойынша анықталады.

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_i \left( \vec{F} d\vec{r} \right) = \int_i F_i dl \quad (4.5)$$

Күш жұмысы – алгебралық шама, ол оң да, теріс те, нөлге де тең болуы мүмкін. Жұмыстың графиктік түрде анықталуы 4.2 суретте көрсетілген.



4.2 Сурет

Бірлік уақыт ішінде істелінген жұмысқа тең физикалық шама *қуат* деп аталады

$$N = \frac{dA}{dt} . (4.6)$$

### 4.3 Бөлшектің және бөлшектер жүйесінің кинетикалық энергиясы

(4.3) теңдеуінің сол жағын қарастырайық. Ол қандай да бір функцияның толық дифференциалын береді.

$$W_k = \frac{mV^2}{2} + const . (4.7)$$

$W_k$  шамасы бөлшектің кинетикалық энергиясы деп аталады. *Кинетикалық энергия – толық энергияның бөлшектің қозғалысымен байланысты бөлігі.* Тыныштықта тұрған дененің ( $V=0$ ) кинетикалық энергиясы болмайтынын ескерсек, (4.7)-дан

$$W_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{p^2}{2m} (4.8)$$

тең екені шығады.

### 4.4 Қатты денелер айналғандағы кинетикалық энергия және жұмыс

Қозғалмайтын осьті айналып қозғалған қатты дененің айналмалы қозғалысы кезіндегі кинетикалық энергиясы

$$W_k = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2I} . (4.9)$$

(4.8 ) және (4.9 ) өрнектері релятивистік емес ( $v \ll c$ ) бөлшектер үшін дұрыс болады. (4.8 ) өрнегі бөлшекке бірнеше күш әсер еткен жағдайда да дұрыс болып табылады. Онда  $A_{12}$  - барлық күштердің жұмыстарының қосындысы. Олай болса, бөлшектің кинетикалық энергиясының өзгерісі осы бөлшекке әсер етуші барлық күштердің жұмысына тең болады.



$$A_{12} = W_{k2} - W_{k1} . \quad (4.10)$$

Дене  $F$  күштің әсерімен  $d\varphi$  аз бұрышқа бұрылғанда күштің түсу нүктесі  $ds = r d\varphi$  жол жүреді де істелген жұмыс

$$dA = F \sin \varphi r d\varphi = M_z d\varphi . \quad (4.11)$$

#### 4.5 Консервативті және консервативті емес күштер. Бөлшектің потенциалдық энергиясы және оның өріс күшімен байланысы

Барлық күштерді физикалық табиғатына тәуелсіз консервативті және консервативті емес күштер деп екі топқа бөледі. Егер күштің жұмысы бөлшектің бастапқы нүктеден соңғы нүктеге қандай траекториямен орын ауыстырғанына байланысты болмаса, ондай күштер консервативті күштер деп аталады

$$A_{12} = \int_{k_1} \left( \vec{F} d\vec{r} \right) = \int_{k_2} \left( \vec{F} d\vec{r} \right) . \quad (4.12)$$

Егер орын ауыстыру тұйықталған жолмен өтсе, консервативті күштің жұмысы нөлге тең болады

$$\oint \vec{F} d\vec{r} = 0 . \quad (4.13)$$

Орталық (гравитациялық, кулондық) күштер, ауырлық күші, серпімділік күші консервативті күштерге жатады.

Консервативті емес күштің жұмысы орын ауыстыру өтетін жолға тәуелді болады. Консервативті емес күштерге үйкеліс күштері, ортаның кедергі күші жатады. Үйкеліс күшінің жұмысы әрқашан теріс болады. Мұндай күштер диссипативті деп аталады.

Кеңістіктің әрбір нүктесінде бөлшекке бір нүктеден екінші нүктеге  $\vec{F}(\vec{r})$  заңдылығымен өзгертін күш әсер ететін кеңістіктің аймағын *күш өрісі* деп атайды. Күш өрістері векторлық болып табылады. Күш өрісі біртекті (ауырлық күшінің өрісі) және орталық (гравитациялық өріс) болып бөлінеді. Консервативті күштер өрісі ерекше қасиеттерге ие, олар потенциалды өрістер класын құрайды. Әр нүктедегі өрісті кеңістіктегі нүктенің орнына және  $\vec{F}(\vec{r})$  күштің сипатына тәуелді болатын қандай да бір  $W_p(\vec{r})$  функциясымен сипаттауға болады. Олай болса, бөлшек 1 нүктеден 2 нүктеге орын ауыстырғанда  $\vec{F}(\vec{r})$  консервативті күштің жұмысы  $W_p$  функциясының кемуіне тең болады

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = -\Delta W_p . \quad (4.14)$$

$W_p$  функциясы сыртқы консервативті өрістегі бөлшектің потенциалдық энергиясы деп аталады. Мұндай өрісте жұмыс потенциалдық энергия есебінен жасалатынын (4.14) теңдеуінен көруге болады.

Бөлшектің потенциалдық энергиясы  $W_p(\vec{r})$  өрісті тудыратын объектілермен өзара әсерлесу энергиясы болып табылады. (4.14) формуласы әрбір нақты жағдайда  $W_p$  үшін (кез-келген тұрақтыға дейінгі дәлдікпен) өрнегін алуға мүмкіндік береді.

Потенциалды өрісте орналасқан бөлшектің энергиясы мен күштің арасындағы байланысты анықтайық. Ол үшін элементар жұмыстың формуласын жазамыз

$$dA = -dW_p = (\vec{F}d\vec{r}) = F|d\vec{r}|\cos \alpha = F_l dl. \quad (4.15)$$

$\vec{F}$  күштің кез келген  $l$  бағытқа проекциясы

$$F_l = -\frac{\partial W_p}{\partial l}. \quad (4.16)$$

Орын ауыстыру бағыты ретінде  $x, y, z$  координат осьтері бойындағы бағыттарды аламыз

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial W_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_p}{\partial z}\vec{k}\right), \quad (4.17)$$

немесе

$$\vec{F} = -\text{grad}W_p. \quad (4.18)$$

(4.18) формуласы потенциалды өрістегі энергия мен күштің арасындағы байланысты өрнектейді.

## 5 дәріс. Сақталу заңдары

Дәрістің мақсаттары:

- механикада орын алатын сақталу заңдарының мағынасын түсіндіру;
- олардың тұжырымдалуы мен қолдану шектерін меңгеру
- сақталу заңдарына ортақ және айырмашылықта болатын жағдайлар.

### 5.1& Денелердің тұйықталған жүйесі. Импульстің сақталу заңы

Импульстің, импульс моментінің және энергияның сақталу заңдары басқа заңдардан өздерінің жалпыға бірдейлігімен ерекшеленеді.

Табиғаттың осы негізгі заңдары тек классикалық механикада ғана емес, релятивтік физика мен кванттық механикада да орындалады.

Барлық сақталу заңдары алғашында бірнеше эксперименттік фактілерді жалпылау ретінде тәжірибелік жолмен ашылған. Кейін, олардың сақталу заңдарының өзара байланысы түсіндірілді және қандай шарттар орындалғанда олар өзінің формасын өзгерте алатынын көрсетуге болатыны анықталды.

Импульстің сақталу заңы - *кеңістіктің біртектілігін* көрсететін табиғаттың жалпы заңы. Кеңістіктің біртектілігі дегеніміз кеңістіктің барлық нүктелерінде оның қасиеттерінің бірдей болуы.

Импульстің сақталу заңы тұйықталған жүйелерде орындалады. Егер жүйе сыртқы күш өрісінде болса, онда ол үшін кеңістіктің әртүрлі аймақтары эквивалентті болмайды.

Сыртқы күштер әсер етпейтін жүйе (өзара әсерлесуші денелердің жиынтығы) *оқшауланған немесе тұйықталған жүйе* деп аталады..

*Материялық нүктелердің (денелердің) тұйықталған жүйесінің толық импульсі уақыт бойынша өзгермейді*

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \mathbf{0}, \quad \vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const} \quad . (5.1)$$

## 5.2 Импульс моментінің сақталу заңы

Айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі заңын қорытқан кезде, біз қатты денені материялық нүктелер жиынтығы деп қарастырып, мынадай қорытындыға келдік

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad , (5.2)$$

мұндағы  $\vec{L} = \sum \vec{L}_i$  – жүйенің импульс моменті;

$\vec{M}$  – жүйеге әсер ететін сыртқы күштердің қорытқы моменті.

Ішкі күштердің моменттерінің қосындысы кез келген жүйе үшін нөлге тең.

Егер сыртқы күштер болмаса (тұйықталған жүйеде), онда  $\frac{d\vec{L}}{dt} = \mathbf{0}$ , сондықтан,  $\vec{L} = const$ .

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i = const \quad (5.3)$$

Тұйықталған жүйенің материялық нүктелерінің (денелер) толық импульс моменті тұрақты болып қалады.

Егер дене қозғалмайтын осьті айналып қозғалса,  $M_z = 0$ , онда  $L_z = const$ .  $L_z = I\omega$  екенін ескерсек,

$$\sum_{i=1}^N L_z = I_i \omega = const \quad (5.4)$$

Импульс моментінің сақталу заңы да импульстің сақталу заңы сияқты табиғаттың негізгі заңы болып табылады. Оның негізінде *кеңістіктің изотроптылығы қасиеті* жатыр, яғни тұйық жүйенің бұрылуы оның механикалық қасиеттеріне әсер етпейді.

### 5.3 Механикадағы энергияның сақталу заңы. Энергияның сақталуының және түрленуінің жалпы физикалық заңы

Энергияның сақталу және айналу заңы табиғаттың негізгі заңдарының бірі болып табылады. Энергияның сақталу заңы *уақыттың біртектілігін көрсетеді*, яғни уақыттың барлық кезеңдері үшін бірдей. Уақыттың әр кезеңдерінің эквивалентті болу себебі кез келген физикалық процесс оның қашан басталғанына тәуелсіз бірдей жүріп отырады. Энергияның сақталу және айналу заңының терең мағынасы бар. Ол қозғалыстың материяның ажырамас қасиеті екенін, оның пайда болмайтынын және жоғалмайтынын, бір түрден екінші түрге айналатынын көрсетеді.

Бөлшек пен бөлшектер жүйесінің толық механикалық энергиясын қарастырайық. (4.7) формуласына оралайық. Бөлшекке консервативті  $\vec{F}^*$  және консервативті емес  $\vec{F}^{\dagger}$  күштер әсер етеді делік. Онда

$$W_{k2} - W_{k1} = A_{12}^* + A_{12}$$

$A_{12}^* = W_{p1} - W_{p2}$  екенін ескерсек,

$$(W_{k2} + W_{p2}) - (W_{k1} + W_{p1}) = A_{12} \quad (5.5)$$

Бөлшектің толық механикалық энергиясы  $W$  кинетикалық және потенциалдық энергияларының қосындысына тең. Консервативті күш өрісіндегі

бөлшектің толық механикалық энергиясының өзгерісі бөлшекке әсер ететін консервативті емес күштердің жұмысына тең

$$W_2 - W_1 = A_{12}. \quad (5.6)$$

$N$  өзара әсерлеспейтін бөлшектер жүйесінің энергиясы осы жүйені құрайтын бөлшектердің барлық энергияларының қосындысымен анықталады

$$W = \sum_{i=1}^N W_i = \sum_{i=1}^N (W_{ki} + W_{pi}) \quad (5.7)$$

Егер бөлшектер бір-бірімен өзара әсерлесетін болса, аддитивті болып табылмайтын олардың өзара әсерлесу энергиясын ескеру қажет.

$$W = \sum_{i=1}^N (W_{ki} + W_{pi}) + W_{оз}. \quad (5.8)$$

Егер жүйе бөлшектерінің арасында сыртқы күштер болмай ( $A_{12} = 0$ ), тек қана консервативті күштер әсер етсе (мұндай жүйені консервативті деп атайды), (5.7) формуладан көретініміздей, оның толық механикалық энергиясы сақталып қалады. Бұл тұжырым толық механикалық энергияның сақталу заңы болып табылады. *Толық механикалық энергия тек денелердің тұйықталған консервативті жүйесінде ғана сақталады.*

Импульстің, импульс моментінің және энергияның сақталу заңдары - қуатты және тиімді зерттеу аспабы. Сақталу заңдарының осы қасиеті мынадай себептерге байланысты:

- сақталу заңдары бөлшектердің траекториясына, әсер етуші күштердің сипатына тәуелсіз. Сондықтан, қозғалыс теңдеулерін қарастырмай-ақ, әртүрлі механикалық процестердің қасиеттері жөнінде жалпы және маңызды қорытындылар жасауға мүмкіндік береді;

- бұл дәлел әсер етуші күштер белгісіз болған жағдайда (денелердің, молекулалардың соқтығысуы) да сақталу заңдарын қолдануға болатынын көрсетеді.

## **6 дәріс. Салыстырмалылықтың арнаулы теориясы элементтері**

Дәрістің мақсаты:

- салыстырмалылықтың механикалық принципі мен салыстырмалылық - тың арнайы теориясының негізгі принциптерін, олардың салдарларының маңыздылығын түсіндіру;

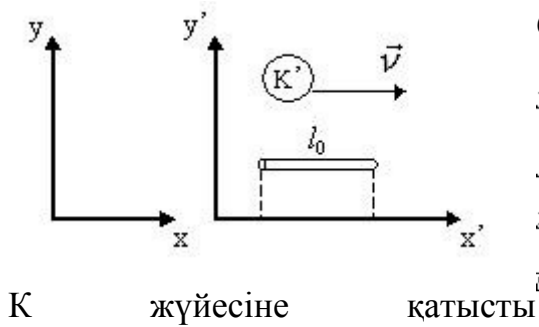
- салыстырмалылықтың арнаулы теориясының (САТ) постулаттарының мағынасын ашып көрсету;

-Лоренц түрлендірулерінің инварианттарын оқып үйрену

## 6.1 Салыстырмалылықтың механикалық принципі және Галилей түрлендірулері

Галилейдің салыстырмалылық принципі (салыстырмалылықтың механикалық принципі) табиғаттың негізгі қасиеттерін бейнелейді: *инерциялық санақ жүйесінің бірқалыпты түзу сызықты қозғалатынын немесе тыныштықта болатынын осы санақ жүйесінде жүргізілетін механикалық тәжірибелер арқылы көрсету мүмкін емес.*

Галилейдің салыстырмалылық принципіне Галилейдің түрлендіру координаттары сәйкес келеді. Егер екі инерциалдық санақ жүйелері осьтері бір-біріне параллель және салыстырмалы қозғалыс олардың біреуінде (мысалы, x осінің бойында) (6.1 суретті қара) өтетін болса, Галилей түрлендірулері (тура және кері) мына түрде болады



6.1 Сурет

$$x = x' + vt', \quad x' = x - vt, \quad (6.1)$$

$$y = y', \quad y' = y,$$

$$z = z', \quad z' = z,$$

$$t = t', \quad t' = t,$$

мұндағы  $\mathbf{v}$  –  $K'$  жүйесінің шартты түрде қозғалмайтын жылдамдығы.

Галилей түрлендіруі кезінде өзгеріссіз қалатын физикалық шамалар *Галилей түрлендіруінің инварианттары* деп аталады.

Сондай шамалардың бірі - үдеу

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2}{dt'^2} (x' + vt') = \frac{d^2 x'}{dt'^2} \quad (6.2)$$

,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F, \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 x'}{dt'^2}, \quad F = F', \quad m \frac{d^2 x'}{dt'^2} = F'. \quad \text{үдеу Ньютонның екінші заңының да инвариантты екенін көрсетеді}$$

Классикалық механиканың негізгі инварианттарының арасында кеңістіктік интервал  $\Delta l_{12}$  (екі кеңістіктік нүктелердің ара қашықтығы)

$$\Delta l_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} = \sqrt{(x'_1 - x'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2 + (z'_1 - z'_2)^2} \quad , \quad (6.3)$$

және уақыт интервалы орын алады

$$\Delta t = \Delta t' \quad (6.4)$$

Классикалық механикада инвариантты емес шамаға жылдамдық жатады. Жылдамдықтарды қосудың классикалық заңы бойынша

$$\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v} \quad (6.5)$$

*Салыстырмалылық принципі мен Галилей түрлендірулері классикалық механика негізін құрайтын абсолют кеңістік пен абсолют уақыт жайында көріністі бейнелейді.*

## 6.2 Салыстырмалылықтың арнайы теориясы постулаттары

Салыстырмалылықтың арнайы теориясы - кеңістіктің біртекті және изотроптылығын, уақыттың біртектілігін бейнелейтін кеңістік пен уақыт жөнінде физикалық теория.

Эйнштейн құрған салыстырмалылықтың арнайы теориясы негізін екі постулат құрайды: салыстырмалылықтың жалпылама принципі және вакуумдегі жарық жылдамдығының тұрақтылық принципі:

- барлық физикалық құбылыстар инерциалдық санақ жүйелерінде бірдей өтеді;

- вакуумдегі жарық жылдамдығы барлық инерциалдық санақ жүйелерінде бірдей және ол жарық көздері мен қабылдағыштардың жылдамдықтарына тәуелсіз, яғни универсал тұрақты болады. Оның шамасы

$$c = 2,99793 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Эйнштейннің негізгі постулаттарының салдарлары:

- уақыт әртүрлі санақ жүйелерінде әртүрлі өтеді. Оқиғаның қай санақ жүйесіне қатысты екені көрсетілгенде ғана екі оқиғаның арасындағы белгілі уақыт аралығы болады деп айтуға болады. Қандай да бір санақ жүйесінде бір мезгілде өтетін оқиғалар басқа санақ жүйелерінде басқаша өтеді.;

- K және K' санақ жүйелеріндегі бір оқиғаның уақыт аралықтарының салыстырмалылығы

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

(6.6)

Объектімен бірге қозғалған сағат бойынша есептелген уақыт осы объектінің  $\tau_0$  меншікті уақыты деп аталады

$$\Delta t = \frac{\Delta \tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

(6.7)

Қозғалыстағы сағат қозғалмайтын сағатқа қарағанда баяу жүреді. Сағаты тоқтап тұрған жүйеде уақыт жүрісі баяулайды, сағат қозғалысының әсері оның жұмыс істеуіне байланысты емес, ол тек уақыттың салыстырмалылығын көрсетеді. Сонымен, бірегей әлемдік уақыт болмайды. Уақыт, оның жүрісі, бірмезгілділік ұғымдары салыстырмалы.

Кеңістік интервалдарының салыстырмалылығы

$$\Delta l = \Delta l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (6.8)$$

Стержень қозғалмайтын жүйедегі санақ жүйесінде өлшенген стерженьнің ұзындығы  $\Delta l_0$  *меншікті ұзындық* деп аталады. (6.8)-ден көретініміздей *меншікті ұзындықтың* шамасы ең үлкен, яғни барлық санақ жүйесінде денелердің ұзындығы меншікті ұзындықпен салыстырғанда қысқарады. Осы құбылыс қозғалыс бағытында дене өлшемдерінің лоренцтік қысқаруы деп аталады. Денелердің геометриялық өлшемдерінің лоренцтік қысқаруы дене өлшемдеріне қозғалыстың физикалық әсеріне байланысты емес. Ол кеңістік аралықтарының абсолют еместігін, оның санақ жүйесіне байланысты екендігін көрсетеді.

### 6.3 Лоренц түрлендірулері

Салыстырмалылықтың арнайы теориясында кеңістік пен уақыттың қасиеттерін бейнелеуші координата мен уақытты релятивистік түрлендіру Лоренц түрлендірулері деп аталады. Осы түрлендіруге сәйкес,  $K'$  жүйеден  $K$  жүйеге өту (6.9) формуласы арқылы, ал  $K$  жүйеден  $K'$  жүйеге өту (6.10) формуласы арқылы жүзеге асады.

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{x'v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (6.9)$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (6.10)$$

Координата мен уақыт түрлендірулері негізінде

салыстырмалылық принципінің тағы бір тұжырымын беруге болады: *физикалық заңдар Лоренц түрлендірулеріне қатысты инвариантты болады.*



Лоренц түрлендірулерінің кейбір салдарларын қарастырайық. Бірін-шіден, Лоренц түрлендірулері біздің әлемдегі кеңістік пен уақыттың қасиеттерінің бір-бірінен ажырамас байланысы бар екендігін ашып көрсетеді. Сондықтан, кеңістікті немесе уақытты бөлек қарастыруға болмайды, біздің әлем өмір сүретін кеңістік-уақыт жөнінде айтқан дұрыс болады. Басқаша айтсақ, біздің әлем төрт өлшемді.

Екіншіден, Лоренц түрлендірулері негізінде бірмезгілділіктің салыстырмалылығын сипаттауға болады.

Үшіншіден, (6.5) формуласымен берілген жылдамдықтарды қосудың классикалық заңын жарық жылдамдығына жуық жылдамдықпен қозғалған денелер үшін қолдануға болмайды. X осі бойымен қозғалған бөлшек үшін жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңы

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}} \quad (6.11)$$

#### 6.4 Салыстырмалылықтың арнайы теориясының инварианттары

Лоренц түрлендіруі бойынша жарық жылдамдығы барлық санақ жүйелерінде тұрақты. Сондай-ақ, Лоренц түрлендіруі бойынша жарық жылдамдығы максимал жылдамдық болып табылады.

Релятивтік механикада Лоренц түрлендіруіне қатысты кеңістік пен уақыт аралықтарының интервалдарының инварианттығы жөнінде ештеңе айтуға болмайды. Олай болса, салыстырмалылықтың арнайы теориясында екі оқиғаның арасында кеңістік пен уақыт аралықтарымен байланысты Лоренц түрлендіруіне қатысты инвариантты болатын шаманы көрсетуге болмас па еді? Бұл сұрақтың оңай шешімі бар. Салыстырмалылықтың арнайы теориясында төмендегі қатынаспен анықталатын  $\Delta S$  инвариантты шамасы бар.

$$\Delta S^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta l^2 = (\Delta S')^2. \quad (6.12)$$

Осы шама оқиғалар арасындағы *кеңістіктік-уақыттық интервал (немесе жай интервал)* деп аталады.

#### 7 дәріс. Релятивтік динамика элементтері

Дәрістің мақсаты:

- релятивтік механика заңдылықтарын оқып үйрену;
- материялық нүктенің негізгі теңдеуін оқып үйрену;
- энергия мен импульс және масса арасындағы байланыстарды талдап оқу.

## 7.1 Релятивтік импульс. Материялық нүктенің релятивтік динамикасының негізгі теңдеуі

Қозғалыстағы релятивтік бөлшектің ( дененің)  $m$  *релятивтік массасы* оның жылдамдығына байланысты

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (7.1)$$

мұндағы,  $m_0$  - бөлшектің *тыныштық массасы*, яғни бөлшек тыныштық күйде болатын инерциалды санақ жүйесінде өлшенген масса.

*Релятивистік импульс* мына формуламен өрнектеледі

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (7.2)$$

Жүйенің релятивтік импульсы сақталады. Релятивтік импульстың сақталу заңы - кеңістіктің *біртектілігінің салдары*.

*Релятивтік динамиканың негізгі заңы*

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \right) = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (7.3)$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

қатынасымен өрнектелетін динамиканың негізгі заңы (2.2) өрнегін ескерсек, релятивтік қозғалыстар үшін де дұрыс болады.

Жалпы жағдайда, динамиканың релятивтік заңы бойынша  $d\vec{V}/dt$  және  $\vec{F}$  векторларының бағыттары сәйкес келмейді, үдеу мен күш шамалары арасындағы пропорционалдық бұзылады.

### 7.1 Масса мен энергияның өзара байланыс заңдылығы

Массасы  $m$  дененің *толық энергиясы* деп аталатын  $W = mc^2$  шамасының жанжақты сипаты бар, ол энергиялардың барлық түрлеріне қолданылады, яғни энергиямен, ол қандай түрде болса да, масса байланыста болады ( $m = W/c^2$ ) және керісінше кез келген энергия массамен байланыста болады деп тұжырымдауға болады

$$W = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (7.4)$$

Дененің толық энергиясы оң шама және тыныштық күйде ол нөлге тең емес.  $V = 0$  кездегі дененің толық энергиясы  $W_0$  тыныштық энергиясы деп аталады

$$W_0 = mc^2. \quad (7.5)$$

Бұл (7.5) формуласы дененің тыныштық энергиясы мен оның массасы арасындағы өзара байланысты орнықтырады. Кез келген денеде масса мен энергияның бір-біріне пропорционал болатындығын көрсетеді. Дененің тыныштық энергиясының әрбір өзгерісі оның массасының пропорционалдық өзгерісін тудырады.

Тұйықталған жүйенің толық энергиясы сақталады. Энергияның сақталу заңы - *уақыттың біртектілігінің* салдары.

Қозғалыс энергиясы, яғни кинетикалық энергия да - толық энергияның бір бөлігі. Сондықтан дененің кинетикалық энергиясы толық энергия мен тыныштық энергиясының айырмасы ретінде анықталады

$$W_k = W - W_0 = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (7.6)$$

Энергия мен импульс бір-бірінен бөліп қарастырғанда салыстырмалы, яғни әртүрлі санақ жүйелерінде мәндері әртүрлі болады. Бірақ  $W^2 - c^2 p^2$  біріккен түрінде олар Лоренц түрлендіруіне қатысты инвариантты болатын бөлшек күйінің абсолютті сипатамасын береді. Осы шаманың инвариантты болуына байланысты импульс пен энергияның релятивтік өзара байланысы шығады: бір инерциалдық санақ жүйесінен екінші инерциалдық санақ жүйесіне көшкенде бөлшектің импульсы мен энергиясы  $W^2 - c^2 p^2$  біріккен түрі сақталып қалатындай болып өзгереді.

*Салыстырмалық теориясының негізгі қорытындысы* - кеңістік пен уақыт өзара органикалық байланыста болады да материяның өмір сүруінің бірден бір түрі - *кеңістік пен уақытты құрады.*

## 8 дәріс. Статистикалық бөлінулер

Дәрістің мақсаты:

- статистикалық және термодинамикалық зерттеу әдістерінің маңыздылығын анықтау;

- классикалық статистикалық физиканың негізгі заңдарын оқып үйрену.

## **8.1 Зерттеудің статистикалық және термодинамикалық тәсілдері. Ықтималдылық**

Молекулалық физика және термодинамика - молекулалар мен атомдардың орасан зор жиынынан тұратын денелердегі макроскопиялық процестерді зерттейтін физиканың бөлімі.

Молекулалық физикада зерттелетін жүйелер орасан көп бөлшектерден тұратыны ескерілетін болғандықтан, оларға механикада қолданылатын зерттеу әдістері жарамайды. Механикада әрбір дененің қозғалысын сипаттау үшін әрқайсысына қозғалыс теңдеуін жазып, кез келген уақыт кезеңіне сай бөлшектің координатын табамыз. Координаттың уақыт бойынша өзгеруін біле отырып, дененің жылдамдығын, үдеуін, импульсін және т.б. физикалық шамаларын анықтауға болады. Мысалы, газдың бір моліндегі молекулалардың қозғалысын сипаттау үшін  $6 \cdot 10^{23}$  теңдеу жазылып, шығарылуы қажет. Ол мүмкін емес. Тіпті біз осындай сан теңдеулерді шығардық делік, бірақ одан тұтас жүйені (затты) сипаттайтын қасиеттер жайында мағлұматтар ала алмаймыз. Молекулалық физика зерттейтін құбылыстар орасан көп молекулалардан құралған жүйелерде (денелерде, заттарда) болып өтетіндіктен, мұндай жүйелердің ерекшелігі мұнда дара молекулаға тән емес, тек жүйені ғана тұтас сипаттайтын қасиеттер пайда болады. Мұндай қасиеттерге, мысалы, қысым және температура жатады. Қысым мен температура тек бір ғана молекулаға қатысты деп айтуға болмайды. Осындай орасан көп бөлшектерден тұратын жүйелерді зерттеу әдістері де ерекше. Олар: *молекула-кинетикалық* немесе *статистикалық* және *термодинамикалық әдістер* деп аталады.

Денелердің әртүрлі қасиеттерін және зат күйінің өзгерістерін зерттеумен *термодинамика* шұғылданады. Алайда термодинамиканың молекула-кинетикалық теориядан айырмашылығы, ол - денелер мен табиғат құбылыстарының макроскопиялық суреттемесін ескермей, тек олардың макроскопиялық қасиеттерін ғана зерттейді. Термодинамиканың негізінде көптеген тәжірибелік деректердің жинағын жалпылау арқылы тағайындалған бірнеше негізгі заңдар жатыр (оларды термодинамиканың бастамалары деп атайды). Осы себептен термодинамиканың қорытындылары өте жалпы сипатта болады.

*Статистикалық физика* макроденелердің құрылымы жөніндегі *атом-молекулалық көрініс моделі* (мысалы, идеал газ моделі) және математикалық статистикаға негізделген. Макрожүйелердің қасиеті жүйені құрайтын бөлшектердің қасиеті бойынша, олардың қозғалысының ерекшеліктері және осы бөлшектердің динамикалық сипаттамаларының (энергия, жылдамдық және т.б.)

орташа мәндері бойынша анықталады. Статистикалық физика орташа шамаларды есептеу әдістерін және олардың көмегімен жүйенің макропараметрлерін анықтауға үлкен мүмкіндік береді. Молекула-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуі осындай жолмен алынған

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_n \rangle, \quad (8.1)$$

мұндағы  $p$  – газдың қысымы;

$n$  – бірлік көлемдегі газ молекулаларының саны (молекула концентрациясы);

$\langle \varepsilon_n \rangle$  – молекулалардың ілгерілемелі қозғалысының орташа кинетикалық энергиясы.

Бұл теңдеу бойынша қысым бірлік көлемдегі молекулалардың ілгерілемелі қозғалысының кинетикалық энергиясының үштен екісіне тең болады.

Зат күйінің өзгерістерін әр түрлі көзқарас тұрғысында қарастыра отырып, термодинамика мен молекула-кинетикалық теория бір-бірін толықтырып, негізінен біртұтас ілім құрайды.

## 8.2 Максвелл бөлінуі

Газ молекулалары ретсіз, хаосты қозғалады. Қозғалыс бағытының ықтималдылығы бірдей, олардың қайсысының да басқаларынан ешбір артықшылығы жоқ. Сондықтан, молекулалардың бағыттары бойынша таралуы бір қалыпты болады.

Молекулалардың жылдамдықтарының шамалары әртүрлі бола алады. Нөлден шексіздікке дейінгі аралықтағы жылдамдықтың мүмкін мәндерін бірдей ықтималды дей алмаймыз. Молекулалардың жылдамдығының соқтығысу кезінде өзгеруі кездейсоқ өтеді. Қайсыбір жеке молекула бірқатар жүйелі соқтығысқан сайын өз сыңарларынан энергия алып отыруы мүмкін, соның нәтижесінде оның энергиясы  $\varepsilon$  орташа мәнінен артып кетеді. Алайда газдың барлық молекулалары өз энергияларын жалғыз молекулаға беріп, өздері тоқталып қалады деп ойлағанның өзінде бұл молекуланың энергиясы, демек, оның жылдамдығы, шектеулі шамада болады. Сөйтіп, газ молекулаларының жылдамдығы қандай да бір  $\varepsilon$ -нан басталып  $\infty$ -пен бітетін мәндер қабылдай алмайды. Барлық молекулалардың қорытқы энергиясының едәуір үлесін бір молекулаға беретін процестер ықтималдылығы өте аз болады деп есептей отырып, мәні жылдамдықтың орташа мәнінен әлдеқайда артық жылдамдықтар да өте сирек кездеседі деген тұжырымға келеміз. Дәл осы тәрізді, соқтығысулар кезінде молекуланың жылдамдығы нөлге айналады деп те айтуға болмайды. Демек, жылдамдықтың орташа мәнімен салыстырғанда өте аз және өте үлкен жылдамдықтардың пайда болуының да ықтималдылығы өте аз болады, сонымен

қатар  $v$ -нің осы мәнінің ықтималдылығы  $v \rightarrow 0$  кезінде де,  $v \rightarrow \infty$  кезінде де нөлге ұмтылады. Осы айтылғандардан, молекулалардың жылдамдықтары жылдамдықтың аса ықтимал мәнінің төңірегінде топтасатындығы шығады.

Жылдамдықтары белгілі, мысалы,  $v_1$  және  $v_2$  жылдамдықтардың аралығында жататын молекулалардың саны туралы айтуға болады. Жылдамдықтар бойынша таралып бөлінуі туралы заңды бірінші рет Дж. Максвелл қорытып шығарды. Максвелл ықтималдық теориясын пайдаланып,  $v$  мен  $v+dv$  жылдамдықтарының арасына жататын молекулалардың  $dN$  санын есептеп шығарған

$$dN = Nf(v)dv \quad (8.2)$$

$$f(v) = \frac{dN}{Nd v} \quad (8.3)$$

Осылайша анықталған  $f(v)$  функциясы газ молекулаларының жылдамдықтар бойынша бөлінуін сипаттайды да *бөліну функциясы* деп аталады. Оның мәні мынада:  $f(v)$  функциясы жылдамдықтары жылдамдықтың  $v$  берілген мәнінен бірлік интервалда жататын молекулалардың үлесін анықтайды.  $f(v)$  функциясы

$$\int_0^{\infty} f(v)dv = 1$$

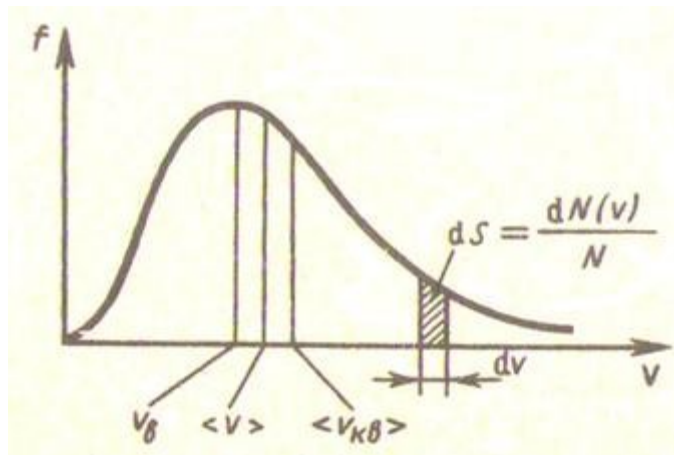
нормалау шартын қанағаттандырады.

Максвелдің бөліну функциясы 8.1 Суретінде көрсетілген және келесі формуламен өрнектеледі

$$f(v) = 4\pi v^2 \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (8.4)$$

8.4 формуласынан көретініміз, бұл функцияның түрі газдың тегіне (молекула массасына) және күй параметріне (Т температурадан) тәуелді екенін көреміз.

Кез келген таңдап алынған молекуланың жылдамдығының  $(v, v+dv)$  интервалында жату ықтималдылығы  $dP(v, v+dv) = \frac{dN}{N} = f(v)dv$  тең.



8.1 Сурет

*Максвелл таралуының негізгі қасиеттері:*

- молекулалардың өте аз үлесі ғана өте кіші және өте үлкен жылдамдықтарға ие болады;

-  $f(v)$  функциясының максимумына сәйкес келетін ықтималдық жылдамдық болады, сондықтан молекулалардың едәуір бөлігі  $v$  жылдамдыққа жақын жылдамдықпен қозғалады

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}; \quad (8.5)$$

- таралу қисығының симметриялы болмауына байланысты жылдамдығы  $v$ -тан жоғары молекулалардың үлесі  $v < v_{\text{max}}$  жылдамдықтағы молекулалар үлесіне қарағанда әрдайым жоғары болады. Бұл диспропорция температура артқан сайын күшейеді ( $f(v)$  функциясы графигінде  $T_1$  және  $T_2$ -ге арналған қисықтар).

- таралу функциясын біле отырып, жылдамдыққа тәуелді кез келген физикалық шаманың орташа мәнін анықтауға болады.

*Орташа арифметикалық жылдамдық*

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \quad (8.6)$$

*Орташа квадраттық жылдамдық*

$$v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}; \quad \langle v^2 \rangle = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv; \quad v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{\pi m}}. \quad (8.7)$$

$f(v)$  таралуы бөлшектердің бір-бірімен өзара қалай әсерлескеніне тәуелсіз. Ол тепе-теңдік күйдің орнығу процесінде бөлшектердің энергиямен алмасу қабілетімен анықталады.

Максвелл заңында қисықтың түрі температураға байланысты болады. Жүйенің температурасы жайлы жылдамдықтары Максвелл заңы бойынша таралатын жүйедегі бөлшектердің жылулық (хаосты) қозғалысы орныққан жағдайда айтуға болады.

## 8.2 Сыртқы потенциалды өрістегі бөлшек үшін Больцман бөлінуі

Жылулық қозғалыс кезінде бөлшектің қозғалыс бағыттары тең ықтималды, ал әр бөлшектің орнында болатын өзгерістер кездейсоқ сипатқа ие. Сондықтан бөлшектің сол немесе басқа орында болу ықтималдылығы жөнінде айтуға тура келеді.

Идеал газ  $V$  көлемді алып тұр және  $T$  температурада тепе-теңдік күйде тұр деп айтайық. Сыртқы өріс жоқ кезде кез келген молекуланың орналасуы тең ықтималды. Сондықтан газ барлық көлемде бірдей  $n = \frac{N}{V}$  концентрациямен таралады.

Егер газ сыртқы күш өрісінде орналасқан болса, газ бөлшектері осы өрістің әсеріне ұшырайды. Газдың тығыздығы мен қысымы әр жерде әртүрлі мәнге ие болады. Сыртқы күш өрісі потенциалды және тек бір  $z$  бағытында ғана әсер ететін жағдайды қарастырайық. Бөлшектің потенциалдық энергиясын  $\varepsilon(z)$  деп белгілейік. Жылулық тепе-теңдік жағдайында сыртқы күш өрісінің әсеріне түскен газ бөлшектерінің концентрациясы

$$n(z) = n_0 e^{-\frac{\varepsilon(z)}{kT}} \quad (8.8)$$

заңы бойынша өзгереді. Бұл қатынас *Больцман заңы* деп аталады. Жердің тартылыс өрісін қарастырайық. Жер бетіне жақын жерде молекуланың потенциалдық энергиясы  $\varepsilon(z) = mgz$ .  $p = nkT$  екенін ескерсек, жер бетінен  $z$  биіктіктегі газдың қысымының өрнегін аламыз:

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{mgz}{kT}} = p_0 e^{-\frac{\mu gz}{kT}}. \quad (8.9)$$



Бұл өрнек *барометрлік формула* деп аталады. Оны едәуір сиретілген газдар қоспасы (ауа) үшін де қолдануға болады.

Бұл екі қарастырылған таралуларды Максвелл-Больцман заңы деп біріктіріп қарастыруға да болады. Нақты газдар үшін ол тек бір-бірінен алыс қашықтықтағы молекулалар арасында өзара әсерлесуді ескермеген кезде ғана қолданылады. Өте төмен температураларда (азғындалған газдар аймағы) молекулалардың қозғалысы классикалық заңдарға бағынбайды.

#### **8.4 Энергияның еркіндік дәрежелері бойынша біркелкі бөліну заңы. Еркіндік дәрежелері**

Молекуланың орташа энергиясы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT \quad (8.10)$$

молекуланың тек ілгерілемелі қозғалысының энергиясын ғана көрсетеді. Алайда молекулалардың ілгерілемелі қозғалысымен қатар, молекулалардың айналуы және молекуланың қозғалыс құрамына кіретін атомдардың тербелуі де мүмкін. Қозғалыстың бұл екі түрі қандай да бір энергия қорымен байланысты болады, ал бұл энергияны анықтауға статистикалық физика тағайындайтын энергияның молекуланың еркіндік дәрежелері бойынша біркелкі таралуы жөніндегі қағида мүмкіндік береді.

*Еркіндік дәрежесі бойынша энергияның біркелкі таралу заңы* - классикалық жүйелерге қолданатын статистиканың негізгі заңдарының бірі. *Механикалық жүйенің еркіндік дәрежелері саны деп жүйенің орнын анықтауда мүмкіндік беретін тәуелсіз координаталардың жиынтығын айтады.* Материалдық нүктенің кеңістіктегі орны оның үш координаттарының мәндерімен анықталады. Газдардың жылу сыйымдылығын өлшегенде атомдарды материалдық нүктелер деп есептеуге болады. Олай болса, бір атомды молекулалар үш ілгерілемелі еркіндік дәрежеге, екі атомды молекулалар – үш ілгерілемелі, және екі айналмалы, көп атомды молекулалар және абсолютті қатты дене – үш ілгерілемелі және үш айналмалы еркіндік дәрежесіне ие болады. Жылулық тепе-теңдік жағдайында молекуланың әр еркіндік дәрежесіне

$\frac{1}{2} kT$  тең орташа бірдей кинетикалық энергиядан келеді. Мұндағы,

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

$K$  - Больцман тұрақтысы. Екі немесе көп атомды молекулалар айналмалы және тербелмелі қозғалыстар жасайды. Тербелмелі қозғалыстың болуы кинетикалық энергияның потенциалдық энергияға ауысуынан және керісінше болуымен байланысты. Молекуладағы атомның тербеліс энергиясын ескерсек, орташа кинетикалық және орташа потенциалдық энергиясын қарастыруымыз қажет. Молекуланың толық энергиясы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (8.11)$$

мұндағы  $i$  – ілгерілемелі, айналмалы және екі еселенген тербелмелі еркіндік дәрежелері сандарының қосындысы:

$$i = i_{\text{илг}} + i_{\text{айн}} + 2i_{\text{терб}}. \quad (8.12)$$

Атомдардың арасында қатаң байланысы бар молекула үшін  $i$  молекуланың еркіндік дәрежелерінің санына тең болады.

### 8.5 Идеал газ молекулаларының жылулық қозғалысының орташа кинетикалық энергиясы. Ішкі энергия

Идеал газ молекулалары қашықтықтан әрекеттеспейтін болғандықтан, мұндай газдың ішкі энергиясы жеке молекулалардың энергияларының қосындысынан тұрады. Демек, идеал газдың бір киломолинің ішкі энергиясы Авагадро санын бір молекуланың орташа энергиясына көбейткенге тең болады:

$$U_{\text{км}} = N_A \langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} N_A kT = \frac{i}{2} RT. \quad (8.13)$$

Массасы  $m$  газдың ішкі энергиясы газдың бір молінің энергиясын  $m$  массадағы киломольдердің санына көбейткенге тең болады:

$$U = \frac{m}{\mu} U_{\text{км}} = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT. \quad (8.14)$$

Сонымен (8.14) өрнектен берілген газдың массасы үшін ішкі энергия газ молекуласының еркіндік дәреже көрсеткіші өзгермейтін болса, оның абсолют температурасына тура пропорционал екендігі көрінеді.

### 8.6 Идеал газдың жылу сыйымдылығының молекула-кинетикалық теориясы және оның шектелуі

Қандай да бір дененің жылу сыйымдылығы деп оның температурасын бір градусқа көтеру үшін керекті жылу мөлшеріне тең шаманы айтады. Егер де денеге берілген  $dQ$  жылу мөлшері оның температурасын  $dT$  шамасына арттыратын болса, анықтама бойынша жылу сыйымдылық

$c_{\text{дене}} = \frac{dQ}{dT}$ . (8.15) болады. (8.15) шамасының өлшем бірлігі Дж/К. Заттың бірлік массасының жылу сыйымдылығы *меншікті жылу сыйымдылық* деп аталады. Оны біз  $c$  әрпімен белгілейтін боламыз және өлшем бірлігі Дж/К·кг.

$$C = \frac{\delta Q}{m dT}. \quad (8.16)$$

Заттың киломолинің жылу сыйымдылығын  $c$  әрпімен белгілейміз.  $c$ -нің өлшем бірлігі Дж/К·моль.

$$C_m = \frac{\delta Q}{\nu dT}, \quad (8.17)$$

мұндағы  $\nu = \frac{m}{M}$  - зат мөлшері.

Заттың киломолинің жылу сыйымдылығы мен осы заттың меншікті сыйымдылығының арасындағы байланыс:

$$c = \frac{C_m}{\mu}. \quad (8.18)$$

Жылу сыйымдылығының шамасы денені қыздыру шарттарына тәуелді болады. Қыздыруды көлем немесе қысым тұрақты болған жағдайда жүргізгендегі жылу сыйымдылықтың айрықша маңызы бар. Бірінші жағдайда жылу сыйымдылық- тұрақты көлем кезіндегі жылу сыйымдылық  $C_v$ , екінші жағдайда- тұрақты қысым кезіндегі жылу сыйымдылық  $C_p$  деп аталады.

Егер қыздыру тұрақты көлем кезінде болатын болса, онда дене сыртқы денелерге қарсы жұмыс жасамайды, сондықтан термодинамиканың бірінші бастамасы бойынша  $\delta Q = dU + \delta A$  барлық жылу дененің ішкі энергиясын арттыруға жұмсалады:

$$C_v = \frac{dU}{dT}. \quad (8.19)$$

Демек, тұрақты көлемде идеал газдың киломолинің жылу сыйымдылығын алу үшін газдың ішкі энергиясының (8.13) өрнегін температура бойынша дифференциалдап, былай жазамыз:

$$C_v = \frac{i}{2} R. \quad (8.20)$$

Осы өрнектен көріп отырғанымыздай, тұрақты көлемде идеал газдың жылу сыйымдылығы газ күйінің параметрлеріне, олардың ішінде температураға, тәуелсіз тұрақты шама болып шықты.

Егер газды қыздыру тұрақты қысымда өтетін болса, онда газ ұлғаяды да сыртқы денелерге оң жұмыс жасайды. Демек, бұл жағдайда газдың температурасын бір

градуска арттыруға тұрақты көлем кезіндегіге қарағанда жылу көбірек керек болады, өйткені жылудың бір бөлігі газдың істейтін жұмысына кетеді. Сондықтан, тұрақты қысымдағы жылу сыйымдылық тұрақты көлемдегі жылу сыйымдылықтан артық болуы керек.

Бір киломоль газдың тұрақты қысымдағы жылу сыйымдылығы:

$$C_p = \frac{Q}{\nu dT} = \frac{dU + pdV}{\nu dT} = \frac{dU_{\mu}}{dT} + \frac{pdV_{\mu}}{dT}, \quad (8.21)$$

$$\frac{dV_{\mu}}{dT}$$

қосылғышы, жоғарыда көргеніміздей, киломоль газдың тұрақты көлем кезіндегі жылу сыйымдылығын береді. Сондықтан (8.21) формуласын мына түрде жазуға болады:

$$C_p = C_v + p \left( \frac{dV_{\mu}}{dT} \right)_p, \quad (8.22)$$

$$\left( \frac{dV_{\mu}}{dT} \right)_p$$

шамасы,  $p$  тұрақты болып, температура бір градуска артқан кездегі киломоль көлемінің өсімшесі болып табылады.  $pV_{\mu} = RT$  күй теңдеуінен

$$V_{\mu} = \frac{RT}{p}$$

. Осы өрнекті  $T$  ( $p = \text{const}$ ) бойынша дифференциалдап, мынаны аламыз:

$$\left( \frac{dV_{\mu}}{dT} \right)_p = \frac{R}{p}$$

осы нәтижені (8.22)-ге қойып, мынаны аламыз:

$$C_p = C_v + R. \quad (8.23)$$

Сонымен, идеал газдың киломолінің тұрақты қысымда бір градуска арттырған кезде оның жасайтын жұмысы газдың универсал тұрақтысына тең екен.

(8.22) формуласын ескеріп,  $C_p$  үшін мынадай өрнек аламыз:

$$C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R. \quad (8.24)$$

(8.24)-ті (8.20)-ге бөліп, әрбір газға тән  $C_p$ -нің  $C_v$ -ге қатынасын табамыз:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}. \quad (8.25)$$

Бұл өрнектен байқағанымыздай,  $\gamma$  шамасы молекуланың еркіндік дәрежесінің саны мен сипаты арқылы анықталады.

## 9 дәріс. Термодинамика негіздері

Дәрістің мақсаттары:

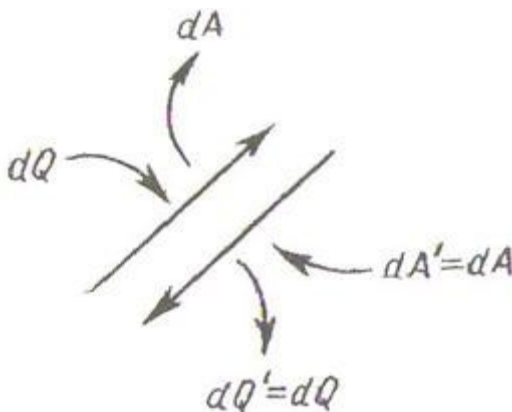
- термодинамиканың заңдарын (бастамаларын) оқып үйрену ;
- макрожүйеде өтетін процестерді талдауда оларды қолдану әдістерін меңгеру.

### 9.1 Қайтымды және қайтымсыз жылу процестері

Денелер жүйесі немесе жай жүйе деп біз қарастырып отырған денелердің жиынтығын айтамыз. Кез келген жүйе температура, қысым, көлем және т.с.с. мәндері арқылы айырылатын әр түрлі күйде бола алады. Жүйенің күйін сипаттайтын осындай шамалар күй параметрлері деп аталады.

Жүйенің *тепе-тең күйі* деп жүйенің барлық параметрлері, сыртқы жағдайлар өзгермей қалған кезде жеткілікті уақыт бойы тұрақты болып қалатын белгілі мәндерін сақтайтын күйін айтамыз. Тепе-тең күйлердің үздіксіз тізбегінен құралған процесс тепе-тең процесс деп аталады. *Тепе-тең күй ұғымы мен қайтымды процесс ұғымы* термодинамикада үлкен рөл атқарады.

*Қайтымды процесс* деп, кері бағытта өткізуге болатын процесті тура бағытта өткізгенде жүйе қандай күйлерден өтсе, кері бағыттағы сондай күйлер тізбегінен өтетін процесті айтады. Қайтымды процеске тек тепе-тең процесс жатады.

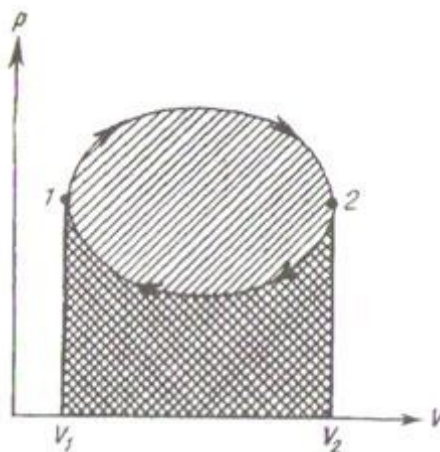


9.1 Сурет

Қайтымды процестің қасиеті мынадай болуы тиіс: егер жүйе тура бағыттағы процестің бір элементар учаскесінде  $d'Q$  жылу алып,  $d'A$  жұмыс өндірсе (9.1 суретті қара), онда кері бағыттағы процестің сондай учаскесінде жүйе  $d'Q' = d'Q$  жылу береді де, оған  $d'A' = d'A$  жұмыс орындалады. Сол себептен қайтымды процесс әуелі бір бағытта, сонан соң кері бағытта өткеннен кейін және жүйенің алғашқы күйіне қайтқаннан кейін жүйені қоршаған денелерде ешқандай өзгеріс қалмауы тиіс.

Тепе-тең емес процестер әрқашан да *қайтымсыз процес*, дәлдеп айтқанда нақты процестер қайтымсыз процестер болады. Олар мейлінше баяу өте отырып, қайтымды процестерге тек жуықтай алады.

Дөңгелек процесс (яғни, цикл) деп, жүйе бірсыпыра өзгерістерге ұшырағаннан кейін алғашқы күйіне қайтып келетін процесті айтады. Графикте мұндай цикл тұйық қисық сызықпен кескінделеді (9.2 суретті қара).



9.2 Сурет

Дөңгелек процесс кезінде орындалатын жұмыс сан жағынан қисықпен қоршалған ауданға тең болады. 1-2 учаскесіндегі жұмыс оң және сан жағынан алғанда, оң жаққа көлбей штрихталған ауданға тең (сағат тілі бағытында орындалатын цикл қарастырылып отыр). 2-1 учаскесіндегі жұмыс теріс және сан жағынан солға қарай көлбей штрихталған ауданға тең. Демек, тұтас цикл ішіндегі жұмыс сан жағынан қисықпен қоршалған ауданға тең болады да, тура бағыттағы циклде (яғни сағат тілі бағытында орындалатын циклде) оң, ал оған кері бағытта теріс болады.

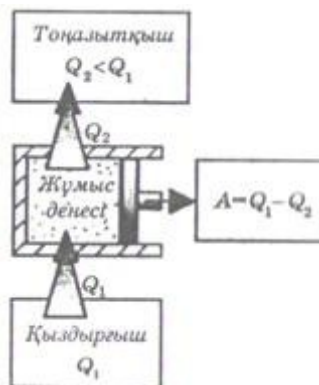
Циклді орындағаннан кейін жүйе алғашқы күйіне қайта келеді. Сондықтан күйдің кез келген функциясының, атап айтқанда, ішкі энергияның мәндері циклдің басында және соңында бірдей болады.

## 9.2 Жылу машиналары және олардың ПӘК-і. Карно циклі. Карно теоремасы

Жылу машиналары деп жүйенің ішкі энергиясының бір бөлігін механикалық энергияға айналдыратын және соның есебінен жұмыс істейтін құрылғыларды айтады.

Барлық жылу машиналарында отынның энергиясы, алдымен жоғарғы температураға дейін қыздырылған газдың немесе будың ішкі энергиясына өтеді. Ұлғаю барысында газ сыртқы күштерге қарсы жұмыс атқарады және салқындайды, яғни оның ішкі энергиясы азаяды. Бұл газдың ішкі энергиясының бір бөлігінің механикалық жұмысқа айналғанын білдіреді. Газдың ішкі

энергиясының механикалық энергияға айналмай қалған бөлігі, салқындатқыш рөлін атқаратын *тоңазытқыш* деп аталатын сыртқы ортаға беріледі. Сонымен, барлық жылу машиналарының құрылымы үш негізгі бөліктен тұрады: отынның энергиясы бөлініп шығатын *қыздырғыш*; бу немесе газ болып табылатын *жұмыс денесі*; пайдаланылмай қалған жылу мөлшерін алатын *суытқыш*. (9.3 суретті қара) жылу машиналары жұмысы жүрісінің сызбанұсқасы келтірілген.



9.3 Сурет

Жұмыс денесі қыздырғыштан  $Q_1$  жылуды алып, салқындатқышқа  $Q_2$  жылуды береді және осы жылу мөлшерлерінің айырмасы  $A = Q_1 - Q_2$  пайдалы жұмысты береді. Жылу қозғалтқышының тиімділігі оның пайдалы әсер коэффициентімен сипатталады

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < 1 \quad (9.1)$$

(9.1) өрнегі жылу машиналарының ПӘК-і әрқашан бірден кіші болатынын көрсетеді. Бұл қорытынды термодинамиканың бірінші бастамасының салдары болып табылмайды, ол негізгі заңдардың тағы бір түрі – термодинамиканың екінші заңының мазмұнын сипаттап береді. Бұл заңның басқа тұжырымдамалары:

- тек қана жұмыс өндіретін немесе бір жылулық резервуармен энергия алмасуын жасайтын циклдік процесс болуы мүмкін емес (У.Томсон);

- екінші текті мәңгі қозғалтқыш болуы мүмкін емес (В.Оствальд);

- салқын денеден ыстық денеге жылу берілуі мүмкін болатын циклдік процесс болуы мүмкін емес (Р.Клаузиус).

Екінші бастаманың эмпирикалық тұжырымдамалары математикалық түрде тұжырымдалмайды. Олар бір-біріне эквивалентті.

Карно циклі барлық дөңгелек процестердің ішінде ерекше орын алады. Ол бір қыздырғыш ( $T_1$ ) пен бір салқындатқыш ( $T_2$ ) арқылы қайтымды түрде

орындалатын бірден-бір цикл. Карно циклі екі изотерма және екі адиабатадан тұрады. Жұмыс денесін идеал газ деп алсақ, қайтымды Карно циклі үшін ПӘК-і

$$\eta_0 = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

$$\eta_0 = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (9.2)$$

Карно теоремасы:

- қайтымды Карно циклінің ПӘК-і жұмыстық дененің табиғатына және осы циклді жасайтын жүйенің құрылғысына тәуелсіз, ол тек қыздырғыш  $T_1$  пен салқындатқыштың  $T_2$  температуралары арқылы анықталады;

- қайтымсыз машиналардың ПӘК-і (қайтымсыз цикл бойынша жұмыс істейтін) қайтымды машиналардың ПӘК-не қарағанда кіші, яғни  $\eta < \eta_0$ . Олай болса,

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (9.3)$$

Макрожүйелерде нақты қайтымды процестер болуы мүмкін емес, сондықтан (9.2) өрнегі асимптотикалық сипатқа ие, яғни дәл мәнін көрсету мүмкін емес.

Карно теоремасы (9.3) термодинамиканың екінші заңының математикалық өрнегін береді, ол бір қыздырғышы мен бір салқындатқышы бар тұйық процестер үшін ғана қолданылады. (9.3)-гі теңдік белгісі қайтымды процестер үшін, теңсіздік белгісі – қайтымсыз процестер үшін қойылады.

Кез келген цикл жағдайында Карно теоремасының жалпылама түрі Клаузиус теңсіздігін береді (Клаузиус теоремасы)

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0. \quad (9.4)$$

### 9.3 Энтропия және оның қасиеттері

Термодинамиканың екінші заңының барлық қаралған тұжырымдамалары процестің мүмкіндіктерін талдау үшін энергия мөлшерінің сақталуының жеткіліксіз екенін көрсетеді. Энергия сандық түрде ғана емес, сапалық түрде де сапалталуы қажет. Энергияның сапасын анықтайтын және термодинамиканың екінші заңындағы шектеулерді сандық түрде сипаттайтын шама  $S$  энтропия болып табылады.



Термодинамиканың екінші заңының жалпылама тұжырымдамасы энтропия ұғымымен байланысты. Егер жүйе оқшауланған болса, яғни қоршаған ортамен жылу алмаспайтын болса ондай жүйенің энтропиясы:

$$\Delta S \geq 0, S_2 \geq S_1. \quad (9.5)$$

Барлық нақты процестердің барлығы қайтымсыз болғандықтан оқшауланған жүйеде энтропия әрдайым артады. Энтропияның артуы жүйенің ықтималдылығы аз күйден ықтималдылығы көп күйге, яғни тепе-теңдік күйге ауысуын көрсетеді.

Бірақ флуктуациялар да болуы мүмкін. Оқшауланған жүйедегі энтропияның арту заңы статистикалық сипатқа ие.

(9.5) – да математикалық түрде өрнектелген термодинамиканың екінші заңы оған дейін қарастырылған тұжырымдамалармен астасады.

Жылу машиналарының жұмысын талдасақ, жүйеге  $dQ$  жылу түрінде берілген барлық энергияны  $dA$  жұмысқа айналдыру үшін оның қандай да бір бөлігі

жеткілікті  $dA = \eta dQ = (1 - \frac{T_2}{T_1})dQ = dQ - T_2 \frac{dQ}{T_1} = dQ - T_2 dS$ , және неғұрлым аз болса, соғұрлым энтропия көп болады. Бұл жағдай энтропияны жұмыс істеу қабілетінің өлшемі деп сипаттауға мүмкіндік береді. Жүйенің энтропиясының артуы табиғи процестердің ерекше белгісі болып табылады және энергия сапасының төмендеуіне алып келеді.

Кез келген қайтымды цикл үшін Клаузиус теоремасын (9.4) жазайық

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \quad (9.6)$$

(9.6) интегралдың нөлге тең болуы  $\frac{dQ}{T}$  шамасы қандай да бір  $S$  күй функциясының толық дифференциалын береді. Сондықтан

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \text{және} \quad S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \quad (9.7)$$

(9.7) формуласын термодинамикадағы энтропияның анықтамасы ретінде қарастыруға болады.

(9.7) анықтамадан туындайтын энтропияның кейбір қасиеттері:

- жүйенің энтропиясы - аддитивті шама  $S = \sum S_i$ . Мұның мәнісі: жүйе энтропиясы оның жеке бөліктерінің энтропияларының қосындысына тең;

- жылу алмасусыз жүретін қайтымды процесте ( $dQ = 0$ ) – адиабаталық процесте- энтропия тұрақты болады;

- процестің энтропиясы қандай да бір тұрақты шамаға дейінгі дәлдікпен анықталуы мүмкін.

Қайтымды процестегі энтропияның өзгерісі (9.1) және (9.2) қатынастары негізінде есептеледі

$$TdS = dU + dA. \quad (9.8)$$

Жылулық процестерді талдау үшін координат осьтері ретінде  $T$  және  $S$  күй функциялары алынатын  $TS$  – диаграммасы қолданылады.

### **8.5 Термодинамиканың бірінші және екінші бастамасы. Термодинамиканың екінші бастамасының статистикалық түсіндірілуі. Энтропия мен күй ықтималдылығының байланысы**

Қандай да бір дененің толық энергиясынан тұтастай қозғалысының кинетикалық энергиясы мен сыртқы күш өрісіндегі потенциалдық энергиясын шығарып тастағанда қалған энергия оның ішкі энергиясы деп аталады.

Демек, ішкі энергия түсінігіне молекулалардың хаосты қозғалысының кинетикалық энергиясы, молекулалардың өзара әсерлесуінің потенциалдық энергиясы және ішкі молекулалық энергия кіреді екен. Ішкі энергия негізінен екі түрлі процестің: дененің  $A$  жұмыс істеуі мен денеге берілген  $Q$  жылу мөлшерінің есебінен өзгере алады. Жұмыс істеу жүйеге әсер етуші сыртқы денелердің орын ауыстыруымен қоса жүреді.

Денеге жылу беру сыртқы денелердің орын ауыстыруына тәуелді емес. Бұл жағдайдағы ішкі энергияның өзгерісі ыстығырақ дененің жеке молекулаларының салқынырақ дененің молекулаларына қарсы істеген жұмысының әсерінен болады. Бір денеден екінші денеге энергияның берілуіне әкелетін микроскопиялық процестердің жиынтығы *жылу берілуі* деп аталады.

Жүйе мен қоршаған ортаның арасындағы энергия алмасуының екі тәсілі бар деп тұжырымдалатын термодинамикадағы энергияның сақталу заңы физиканың негізгі заңдарының бірі болып табылады:

*Жүйеге берілген жылу мөлшері және жүйеде атқарылған жұмыс жүйенің ішкі энергиясын өзгертуге жұмсалады*

$$dU = dQ + dA', \text{ немесе } dQ = dU + dA, \quad (9.9)$$

мұндағы  $A'$  – жүйеде атқарылған жұмыс;

$A$  – сыртқы күштердің атқарған жұмысы.

Ішкі энергия жүйенің күй функциясы болып табылады. Оның өзгерісі тек бастапқы және соңғы күйлеріне байланысты және бір күйден екінші күйге өту тәсіліне тәуелсіз.

Жылу мен жұмыс күйлерге ғана тәуелді болып қалмайды, сондай-ақ процестің түріне байланысты болады; олар процестің функциялары болып табылады.

Термодинамиканың екінші заңы табиғаттағы өтетін процестердің бағытын анықтайды. Екінші бастама бірінші бастама сияқты бірнеше тәсілдермен тұжырымдалуы мүмкін. Ең айқынырақ түрде тұжырымдап айтқанда екінші бастама: жалғыз-ақ нәтижесі жылудың салқын денеден ыстық денеге ауысуы болып келетін процестерді жүзеге асыру мүмкін емес.

Больцманның тағайындауы бойынша, энтропияның қарапайым статистикалық түсініктемесі бар. Егер бір емес, бірқатар күйдің ықтималдылығы бірдей және ең үлкен болса, онда тұйықталған жүйе мұндай күйлердің біреуінен басқаларына көше алады. Сөйтіп, тұйықталған жүйенің энтропиясы мен ықтималдылығының қасиеттері бірдей: олар не арта алады, не өзгеріссіз қала береді.

Келтірілген пайымдаулардан жүйенің энтропиясы мен ықтималдылығының арасында нақтылы байланыс болуға тиіс деген қорытынды шығады. Больцман бұл қатыстың түрі мынандай екенін көрсетті:

$$S = k \ln W, \quad (9.10)$$

мұндағы  $k$ - Больцман тұрақтысы, ал  $W$ - жүйе күйінің термодинамикалық ықтималдылығы, ол шаманы сол күйді жүзеге асыруға болатын түрліше тәсілдердің саны деп түсінуге тиіспіз.

## **10 дәріс. Теңгерілмеген термодинамикалық жүйелердегі тасымалдану құбылыстары**

Дәрістің мақсаттары:

- тасымал құбылыстарымен танысу ;

- тасымал құбылыстарының ортақ заңдылықтарын, механизмдерін және жеке сипаттамаларын түсіндіру.

### **10.1 Тасымалдану құбылыстарының жалпы сипаттамалары**

Қалыпты жағдайда газдың қысымы мен температурасы қарастырып отырған көлемнің барлық жерінде бірдей болады. Осыған сәйкес қалыпты жағдайда осы көлемде газ молекулалары бірыңғай орналасады, яғни молекулалар саны қарастырылып отырған көлемнің барлық жерінде бірдей болады. Бірақ мұндай орналасу кейбір сыртқы себептерден өзгеріске ұшырайды.

Дәлірек айтқанда молекулалардың жылулық қозғалысының және сол қозғалыс кезінде молекулаларды бір жерден екінші жерге көшіріп отырудың салдарынан, олар бастапқы күйіне қайта оралуы мүмкін. Осындай қозғалыстың салдарынан молекулалар бір-бірімен соқтығысып, өздерінің жылдамдықтарының бағыты мен шамасын өзгертеді. Сөйтіп молекулалар үздіксіз бір-бірімен араласып және соның салдарынан газ күйін сипаттайтын параметрлер өзара теңесіп отырады. Мұндай процестерді *тасымал құбылыстары* деп атайды және бұл құбылыстың нәтижесінде энергияның, массаның, импульстің кеңістіктік тасымалдануы жүреді.

Тасымалдану құбылыстарына: *диффузия, жылу өткізгіштік және ішкі үйкеліс құбылыстары* жатады.

Берілген көлемде екі түрлі газ немесе молекуланың саны әртүрлі біртекті газ болсын. Олар молекулалардың жылулық қозғалысының әсерінен бір-бірімен араласып, нәтижесінде екі газдағы молекулалар саны теңеседі. Яғни, газ молекулалары ретсіз қозғалып отырады, осыдан барып тиісіп тұрған әр текті екі газ бір-бірімен араласады, яғни диффузияланады. Сөйтіп температура алмасуының әсерінен жылу *өткізгіштік құбылысы* пайда болады. Ең соңында газдық қабаттар әртүрлі жылдамдықпен қозғалғанда олардың арасында үйкеліс күші пайда болады. Бұл үйкеліс күші газ қабаттарына жанама бағытпен әсер етеді. Сондықтан бұл құбылыс газ қабаттарының ішкі жылдамдықтарының теңесуі болғандықтан, *ішкі үйкеліс* құбылысы деп аталады.

## 10.2 Тасымалдану құбылыстарының феноменологиялық теңдеулері

Тасымал құбылыстары жүйені тепе-теңдікке әкелетін процестермен ғана емес, шексіз уақытта жүйені тепе-теңдікте ұстап тұратын сыртқы әсерлерге де байланысты. Мұндай жағдайда олар стационар болып табылады (яғни уақытқа тәуелсіз).

Тасымал процестерінің интенсивтілігі сәйкес шаманың ағынымен сипатталады.

Қандай-да бір шаманың ағыны деп бірлік уақыт ішінде қандай-да бір бет арқылы өтетін осы шаманың мөлшерін айтады (мысалы, масса ағыны  $M = \frac{dQ}{dt}$ , импульс ағыны  $K = \frac{dP}{dt}$  және т.б.).

Ағын – скаляр алгебралық шама, оның таңбасы ағын оң болып саналатын бағытты таңдау арқылы анықталады.

*Диффузия деп жылулық қозғалыс салдарынан* ортаның тығыздығы жоғары жерінен тығыздығы төмен жерге қарай заттың тасымалдану процесін айтады.

Қандай да бір ортада  $x$  осі бойынша қандай да бір құраушының концентрациясы біркелкі таралмайтын ортаны қарастырайық.  $M_i$  концентрацияның өзгеру

шапшандығы  $\frac{dn_i}{dx}$  ( $\frac{dn_i}{dx}$  – берілген құраушының концентрациясының градиентінің  $x$  осіне проекциясы) туындысымен сипатталады. Температура, қорытқы концентрация  $n$  (тепе-теңдік) және қысым барлық жерде бірдей.

Мұндай кезде молекулалардың  $\frac{dN_i}{dt}$  ағыны, сондай-ақ концентрацияның азаю бағытында берілген құраушының масса ағыны  $M_i = \frac{d(N_i m_i)}{dt}$  пайда болады.  $x$  осіне перпендикуляр  $S$  бет арқылы өтетін масса ағыны эксперименттік түрде

$$M_i = -D \frac{d\rho_i}{dx} S, \quad (10.1)$$

мұндағы  $\rho_i = n_i m_i$  –  $x$  құраушының парциал тығыздығы ;

$m_i$  – берілген құраушының молекуласының массасы;

$D$  – диффузия деп аталынатын пропорционалдық коэффициент.

(10.1) теңдеуі Фик заңы деп аталады. Минус таңбасы ағынның орталық берілген құраушысының тығыздығы (концентрациясы) азаю жағына бағытталғанына байланысты қойылады.

Егер жүйеде температура біркелкі таралмаса  $\left(\frac{dT}{dx} \neq 0\right)$ , онда температураның азаю жағына қарай  $q$  жылу ағыны пайда болады  $q = -\lambda \frac{dT}{dx} S$ , (10.2)

мұндағы  $\lambda$  – пропорционалдық коэффициент, ол ортаның қасиеттеріне тәуелді және жылуөткізгіштік деп аталады.

(10.3) қатынасы Фурье заңы деп аталады және орта бөлшектерінің хаосты қозғалысынан болатын жылу алмасу процесі – жылуөткізгіштікпен сипатталады.

Егер газ тәрізді ортада көршілес қабаттардың жылдамдықтары бірдей болмаса, онда қабаттан қабатқа (қабат қозғалыстарының бағытына көлденең) молекулалардың импульсі тасымалданады.  $x$  осіне перпендикуляр бет арқылы өтетін  $K$  импульс ағыны

$$\frac{dp}{dt} = K = -\eta \frac{du}{dx} S \quad (10.3)$$

(10.3) теңдеуі Ньютон заңы деп аталып, импульс тасымалы тұтқырлықты немесе ішкі ағынды сипаттайды. Пропорционалдық коэффициент болып табылатын  $\eta$  шамасын ортаның динамикалық тұтқырлығы деп аталады.

Сонымен, диффузияда ортада қабаттан қабатқа масса, жылу өткізгіштікте – энергия, тұтқырлықта – импульс беріледі. Фик, Фурье және Ньютон заңдары эмпирикалық болып табылады. Олардың теориялық негіздемесін молекулалық физика түсіндіреді.

### 10.3 Соқтығысулардың орташа саны және еркін жолының орташа ұзындығы

Жылулық қозғалыстағы газ молекулалары бір – бірімен үздіксіз қозғалыста болады. Бірінен соң бірі болатын екі соқтығысу арасындағы уақытта молекула  $l$  еркін жүру жолының ұзындығы деп аталатын қайсыбір жол жүреді. Еркін жүру жолы кездейсоқ шама. Соқтығысу кезінде екі молекуланың центрлерінің арасындағы ең минимал қашықтық молекуланың *эффeктивтік диаметрі* деп аталады. Эффeктивтік диаметр молекулалардың жылдамдықтары артқан кезде, яғни температура артқан кезде, шамалап азаяды.  $\sigma = \pi d^2$  шамасы молекуланың эффeктивтік қимасы деп аталады.

1 с ішінде молекула орташа есеппен орташа жылдамдық  $\langle v \rangle$ -ге тең жол жүреді. Егер бір секунд ішінде ол  $z$  рет соқтығысатын болса, онда молекулалардың еркін жүру жолының орташа ұзындығы

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} \quad (10.4)$$

Соқтығысулардың орташа саны  $z$ -і есептеп шығару үшін, қарастырылып отырған молекуладан басқа молекулалардың барлығы өз орнында қозғалыссыз қалады деп ұйғаралық. Қозғалыстағы молекула тыныштықта тұрған молекуламен соқтығысып, келесі соқтығысқанға дейін ол түзу сызықты қозғалыста болады. Бір секунд ішінде молекула  $\langle v \rangle$ -ға тең жол жүреді. Осы уақыттың ішінде тыныш тұрған молекулалармен соқтығысу санының, центрлері ұзындығы  $\langle v \rangle$ , радиусы  $d$  және көлемі  $\pi d^2 l$  болатын сынық цилиндрдің ішінде қалатын молекулалардың санына тең болатындығы сөзсіз. Осы көлемді бірлік көлемдегі молекулалар саны  $n$ -ге көбейтіп, қозғалыстағы молекуланың бір секунд ішінде қозғалмай тұрған молекулалармен соқтығысуларының орташа санын аламыз:  $\langle z \rangle = \pi d^2 \langle v \rangle n$ . Қажетті есептеулер көрсеткендей, молекулалардың салыстырмалы қозғалысының орташа жылдамдығы молекулалардың ыдыстың қабырғасына қатысты алынатын жылдамдығынан екі есе артық болады. Сондықтан соқтығысулардың бірлік уақыттағы орташа саны  $\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 \langle v \rangle n$  тең. Онда молекулалардың еркін жүру жолының орташа ұзындығы

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}. \quad (10.5)$$

Яғни,  $\langle l \rangle$  молекулалардың  $n$  концентрациясына кері пропорционал.

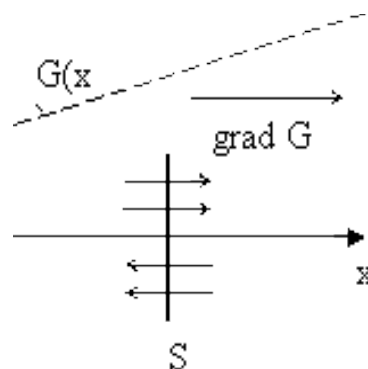
#### 10.4 Тасымалдану құбылыстарының газдар үшін молекула-кинетикалық теориясы: жылу өткізгіштік, ішкі үйкеліс, диффузия. Тасымалдану коэффициенттері

Тасымал құбылыстарын сандық түрде талдау үшін молекула қозғалысының кинематикалық сипаттамаларын игеру қажет:

- молекуланың эффективті диаметрі  $d$  және соқтығысудың эффективті қимасы  $\sigma = \pi d^2$ ;
- газдың бір молекуласының бірлік уақыт ішінде алатын орташа соқтығысу саны  $z = \sqrt{2} \pi d^2 \langle v \rangle n$ ;
- молекулалардың орташа еркін жүру жолы

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n}. \quad (10.6)$$

$G$  шамасы бір молекуланың молекулалық қасиетін (бұл энергия, импульс, концентрация, заряд және т.б. болуы мүмкін) сипаттайды делік.



10.1 Сурет

Ортада осы шаманың  $x$  осі бойымен градиенті бар деп есептейміз.  $x$  осіне перпендикуляр  $S$  бетті (10.1 суретті қара) бөліп алып, жылулық қозғалыс салдарынан осы бет арқылы өтетін  $G$  шамасының  $I_G$  қорытқы ағынын есептейік.  $S$  бетті тек соқтығысудың соңғы мезетінде беттен орташа еркін жүру жолынан аспайтын ара қашықтықта орналасқан молекулалар ғана қиып өтетінін ескеру

керек. Осылайша  $\lambda$  осі бойымен (немесе оған қарама-қарсы) бағытталған ағынды аламыз:

$$I_G = I_G^{(+)} + I_G^{(-)} = \frac{1}{6} \langle v \rangle n [G(x - \lambda) - G(x + \lambda)] S = -\frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle n \frac{dG}{dx} S. \quad (10.7)$$

(10.7) теңдеуі  $S$  бет арқылы өтетін  $G$  шамасының ағынын анықтайтын тасымал құбылыстарының негізгі теңдеуі болып табылады. (10.7) теңдеуінен Фик, Фурье және Ньютон заңдарын шығарып аламыз.

Молекулалар қандай да бір көлемде біркелкі таралған делік, олардың барлығы бір-бірінен өздерінің механикалық параметрлері бойынша ерекшеленеді. Молекулалардың қандай да бір сортының концентрациясы  $n_i(x)$ . (10.7) теңдеудегі  $G$  шамасы бір молекулаға қатысты сипаттама екенін ескереміз

$$G = \frac{n_i m_i}{n_0}, \quad (10.8)$$

мұндағы  $n_0$  – молекулалардың тепе-теңдік концентрациясы.

$$I_G = M_i = -\frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle \frac{d\rho_i}{dx} S = -D \frac{d\rho_i}{dx} S, \quad (10.9)$$

$$\text{мұндағы } D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (10.10)$$

Біз  $D$  диффузия шамасы үшін өрнекті алдық.

Жылуөткізгіштік жағдайында  $G$  молекулалардың жылулық қозғалысының орташа энергиясы

$$G = \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{k N_A}{N_A} \cdot T = \frac{i}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{i}{2} \frac{C}{N_A} T. \quad (10.11)$$

Тасымал теңдеуі мынадай түрге ие болады

$$I_G = q = -\frac{1}{3} n \langle v \rangle \langle l \rangle \frac{C_V}{N_A} \frac{dT}{dx} S = -\frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle c_V \frac{dT}{dx} S = -\lambda \frac{dT}{dx} S, \quad (10.12)$$

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle c_V, \quad (10.13)$$

мұндағы  $\lambda$  – жылуөткізгіштік;  $\rho$  – тығыздық;



$c_V$  ортаның изохоралық меншікті жылу сыйымдылығы.

Тұтқырлық жағдайында  $G = m_i u(x)$ . Сондай-ақ,

$$I_G = K = -\frac{1}{3} n \langle v \rangle \langle l \rangle m_i \frac{du}{dx} S = -\eta \frac{du}{dx} S, \quad (10.14)$$

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (10.15)$$

(10.10), (10.131) және (10.13) теңдеулерінен,  $\lambda = \eta c_V = D \rho c_V$ ,  $\eta = D \rho$  екені шығады.

Тасымал теңдеулеріндегі коэффициенттерінің арасындағы байланыс тасымал құбылыстарының физикалық табиғатының ұқсастығына байланысты және олардың барлығы (10.7) түріндегі бірдей теңдеулермен сипатталады.

## 11 дәріс. Вакуумдегі электрстатикалық өріс

Дәрістің мақсаттары:

- электрстатикалық өрістерді оқып үйрену;
- электрстатикалық өрістерді есептеуге негізгі теоремаларды қолдану.

### 11.1 Классикалық электрдинамиканың пәні. Электрстатиканың негізгі есебі

Электрдинамиканың негізі электр заряды мен электр өрісі болып табылады. Яғни кез келген зарядталған дененің айналасында электр өрісі болады. Зарядталған денелер немесе бөлшектер бір-бірімен осы өріс арқылы әсерлеседі. *Электр заряды* денелердің электрлік әсерлесуін сипаттайды. Электр зарядтарының қасиеттері:

- электр зарядтары оң және теріс болады, аттас зарядтар бір-бірінен тебіледі, ал әр аттас зарядтар бір-біріне тартылады;
- электр заряды релятивтік - инвариантты: ол қозғалыс кезінде мәнін өзгертпейді, яғни оның шамасы санақ жүйесіне тәуелсіз;
- электр заряды аддитивті, яғни кез-келген жүйенің заряды жүйені құрайтын бөлшектердің зарядтарының алгебралық қосындысына тең;

- электр заряды дискретті, яғни кез келген бөлшек  $e$  элементар зарядтан тұрады, яғни :  $q = eN$ .

Элементар заряды бар бөлшектер электрон (теріс) және протон (оң),

Элементар заряд  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

*Электр зарядының сақталу заңы* - тұйықталған жүйенің электр заряды осы жүйеде өтетін кез келген процесс кезінде өзгермейді.

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \text{const}$$

*Нүктелік заряд* деген өлшемі мен пішінін ескермеуге болатын электр заряды бар дене.

*Электр зарядының сызықтық тығыздығы*

$$\tau = \frac{dq}{dl}, \quad (11.1)$$

мұндағы  $dq$  - ұзындығы  $dl$  зарядталған сызықтық элементтің заряды.

*Электр зарядының беттік тығыздығы*

$$\sigma = \frac{dq}{dS}, \quad (11.2)$$

мұндағы  $dq$  - зарядталған беттің  $dS$  элементар бөлігінің заряды.

*Электр зарядының көлемдік тығыздығы*

$$\rho = \frac{dq}{dV}, \quad (11.3)$$

мұндағы  $dq$  - зарядталған дененің  $dV$  элементар көлемінің тығыздығы

Зарядтардың өзара әсерлесуі *Кулон заңымен* сипатталады. Ол екі нүктелік зарядталған дененің вакуумдегі өзара әсерлесу күшінің осы денелердің  $Q_1$  және  $Q_2$  зарядтарына және олардың  $r$  ара қашықтығына тәуелділігін тағайындайды. Халықаралық бірліктер жүйесінде заң былай жазылады:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (11.4)$$

мұндағы  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Кл<sup>2</sup>/Н\*м<sup>2</sup> - электр тұрақтысы.

Зарядталған бөлшектер мен денелер бір-бірімен өріс арқылы әсерлеседі. Қозғалмайтын электр зарядтарының тудыратын өрісі уақыт бойынша өзгермейді және *электрстатикалық өріс* деп аталады. Зарядталған бөлшектерге электрстатикалық өріс тарапынан әсер ететін күш электрстатикалық күш деп аталады. Электрстатикада қолданылатын модель өлшемі басқа зарядталған

денеге дейінгі қашықтықпен салыстырғанда ескермеуге болатын зарядталған дене - *нүктелік заряд*.

Электрстатикалық өрістің күштік сипаттамасы *өрістің кернеулігі* болып табылады, ол бірлік оң зарядқа әсер ететін күшпен анықталады:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}, \quad (11.5)$$

мұндағы  $\vec{F}$  - өрістің берілген нүктесіне орналасқан оң  $Q$  зарядқа әсер ететін күш. Кернеулік векторының бағытына өрістің берілген нүктесінде орналасқан бірлік оң зарядқа әсер ететін кулондық күштің бағыты алынады.

Егер кернеулік векторы  $\vec{E}$  өрістің барлық нүктелерінде бірдей болса, өріс біртекті өріс деп аталады.

Электрстатикалық өрісті кескіндеу үшін күш сызықтары қолданылады. Күш сызықтары немесе кернеулік сызықтары деп әр нүктесінде жүргізілген жанама сол нүктедегі өріс кернеулігі векторымен бағыттас болатын сызықтарды айтады. Кернеулік сызықтары оң зарядтардан басталып, теріс зарядтарда аяқталады, олар еш жерде қиылыспайды, себебі әрбір нүктедегі кернеуліктің тек бір мәні және белгілі бағыты бар болады.

Кулондық күштерге механикадағы күш әсерлерінің тәуелсіздік принципі қолданылады. Сонымен, өрістің кез келген нүктесіндегі  $q_0$  сыншы зарядқа әсер етуші қорытқы күш оған түсірілген жүйедегі әр бір  $q_i$  зарядтардың әсер күштерінің векторлық қосындысына тең

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (11.6)$$

Берілген зарядтар жүйесіндегі қорытқы  $\vec{E}$  өріс кернеулігі үшін осы өрнекті ескеріп, былай жазуға болады:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (11.7)$$

Зарядтар жүйесінің өріс кернеулігі жүйені құрайтын зарядтардың кернеуліктерінің қосындысына тең болады. Бұл *суперпозиция принципі* деп аталады.

Электрстатиканың негізгі есебі - өрістің негізгі сипаттамалары:  $\vec{E}$  өріс кернеулігін және  $\phi$  потенциалын берілген шамалар бойынша табу және кеңістікте зарядтардың таралуын анықтау. Бұл есепті екі жолмен шешуге болады. Олар: суперпозиция принципі және Гаусс теоремасы.

## 11.2 Кернеулік $\vec{E}$ векторының ағыны. Гаусс теоремасы және оны электрстатикалық өріс кернеуліктерін есептеу үшін қолдану

Электр өрісінің  $S$  бет арқылы өтетін кернеулік векторының ағыны

$$\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E dS \cos \alpha = \int_S E_n dS, \quad (11.8)$$

мұндағы  $E_n$  – кернеулік  $\vec{E}$  векторының  $dS$  элементар бетке түсірілген  $\vec{n}$  нормаль бағытындағы проекциясы. Бұл шама өрістің конфигурациясына ғана емес,  $S$  бетке түсірілген  $\vec{n}$  нормаль бағытын таңдауына да байланысты. Тұйықталған бет үшін нормальдың оң бағыты ретінде осы бетпен қамтылған сыртқы аймаққа қарай бағыт алынған. Тұйықталған бет арқылы өтетін кернеулік  $\vec{E}$  векторының ағыны осы бет ішіндегі зарядтардың алгебралық қосындысына ғана тәуелді:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i. \quad (11.9)$$

Бұл формула вакуумдегі электрстатикалық өріс үшін Гаусс теоремасын өрнектейді. **Гаусс теоремасы** былай тұжырымдалады: *тұйықталған бет арқылы өтетін  $\vec{E}$  векторының ағыны осы бетпен қамтылған көлем ішіндегі зарядтардың алгебралық қосындысын  $\epsilon_0$  электр тұрақтысына бөлгенге тең.*

Симметриялы зарядтар жүйесінің электрстатикалық өрісін есептеуде Остроградский-Гаусс теоремасын қолдану ыңғайлы. Ол үшін өріс сипатын анықтап, берілген нүкте арқылы өтетін тұйықталған гаусстық бетті таңдау қажет. Остроградский-Гаусс теоремасын біркелкі зарядталған шексіз сымның, екі параллель шексіз жазықтықтың, зарядталған сфералық және цилиндрлік беттердің электрстатикалық өрістерін есептеуге қолдануға болады.

Мысал ретінде  $\rho$  көлемдік зарядпен біркелкі зарядталған, радиусы  $R$  дөңгелек цилиндрдің өрісін есептейміз. Гаусстық бет ретінде радиусы  $r$  және биіктігі  $h \ll l$  болатын, осі берілген цилиндрдің осімен сәйкес келетін дөңгелек цилиндрдің бетін алу ыңғайлы.

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = E \cdot 2\pi r h. \quad (11.10)$$

Өрістің  $r \leq R$  аймағы үшін  $q = \rho \pi r^2 h$  екенін ескеріп алатынымыз

$$E_r = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}, \quad \varphi = -\frac{\rho r^2}{4\epsilon_0}. \quad (11.11)$$

Ал  $r = R$  жағдай үшін

$$E_r(R) = \frac{\rho R}{2\epsilon_0}, \quad \varphi = -\frac{\rho R^2}{4\epsilon_0}. \quad (11.12)$$

Өрістің  $r \geq R$  аймағында

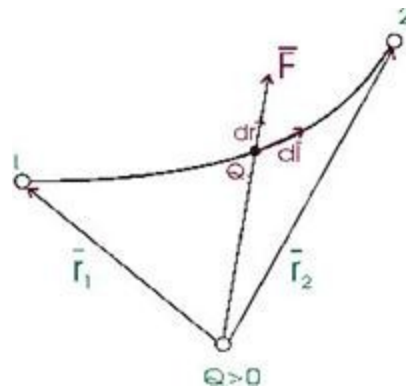
$$q = \rho \pi R^2 h$$

және

$$E_r = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}. \quad (11.13)$$

### 11.3 Электрстатикалық өріс жұмысы. Электрстатикалық өріс кернеулігі векторының циркуляциясы

Қозғалмайтын  $q$  зарядтың электрстатикалық өрісінде  $q_0$  нүктелік сыншы заряд 1 нүктеден 2- нүктеге орын ауыстырғанда өріс тарапынан әсер ететін күш жұмысы



11.1 Сурет

#### Электрстатикалық өріс жұмысы

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = \int_1^2 F dl \cos \alpha, \quad (11.1)$$

мұндағы  $\alpha$  – күш  $\vec{F}$  векторымен  $d\vec{l}$  орын ауыстыру арасындағы бұрыш.

Кулон заңы мен  $dl \cos \alpha = dr$  қатынасын пайдаланып, келесі өрнекті

аламыз:

$$A_{12} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right). \quad (11.15)$$

Осы өрнегінен шығатыны, жұмыс орын ауыстыру траекториясына тәуелсіз, тек  $q_0$  зарядының бастапқы 1 және соңғы 2 орындарымен ғана анықталады.

Сондықтан, электрстатикалық өріс - потенциалды өріс, яғни кулон күштерінің зарядты өрістің бір нүктесінен екінші нүктесіне ауыстыру үшін атқаратын жұмысы траектория пішініне тәуелді емес, ол тек нүктенің бастапқы және соңғы орнына ғана байланысты.

Электрстатикалық күш жұмысы:

$$A = qEd, \quad A = -W_p, \quad (11.16)$$

мұндағы  $\Delta W_p$  - электрстатикалық өрістегі зарядтың потенциалдық энергиясының өзгерісі.

Тұйық жүйеде зарядтың орын ауыстыруына байланысты кулон күші жұмыс атқармайды, яғни  $A = 0$ .

Егер сыншы заряд ретінде бірлік оң заряд алатын болсақ, оның орнын 1-орыннан 2-орынға ауыстыру үшін күштің жасайтын жұмысы мынаған тең:

$$A = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} \quad (11.17)$$

Егер электр өрісінің жұмыс тұйықталған траекториямен жасалатын болса, онда жұмыс нөлге тең болады

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0, \quad (11.18)$$

$\oint_L \vec{E} d\vec{l}$  - кернеулік  $\vec{E}$  векторының циркуляциясы деп аталады. Сонымен, кез келген тұйық контур бойындағы электрстатикалық өрістің кернеулігі векторының  $\vec{E}$  циркуляциясы нөлге тең. Бұл электрстатикалық өріс кернеулік сызықтары тұйықталған болуы мүмкін емес екендігін көрсетеді.

Екінші жағынан Гаусс теоремасы электрстатикалық өріс көзі - электр зарядтары екендігін білдіреді.

## 11.4 Потенциал. Потенциалдың электрстатикалық өріс кернеулігімен байланысы

Электрстатикалық өрістің потенциалы  $\varphi$  - скаляр шама, өрістің берілген нүктесіндегі бірлік оң нүктелік зарядтың потенциалдық энергиясына тең және өрістің энергетикалық сипаттамасы болып табылады:

$$\varphi = \frac{W_p}{q} \quad (11.19)$$

Өріс күшінің потенциалы  $\varphi_1$  (1-нүктен) потенциалы  $\varphi_2$  (2-нүктеге)  $q_0$  зарядтың орнын ауыстыруға жасайтын жұмысы

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (11.20)$$

өрнегімен анықталады.

Нүктелік  $q$  зарядтың электрстатикалық өрісінің одан  $r$  қашықтықтағы нүктедегі потенциалы:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \quad (11.21)$$

Радиусы  $R$ , заряды бетінде бірқалыпты таралған шардың электрстатикалық өрісінің потенциалы шардан тыс нүктелерде шардың центріне орналастырылған нүктелік  $q$  зарядтың өріс потенциалымен бірдей болады. Шардың ішіндегі өріс потенциалы

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}, \quad (11.22)$$

бірақ шардың ішіндегі өріс кернеулігі нөлге тең.

Электрстатикалық өрісті күш сызықтарымен қатар графиктік түрде эквипотенциалдық беттер арқылы да кескіндейді. *Эквипотенциал бет* деп барлық нүктелеріндегі потенциалдың мәндері бірдей болып келетін бетті айтады. Эквипотенциалдық беттердің қасиеттері: а) эквипотенциалдық беттің кез келген нүктесінде кернеулік оған перпендикуляр болады және потенциалдың кему жағына бағытталады; б) электр заряды бір эквипотенциалды бет бойымен орын ауыстырғандағы істелінетін жұмыс нөлге тең болады.

Өрістің күштік сипаттамасы кернеулік және оның энергетикалық сипаттамасы – потенциалдың арасында электрстатикалық өрістің потенциалдылығына негізделген байланыс бар. Потенциалды күш өрісінде потенциалдық энергия мен күш арасындағы байланыс мына түрде берілген

$$F = -grad W_p = -\nabla W_p, \quad (11.23)$$

мұндағы  $\nabla$  – набла операторы, оның түрі:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \quad (11.24)$$

осыдан

$$E = -\nabla \varphi. \quad (11.25)$$

Мұндағы "минус" таңбасы  $\vec{E}$  векторының бағыты әрқашан да потенциалдың кемуіне қарай бағытталадығын көрсетеді.

## 11 дәріс. Электрстатикалық өрістегі диэлектриктер

Дәрістің мақсаты:

- диэлектрик ішіндегі электр өрісін оқып үйрену;
- заттардағы электр өрісі үшін Гаусс теоремасын қолдану;
- екі диэлектрик шекарасындағы орын алатын құбылыстар.

### 12.1 Полярлану. Диэлектрик түрлері

Электрлік қасиеттері бойынша денелер өткізгіштер және диэлектриктер болып бөлінеді.

*Диэлектриктер* деп электр тогын өткізбейтін заттарды айтады. Диэлектриктерге мысалы, ауа және шыны, эбонит, құрғақ ағаш және қағаз жатады.

Классикалық тұрғыдан қарағанда диэлектриктер өткізгіштерден электр өрісі әсерінен реттелген қозғалыс жасап, электр тогын тудыратын еркін зарядтардың болмауымен ерекшеленеді. Электр өрісіндегі диэлектрикте зарядтар бөлінбейді, яғни онда еркін зарядтар жоқ, атомдарындағы электрондар ядроларымен қатты байланысқан. Бұл байланысты бұзу үшін күшті сыртқы факторлар қажет.

*Электрлік диполь* – әр аттас екі нүктелік зарядтан тұратын электр жағынан нейтралды жүйе.

Диэлектриктердің молекулалары электр жағынан нейтралды, ол қорытқы заряды нөлге тең жүйе сияқты. Осыған қарамастан молекулалардың электрлік



қасиеті бар және ол молекулаларды электрлік диполь ретінде қарастыруға болады.

Мұндай дипольдің оң заряды оң зарядтардың «ауырлық центрінде» орналасқан ядроның қорытқы зарядына тең, ал теріс заряды теріс зарядтардың «ауырлық центрінде» орналасқан электрондардың қорытқы зарядына тең. Осындай дипольдің электрлік моменті  $\vec{p} = q\vec{l}$  ( $q$  – молекуладағы барлық атомдық ядролардағы оң зарядтардың қорытқысы,  $\vec{l}$  – электрондардың «ауырлық центрінен» атомдық ядролардағы оң зарядтардың «ауырлық центрін» қосатын вектор).

Диэлектриктерді сыртқы электр өрісіне енгізгенде сыртқы өріс әсерінен оларда нөлден өзгеше электр моменті пайда болады, яғни диэлектрик полярланады.

Сыртқы электр өрісі әсерінен дипольдердің өріс бағытына сәйкес ығысу құбылысын *диэлектриктердің полярлануы* деп атайды. Нәтижесінде диэлектриктің қандай да бір көлеміндегі электр моменті нөлден өзгеше болады, яғни заттың бетінде байланысқан зарядтар пайда болады. Осы зарядтар тудыратын электр өрісінің кернеулігі  $\vec{E}_i$  диэлектриктің ішінде сыртқы электр өрісінің кернеулігіне  $\vec{E}_0$  қарсы бағытталады. Сондықтан да диэлектрик ішіндегі электр өрісі әлсірейді. Диэлектриктің ішіндегі өрістің қорытқы кернеулігі:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i \quad (12.1)$$

Вакуумде электр өрісі кернеулігі  $\vec{E}_0$  модулінің біртекті диэлектриктегі өрістің  $\vec{E}$  модуліне қатынасына тең шаманы заттың *диэлектрлік өтімділігі* деп атайды:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E} \quad (12.2)$$

Бұл физикалық шаманың өлшем бірлігі жоқ, электр өрісінде диэлектриктердің полярлану шамасын сипаттап, өрістің диэлектриктерде қаншалықты әлсірейтіндігін көрсетеді.

Диэлектриктер үш топқа бөлінеді: *полярлы, полярлы емес және кристалды*.

*Полярлы* диэлектриктерде оң және теріс зарядтардың таралу нүктелері сәйкес келмейді және электр өрісіне енгізілген кезде бұл диэлектриктердің молекулалары кернеулік векторының  $\vec{E}_0$  бағытына қарай ығысады.

Полярлы емес диэлектриктерде оң және теріс зарядтардың таралу нүктелері сәйкес келеді және электр өрісіне енгізілген кезде бұл диэлектриктердің молекулалары деформацияланып, нәтижесінде дипольдар пайда болады және олар кернеулік векторының  $\vec{E}$  бағытына қарай ығысады.

Ионды диэлектриктер (NaCl, KCl) - әртүрлі таңбалы кезектескен иондардан құрылған кеңістікті торды құрайтын кристаллдар.

Диэлектриктердегі полярланудың сандық мөлшері  $\vec{P}$  полярлану векторымен сипатталады. Полярлану векторы диэлектриктің шексіз аз көлемінің электрлік дипольдік моментінің сол көлемге қатынасымен анықталады

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_i, \quad (12.3)$$

мұндағы  $\vec{p}_i$  – бір молекуланың дипольдік моменті.

Полярлану векторының модулы диэлектриктердің полярлану дәрежесін анықтайды, ал бағыты полярлану бағытымен сәйкес келеді.

Поляризациялау – полярлануды тудыратын, сыртқы электр өріс кернеулігімен анықталатын макраскопиялық сипаттама.

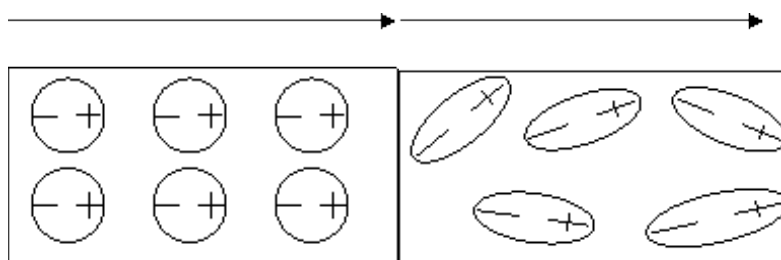
Изотропты диэлектриктерде полярланудың кез келген түрі сол нүктедегі өріс кернеулігімен мынадай қарапайым байланыста болады  $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$  (12.4)

мұндағы  $\chi$  – диэлектриктің диэлектрлік қабылдағыштығы деп аталатын өлшемсіз шама.

Полярлы емес диэлектриктің аз көлеміндегі барлық молекулалар электр өрісінде бірдей  $\vec{p}$  электрлік моменттерге ие болады (12.1, а суретті қара), сондықтан полярлану  $\vec{P} = n\vec{p}$  өрнегімен анықталады ( $n$  – молекулалардың концентрациясы).

а) б)

$\vec{E}$   $\vec{E}$



12.1 Сурет.

Мұндай диэлектриктердегі диэлектрлік қабылдағыштық температураға тәуелді емес.

Температура тек молекулалардың концентрациясына ғана жанама әсері болуы мүмкін.

Полярлы диэлектриктерде сыртқы өрістің ығысуына молекулалардың жылулық қозғалысы кедергі жасайды (12.1, б суретті қара). Нәтижесінде кейбір молекулалардың диполдік моменттері өріс бағытына ығысып, есептеулер мен тәжірибелерден (12.4) өрнегі шығады.

Полярлы диэлектриктерде диэлектрлік қабылдағыштық температураға кері пропорционал. Кристалды диэлектриктерде де полярлану –өріс кернеулігімен (12.4) қатынастағыдай байланыста.  $\vec{E}$  мен  $\vec{P}$  арасындағы сызықты тәуелділік күшті емес өрістерде орындалады. Кейбір диэлектриктерге (12.4) өрнегі қолданылмайды. Сегнетоэлектриктерде (сыртқы электр өрісінің әсерінсіз белгілі бір температура аралығында өздігінен поляризацияланатын кристалл диэлектриктер,  $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  - сегнет тұзы,  $\text{BaTiO}_3$  – барий титанаты)  $\vec{E}$  мен  $\vec{P}$  арасындағы байланыс сызықсыз және  $\vec{E}$ -нің бұрынғы мәндеріне де тәуелді (бұл құбылыс гистерезис деп аталады).

Диэлектрикті сыртқы өріске орналастырса, ол 12.1 суреттегідей оң зарядтар өріс бағытымен, теріс зарядтар өріс бағытына қарама-қарсы бағытта полярланады, нәтижесінде диэлектрик пластиналарының (оң жақ) бетінде беттік тығыздығы  $+\sigma'$ , ал (сол жақ) оған қарама-қарсы бетінде беттік тығыздығы  $-\sigma'$  болатын артық зарядтар пайда болады. Бұл зарядтар *байланысқан беттік зарядтар* деп аталады. Олар диэлектриктердің атомдары мен молекулаларынан бөлініп кетпейді.

Полярлану векторы мен  $\sigma'$  байланысқан зарядтардың беттік тығыздығы бір-бірімен қарапайым байланысқан

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n \quad (12.5)$$

(12.4) өрнегін ескеріп, мына формулаға келеміз:

$$\sigma' = P_n = \epsilon_0 \chi E_n, \quad (12.6)$$

мұндағы  $P_n$  – беттің берілген нүктесіндегі сыртқы нормальдағы полярлану проекциясы;  $E_n$  – өріс кернеулігінің сол нормальдағы проекциясы.

## 12.2 Диэлектриктердегі электрстатикалық өріс үшін Гаусс теоремасы. Электр ығысу векторы

Электрстатикалық өрістің көзі еркін зарядтармен қатар байланысқан зарядтар да болып табылады. Сондықтан  $\vec{E}$  өрісі үшін Гаусс теоремасын төмендегідей жазуға болады

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \left( \sum_i q_i + \sum_i q_i' \right), \quad (12.7)$$

мұндағы  $\left( \sum_i q_i + \sum_i q_i' \right)$  – ауданы  $S$  бетпен қамтылған көлемдегі еркін және байланысқан зарядтардың алгебралық қосындысы.

Өріс  $\vec{E}$  кернеулік векторын табуға (12.7) өрнегі тиімсіздеу, өйткені  $\vec{E}$  өріске тәуелді байланысқан зарядтардың таралуы алдын ала берілмеген.

Өрісті есептеу көп жағдайда қосымша шаманы енгізумен жеңілдетіледі. Ол шаманың көзі тек еркін зарядтар болып табылады және *электрлік ығысу немесе электр индукциясы* деп аталады:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (12.8)$$

Ығысу векторы  $\vec{D}$  екі түрлі физикалық шамалардың қосындысынан тұрады:  $\epsilon_0 \vec{E}$  және  $\vec{P}$ , сондықтан ол көмекші вектор, оның қандай да бір физикалық мағынасы жоқ, көп жағдайда диэлектриктердегі электр өрісін оқып үйренуге жеңілдік жасайды.

*Тұйықталған бет арқылы өтетін электр ығысу векторының ағыны  $\Phi_D$  осы бет ішіндегі еркін зарядтардың алгебралық қосындысына тең:*

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_i q_i. \quad (12.9)$$

Бұл электр ығысу  $\vec{D}$  векторы үшін *Гаусс теоремасы*. (12.4) өрнектегі  $\vec{P}$  мәнін (12.8) өрнегіне қойып алатынымыз

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

немесе

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}, \quad (12.10)$$

мұндағы  $\epsilon = 1 + \chi$  – диэлектриктің негізгі электрлік сипаттамасы болып табылатын заттың диэлектрлік өтімділігі.

Электрлік ығысудың өлшем бірлігі – Кл/м<sup>2</sup>.

### 12.3 Екі диэлектрик шекарасы бөлігіндегі шарттар

Біртекті изотропты екі диэлектрик шекарасында  $\vec{E}$  және  $\vec{D}$  векторлары электрстатиканың негізгі теоремаларымен анықталады:  $\vec{E}$  векторының (11.18) циркуляциясы туралы теорема және  $\vec{D}$  векторы үшін Гаусс (12.9) теоремасы

$$\int_L \vec{E} d\vec{l} = 0 \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_i q_i$$

$\vec{E}$  векторының (11.18) циркуляциясы туралы теорема бойынша

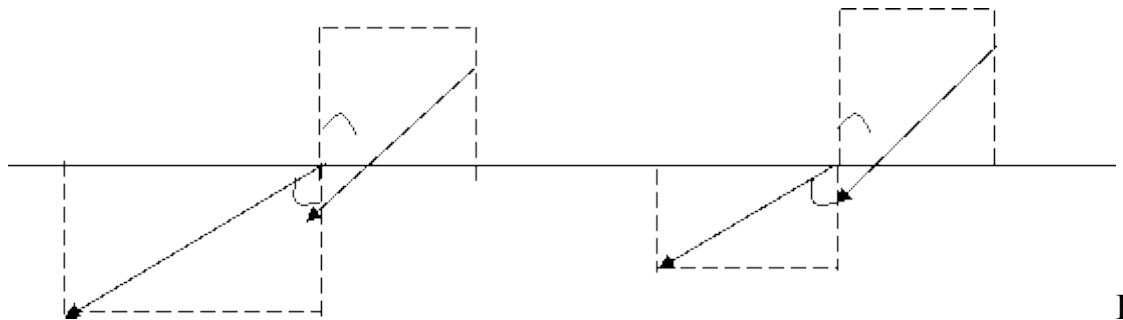
$$E_{1t} = E_{2t}, \quad \frac{D_{1n}}{D_{2n}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}, \quad (12.11)$$

$\vec{E}$  векторының тангенциал құраушысы шекаралық бетке жақын жерде екі жақта да өзгермейді, ал  $\vec{D}$  векторының тангенциал құраушысы шекаралықтан өткенде секірмелі болып өзгереді.

Гаусс теоремасынан келесі қатынастарды аламыз:

$$D_{1n} = D_{2n}, \quad \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}. \quad (12.12)$$

Бұл қатынастардан шығатыны:  $\vec{D}$  векторының нормал құраушысы шекаралықтан өткенде өзгермейді, ал  $\vec{E}$  векторының нормал құраушысы үзіліске ұшырайды.



Ек  
і біртекті изотропты диэлектрик шекарасындағы  $\vec{E}$  және  $\vec{D}$  векторларының құраушылары үшін алынған (12.11) және (12.12) қатынастары осы вектор сызықтары сынатынын білдіреді. Осының салдарынан беттің шекарасына түсірілген нормал мен  $\vec{E}$  сызықтарының арасындағы  $\alpha$  бұрышы өзгереді (11.2 суретті қара).

$$\vec{D}_1 \vec{E}_1$$

$$\alpha_1 \alpha_1$$

$$\epsilon_1$$

$\varepsilon_2$  $\alpha_2 \alpha_2$  $\vec{D}_2 \vec{E}_2$ 

12.2 Сурет.

$\vec{D}$  және  $\vec{E}$  векторларының екі диэлектрик шекарасындағы сынуы ( $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ )

Алынған шарттарды ескеріп, электрстатикалық өріс кернеулік вектор сызықтарының екі диэлектрик ортаның шекаралық бетіндегі сыну заңы

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (12.13)$$

формуласымен өрнектеледі.

### 13-дәріс. Электрстатикалық өрістегі өткізгіштер

Дәрістің мақсаты:

- өткізгіш ішіндегі электр өрісі;
- конденсаторлар туралы;
- өткізгіштердегі электр энергиясы туралы оқып үйрену.

#### 13.1 Зарядтардың өткізгіш бетінде таралуы. Өткізгіш ішіндегі электр өрісі

Өткізгіштер деп оларда электр зарядтарының реттелген қозғалысы бола алатын заттарды айтады. Өткізгіштердің электр зарядтарын өткізу қабілеті оларда зарядтың еркін тасымалдаушыларының болуымен түсіндіріледі. Өткізгіштердің мысалына металдар, тұздар мен қышқылдардың судағы ерітінділері, иондалған газдар және т.б. жатады.

Егер металл өткізгіш электр өрісіне орналастырылса, онда осы өрістің

әсерімен өткізгіш электрондар жылулық бейберекет қозғалыспен қатар тәртіптелген қозғалысқа түсіріледі және өріс кернеулігіне қарсы бағытта орын ауыстырады.

Сонда өткізгіштің сол жақ бетінде артық теріс заряд, ал қарама-қарсы оң

жақ бетінде артық оң заряд пайда болады. Өткізгіш беттерінде пайда болған зарядтар, оның ішінде  $\vec{E}_i$  кернеулігі сыртқы электр өрісінің  $\vec{E}_c$  кернеулігіне қарсы бағытталған электр өрісін тудырады. Өткізгіштегі қорытқы электр өрісінің кернеулігі  $\vec{E} = \vec{E}_c + \vec{E}_i$ ,  $|\vec{E}_c| = |\vec{E}_i|$  болған кезде өткізгіштерге электрондарға әсер ететін күш нөлге тең болады да, ондағы зарядтардың реттелген қозғалысы тоқталады  $\vec{E} = 0$ .

Өріс жоқ дейтін себебіміз, өткізгіште сыртқы көзден алынған энергияны

шығындамай зарядтардың реттелген қозғалысы болуы мүмкін емес, бұл энергияның сақталу заңына қарама-қайшы келеді.

Бұдан шығатыны  $\vec{E} = -\text{grad}\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \text{const}$ , яғни зарядталған өткізгіштің ішіндегі барлық нүктелерінде оның потенциалы бірдей, зарядты өткізгіштің беті эквипотенциал бет болып табылады. Беттің кернеулік векторы  $\vec{E}$  осы беттің әрбір нүктесіне нормаль бойымен бағытталады.

Электр өрісінде орналасқан өткізгіште әр аттас зарядтардың бөліну құбылысы *электрстатикалық индукция деп аталады*. Өткізгішті өрістен алып кетсе, электрстатикалық өріс әсерінен бөлінген зарядтар – *индукцияланған зарядтар* өзара теңгеріледі, бұл кезде металл өзінің бұрынғы қалыпты күйіне келеді.

Егер өткізгіштің ішінде қуыс болса, онда өткізгіштен тыс қандай өрістің болуына және өткізгіштің қалай зарядталғанына байланыссыз осы қуыстағы өрістің кернеулігі нөлге тең болады. Электрстатикалық қорғау құбылысы осы қағидаға негізделген: егер құрал тұйық металл бетпен қоршалса, онда оған ешқандай сыртқы электр өрістері әсер етпейді.

Сонымен өткізгіштерге мынадай қасиеттер тән:

- өткізгіш ішінде электрстатикалық өріс болмайды,  $\vec{E} = 0$ ;

- статикалық зарядтардың барлығы өткізгіш бетінде болады,  $D = \sigma$ ,  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$  (мұндағы  $\sigma$ - зарядтардың беттік тығыздығы,  $\varepsilon$ - өткізгішті қоршап тұрған ортаның диэлектрлік өтімділігі);

- өткізгіш бетіндегі кернеулік векторы  $\vec{E}$  осы бетке перпендикуляр бағытталады.

**13.2 Электр зарядтарының өзара әсерлесу энергиясы. Зарядталған өткізгіш пен конденсатор энергиясы**

Бөлшектер жүйесінің әсерлесу энергияларының өзгерісі нәтижесінде осы бөлшектердің өзара орын ауыстыру жұмыстары жасалынады. Ол бөлшектердің өзара әсерлесу заңдылықтарына және орналасуларына тәуелді. Сан жағынан бұл энергия әсерлесу күштерінің жүйедегі барлық бөлшектерді бір-бірінен шексіздікке орнын ауыстыруға жұмсалған жұмысына тең. Егер бөлшектер жүйесіндегі әрқайсысының өрістегі энергиялары  $W_{12}$  және  $W_{21}$  болса, онда олар өзара тең  $W_{12}=W_{21}=W_p$ , сондықтан екі бөлшектің әсерлесу энергиясы төмендегідей жазылады

$$W_p = \frac{1}{2}(W_{12} + W_{21}). \quad (13.1)$$

Сәйкесінше жүйедегі барлық әсерлесуші бөлшектер жүйесі үшін

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n W_{pi}, \quad (13.2)$$

деп жазуға болады. Мұндағы  $W_{pi}$  –  $i$ -ші бөлшектің жүйедегі қалған барлық бөлшектердің өрісіндегі потенциалды энергиясы.

Потенциалдың (11.19) анықтамасы бойынша әсерлесуші нүктелік зарядтар жүйесі үшін алатынымыз

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i, \quad (13.3)$$

мұндағы  $\varphi_i$  – жүйедегі барлық зарядтардың  $q_i$  заряд орналасқан нүктедегі толық потенциалы.

Егер заряд  $V$  көлем бойынша  $\rho$  көлемдік тығыздықпен үздіксіз таралатын болса, онда зарядтар жүйесін  $dq = \rho dV$  элементар зарядтардың жиынтығы ретінде қарастырып, (13.3) қосындыдан интегралдауға өтеміз

$$W_p = \frac{1}{2} \int_V \rho \varphi \cdot dV, \quad (13.4)$$

мұндағы  $\varphi$  – жүйедегі барлық зарядтардың  $dV$  көлем бөлігінде тудыратын потенциалы.

Өткізгіштің  $q$  заряды мен  $\varphi$  потенциалы болсын. Өткізгіштің беті

эквипотенциал болғандықтан (13.4)  $\varphi$  потенциалды интегралдың сыртына шығаруға болады. Сонымен, зарядталған өткізгіш энергиясы:



$$W_p = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}, \quad (13.5)$$

мұндағы  $C = q/\varphi$  - өткізгіш зарядын оның потенциалына қатынасымен өлшенетін физикалық шама – зарядталған өткізгіштің сыйымдылығы. ХБ жүйесіндегі өлшем бірлігі – фарад (Ф).

Зарядталған өткізгіш энергиясы оны зарядтауға кеткен сыртқа күштердің жұмысына тең.

Конденсатор тең әр аттас зарядтармен зарядталған екі өткізгіштен тұрады. Конденсаторды құрайтын өткізгіштер оның астарлары деп аталады.

Зарядталған конденсатордың энергиясы екі өткізгіштен тұратын жүйенің толық энергиясы болып табылады:

$$W_p = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}, \quad (13.6)$$

мұндағы  $q$  – конденсатордың заряды,  $C$  – оның сыйымдылығы,  $U$  – конденсатор астарларының арасындағы потенциалдар айырымы.

### 13.3 Электрстатикалық өріс энергиясы. Электрстатикалық өріс энергиясының көлемдік тығыздығы

Зарядталған жазық конденсаторды қарастырамыз. Оның энергиясы (13.6) формуласымен, ал электр сыйымдылығы

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (13.7)$$

өрнегімен анықталады.

Егер конденсатор астарларының ара қашықтығы оның өлшемдерінен айтарлықтай аз болса, онда конденсатор энергиясын біртекті деп қарастыруға болады. Сонда  $U = E \cdot d$ , осы және (13.5) өрнектерін (13.6) формуласына қойып, алатынымыз:

$$W_p = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \cdot S \cdot d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V, \quad (13.8)$$

мұндағы  $V = S \cdot d$  – жазық конденсатордағы өрістің алып тұрған көлемі. Бұл формулада конденсатор энергиясы электр өрісін сипаттайтын  $E$

өріс кернеулігімен өрнектелген. Осы жағдайда энергия таралған көлем бойынша осы энергияны тасымалдаушы рөлін өріс атқарып тұр. Тұрақты өріс және оған себепші зарядтар бір-бірімен тікелей байланыста. Алайда уақыт бойынша өзгеретін өріс өзін тудырушы зарядтарға байланыссыз болады да кеңістікте электрмагнитті толқын ретінде тарай береді. Тәжірибе электрмагнитті толқын энергия тасымалдайтынын көрсетті.

Атап айтқанда, Жер бетіндегі тіршілікке керекті энергия Күннен электрмагнитті толқындар арқылы (жарықпен) жеткізіледі, радиоқабылдағыштарды сөйлететін энергиялар орталық станциядан электрмагнитті толқындармен жеткізіледі т.с.с. Осы фактілер энергия тасымалдаушылар өріс екендігін білдіреді.

Электрстатикалық өріс энергиясының көлемдік тығыздығын (13.8) өрнегін пайдаланып мына түрде алуға болады

$$w = \frac{W_p}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon_0 \epsilon} = \frac{ED}{2} \quad (13.9)$$

Изотропты диэлектриктерде  $\vec{E}$  және  $\vec{D}$  векторларының бағыттары бағыттас, сондықтан (13.9) формуласындағы  $\vec{D}$ -ны  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ -ге алмастырып, алатынымыз:

$$w = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2} = \frac{\vec{E}(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P})}{2} = \frac{\epsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{E}\vec{P}}{2} \quad (13.10)$$

Бірінші қосынды вакуумдегі, екіншісі диэлектрикті полярлауға кеткен өріс энергия тығыздығын сипаттайды.

Әрбір нүктедегі өріс энергиясының тығыздығын білсек, төмендегі интеграл көмегімен бүкіл  $V$  көлемдегі энергияны табуға болады.

$$W = \int_V w \cdot dV = \int \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} dV \quad (13.11)$$

Бұл біртекті және біртекті емес электрстатикалық өрісті, сонымен қатар айнымалы потенциалды емес өрісті есептеуге пайдалынатын эмбебап формула.

## 14 дәріс . Тұрақты электр тогы

Дәріс мақсаты:

- тұрақты электр тогының негізгі сипаттамаларын оқып үйрену;

- тұрақты электр тогы заңдарын оқып үйрену;

- металдардың электр өткізгіштігінің классикалық теориясын меңгеру және одан электр тогының негізгі заңдарын қорыту.

#### 14.1 Токтың жалпы сипаттамалары және бар болу шарттары

*Электр тогы* - зарядталған бөлшектер мен макроскопиялық денелердің реттелген қозғалысы.

Токтың болу шарттары: ортада ток тасымалдаушылардың және электр өрісінің болуы.

Токты ұстап тұру үшін міндетті түрде қандай да бір энергияны электр тогының энергиясына айналдыруына негізделген электр энергиясының көзі болуы қажет.

Электр тогының сандық сипаттамасы –  $I$  ток күші. Ток күші – бірлік уақытта қарастырылған бет арқылы өтетін зарядтармен анықталатын скаляр физикалық шама.

$$I = \frac{dQ}{dt}. (14.1)$$

Ток күші және оның бағыты уақытқа байланысты өзгермесе, ондай ток тұрақты ток деп аталады және  $I = \frac{Q}{t}$ .

Электр тогы тұрақты болуы үшін ток өтетін өткізгіштің барлық нүктесіндегі электр өрісінің кернеулігі өзгермеуі қажет. Яғни осы өткізгіште зарядтар бір жерінде азайып, бір жерінде жиналып қалмауы қажет. Бұл шарт тұрақты ток тізбегі тұйықталған және тізбектің барлық көлденең қимасындағы ток күші бірдей болуы керек екендігін білдіреді.

Қарастырылған беттің әртүрлі нүктесіндегі электр тогының бағыты және оның таралуы *ток тығыздығының векторы* деп аталатын физикалық шамамен сипатталады.

*Ток тығыздығы* - ток бағытына перпендикуляр беттің бірлік аудан арқылы өтетін ток күшімен анықталады

$$j = \frac{dI}{ds_{\perp}}. (14.2)$$

Бұл өрнектен  $\vec{S}$  беттен өтетін ток күші осы беттен өткен ток тығыздығының векторының ағынына тең екені шығады

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S} \quad (14.3)$$

Ток тығыздығын өткізгіштегі зарядтардың реттелген қозғалысының  $\langle \vec{v} \rangle$  жылдамдығы, ток тасымалдаушылардың  $n$  концентрациясы және тасымалдаушылардың  $q$  элементар заряды арқылы төмендегідей өрнектеуге болады

$$\vec{j} = q \cdot n \cdot \langle \vec{v} \rangle \quad (14.4)$$

## 14.2 Стационар электр тогы. Үздіксіздік теңдеуі

Егер ток өтіп жатқан өткізгіш ортадан  $S$  ойша тұйықталған бет алатын болсақ, (13.3) өрнегі бойынша, осы бет арқылы өтетін ток тығыздық векторының ағыны осы бетпен шектелген аймақтан өтетін ток күшіне тең.

Зарядтың сақталу заңына сәйкес бұл интеграл бірлік уақыттағы шектелген көлем ішіндегі зарядтың кемуіне тең

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = - \frac{dQ}{dt} \quad (14.5)$$

Осы қатынас *үздіксіздік теңдеуі* деп аталады.

Тұрақты ток үшін кеңістіктегі токтың таралуы өзгермейді, сондықтан  $\oint_S \vec{j} d\vec{S} = 0$ . Осыдан шығатыны тұрақты ток үшін  $\vec{j}$  вектор сызықтарының еш жерден басталмайды және еш жерден аяқталмайды, олар тұйықталған сызықтар, яғни  $\vec{j}$  векторының өрісінің көзі жоқ.

## 14.3 Металдардың электрөткізгіштігінің классикалық және электрондық теориясы және оның қолдану шегі. Дифференциалдық түрдегі Ом және Джоуль-Ленц заңдары

К. Рикке (1901), С.Л. Мандельштам и Н.Д. Папалекси (1913), Р. Толмена және Б. Стюарт (1916) тәжірибелерінде металдардағы ток тасымалдаушылар еркін электрондар, яғни металл кристалдарындағы иондарымен әлсіз байланысқан электрондар екені анықталды. Еркін электрондардың концентрациясы шамамен  $n = (10^{28} \div 10^{29}) \text{ м}^{-3}$ .

Еркін электрондар ұғымынан кейін П. Друде және Х. Лоренц металдардың классикалық теориясын құрды. Друде–Лоренц теориясы бойынша:

- өткізгіштік электрондары идеал газ молекулалары сияқты қарастырылады;

- электрондардың жылулық қозғалысының орташа жылдамдығы  $\langle u \rangle = \sqrt{8kT/m_e}$  формуласымен анықталады;

- электрондар бір-бірімен емес, металдардың кристалдық торларын құрайтын иондармен соқтығысады;

- электрондардың реттелген қозғалысының  $\langle \bar{v} \rangle$  орташа жылдамдығы  $\langle u \rangle$  жылулық қозғалыстың орташа жылдамдығынан ( $\langle u \rangle \approx 10^8 \langle \bar{v} \rangle$ ) шамасындай аз, электрондардың еркін жүруінің  $\bar{l}$  орташа уақыты төмендегі формуламен анықталады:

$$\langle \tau \rangle = \frac{\langle l \rangle}{\langle u \rangle}, \quad (14.6)$$

мұндағы  $\langle l \rangle$  – электрондардың еркін жүру жолының орташа ұзындығы;

- электрондар иондармен соқтығысқанда реттелген қозғалысының жылдамдығынан толығымен айырылып, энергиясын кристалды торларға береді, нәтижесінде металдың ішкі энергиясы арттырады және қызады;

- металдардың электр кедергісі еркін электрондардың иондармен соқтығысуына негізделген.

Осыларды ескеріп, Ом және Джоуль–Ленц заңдарының дифференциалды түрлерін қорытып шығаруға болады.

*Ом заңы.* Өткізгіште еркін электрондар электр өрісімен үдетіледі. Қозғалыс теңдеуі мына түрде жазылады :

$$ma = eE,$$

мұндағы  $m$  – электрон массасы;  $a$  – электрон үдеуі;

$e$  – электрон заряды.

Электрон қозғалысы бірқалыпты үдемелі болғандықтан, электрондардың реттелген қозғалысының орташа жылдамдығы:

$$\langle \bar{v} \rangle = \frac{e \langle l \rangle \bar{E}}{2m \langle u \rangle}, \quad (14.7)$$

АЛ ТОК ТЫҒИЗДЫҒЫ –

$$\vec{j} = \frac{ne^2 \vec{E} \langle l \rangle}{2m \langle u \rangle} . (14.8)$$

өрнектерімен анықталады.

$$\gamma = \frac{2me^2 \langle l \rangle}{2m \langle u \rangle} (14.9)$$

шамасы *меншікті электр өткізгіштігі* деп аталады, ал осыған кері шаманы

$$\rho = \frac{1}{\gamma} \text{— меншікті электр кедергісі деп атайды.}$$

Сәйкесінше ,

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E} . (14.10)$$

(14.10) формуласы *дифференциал түрдегі Ом заңын* өрнектейді.

*Джоуль–Ленц заңы.* Электрон әр соқтығыста тордағы ионға электр өрісінің орташа энергиясын береді.

$$\langle W_k \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_{\text{max}} \rangle^2 = \frac{1}{2} \frac{eE^2 \langle l \rangle^2}{m \langle u \rangle^2} . (14.11)$$

Әр электронның соқтығысу жиілігі  $\frac{\langle u \rangle}{\langle l \rangle}$ , ал  $n$  электрон үшін —  $n \frac{\langle u \rangle}{\langle l \rangle}$ .

Сондықтан токтың жылулық қуатының көлемдік тығыздығы төмендегідей өрнектеледі

$$w = \frac{ne^2 \langle l \rangle E^2}{2m \langle u \rangle} (14.12)$$

немесе

$$w = \gamma E^2 . (14.13)$$

(14.13) өрнегі *дифференциал түрдегі Джоуль–Ленц заңы* болып табылады.

Ток тығыздығы, электр өріс кернеулігі және жылу мөлшері арасындағы бұл байланыстар, яғни электр өткізгіштіктің классикалық теориясы сапалы дұрыс нәтиже бермеді. Бұл теорияның тәжірибелермен сәйкес келмейтін

тұстары көп болды. Бірақ кванттық теорияда микробөлшектердің толқындық қасиеттерін ескеріп, бұл қиындықтардан шығар жол табылды.

## 15 дәріс . Вакуумдегі магнит өрісі

Дәріс мақсаты:

- магнит өрісінің негізгі сипаттамаларымен танысу;
- магнит өрісінің негізгі заңдарын оқып үйрену;
- магнит өрісін есептеудің негізгі әдістерін үйрену.

### 15.1 Токтардың өзара әсерлесуі. Магнит индукция векторы. Суперпозиция принципі

Бір бағытта қозғалған зарядтар электр тогын туғызады, ал ток өздерін қоршаған кеңістіктің қасиеттерін өзгертіп, өзінің айналасында магнит өрісін тудырады. Магнит өрісі негізінен тогы бар өткізгішке әсер ететін күш арқылы білінеді. Магнит өрісін сипаттау үшін, оның тогы бар рамкаға тигізетін әсерін қолданамыз. Тогы бар рамка магнит өрісінде белгілі бір бұрышқа бұрылады. Рамканың айналу бағыты бойынша магнит өрісінің бағытын анықтай аламыз. Магнит өрісінің рамкаға бағдарлаушы әсері рамкада қос күшті тудырады. Осы қос күштің моментінің шамасы сыртқы магнит өрісінің индукциясына, рамкадағы ток күші мен өлшемдеріне және рамканың орналасуына тәуелді.

$$M = ISB \sin \beta, \quad (15.1)$$

мұндағы  $\beta$  - контурдың нормаль бірлік векторы мен магнит индукциясының арасындағы бұрыш. Векторлық түрде былай жазылады

$$\vec{M} = IS\vec{n}\vec{B}, \quad (15.2)$$

$IS\vec{n} = \vec{P}$  - контурдың магнит моменті. Олай болса айналдырушы момент

$$\vec{M} = \vec{P}\vec{B}. \quad (15.3)$$

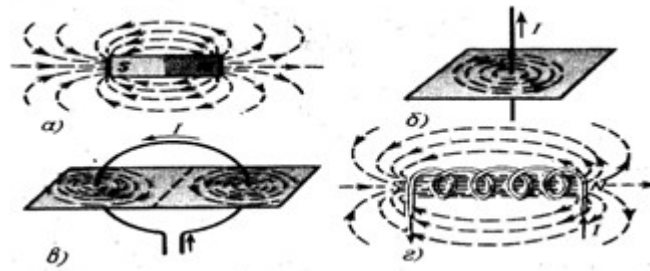
Осыдан магнит индукциясының шамасы

$$B = \frac{M}{P} \quad (15.4)$$

қатынасымен анықталады. Бағыты сыншы контурға түсірілген оң нормалдың тепе-теңдік бағытына сәйкес векторлық шама.

Магнит индукциясының *күш сызықтары* үшін, кез келген нүктедегі жанамасы осы нүктедегі индукция векторымен бағыттас сызықты аламыз. Магнит индукциясының күш сызықтарының электр өрісінің кернеулік сызықтарынан ерекшелігі - ол әр уақытта тұйық болады, 15.1 суретте әртүрлі

жүйенің күш сызықтары көрсетілген. Тұйық болғандықтан оларды құйынды деп атайды.



15.1 Сурет

Магнит өрісі потенциалды емес, тұйық контур бойынша қозғалған зарядтың істейтін жұмысы нөлге тең емес. Магнит индукциясының бағыты оң бұранда ережесі бойынша анықталады. Өлшем бірлігі тесла (Тл).

*Суперпозиция принципі* - егер берілген кеңістік нүктесінде әртүрлі токтар  $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \dots, \vec{B}_N$  магнит өрістерін туғызса, онда осы нүктедегі қорытқы магнит өрісі олардың векторлық қосындыларымен анықталады:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i \quad (15.5)$$

## 15.2 Био–Савар–Лаплас заңы. Магнит индукциясы векторының циркуляциясы туралы теорема. Қарапайым жүйелердің магнит өрістерін есептеу

*Био-Савар-Лаплас заңы* - кез келген  $I$  тогы бар өткізгіштің  $dl$  элемент өрісінің бір нүктесіндегі магнит өрісінің бағыты мен шамасын анықтайды. Осы заңға сәйкес  $I$  тұрақты электр тогының вакуумдегі магнит өрісі келесі өрнекті қанағаттандыруы тиіс

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3} \quad (15.6)$$

модулі

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \sin \alpha, \quad (15.7)$$



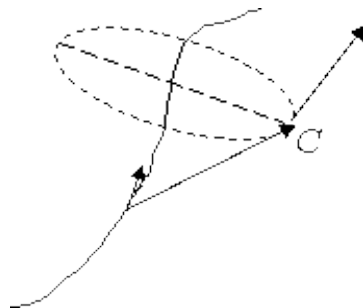
мұндағы  $d\vec{B}$  – ток элементінің тудыратын магнит өрісінің магнит индукция векторы;

$I d\vec{l}$  – ток тығыздық векторының бағытымен сәйкес келетін ток элементі;

$\vec{r}$  – осы элементпен өрістің қарастырылған  $C$  нүктесін қосатын радиус-векторы, (15.2 суретті қара);

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнит тұрақтысы;  $I$  – өткізгіштегі ток күші.

$d\vec{B}$  векторы  $C$  нүктесінде оң бұранда ережесі бойынша  $d\vec{l}$  және  $\vec{r}$  векторлар жазықтығына перпендикуляр бағытталған.



$I dl r$

15.2 Сурет

### 15. 3 Магнит ағыны. Магнит өрісі үшін Гаусс теоремасы

Магнит өрісі электр өрісі сияқты екі негізгі қасиетке ие. Бұл қасиеттер  $\vec{B}$  векторлық өрістің ағынымен және циркуляция векторымен байланысты және магнит өрісінің негізгі заңдарын өрнектейді.

*Магнит ағыны* – скаляр шама, магнит индукция векторының жазықтық бетінің ауданына көбейтіндісімен анықталады

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_n dS = B dS \cos(\vec{B} \wedge \vec{n}), \quad (15.7)$$

мұндағы  $d\vec{S} = \vec{n} dS$  ;

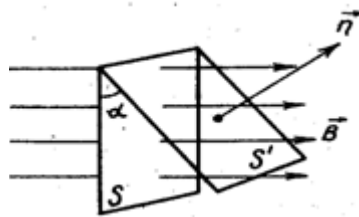
$\vec{n}$  –  $dS$  ауданға түсірілген бірлік вектор ;

$B_n$  – нормал бағыттағы  $\vec{B}$  векторының проекциясы.

Бүкіл бет арқылы өтетін магнит ағыны

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS \quad . (15.8)$$

Егер магнит өрісі бір текті болса  $\Phi = B_n S$ . Өлшем бірлігі Вебер [Вб].  
Магнит ағыны косинус бұрышының таңбасына байланысты оң немесе теріс мәндер қабылдайды, яғни оның бағыты  $\vec{n}$  нормал вектордың оң бағытына сәйкес анықталады. (15.3 суретті қара)



15.3 Сурет

*Гаусс теоремасы* – кез келген тұйық бет арқылы өтетін магнит ағыны әр уақытта нөлге тең болады

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad . (15.9)$$

Осыдан шығатыны табиғатта (электр зарядтары сияқты) магнит зарядтары (магнит өрісінің көзі) болмайтындығын көрсетеді.

Тұрақты ток магнит өрісінің контур бойынша  $\vec{B}$  векторының циркуляциясы  $\oint_L \vec{B} dl$  магнит тұрақтысымен осы контур қамтитын барлық токтардың алгебралық қосындысының көбейтіндісіне тең

$$\oint_L \vec{B} dl = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i \quad . (15.10)$$

Жоғарыда айтылғандай магнит өрісі потенциалды емес, екінші сөзбен айтқанда магнит индукциясының циркуляциясы нөлге тең емес, яғни магнит өрісі құйынды өріс екенін білдіреді. (15.4) өрнегі кейбір токтар конфигурацияларының өрісін есептеуге қолданылады.

**15.4 Магнит өрісінде тогы бар өткізгіш пен тогы бар контур орын ауыстырғанда істелетін жұмыс**

Магнит өріс күшінің тогы бар контурдың орнын ауыстыруда жасаған элементар жұмысы контурдағы ток күші мен осы контурмен шектелген аудан арқылы өтетін магнит ағынының өзгерісінің көбейтіндісіне тең.

$$dA = Id\Phi. (15.11)$$

Тогы бар контурдың орнын бастапқы 1 жағдайдан 2 жағдайға орнын ауыстырғанда жасалынатын толық жұмыс мына формуламен анықталады

$$A = \int_1^2 Id\Phi. (15.12)$$

тұрақты ток жағдайында

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi. (15.13)$$

## 16 дәріс . Зат ішіндегі магнит өрісі

Дәріс мақсаты:

- зат ішіндегі магнит өрісінің негізгі сипаттамаларымен танысу;
- заттардағы магнит өрісін есептеудің негізгі әдістерін үйрену.

### 16.1 Магнетик түрлері. Диамагнетиктер, парамагнетиктер, ферромагнетиктер

Кез келген зат магнетик болып табылады. Олар сыртқы магнит өрісінде магниттелініп, өздерінің магнит өрістерін тудырады. Сыртқы магнит өрісі болмағанда атомдардың магнит моменттері ретсіз орналасады, сондықтан магнит мометінің қорытқы орташа мәні нөлге тең. Заттардағы қорытқы магнит өрісінің индукция векторы:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', (16.1)$$

мұндағы  $\vec{B}_0$ – сыртқы магнит өрісінің индукция векторы (өткізгіштік ток өрісі);

$\vec{B}'$  – магниттелген заттың тудыратын меншікті (ішкі) магнит өріс индукциясы.

Заттың магниттелінуі бірлік көлемдегі магнит моментімен сипатталады, оны  $\vec{J}$  магниттеліну векторы деп атайды. Берілген  $\Delta V$  элементар көлемдегі магниттеліну векторы:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{mi}, \quad (16.2)$$

мұндағы  $\Delta V$  – магнетиктің қарастырылған нүктесінің аймағынан алынған элементар көлем;

$\vec{p}_{mi}$  – осы көлемдегі жеке молекулалардың магнит моменті.

## 16.2 Магниттелінгіштік. Магнит өрісінің кернеулігі. Зат ішіндегі магнит өрісі үшін толық ток заңы

*Гаусс теоремасы.* Магниттелген заттардың өрісінің өткізгіштік токтардың өрісі сияқты көздері болмайды. Сондықтан Гаусс теоремасы вакуумдегі өрістегідей өзгеріссіз жазылады

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (16.3)$$

Сондықтан  $\vec{B}$  векторының сызықтары барлық жерде үздіксіз болады.

*$\vec{B}$  векторының циркуляциясы туралы теорема.* Магнетиктерде циркуляция векторы  $\vec{J}$  өткізгіштік токтармен қатар  $\vec{J}'$  магниттелу токтарымен анықталады

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I') \quad (16.4)$$

Осы өрнектерді ескеріп алатынымыз

$$\oint_L \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I \quad (16.5)$$

Интеграл астындағы шама

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \quad (16.6)$$

магнит өрісінің кернеулігі деп аталады. Бұл шаманың физикалық мағынасы жоқ, оның көмегімен біртекті ортадағы магнит өрісінің теңдеулерін ыңғайлы түрде жазуға болады.

$\vec{H}$  векторының циркуляция теоремасы: тұйықталған контур бойымен алынған  $\vec{H}$  векторының циркуляциясы осы контурмен шектелген өткізгіштік токтардың алгебралық қосындысына тең

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^N I_i \quad (16.7)$$

Тәжірибеден магниттелу векторы магнит өрісінің кернеулігіне тура пропорционал  $\vec{J} = \chi \vec{H}$ , мұндағы  $\chi$  - заттың магнит қабылдағышы.

$\chi$  шамасы оң және теріс шама болуы мүмкін.

Осы қатынастарды пайдаланып,  $\vec{B}$  және  $\vec{H}$  векторларының арасындағы

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad (16.8)$$

байланысты анықтауға болады.

Парамагнетиктер үшін  $\mu > 1$ , диамагнетиктер үшін  $\mu < 1$ . Диа- және парамагнетиктерде  $\mu$  бірден аз ғана өзгерісте болады, сондықтан бұл магнетиктердің магниттік қасиеттері айтарлықтай күшті болмайды.

Барлық магнетиктер магнит қабылдағыштарына және оның таңбаларына қарай үш топқа бөлінеді:

*Парамагнетиктер* -  $B_0$  сыртқы магнит өрісі мен  $B'$  өздік магнит өрістері бағыттас болып, магнит қабылдағышы  $\chi > 0$  және  $\chi \approx 10^{-7} - 10^{-6} \text{ м}^3 / \text{кмоль}$  аралығында жататын, температураға байланысты өзгереді. Парамагнетиктерге мынандай заттар жатады:  $O_2, NO_2, Al$ , сілтілер т.б.

*Диамагнетиктер* -  $B_0$  сыртқы магнит өрісі мен  $B'$  өздік магнит өрістері қарама-қарсы болып,  $\chi < 1$  және  $\chi \approx 10^{-8} - 10^{-7} \text{ м}^3 / \text{кмоль}$  аралығында жатады, температураға байланысты емес. Диамагнетиктерге мына заттар жатады: инертті газдар,  $Bi, Zn, Ag$ , су, шыны т.б.

*Ферромагнетиктер* -  $B' > B_0$ ,  $\chi \gg 1$ ,  $\chi \approx 10^3 \text{ м}^3 / \text{кмоль}$  және температураға байланысты өзгереді. Диамагнетиктерге мына заттар жатады: темір, никель, кобальт т.б.

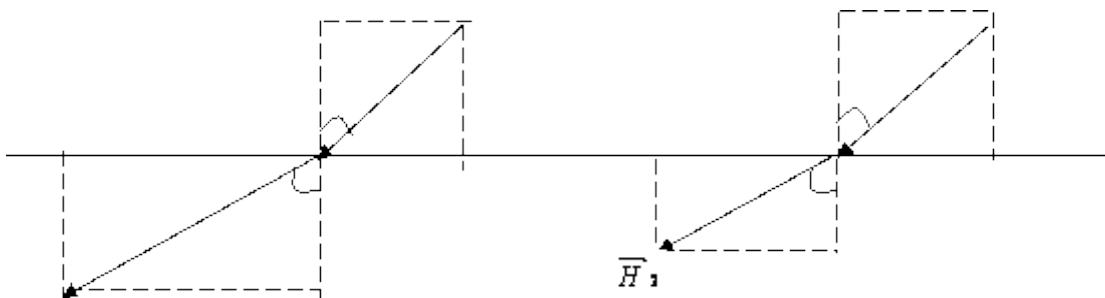
Ферромагнетиктердің магнит қабылдағыштығы сыртқы өріс кернеулігіне байланысты.

### 16.4 Екі магнетик шекарасында орындалатын шарттар

Орталардың шекарасында магнит өрісінің екі  $\vec{B}$  және  $\vec{H}$  векторлық сипаттамаларының бағыттары мен шамалары секірмелі түрде өзгереді. Бұл векторлар үшін шекаралық шарттар электр өрісіндегідей қорытылып шығарылады және төмендегі формулалармен өрнектеледі

$$\begin{aligned} B_{1n} &= B_{2n}, & \frac{H_{1n}}{H_{2n}} &= \frac{\mu_2}{\mu_1}, \\ H_{1\tau} &= H_{2\tau}, & \frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} &= \frac{\mu_1}{\mu_2}. \end{aligned} \quad (16.9)$$

$\vec{B}$  және  $\vec{H}$  векторларының құраушылары үшін алынған екі диэлектрик шекарасындағы шекаралық шарттар бұл векторлардың сызықтары сынатынын, нәтижесінде бұрышының өзгеретінін көруге болады (16.2 суретті қара).



15.4 Сурет

Біртекті емес ортадағы магнит өрісін есептеуге толық ток және шекаралық шарттар қолданылады.

## **Коммерциялық емес акционерлік қоғам**

АЛМАТЫ ЭНЕРГЕТИКА ЖӘНЕ БАЙЛАНЫС УНИВЕРСИТЕТІ

Физика кафедрасы

### **ФИЗИКА 2**

5B071900 – Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар, 5B070400-  
Есептеу техникасы және бағдарламалық қамтамасыз ету,

5B070300- Ақпараттық жүйелер мамандықтарының барлық бөлімінде оқитын  
студенттерге арналған

дәрістер жинағы

Алматы 2012

**ҚҰРАСТЫРҒАНДАР:** Байпақбаев Т.С., Қызғарина М.Т.,  
Мамырбаева Г.А. Физика 2. 5B071900 – Радиотехника, электроника  
және телекоммуникациялар, 5B070400 - Есептеу техникасы және  
бағдарламалық қамтамасыз ету, 5B070300 - Ақпараттық жүйелер  
мамандықтарының барлық бөлімінде оқитын студенттерге  
арналған дәрістер жинағы. - Алматы: АЭЖБУ, 2012. - 62 б.

Бакалавриаттың энергетика мамандықтары үшін «Физика 2» пәні  
бойынша дәрістердің қысқаша мазмұны берілген.

«Физика 2 дәрістер жинағы» пән бойынша оқу үдерісін әдістемелік  
қамтамасыз ету жүйесінің бір элементі болып табылады және дәрістік  
сабақтарда, сондай-ақ студенттердің өзіндік жұмысында теориялық  
материалмен жұмыс істеуде, машықтандыру, зертханалық сабақтарына және  
емтиханға дайындық кезінде таратпа материал ретінде қолдануға болады.  
Студенттер мен жас оқытушыларға ұсынылады.

Без. 30, кесте. 5, әдеб. көр.- 5 атау.

Пікір беруші: физ.-мат. ғыл. канд., доцент Дауменов Т.Д.

«Алматы энергетика және байланыс университетінің» КЕАҚ 2012  
жылғы жоспары бойынша басылады.

© «Алматы энергетика және байланыс университеті» КЕАҚ, 2012 ж.

**Мазмұны**

## Кіріспе 5

### 1 Дәріс. Электрмагниттік индукция 6

#### 1.1 Электрмагниттік индукция заңы 6

#### 1.2 Өздік индукция заңы. Экстратоктар 6

#### 1.3 Өзара индукция құбылысы 8

#### 1.4 Магнит өрісінің энергиясы 9

### 2 Дәріс. Максвелдің теориясының негіздері 9

#### 2.1 Құйынды электр өрісі 10

#### 2.2 Ығысу тогы 10

#### 2.3 Максвелл теңдеулерінің жүйесі 11

### 3 Дәріс. Тербелмелі процестер 12

#### 3.1 Еркін гармоникалық тербелістер 13

#### 3.2 Гармоникалық тербелістердің энергиясы 14

### 4 Дәріс. Тербелістерді қосу. Өшетін және еріксіз тербелістер 14

#### 4.1 Бірдей бағыттағы тербелістерді қосу 15

#### 4.2 Өзара перпендикуляр тербелістерді қосу 16

#### 4.3 Еркін өшетін электрмагниттік тербелістер 17

#### 4.4 Еріксіз электрмагниттік тербелістер. Резонанс 18

### 5 Дәріс. Толқындық процестер 20

#### 5.1 Серпімді толқындар 20

#### 5.2 Толқынның теңдеуі 21

#### 5.3 Толқындық теңдеу 22

#### 5.4 Толқынның теңдеуі. Умов векторы 22

### 6 Дәріс. Электрмагниттік толқындар 24

#### 6.1 Электрмагниттік толқынның дифференциалдық теңдеуі 24



- 6.2 Электрмагниттік толқынның энергиясы. Пойнтинг векторы 25
- 6.3 Электрмагниттік толқынның сәуле шығаруы 26
- 7 Дәріс. Толқындық оптика 27
  - 7.1 Жарық толқыны 27
  - 7.2 Жарық интерференциясы. Когеренттілік 28
  - 7.3 Жарық дифракциясы 30
  - 7.4 Жарық поляризациясы 31
- 8 Дәріс. Электрмагниттік сәуле шығарудың кванттық табиғаты 31
  - 8.1 Жылулық сәуле шығарудың сипаттамалары мен қасиеттері 31
  - 8.2 Абсолют қара дененің жылулық сәуле шығару заңдары 33
  - 8.3 Рэлей-Джинс формуласы. Ультракүлгін апаты 34
  - 8.4 Планктың кванттық гипотезасы және формуласы 34
- 9 Дәріс. Электрмагниттік сәуле шығарудың корпускулалық қасиеттері 35
  - 9.1 Фотондар 35
  - 9.2 Фотоэффект 36
  - 9.3 Комптон эффекті 37
  - 9.4 Электрмагниттік сәуле шығарудың корпускулалық-толқындық дуализмі 38
- 10 Дәріс. Зат қасиеттерінің корпускулалық-толқындық дуализмі 39
  - 10.1 Де Бройль гипотезасы 39
  - 10.2 Гейзенбергтің анықталмағандық қатынасы 40
  - 10.3 Де Бройль толқынының статистикалық түсіндірмесі 41
- 11 Дәріс. Шредингер теңдеуі және оның шешімдері 42
  - 11.1 Кванттық механикадағы бөлшектің күйі. Толқындық функция 42
  - 11.2 Шредингер теңдеуі 43
  - 11.3 Шредингер теңдеуін шешу мысалдары 44

11.4 Бордың сәйкестік принципі	47
12 Дәріс. Сутегі атомы үшін Шредингер теңдеуінің шешімі	47
12.1 Сутегі атомының энергетикалық спектрі	48
12.2 Орбиталды және магниттік кванттық сандар	48
12.3 Сутегі атомының оптикалық спектрі	50
12.4 Электрон спині	50
13 Дәріс. Кванттық статистикалар және оларды қолдану	51
13.1 Ұқсас бөлшектердің ажыратылмаушылығы. Паули қағидасы	51
13.2 Кванттық үлестірілулер	52
13.3 Металдағы электрондар үшін Ферми-Дирак үлестірілуі	53
14 Дәріс. Қатты денелердің аймақтық теориясы	55
14.1 Кристалдағы электрондардың энергетикалық спектрінің аймақтық құрылымы	55
14.2 Металл, диэлектрик және шалаөткізгіштердегі энергетикалық аймақтар	56
14.3 Шалаөткізгіштердің өткізгіштігі	57
15 Дәріс. Ядролық физика	58
15.1 Атом ядросының құрамы және сипаттамалары	58
15.2 Ядроның массасы және байланыс энергиясы	59
15.3. Ядролық күштер	61
Әдебиеттер тізімі	62

## **Кіріспе**

«Физика 2» дәрістер конспектісінде осы пән бойынша бакалавриат энергетика мамандықтары үшін дәрістердің қысқа мазмұны берілген.

Әр дәрісте тақырыптың негізгі сұрақтары мен олардың логикалық байланысы және құрылымдық тұтастығы математикалық дәлелдеусіз немесе мысалдар келтірмей-ақ көрсетіледі. Сондықтан оқу-әдістемелік құрал студенттің дәрістік сабақтар, аудиториядан тыс өзіндік жұмыстар сияқты оқу іс-әрекеті үшін бағыттаушы құрал болып табылады.

Әр дәрістің мақсатының нақты берілуі, оқу материалының мазмұндалу формасы оның мазмұнына сай келеді, ол «Физика 2» курсы менгеруде ЕСЖ-тарды жүйелеуге, жақсы менгеруге көмек береді.

Дәрістер конспектісі жылу энергетика және электр энергетика мамандығының студенттеріне арналған. Осы мамандықтар үшін «Физика 2» курсы жалпы мазмұнға ие. Әр мамандық бойынша оқу-әдістемелік қамтамасыз етудің барлық жүйесі кейбір бөлімдерді ғана тереңірек қарастырады. Бұл бөлімдер қысқа оқу-әдістемелік құралда көрсетілмейді.

# 1 Дәріс. Электрмагниттік индукция

Дәрістің мақсаты:

- электрмагниттік индукцияның негізгі заңын оқып үйрену;
- өздік, өзара индукция құбылыстарымен танысу.

## 1.1 Электрмагниттік индукция. Электрмагниттік индукция заңы

Электр тогы өзінің айналасында магнит өрісін тудыратыны белгілі. Керісінше, магнит өрісі арқылы контурда электр тогын алуға болады ма? Бұл есептің шешімін 1831 ж. ағылшын ғалымы М. Фарадей тапты, ол электрмагниттік индукция құбылысын ашты.

Тұйық контурмен шектелген аудан арқылы өтетін магнит индукциясының ағыны өзгергенде контурда электр тогы пайда болады. Бұл құбылыс электрмагниттік индукция құбылысы деп аталады. Ал пайда болған ток индукциялық ток деп аталады.

Нәтижесінде бірінші текті құбылыстар үшін электрмагниттік индукция заңы алынды: тұйық контурда пайда болатын электрмагниттік индукцияның ЭҚК-і сан жағынан осы контурмен шектелген бет арқылы өтетін магнит ағынының уақытқа байланысты өзгеру жылдамдығына тең және таңбасы бойынша қарама-қарсы:

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1.1)$$

Индукциялық токтың бағыты Ленц ережесі бойынша анықталады: *индукциялық токтың тудыратын магнит өрісі индукциялық токты тудырған магнит өрісінің өзгерісіне кедергі келетіндей болып бағытталады.*

Екінші текті индукциялық құбылыстың мысалы ретінде біртекті магнит өрісінде  $\vec{B}$  магнит индукция векторына перпендикуляр  $\vec{v}$  жылдамдықпен қозғалатын тогы жоқ, ұзындығы  $l$  өткізгіш алынады. Өткізгішпен бірге қозғалған әрбір электронға магнит өрісі тарапынан Лоренц күші әсер етеді. Нәтижесінде өткізгіштің ұштарында потенциалдар айырмасы пайда болады  $U = \left[ \vec{v}, \vec{B} \right] l$ .

Егер тұйық контур бір-біріне тізбектеліп жалғанған  $N$  орамнан (катушка немесе соленоид) тұрса, онда ЭҚК әрбір орамның ЭҚК-ң қосындысына тең,

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d\Psi}{dt}, \quad (1.2)$$

мұндағы  $d\Psi = N d\Phi$ - ағын ілінісуі, яғни  $N$  орамнан өтетін толық магнит ағыны.

## 1.2 Өздік индукция заңы. Экстраторктар

Егер электр тізбегінде уақыт бойынша өзгеретін ток жүрсе, онда осы токтың магнит өрісі де өзгереді, олай болса, магнит ағынының өзгерісі индукцияның ЭҚК-н тудырады. Бұл құбылыс өздік индукция деп аталады. Өздік индукцияның ЭҚК-і Фарадей заңынан анықталады. Ферромагнетик болмаған кезде контур арқылы өтетін магнит ағыны  $I$  ток күшіне пропорционал

$$\Phi = L I, (1.3)$$

мұндағы  $L$ - контурдың индуктивтілігі деп аталатын коэффициент, ХБ жүйесінде өлшем бірлігі - генри (Гн). (1.3) сәйкес ток күші 1 А болғанда, онда 1 Вб-ге тең магнит ағыны өтетін контурдың индуктивтілігі 1 Гн-ге тең болады. Контурдың индуктивтілігі  $L$  контурдың пішіні мен өлшемдеріне, сондай-ақ қоршаған ортаның магниттік қасиеттеріне тәуелді.

Егер ферромагниттік орта болса, онда контурдың индуктивтілігі ток күшінің өзгерісіне байланысты өзгереді, ағын ілінісуі  $\Psi$  мен ток күшінің арасындағы пропорционалдық қатынас бұзылады (1.3).

Ұзын соленоидтың индуктивтілігінің формуласын магнит өрісінің индукциясы  $B = \mu_0 \mu n I$ , ағын ілінісуі  $\Psi = N\Phi$ , бір орам арқылы өтетін магнит ағыны  $\Phi = BS$  үшін жазылған қатынастарды пайдаланып, анықтауға болады:

$$L = \mu_0 \mu n^2 V = \mu_0 \mu \frac{N^2}{\ell} S, (1.4)$$

мұндағы  $n = \frac{N}{\ell}$  - бірлік ұзындыққа келетін орамдар саны;

$V = \ell S$ - соленоидтың көлемі.

Ток өзгергенде өздік индукцияның ЭҚК-і пайда болады  $\mathcal{E}_s$ :

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d}{dt}(LI) = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right) = -L\frac{dI}{dt}.$$

Минус таңбасы  $\mathcal{E}_s$  әрқашан ток күшінің өзгерісіне кедергі жасайтындай етіп бағытталады, токты өзгеріссіз сақтауға ұмтылады, яғни токқа қарама-қарсы әсер етеді. Өздік индукция құбылыстарында ток инерттілікке ие болады, себебі бұл жерде индукция әсерінің магнит ағынын тұрақты етіп ұстауға ұмтылуы айтылып тұр, ал  $L$  индуктивтілік ток күшінің өзгерісіне қатысты контурдың инерттілік мөлшері болып табылады.

$$\varepsilon_g = -L \frac{dI}{dt}. \quad (1.5)$$

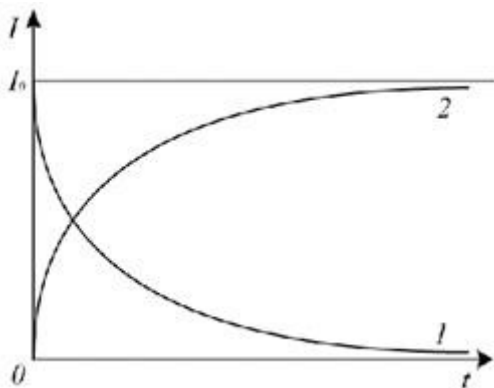
Өздік индукцияның пайда болуы тізбекті ток көзіне қосу және ажырату кезінде байқалады. Контурдағы ток күшінің өзгерісі пайда болуына алып келеді, нәтижесінде контурда өздік индукцияның экстратоктары деп аталатын қосымша токтар пайда болады. Тізбекті қосқанда токтың орнығуы мен тізбекті ажыратқанда токтың кемуі лезде емес, біртіндеп болады. *Тізбектің индуктивтілігі жоғары болған сайын, бұл эффектілер соғұрлым баяу болады.* Тұрақты кедергісі  $R$  және индуктивтілігі  $L$  тұйық тізбекте ток күшінің өзгеру заңдары осы тізбекті тұрақты ЭҚК  $\varepsilon$  ток көзіне қосу кезінде

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (1.6)$$

және оны ажыратқанда

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right). \quad (1.7)$$

өрнектері арқылы жазылады.



Бірінші қосынды ажырату экстратоктарына, екіншісі – тұйықтау экстратоктарына қатысты жазылған. 1.1 суретте  $I(t)$  уақытқа тәуелділік графиктері келтірілген: 1 қисық – тізбекті ажырату кезіндегі ток күшінің кемуі 2 қисық – оны тұйықтаған кездегі ток күшінің артуы,  $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$  орнығатын токты береді ( $t \rightarrow \infty$  кезде).

Токтың өзгеру жылдамдығы (кему немесе орнығу) тізбектің *тұрақты уақыты* немесе *релаксация уақыты* деп аталатын және уақыт өлшемімен есептелетін

$$\tau = \frac{L}{R}$$

1.1 сурет тұрақты шамамен сипатталады.

### 1.3 Өзара индукция құбылысы

Әрбір контурдағы ЭҚК-і басқа контурдағы токтың тудыратын магнит ағынының өзгерісі есебінен пайда болады. Бұл құбылыс өзара индукция құбылысы деп аталады.

Бір-біріне жақын орналасқан екі қозғалмайтын контурларды қарастырайық. Егер 1 контурда  $I_1$  ток жүрсе, ол екінші контур арқылы өтетін  $\Psi_2$  толық магнит ағынын тудырады

$$\Psi_2 = M_{21} I_1, \quad (1.8)$$

онда осы сияқты екінші контурда  $I_2$  ток жүрсе, ол бірінші контур арқылы өтетін толық магнит ағынын тудырады

$$\Psi_1 = M_{12} I_2. \quad (1.9)$$

$M_{12}$  және  $M_{21}$  коэффициенттері – бірінші контурдың екінші контурға қатысты және сәйкесінше екінші контурдың бірінші контурға қатысты өзара индуктивтілігі деп аталады. Сызықты орталарда, мысалы ферромагнетиктер жоқ кезде,  $M_{12} = M_{21}$ .

*Өзара индуктивтілік магниттік байланысқан контурлардың геометриялық өлшемдеріне, олардың орналасуына және ортаның магниттік қасиеттеріне тәуелді.*

Электрмагниттік индукция заңына сәйкес 1 және 2 контурларда пайда болатын ЭҚК-тері:

$$\varepsilon_1 = -M_{12} \frac{d I_2}{d t}, \quad \varepsilon_2 = -M_{21} \frac{d I_1}{d t}. \quad (1.10)$$

Токтар мен кернеулерді түрлендіруші құрылғылар – трансформаторлардың жұмыс істеу принципі электрмагниттік индукция құбылысына негізделген.

#### 1.4 Магнит өрісінің энергиясы

Егер индуктивтілігі  $L$  контурда  $I$  ток жүрсе, онда тізбекті ажырату мезетінде жойылып кететін магнит өрісінің энергиясы есебінен жұмыс атқаратын индукциялық ток пайда болады. Энергияның сақталу және айналу заңына сәйкес магнит өрісінің энергиясы негізінен электр өрісінің энергиясына айналады, осының нәтижесінде өткізгіш қызады.

Жұмыс  $d A = \varepsilon_s I d t$  қатынасымен анықталады. (1.6)-ны қолданып,  $d A = -L I d I$  аламыз.

Магнит өрісінің энергиясының кемуі токтың жұмысына тең, сондықтан

$$W_m = \int d A = -L \int_I^0 I d I = \frac{L I^2}{2}. \quad (1.11)$$

Сонымен,  $I$  ток өтетін индуктивтілігі  $L$  контур

$$W_{\text{ж}} = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} I \Psi = \frac{\Psi^2}{2L}$$

энергияға ие болады.

Энергияны ұзын соленоидтың  $L = \mu_0 \mu n^2 V$  және  $n I = H = B / \mu_0 \mu$  өрнектерін қолданып, магнит индукциясы  $\vec{B}$  арқылы өрнектеуге болады. Нәтижесінде  $V$  көлемдегі біртекті өрістің энергиясының формуласын аламыз

$$W_{\text{ж}} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} V = \frac{\vec{B} \vec{H}}{2} V = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V \quad (1.12)$$

Магниттік энергия магнит өрісі бар кеңістікте жинақталады және осы көлемде көлемдік тығыздықпен таралады

$$w = \frac{dW_{\text{ж}}}{dV} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{\vec{B} \vec{H}}{2} \quad (1.13)$$

мұндағы  $dV$  - энергияның көлемдік тығыздығы барлық жерде бірдей деп есептелген шектегі магнит өрісінің аз аймағының көлемі.

$$V \text{ көлемдегі магнит өрісінің энергиясы} \quad W_{\text{ж}} = \int_{(V)} \frac{\vec{B} \vec{H}}{2} dV = \int_{(V)} \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} dV = \int_{(V)} \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} dV$$

## 2 Дәріс. Максвелл теориясының негіздері

Дәрістің мақсаты:

- Максвеллдің теңдеулер жүйесінің физикалық мағынасын ашу;
- ығысу тогы ұғымын енгізу.

Максвелл тәжірибеден алынған заңдарды жүйелеп, электрдинамиканың негізгі теориясын жасады. Бұл теория электр және магнитстатиканың маңызды заңдары - Гаусс теоремасы мен толық ток заңы [1], электромагниттік индукция заңдарының жалпы түрі болып табылады.

### 2.1 Құйынды электр өрісі

Электромагниттік индукция құбылысын оқып-үйрену кезінде айнымалы магнит өрісінде тыныштықта тұрған контурда индукциялық ток пайда болатыны байқалған. Оның пайда болу себебі бөгде күштердің әсері. Бұл күштердің табиғаты электростатикалық, магниттік емес және жылулық немесе химиялық



процесстермен де байланысты емес. Максвелл магнит өрісінің кез келген өзгерісі қоршаған кеңістікте индукцияланған электр өрісін тудырады, бұл контурдағы индукциялық токтың туындау себебі болып саналады деген болжам айтты.

Электрстатикалық өрістен ерекшелігі индукцияланған электр өрісі потенциалды емес құйынды электр өрісі болып табылады, себебі осы өрісте бірлік оң зарядты тұйық контур бойымен орын ауыстырғанда атқарылған жұмыс нөлге тең емес, ол индукцияның ЭҚК-не тең

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{\ell} = \varepsilon, \quad (2.1)$$

мұндағы  $\vec{E}_B$ - айнымалы магнит өрісімен индукцияланған электр өрісінің кернеулігі.

Электрмагниттік индукция заңынан (1.1),

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{\ell} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (2.2)$$

жазуға болады.

Жалпы жағдайда  $\vec{E}$  электр өрісі электрстатикалық өріс және уақыт бойынша өзгеретін магнит өрісінің тудыратын өрісінің қосындысынан тұрады. Себебі, электрстатикалық өрістің циркуляциясы нөлге тең, (2.2) теңдеуді  $\vec{E}$  өрісі осы екі өрістің векторлық қосындысынан тұратын жалпы өріс үшін келесі түрде жазуға

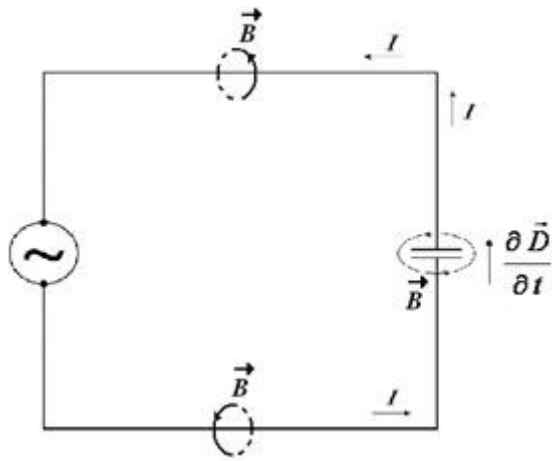
$$\oint_L \vec{E} d\vec{\ell} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (2.3)$$

Максвелдің бірінші теңдеуі (2.3) электромагниттік өріске ойша енгізілген кез-келген қозғалмайтын тұйық контур бойынша алынған  $\vec{E}$  векторының циркуляциясы теріс таңбамен алынған  $\vec{B}$  беттен өтетін магнит ағынының өзгеру жылдамдығына тең. Бұдан *Максвелл теориясының бірінші тұжырымы: магнит өрісінің кез-келген өзгерісі құйынды электр өрісін тудырады.*

## 2.2 Ығысу тогы

Максвелл айнымалы электр өрісі электр тогы секілді магнит өрісінің көзі болады деп болжай келе, толық ток заңын толықтырды[1]. Айнымалы электр өрісінің «магниттік әсерінің» сандық түрде сипаттау үшін ығысу тогы деген ұғым енгізілді.

Тұрақты ток тізбегінде конденсатор үзіліс болып табылады, ал айнымалы токтың мұндай тізбекте өтетіндігі белгілі. Тізбектің барлық тізбектей жалғанған элементерінде де өткізгіштік квазистационар ток күші бірдей болады.



Конденсаторда электрондардың қозғалысымен байланысты өткізгіштік токтың болуы мүмкін емес, себебі конденсатор астарларының арасы диэлектрикпен толтырылған. Бұдан шығатын қорытынды, конденсаторда өткізгіштік токты тұйықтайтын қандай да бір процесс өтеді, бұл – ығысу тогы. Айнымалы ток тізбегінде (2.1 суретті қара) конденсатор астарлары

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

2.1 сурет арасында кернеулігі

электр өрісі

бар. Бұл формулада  $\sigma$ - астардағы зарядтың беттік тығыздығы,  $E$ - астарлар арасындағы заттың диэлектрик өтімділігі.

Заряды  $q$  және пластиналардың ауданы  $S$  конденсатор астарлары арасындағы электр ығысуы

$$D = \sigma = \frac{q}{S}$$

Тізбектегі ток күші  $I = \frac{dq}{dt}$ , бұдан

$$I_{\text{ыз}} = S \frac{\partial D}{\partial t}, \quad (2.4)$$

яғни конденсатор астарлары арасындағы электр ығысуының өзгеру жылдамдығы тізбектегі токты тұйықтайтын процесс болып табылады. Онда астарлар арасындағы кеңістіктегі ығысу тогының тығыздығы

$$\vec{j}_{\text{ыз}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (2.5)$$

Максвелдің теориясына сәйкес (екінші тұжырымы), ығысу тогы өткізгіштік ток сияқты құйынды магнит өрісінің көзі болып табылады (2.1 суретті қара).

Максвелдің екінші теңдеуін мына түрде жазуға болады

$$\oint_L \vec{H} d\vec{\ell} = \int_S \left( \vec{j}_{\text{ыз}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}, \quad (2.6)$$

мұндағы  $\vec{j} = \vec{j}_{\text{ыз}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  - толық ток тығыздығы.

(2.6) теңдеу электромагниттік өріске ойша енгізілген кез-келген қозғалмайтын тұйық контур бойынша алынған  $\vec{H}$  магнит өрісінің кернеулік векторының циркуляциясы  $\oint \vec{H} d\vec{\ell}$  беттен өтетін өткізгіштік және ығысу токтарының алгебралық қосындысына тең болатынын көрсетеді.

### 2.3 Максвелл теңдеулерінің жүйесі

Максвелл теңдеулерінің жүйесі 2.1 кестеде көрсетілген.

2.1 кесте

Интегралдық түрі	Дифференциалдық түрі
1. $\oint_L \vec{E} d\vec{\ell} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$	$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
2. $\oint_L \vec{H} d\vec{\ell} = \int_S \left( \vec{j}_{\text{вп}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$	$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
3. $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$	$\text{div } \vec{B} = 0$
4. $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV$	$\text{div } \vec{D} = \rho$
5. $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$	
6. $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$	
7. $\vec{j} = \gamma \vec{E}$	

Алғашқы екі теңдеуден маңызды қорытынды шығады: айнымалы электр және магнит өрістері біртұтас электромагниттік өріс жасап, бір-бірімен тығыз байланысқан.

Үшінші және төртінші теңдеулер электр өрісінің көздері – электр зарядтары, ал магниттік зарядтардың болмайтынын көрсетеді. Сондықтан Максвелл теңдеулері электр және магнит өрістеріне қатысты симметриялы емес. 2.1 кестеде (5,6,7) қатынастары материялық теңдеулер деп аталады, себебі олар ортаның жеке қасиеттерін көрсетеді.

Максвелл теориясы сол кездегі белгілі барлық тәжірибелік фактілерді түсіндірді және бірқатар жаңа құбылыстарды болжады. Оның теориясының негізгі салдары жарық жылдамдығымен таралатын электромагниттік толқындардың болуы жөнінде қорытынды болды, ол кейіннен жарықтың электромагниттік теориясын құруға алып келді.

### 3 Дәріс. Тербелмелі процестер

Дәрістің мақсаты:

- тербелістің түрлерімен танысу ;
- тербелмелі процесстердің негізгі сипаттамаларын оқып үйрену.

Қандай да бір дәрежеде қайталанып тұратын процесстер тербелістер деп аталады. Жүйені тепе-теңдік күйден шығарғаннан кейін өздігінен өтетін тербелістер *еркін тербелістер* деп аталады. Сыртқы периодты күштің әсерінен жүйеде пайда болатын тербелістер еріксіз тербелістер деп аталады.

Тербелістердің ең қарапайым түрі гармоникалық тербелістер болып табылады. *Гармоникалық тербелістер* деп косинус (немесе синус) заңы бойынша өтетін процесстерді айтады.

### 3.1 Еркін гармоникалық тербелістер

Гармоникалық тербелетін  $x(t)$  шама үшін өрнекті мына түрде жазуға болады:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3.1)$$

Мұндағы  $A = x_m$  - тербеліс *амплитудасы*, өзгеретін  $S$  шаманың ең үлкен мәні;

$\omega_0$  - меншікті циклдік жиілік,  $2\pi$  секунд ішінде өтетін толық тербелістер саны;

$(\omega_0 t + \varphi_0)$  - кез-келген  $t$  мезетінде  $x$  мәнін анықтайтын *тербеліс фазасы*;

$\varphi_0$  - *бастапқы фаза*, яғни  $t = 0$  бастапқы уақыт мезетінде тербеліс фазасы.

Толық тербеліс жасауға кететін уақыт *период* деп аталады ( $T$ ),  $T = 2\pi / \omega$ .

Бірлік уақыт ішінде жасалатын толық тербеліс саны *жиілік* деп аталады ( $\nu$ ),

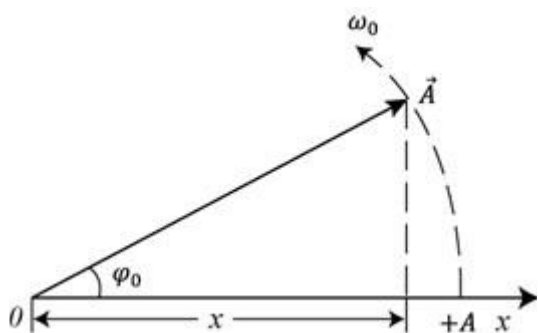
$$\nu = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Гармоникалық еркін тербелістер екінші реттік біртекті дифференциалдық теңдеумен сипатталады

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (\ddot{x} = d^2 x / dt^2). \quad (3.2)$$

(3.2) теңдеуінің шешімі гармоникалық тербелістің теңдеуі (3.1) болып табылады.

Тербелмелі процестің физикалық табиғатына қарай тербелмелі процестер механикалық, электромагниттік, электромеханкалық, т.б. тербелістерге бөлінеді.



Тербелмелі жүйе *осциллятор*, ал гармоникалық тербеліс жасайтын жүйені *гармоникалық осциллятор* деп атау қабылданған. Осцилляторларға маятниктер, тербелмелі контур, қатты денелердің молекулалары мен атомдары және т.б. жатады.

Гармоникалық тербеліс графикалық түрде кескіндеу үшін векторлық диаграмма әдісін қолданамыз (3.1 суретті қара).

3.1 сурет Тірек осі ретінде  $x$  осі алынады. Вектордың

ұзындығы тербеліс амплитудасына  $A$  тең, ал вектор мен  $x$  осінің арасындағы бұрыш тербелістің бастапқы фазасына тең.  $\vec{A}$  векторының оське проекциясы тербелетін шаманы көрсетеді. Егер осы векторды  $\omega_0$  бұрыштық жылдамдықпен айналдырсақ,  $\vec{A}$  векторының оське проекциясы (3.1) теңдеуімен сипатталатын  $+A$  дан  $-A$  аралығында гармоникалық тербеліс жасайды. Осы тербелістердің циклдік жиілігі айналудың бұрыштық жылдамдығына тең.

### 3.2 Гармоникалық тербелістердің энергиясы

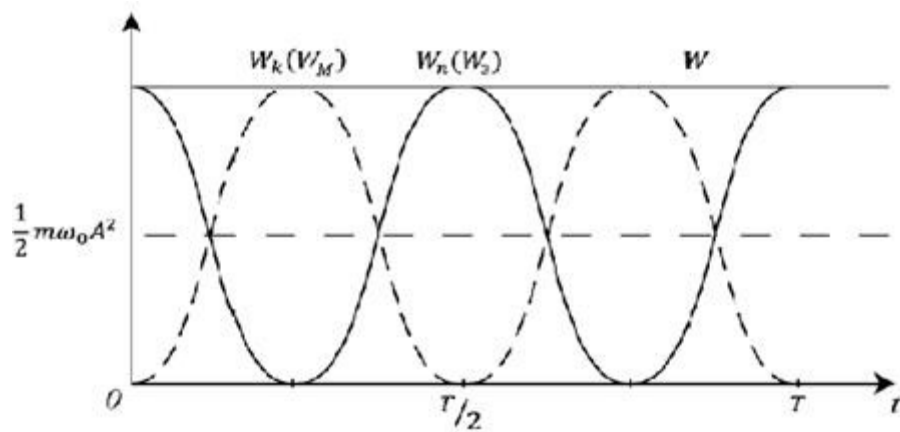
Механикалық тербелістердің  $W$  толық энергиясы кинетикалық  $W_k$  және  $W_n$  потенциалдық энергиялардың қосындысы арқылы анықталады

$$W_k = \frac{m v^2}{2} = \frac{m \omega_0^2 A^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi), \quad (3.3)$$

$$W_n = \frac{k x^2}{2} = \frac{k A^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi), \quad (3.4)$$

$$W = W_k + W_n = \frac{k A^2}{2} = \frac{m \omega^2 A^2}{2} = W_{k \max} = W_{n \max} = \text{const}. \quad (3.5)$$

$W_k, W_n$  және  $W$  уақытқа тәуелділік графиктері 3.2 суретте көрсетілген.



3.2 сурет

Тербелмелі контурда электромагниттік өрістің толық энергиясы  $W = W_3 + W_{\text{ж}}$ . Конденсатордың зарядталуы кезінде оның астарларының арасында энергиясы  $W_3$  электр өрісі пайда болады. Разрядталу кезінде индуктивті катушкада  $W_{\text{ж}}$  магнит өрісінің энергиясы пайда болады.

Магнит өрісінің энергиясы үшін  $W_{\text{ж}}$

$$W_{\text{ж}} = \frac{1}{2} LI^2, \quad (3.6) \quad (3.6)$$

электр өрісінің энергиясы үшін  $W_3$

$$W_3 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{c}, \quad (3.7)$$

және  $W$  толық энергия

$$W = W_{\text{ж}} + W_3 = \frac{q^2_{\text{м}}}{2c} = \frac{LI_{\text{м}}^2}{2} = \text{const}. \quad (3.8)$$

(3.8)

#### 4 Дәріс. Тербелістерді қосу. Өшетін және еріксіз тербелістер

Дәрістің мақсаты:

- бірдей бағыттағы және өзара перпендикуляр бағыттағы тербелістерді қосып үйрену;
- резонанс құбылысымен танысу.

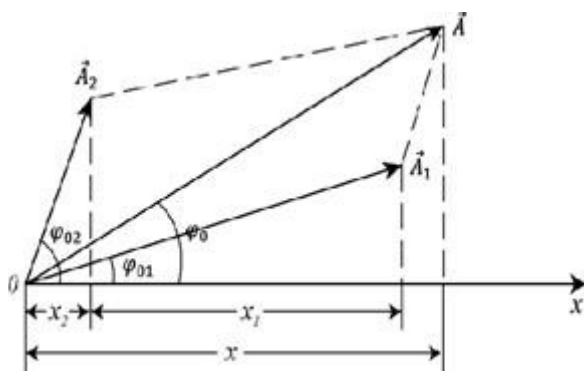
Тербелмелі жүйенің бірізгілікте бірнеше тербелмелі процестерге қатысып, жүйеде өтетін қорытқы тербелістің заңдылығын анықтауды тербелістерді қосу деп қарастырады. Екі шекті жағдай қарастырылады: бірдей бағыттағы және өзара перпендикуляр бағыттағы тербелістерді қосу.

#### 4.1 Бірдей бағыттағы тербелістерді қосу

Егер жүйе бірізгілікте:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}), \quad (4.1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}), \quad (4.2)$$



теңдеулерімен сипатталатын екі тербеліске қатысса, онда қосуды векторлық диаграмма әдісін қолданып, жүргізуге болады (4.1 суретті қара). Қорытқы  $\vec{A}$  векторының  $x$  осіне проекциясы қосылғыш векторлардың проекцияларының қосындысына тең

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

4.1 сурет бойынша қорытқы вектор амплитудасын косинустар теоремасынан  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})$ , (4.3)

ал қорытқы тербелістің бастапқы

фазасын 
$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}. \quad (4.4)$$

4.1 сурет

(4.1), (4.2) және (4.3) теңдеулерін талдайық.

4.1.1 Бірдей жиіліктегі және фаза ығысуы  $(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \pm 2k\pi$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) тербелістерді қосқанда қорытқы амплитуда  $A = A_1 + A_2$ . Тербелістер бірдей фазада (синфазды) тербеледі. Егер фаза ығысуы  $(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \pm(2k + 1)\pi$ , онда  $A = |A_1 - A_2|$ , тербелістер қарама-қарсы фазада тербеледі. Екі жағдайда да қорытқы тербелістің амплитудасы уақыт бойынша өзгермейді. Егер екі тербеліс фаза айырмасы тұрақты болып, уақыт бойынша үйлесімді өтетін болса, оларды когеренттік тербелістер деп атайды.

4.1.2 Жиіліктері әртүрлі тербелістерді қосқанда  $\vec{A}_1$  және  $\vec{A}_2$  векторлары әртүрлі бұрыштық жылдамдыққа ие болады. Қорытқы  $\vec{A}$  векторы шама жағынан өзгереді және айнымалы жылдамдықпен айналады. Бұл тербелістер *когерентті емес*, гармоникалық емес, күрделі құбылыс байқалады.

4.1.3 Бірдей бағыттағы, бірақ жиіліктері ұқсас тербелістерді қосқанда, амплитудасы периодты түрде өзгереді тербеліс пайда болады. Мұндай тербелістер *соғу* деп аталады.

Бір тербелістің жиілігі  $\omega_0$ , ал екіншісінің жиілігі  $\omega_0 + \Delta\omega$ , бастапқы фазалары нөлге тең, амплитудалары тең  $A_1 = A_2 = A$  болсын, онда  $x_1 = A \cos \omega_0 t$ ,

$x_2 = A \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t$ . Қорытқы тербеліс

$$x = 2A \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \cdot \cos \omega t \quad (4.5)$$

түрінде жазылады.

$2A \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right)$  шамасы 0 ден  $2A$ -ға дейінгі аралықта соғудың циклдік жиілігі деп аталатын  $\omega_0$  циклдік жиілікпен өзгереді. Соғудың жиілігі  $\omega_0$  болғандықтан, жоғарыда көрсетілген айнымалы шаманы *соғудың амплитудасы (шартты)* деп

атайды. Соғудың периоды  $T_{\text{соғу}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{T_1 \cdot T_2}{|T_1 - T_2|}$ .

## 4.2 Өзара перпендикуляр тербелістерді қосу

Егер тербелістер бір мезгілде  $x$  осі және  $y$  осі бойымен өтсе, онда олардың теңдеулері келесі түрде жазылуы мүмкін

$$x = A \cos \omega t, \quad y = B \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4.6)$$

мұндағы  $\varphi_0$  - екі тербелістің фазалар айырымы (фаза ығысуы).

Мұндай тербелістерді осциллографтың горизонталь және вертикаль басқарушы пластиналарына периодты гармоникалық сигналдар берген кезде бақылауға болады. Қорытқы тербелістің траекториясын анықтау үшін (4.6) теңдеудегі

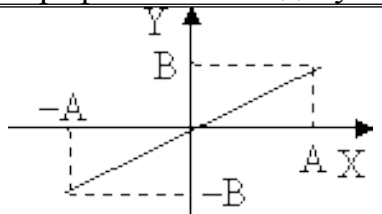
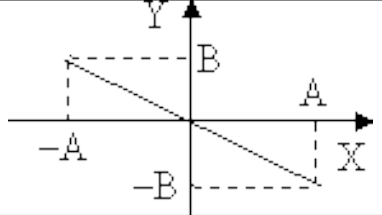
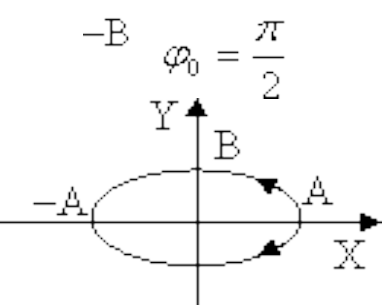
уақыттан арылу қажет. Ол үшін  $\cos \omega t = \frac{x}{A}$  және  $\sin \omega t = \sqrt{1 - x^2 / A^2}$ ,  $y / B = \cos(\omega t + \varphi_0) = \cos \omega t \cdot \cos \varphi_0 - \sin \omega t \cdot \sin \varphi_0$  өрнектеуіміз қажет.

(4.6) теңдеудегі уақыттан құтылып, траекторияның теңдеуін шығарып аламыз



$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi_0 + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi_0. \quad (4.7)$$

4.1 кесте

Фазалар айырымы	Траектория теңдеуі	Графиктік кескінделуі
$\varphi_0 = m\pi$ $(m = 0, \pm 2, \dots)$	$y = \frac{B}{A}x$	
$\varphi_0 = m\pi$ $(m = \pm 1, \pm 3, \dots)$	$y = -\frac{B}{A}x$	
$\varphi_0 = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ $(m = 0, \pm 1, \dots)$	$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$	$\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$ 

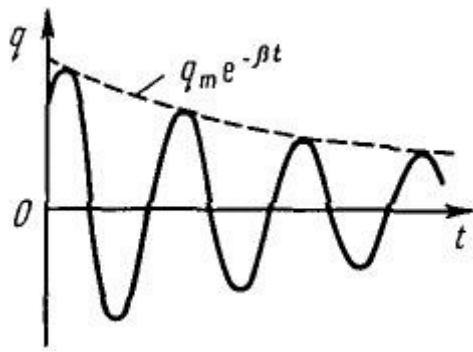
(4.7) теңдеу жарты осьтері кез келген бағытта орналасқан эллипстің теңдеуін береді. Осы теңдеуден шығатын дербес жағдайлар 4.1 кестеде көрсетілген.

Егер өзара перпендикуляр тербелістердің жиіліктері бірдей болмаса, онда қорытқы қозғалыстың траекториялары *Лиссажу фигуралары* деп аталатын күрделі қисықтарды береді.

### 4.3 Еркін өшетін электрмагниттік тербелістер

Өшпейтін тербелістер идеал жүйелерде ғана өтеді. Бұл жүйелерде энергия шығыны ескерілмейді. Бірақ кез келген реалды процестерде энергия шығынынан құтылу мүмкін емес, тербелмелі контурда энергия шығыны электр кедергісінің болуына байланысты туындайды.

Нақты тербелмелі контурдың идеал контурдан ерекшелігі - конденсатор мен катушкаға кедергісі R резистор тізбектей жалғанған.



R кедергіні ескеріп, тізбектің 1-2 бөлігі үшін жалпылама Ом заңы :

$$IR = -\frac{q}{c} + \varepsilon_s,$$

мұндағы  $IR = R\dot{q}$ ,  $\varepsilon_s = -L \cdot \ddot{q}$ ,

онда

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0, \quad (4.8)$$

мұндағы  $\beta$  - өшу коэффициенті,  $\beta = \frac{R}{2L}$ .

4.2 сурет

(4.8) теңдеуі – өшетін тербелістердің екінші ретті дифференциалдық теңдеуі.

(4.8) теңдеуінің шешімі өшетін тербелістің теңдеуі болып табылады,

$$q = q_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4.9)$$

мұндағы  $q_{m0}$  тұрақты (бастапқы амплитуда) және  $\varphi_0$  (бастапқы фаза) бастапқы шарттарға тәуелді.  $q(t)$  тәуелділік графигі 4.2 суретте көрсетілген. Өшетін тербелістер периодты емес, себебі тербелетін шама, мысалы берілген жағдайда зарядтың максимал мәні еш қайталанбайды, бірақ бірдей тең уақыт аралығында

$$T = 2\pi / \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (4.10)$$

және бірдей жиілікпен

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (4.11)$$

максимал және минимал мәндеріне ие болады. Сондықтан  $T$  және  $\omega$  шамаларын өшетін тербелістің *шартты периоды* және *шартты циклдік жиілігі* деп атайды.

Енгізілген шамаларды қолданып, электрмагнитік өшетін тербелістердің периоды мен жиілігін

$$T = 2\pi / \sqrt{1/(LC) - R^2/(4L^2)} \text{ және } \omega = \sqrt{1/(LC) - R^2/(4L^2)} \quad (4.12)$$

түрінде жазуға болады.

Өшетін тербелістің амплитудасы  $e$  есе азаятын уақыт аралағын *орнығу уақыты*  $\tau = 1/\beta$  деп атайды.

Өшетін тербелістің амплитудасының кему жылдамдығын сандық түрде сипаттау үшін өшудің логарифмдік декременті деген ұғымды қолданады. *Өшудің логарифмдік декременті* деп бір периодқа ерекшеленетін уақыт мезеттеріне сәйкес амплитудалардың мәндерінің қатынасының натурал логарифмін айтады:

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}, \quad (4.13)$$

мұндағы  $N_e$  - амплитудасы  $e$  есе азаятын уақыт аралығында жасайтын тербеліс саны.

Нақты тербелмелі контур кез келген  $t$  уақыт мезетінде жүйе тербелісінің  $W(t)$  энергиясының өшетін тербелістің шартты период аралығында осы энергияның шығынына қатынасының  $2\pi$ -ге көбейтіндісіне тең  $Q$  сапалылықпен сипатталады

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}$$

Контурдың сапалылығы

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e, \quad (4.14)$$

яғни контурдың сапалылығы тербеліс амплитудасы  $e$  есе азайғандағы тербеліс саны көп болған сайын жоғары болады.

#### 4.4 Еріксіз электрмагниттік тербелістер. Резонанс

Еріксіз электрмагниттік тербелістерді тудыру үшін контурдың  $R-L-C$  элементтерін айнымалы ЭҚК-не қосу қажет:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cos \omega t$$

Берілген жағдайда тербелмелі контурдың теңдеуі келесі түрде жазылады

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{c} = \mathcal{E}_m \cos \omega t$$

немесе

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = (\varepsilon_m / L) \cos \omega t. \quad (4.15)$$

Еріксіз тербелістер жағдайында бізді орныққан тербелістер қызықтыратындықтан, бұл теңдеудің дербес шешімі

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi), \quad (4.16)$$

мұндағы  $q_m$  - конденсатордағы зарядтың амплитудасы;

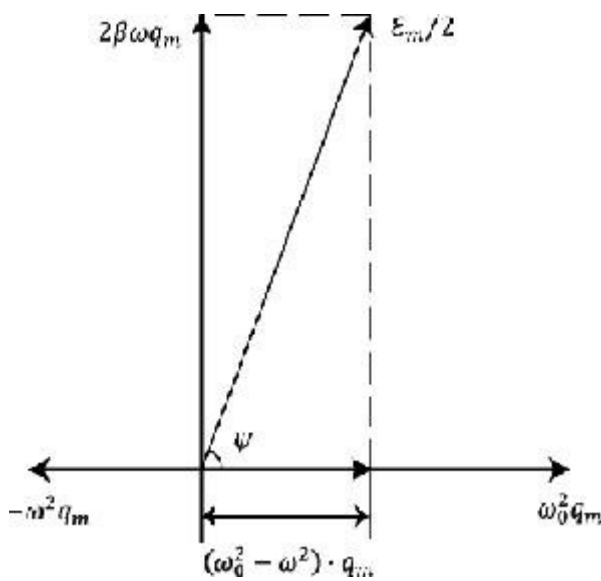
$\psi$  - заряд пен сыртқы ЭҚК тербелістері арасындағы фаза айырмасы.

(4.16) теңдеуді  $\dot{q}$  бойынша дифференциалдап, контурдағы ток күшін аламыз:

$$I = \dot{q} = -\omega q_m \sin(\omega t - \psi) = \omega q_m \cos(\omega t - \psi + \pi/2). \quad (4.17)$$

(4.16)-ны тағы да  $\ddot{q}$  бойынша дифференциалдап, жазамыз

$$\ddot{q} = -\omega^2 q_m \cos(\omega t - \psi) = \omega^2 q_m \cos(\omega t - \psi + \pi). \quad (4.18)$$



(4.16)-(4.18) теңдеулерді (4.15)-ке қойып  $\frac{\varepsilon_m}{L} \cos \omega t$  -ң фаза ығысуы бар бір жиіліктегі үш тербелістің қосындысы екенін көруге болады. Бұл тербелістерді косудың векторлық диаграммасы 4.3 суретте көрсетілген.

$$q_m = \frac{\varepsilon_m}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (4.19)$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

4.3 сурет

Егер  $\beta = \frac{R}{2L}$ ,  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  екенін ескерсек,

$$q_m = \frac{\varepsilon_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

онда

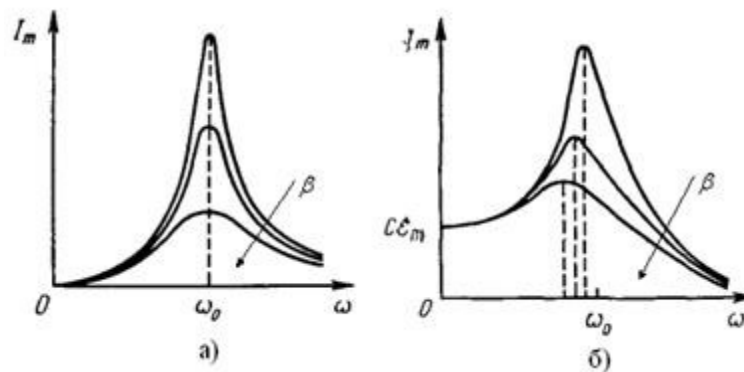
$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (4.20)$$

(4.19) өрнегі  $\varepsilon_m, R, L, C$  берілген мәндерінде зарядтың еріксіз тербелісінің амплитудасы (және фазасы) ЭҚК-ң жиілігімен анықталатынын көрсетеді. Меншікті жиілік  $\omega_0$  пен айнымалы ЭҚК жиілігінің айырмасы неғұрлым аз болған сайын,  $I_m$  амплитуда соғұрлым жоғары болады. *Сыртқы әсер жиілігінің белгілі бір мәнінде еріксіз тербелістің амплитудасының күрт артуы резонанс деп аталады.* Резонанс басталатын сыртқы әсердің (ЭҚК) жиілігі *резонанстық жиілік* деп аталады.

Заряд (конденсатордағы кернеу) және ток күші үшін резонанстық жиіліктер келесі формулалармен анықталады:

$$\omega_{q_{рез}} = \omega_{U_{C_{рез}}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2},$$

$$\omega_{I_{рез}} = \omega_0 \quad (4.21)$$



4.4 сурет

$U_C$  және ток үшін 4.4 а, б суретте резонанстық қисықтар көрсетілген.  $\beta$ -ң мәні аз болған сайын (актив кедергі аз болған сайын), резонанс кезіндегі максимум жоғарылап, ұштана түседі.  $\omega \rightarrow 0$  кезде  $U_C$  кернеуге арналған резонанстық қисықтардың ток күшінің резонанстық қисықтарынан айырмашылығы, олар  $U_{Ck} = U_m$  нүктесінде тоғысады,  $U_m$  конденсаторды тұрақты кернеу көзіне жалғағанда конденсаторда пайда болатын кернеу.

Электр тербелістерін қарастырғанда тұрақты ток үшін жазылған жалпылама Ом заңы қолданылды. Бұл тізбекте  $C$  жарық жылдамдығына тең жылдамдықпен таралатын электромагниттік әсерлер кезінде мүмкін болады. Сондықтан, егер контурдың сызықтық өлшемдері  $l$  аса үлкен болмаса ( $l \ll c/v$ ,  $v$  - контурдағы тербеліс жиілігі), онда әр уақыт мезетінде контурдың барлық бөліктерінде ток

күші бірдей деп есептеуге болады. Мұндай айнымалы тоқты *квазистационар ток* деп атайды.

## 5 Дәріс. Толқындық процестер

Дәрістің мақсаты:

- толқынның түрлерін оқып-үйрену;
- толқынның энергиясы, энергия ағыны, Умов векторы, толқынның қарқындылығы ұғымдарымен танысу.

### 5.1 Серпімді толқындар

Кез келген ортаның бір нүктесінде пайда болатын тербелістер шекті жылдамдықпен тарайды. Тербеліс көзінен алысырақ орналасқан нүктелерге тербеліс кешігіп жетеді. Тербелістің біртұтас ортада таралу процесі толқын деп аталады. Толқын таралғанда, орта бөлшектері орын ауыстырмайды, тепе-теңдік маңында тербеледі. Сондықтан барлық толқындарға тән қасиет – толқындық процесте зат тасымалы болмайды, энергия ғана тасымалданады. Серпімді ортада таралатын механикалық тербелістер серпімді толқындар деп аталады.

Серпімді толқындар *бойлық және көлденең* болып екіге бөлінеді. Бойлық толқындарда орта бөлшектері толқынның таралу бағытымен тербеледі. Ал көлденең толқындарда орта бөлшектері толқынның таралу бағытына перпендикуляр жазықтықта тербеледі.

Тербеліс  $\xi$  уақыт мезетінде жететін нүктелердің геометриялық орны толқындық бет деп аталады. Толқындық беттің пішініне қарай толқындар жазық немесе сфералық болуы мүмкін.

Толқын келесі параметрлермен сипатталады:  $\lambda$ - бірдей фазада тербелетін жақын бөлшектер арақашықтығы толқын ұзындығы деп аталады;  $T$ - *период*, бір тербелістің уақыты;  $\nu$ - жиілік, бірлік уақыт ішіндегі тербеліс саны. Олардың арасындағы байланыс:

$$\lambda = \nu \cdot T, \nu = \lambda \nu.$$

### 5.2 Толқындық теңдеу

Толқынның теңдеуі уақыт пен кеңістікке тәуелді функция болып табылады.  $\mathbf{X}$  осі бойымен ауытқулар таралғанда, орта бөлшегінің тепе-теңдіктен  $\xi$  ығысуы  $\mathbf{X}$  координата мен  $\xi$  уақыттың функциясы болып есептеледі, яғни  $\xi = f(x, t)$ .

Егер тербеліс көзі жазықтығында жататын нүктелердің тербелісі  $\xi(0, t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  функциясымен сипатталса, онда тербеліс көзінен қандай да

бір  $\lambda$  қашықтықта орналасқан бөлшектерге тербеліс  $T = \lambda / v$  уақытқа кешігеді, мұндағы  $v$  - толқынның таралу жылдамдығы.  $\lambda$  қашықтықта орналасқан орта бөлшектерінің тербеліс теңдеуі

$$\xi = (x, t) = A \cos[\omega(t - x/v) + \varphi_0].$$

Толқындарды сипаттау үшін толқындық сан қолданылады

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}. \quad (5.1)$$

Толқындық сан ұзындығы  $2\pi$  тең кесіндіге қанша толқын ұзындығы сәйкес келетінін көрсетеді.

Ендеше

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0), \quad (5.2)$$

мұндағы  $\varphi_0$  - толқынның бастапқы фазасы;

$(\omega t - kx + \varphi_0)$  - жазық толқынның фазасы.

(5.2) теңдеуі –  $\lambda$  осінің бойымен таралатын жазық толқынның теңдеуі.

Толқын фронтына перпендикуляр бағытталған бірлік  $\vec{n}$  вектормен сипатталатын кез келген бағытта жазық толқын таралғанда  $\vec{k}$  толқындық вектор енгізеді

$$\vec{k} = k\vec{n} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}.$$

Бұл жағдайда жазық толқынның теңдеуі келесі түрде жазылады:

$$\xi(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0),$$

мұндағы  $\vec{k}\vec{r} = k_x \cdot x + k_y \cdot y + k_z \cdot z$ .

### 5.3 Толқындық теңдеу

Материялық нүктенің барлық мүмкін болатын қозғалыстарын сипаттайтын динамиканың негізгі теңдеуі сияқты толқындық процестер үшін де толқынның түріне тәуелсіз теңдеулер бар. Бұл теңдеулер - толқынды сипаттайтын, кеңістік пен уақыттағы функцияның өзгерісін байланыстыратын дербес туынды түріндегі дифференциалдық теңдеулер.

Оларды *толқындық теңдеулер* деп атайды. Толқындық теңдеуді алу үшін (5.2) теңдеуді алдымен уақыт бойынша, сосын x бойынша екі рет дифференциал аламыз. Нәтижесінде

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 \xi, \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2}{v^2} \xi.$$

Бірінші теңдеуді екінші теңдеуге қойып, x осі бойымен жазық толқынның теңдеуін аламыз:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (5.3)$$

(5.2) жазық толқынның теңдеуі (5.3) толқындық теңдеудің шешімі болып табылады.

Жалпы жағдайда, ығысу төрт айнымалының функциясы болып табылады және ол келесі түрде жазылады

$$\nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad (5.4)$$

мұндағы

$$\nabla^2 \xi = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}.$$

#### 5.4 Толқынның энергиясы. Умов векторы

Кеңістікте энергия тасымалдайтын толқындар кума толқындар деп аталады. Толқын таралатын серпімді орта бөлшектердің тербелмелі қозғалысының кинетикалық энергиясына және ортаның деформациясынан пайда болатын потенциалдық энергияға ие болады.

Барлық нүктелерде қозғалыс жылдамдығы және деформациясын бірдей ( $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ )

және  $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ ) деп есептеуге болатын және сәйкесінше x осі бойынша таралатын толқын үшін болатын  $\Delta V$  аз көлемді ойша белгілеп аламыз.

Белгіленген көлем  $\Delta W_k = \frac{\Delta m}{2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 = \frac{\rho}{2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 \Delta V$  кинетикалық энергияға ие,  
 мұндағы  $\Delta m = \rho \cdot \Delta V$  -  $\Delta V$  көлемдегі заттың массасы,  $\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\omega A \sin(\omega t - kx)$ .



Теңдеуге  $\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2$ , мәнін қойып, келесі өрнекті аламыз

$$\Delta W_k = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx) \Delta V$$

Қарастырылып отырған көлем потенциалдық энергияға ие

$$\Delta W_n = \frac{E \varepsilon^2}{2} \Delta V,$$

мұндағы  $E$  - Юнг модулі;

$$\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- салыстырмалы ұзару немесе сығылу. Қума толқындардың жылдамдығы

$v = \sqrt{E/\rho}$  мен  $\frac{\partial \xi}{\partial x} = kA \sin(\omega t - kx)$  екенін ескерсек, потенциалдық энергияның өрнегін аламыз

$$\Delta W_n = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx) \Delta V$$

Толық энергия  $\Delta W_k$  мен  $\Delta W_n$  қосындысына тең

$$\Delta W = \Delta W_k + \Delta W_n = \rho \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx) \Delta V. \quad (5.5)$$

Осы энергияны көлемге бөлсек, *энергия тығыздығын* аламыз

$$w = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \rho \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx)$$

Сонымен ортаның әрбір нүктесінде энергияның орташа тығыздығы

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2. \quad (5.6)$$

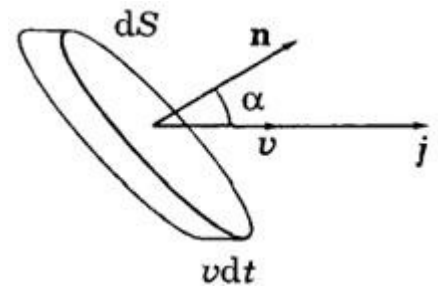
Қандай да бір бет арқылы  $dt$  бірлік уақытта толқын тасымалдайтын энергия осы бет арқылы өтетін *энергия ағыны* деп аталады:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}$$

Беттің әртүрлі нүктесінде энергия ағыны әртүрлі болуы мүмкін, сондықтан энергия ағынының тығыздығы деген ұғым енгізіледі. Бұл энергия тасымалының

бағытына перпендикуляр бағытталған бірлік аудан арқылы өтетін энергия ағыны:

$$j = \frac{d\Phi}{dS_{\perp}} = \frac{dW}{dt \cdot dS_{\perp}}. \quad (5.7)$$



Гармоникалық толқындар үшін толқынның энергия тасымалының жылдамдығы фазалық

5.1 сурет жылдамдыққа тең  $v$ . Табанының ауданы  $dS$  және

ұзындығы  $vdt$  тең қиық цилиндр ішінде жинақталған энергия  $dW$  (5.1 суретті қара)

$$dW = w v dt dS \cos \alpha = w v dt dS_{\perp}.$$

Бұл формуланы (5.7)-ге қойып, энергия ағынының тығыздығы үшін формуланы аламыз:  $j = w \cdot v$ .

Ағынның тығыздығын және оның бағытын анықтау үшін  $\vec{j}$  Умов векторын енгізеді:

$$\vec{j} = w \cdot \vec{v}, \quad (5.8)$$

мұндағы  $\vec{v} = \frac{\omega}{k} \vec{n}$  - модулі толқынның фазалық жылдамдығына тең берілген нүктеде толқынға нормаль жылдамдық векторы.

Энергия ағынының тығыздығының уақыт бойынша орташа мәні *толқынның қарқындылығы* деп аталады:

$$I = \langle \vec{j} \rangle = \langle w \rangle v = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v.$$

## 6 Дәріс. Электрмагниттік толқындар

Дәрістің мақсаты:

- электрмагниттік толқынның дифференциалдық теңдеуін жазу;
- электрмагниттік толқынның энергиясы, Пойнтинг векторы ұғымдарын енгізу.

Максвелл теориясы бойынша (2,3), айнымалы магнит өрісі айнымалы электр өрісін тудырады және керісінше. Егер кеңістіктің белгілі бір нүктесінде құйынды электр өрісін тудырсақ, онда қоршаған ортада электр және магнит

өрістерінің өзара айналымы пайда болады, яғни электромагниттік өріс уақыт пен кеңістік бойынша таралады. Бұл процесс периодты және *электромагниттік толқын* деп аталады.

## 6.1 Электромагниттік толқынның дифференциалдық теңдеуі

Максвелл теориясына сәйкес, еркін электр зарядтарынан да ( $\rho = 0$ ) және макроскопиялық ( $J = 0$ ) токтардан да қашықта орналасқан электромагниттік толқындар үшін (1.1-кестедегі 1-4) теңдеулер мына түрде жазылады

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0.$$

$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$  и  $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$  байланысын ескеріп, жазатын болсақ

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{E} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0, \quad (6.1)$$

мұндағы  $\mu$  және  $\varepsilon$  - ортаның тұрақты өтімділіктері.

Жазық толқын  $x$  осі бойымен таралса,  $\vec{E}$  мен  $\vec{H}$  векторлары  $Y$  пен  $Z$  осьтеріне тәуелді болмайды. Бұл кезде (6.1) теңдеуінен екі тәуелсіз теңдеулер тобын аламыз:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}. \quad (6.2)$$

(6.2) теңдеуді (5.3) формуламен салыстырамыз, онда (6.2) электромагниттік толқынның толқындық теңдеулері болып табылады.

Бұл теңдеулердің шешімдері

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \varphi_1) \quad \text{и} \quad H_z = H_m \cos(\omega t - kx + \varphi_2). \quad (6.3)$$

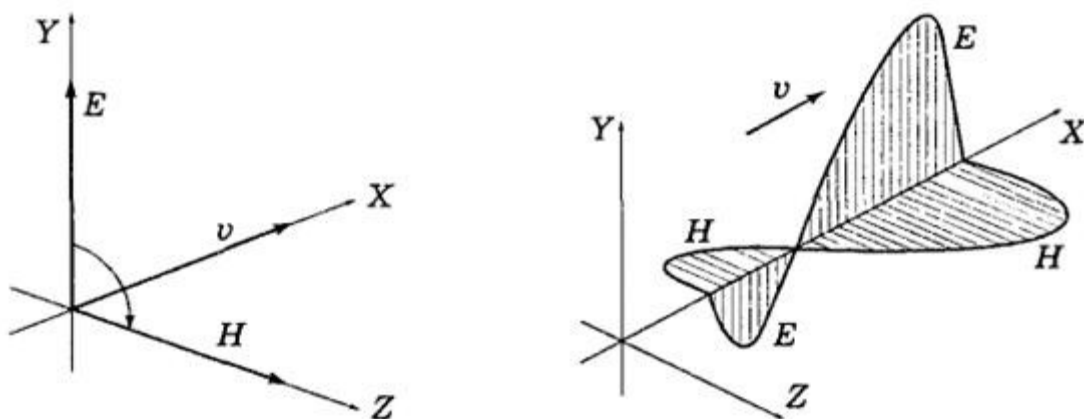
(6.2)-(6.3) теңдеулерден электромагниттік толқынның негізгі қасиеттері шығады.

6.1.1 (6.1) теңдеуден  $E_x$  пен  $H_x$  кеңістік пен уақытқа тәуелді емес екені шығады. Сондықтан жазық толқынның айнымалы өрісі үшін  $E_x = H_x = 0$  и  $\vec{E}$  мен  $\vec{H}$  векторлары толқынның таралу бағытына перпендикуляр, яғни электромагниттік толқындар *көлденең толқындар* болып табылады.

6.1.2 (6.2) пен (5.3) теңдеулерді салыстырсақ, электромагниттік толқындардың фазалық жылдамдығы ортаның қасиеттеріне тәуелді

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}}. \quad (6.4)$$

6.1.3 (6.2) теңдеуден шығатыны:  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  векторлары өзара перпендикуляр,  $\vec{v}, \vec{E}, \vec{H}$  векторлары оң бұрандалы жүйені құрайды (6.1-суретті қара).



6.1 сурет 6.2 сурет

6.1.4 (6.3) теңдеудегі бастапқы фазалар тең  $\varphi_1 = \varphi_2$  және  $\epsilon_0 \epsilon E_m^2 = \mu_0 \mu H_m^2$

Сондықтан  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  векторларының тербелісі (6.2 суретті қара) синфазалы (бірдей фазада) және олардың лездік мәні өзара байланысты:

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H. \quad (6.5)$$

6.1.5 Электромагниттік өрістің әрбір нүктесінде  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  векторлары бірдей жиілікпен гармоникалық тербеледі. Сондықтан электромагниттік толқын монохроматты болып табылады.

## 6.2 Электромагниттік толқын энергиясы. Пойнтинг векторы

Энергия тасымалы электромагниттік толқынмен байланысты. Изотропты ортада электромагниттік өріс энергиясының тығыздығы электр және магнит өрістерінің энергия тығыздықтарының суммасына тең:

$$w = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

$\vec{E}$  және  $\vec{H}$  векторларының байланысын ескерсек, электромагниттік толқынның энергиясының көлемдік тығыздығы

$$w = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2 = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu} E H = \frac{\sqrt{\varepsilon \mu}}{c} E H = \frac{E H}{v}, \quad (6.6)$$

мұндағы  $v$  - толқынның жылдамдығы (6.4).

(6.6) өрнекті жылдамдыққа  $v$  көбейтсек, энергия ағыны тығыздығын аламыз:

$$\vec{S} = w v = E H. \quad (6.7)$$

$\vec{E}$  мен  $\vec{H}$  векторлары өзара перпендикуляр және бағыттары оң бұрандалы жүйе таралу бағытына сәйкес (6.1-сурет), сондықтан (6.7) теңдеу мына түрде жазылады.

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}]. \quad (6.8)$$

$\vec{S}$  векторы *Пойнтинг векторы* деп аталады. ол электромагниттік толқынның таралу бағытымен бағыттас, ал модулі электромагниттік толқынның таралу бағытына перпендикуляр бірлік аудан арқылы тасымалданатын энергияға тең.

Гармоникалық электромагниттік кума толқын үшін энергия ағынының тығыздығы

$$S = \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 / \mu_0 \mu} E_m^2 \cos^2(\omega t - kx).$$

Толқын интенсивтілігі  $I$  энергия ағынының тығыздығының орташа мәніне тең:

$$I = \langle \vec{S} \rangle = (\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 / \mu_0 \mu}) / E_m^2 / 2, \quad (6.9)$$

өйткені косинустың квадратының орташа мәні  $1/2$ -ге тең.

### 6.3 Электромагниттік толқынның сәуле шығаруы

Қоршаған ортада қайсыбір жүйенің электромагниттік толқын тудыру процесі *толқындардың сәуле шығаруы* деп аталады, ал аталған жүйе *сәуле шығаратын жүйе* деп аталады.

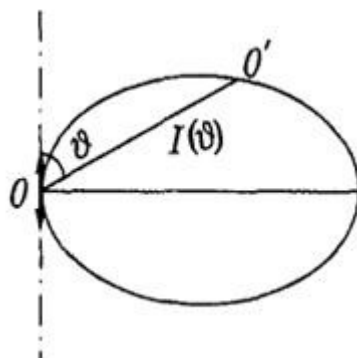
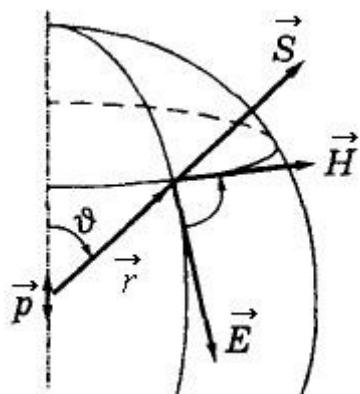
Сәуле шығаратын қарапайым жүйе электрлік диполь болып табылады; оның  $\vec{p}$  моменті уақыт бойынша өзгереді

$$\vec{p} = \vec{p}_m \cos \omega t. \quad (6.10)$$

Біртекті изотропты ортада толқынның дипольдан  $r$  қашықтықта орналасқан нүктелерге жету уақыты бірдей, тербеліс фазасы да бірдей. Толқын амплитудасы дипольдан алыстаған сайын кемиді

$$E_m \sim H_m \sim \frac{1}{r} \sin \varphi,$$

мұндағы  $\varrho$  - дипольдің осі мен нүктенің радиус векторы  $\vec{r}$  арасындағы бұрыш (6.3 суретті қара).



6.3 сурет 6.4 сурет

Суреттен көрініп тұрғандай,  $\vec{E}$  векторы толқындық беттің әр нүктесінде меридианға жанама бойымен бағытталған, ал  $\vec{H}$  векторы параллельге жанама бойымен бағытталған,  $\vec{S}$  Пойнтинг векторы  $\vec{E}$  мен  $\vec{H}$  векторларына перпендикуляр бағытталған. Толқынның интенсивтілігі

$$I \sim \frac{1}{r^2} \sin^2 \varrho \quad (6.11)$$

Бұл тәуелділікті дипольдың сәуле шығару диаграммасынан көреміз (6.4-суретке қараңыз). (6.11) теңдеу мен келтірілген диаграммадан байқайтынымыз, диполь

экваторлық жазықтықта  $\left(\varrho = \frac{\pi}{2}\right)$  максималды сәуле шығарады, ал  $(\varrho = 0)$  ось бойында сәуле шығармайды. Сәуле шығару қуаты тербеліс жиілігіне тәуелді,  $\omega^4$ -не тура пропорционал.

Жекелеген оптикалық есептерді шешу кезінде атомды сәуле шығаратын диполь деп қарастырады, мұнда электрон ядроның айналасында тербеліс жасайды деп есептелінеді.

## 7 Дәріс. Толқындық оптика

Дәрістің мақсаты:

- интерференция құбылысын оқып үйрену;
- дифракция құбылысымен танысу.

### 7.1 Жарық толқыны

Электрмагниттік толқынның вакуумдегі жылдамдығы

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Бұл жарық жылдамдығымен дәл келеді. Осыны негізге ала отырып, жарық электрмагниттік толқын деген қорытынды жасаймыз. Электрмагниттік толқынның барлық қасиеттері жарыққа да сәйкес келеді.

$$\sqrt{\epsilon\mu} = n \quad (7.1)$$

$n$  шамасы сыну көрсеткіші деп аталады. Ортадағы электрмагниттік толқын жылдамдығы

$$v = \frac{c}{n}. \quad (7.2)$$

Мөлдір заттар үшін  $\mu \approx 1$ , сондықтан

$$n = \sqrt{\epsilon}. \quad (7.3)$$

Жарықтың ортадағы толқын ұзындығы

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n},$$

мұндағы  $\lambda_0$  - вакуумдегі толқын ұзындығы.

Жарықтың  $I$  интенсивтілігі Пойтинг  $\vec{S}$  векторымен анықталады, сондықтан

$$I \sim nE_m^2 = nA^2, \quad (7.4)$$

яғни жарықтың  $I$  интенсивтілігі ортаның сыну көрсеткішіне және жарық толқыны амплитудасының квадратына тура пропорционал.

Жарықты сипаттау үшін электр өрісінің кернеулік векторы қолданылады, себебі жарық физиологиялық, химиялық, фотохимиялық әсері электр өрісінің кернеулік векторының тербелісінен туындайды.

## 7.2 Жарықтың интерференциясы. Когеренттілік

*Жарықтың интерференциясы* дегеніміз – жарық толқындары қабаттасқанда кеңістіктің белгілі бір нүктесінде толқындардың күшеюі және келесі бір нүктелерінде толқындардың әлсіреу құбылысы.

Интерференция құбылысын бақылау үшін қажетті шарт – толқындардың когерентті болуы.

*Когеренттілік* дегеніміз – бірнеше тербелмелі немесе толқындық процесстердің кеңістік пен уақыт бойынша үйлесімді өтуі.

Бұл шартты монохроматты толқын қанағаттандырады. Монохроматты толқындар белгілі бірдей жиіліктегі амплитудасы тұрақты толқындар. Реалды жарық көзінен монохроматты жарық алу мүмкін емес, себебі жеке атомдардың сәуле шығаруы бір-біріне тәуелсіз және олардың фазаларының айырымы кездейсоқ шама.

Кеңістіктің берілген нүктесінде екі тербелістің фазалар айырымы уақыт өтуімен өзгермесе, уақыт бойынша когеренттілік деп аталады. Бастапқы фаза кездейсоқ өзгерістер әсерінен бастапқы мәнінен  $\pi$  шамасына өзгеше мән қабылдайтын уақыт когеренттілік уақыты деп аталады.

Екі тербелістің фазалар айырымы толқын бетінің әртүрлі нүктесінде тұрақты болатын үйлесімділік кеңістік бойынша когеренттілік деп аталады. Фазалар айырымының мәні  $\pi$  шамасына жететін арақашықтық когеренттілік ұзындығы деп аталады.

Сонымен толқындардың интерференциясының байқалу шарты төмендегідей:

- 1) жиіліктері бірдей;
- 2) фаза айырымы уақыт бойынша тұрақты.

Реалды жарық көзінен когерентті толқындарды алудың бір ғана жолы бар. Ол үшін бір жарық толқынын оптикалық жүйе арқылы екі бөлікке бөлеміз, сонда олардың оптикалық жолы әртүрлі болады; осыдан кейін екеуін қайтадан қосамыз.

Жарық толқындары қабаттасқанда суперпозиция принципі орындалады, яғни кеңістіктің әрбір нүктесіндегі қорытқы кернеулік  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . Егер  $\vec{E}_1$  мен  $\vec{E}_2$  векторлары бір бағытта тербелсе, векторлық диаграмма (4.2 суретті қара) әдісін қолданып, екі векторды қосамыз. (4.3) пен (7.4) өрнектерді ескерсек, қорытқы толқынның интенсивтілігі

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (7.5)$$

Кеңістіктің  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$  болатын нүктелерінде, интенсивтілік  $I > I_1 + I_2$ , ал  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) < 0$  болатын нүктелерінде, интенсивтілік  $I < I_1 + I_2$ .

Интерференциялық көріністі бақылау нүктесінде тербелістің фазалар айырымы

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \omega \left( \frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (S_2 n_2 - S_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$



мұндағы  $S_1, S_2$ - екі когерентті толқынның жарық көзінен интерференциялық көріністі бақылау нүктесіне дейінгі жүретін жолы;

$n_1$  мен  $n_2$ - сыну көрсеткіштері  $n_1$  мен  $n_2$  болатын орталардағы толқындардың фазалық жылдамдығы;

$\lambda_0$ - вакуумдегі толқын ұзындығы.

Жарық толқыны жолының  $S$  геометриялық ұзындығының ортаның сыну көрсеткішіне көбейтіндісі жолдың оптикалық  $L$  ұзындығы деп аталады, ал  $\Delta = L_2 - L_1$  оптикалық жолдар айырмасы деп аталады.

Фазалар айырымы мен оптикалық жолдар айырмасы өзара байланысты

$$\Delta = \frac{\lambda_0}{2\pi} \Delta\varphi. \quad (7.6)$$

(7.5) өрнектен қорытқы тербеліс интенсивтіліктерінің максимум және минимум шарттары шығады:

$I_{\text{макс}}$  егер  $\Delta\varphi = 2m\pi$ , мұндағы  $m = 0, 1, 2, \dots$

және 
$$\Delta = 2m \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0$$

$I_{\text{мин}}$  егер  $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$ , мұндағы  $m = 0, 1, 2, \dots$

және 
$$\Delta = (2m+1) \frac{\lambda_0}{2}$$

Жарық толқындары қабаттасқанда, оптикалық жолдар айырмасы жарты толқын ұзындығының жұп сандарына тең болатын нүктелерде олар бірін-бірі күшейтеді; ал тақ сандарына тең болатын нүктелерде әлсіретеді.

### 7.3 Жарық дифракциясы

Ньютон теориясы бойынша жарық біртекті ортада бірқалыпты түзу сызық бойымен таралады. Көптеген тәжірибелер нәтижесінде бұл қағиданың универсалды емес екені дәлелденді. Жарықтың тар саңылаулардан, яғни оптикалық біртексіз ортадан өтуі кезінде, экранда жарықтың интерференциялық максимум немесе минимум жүйесі бақыланды.

Жарық дифракциясы дегеніміз – жарықтың өзінің толқын ұзындығымен шамалас тосқауылды орағытып өту құбылысы. Дифракциялық көрініс когерентті толқындардың қосылу нәтижесінде пайда болады.

Дифракцияның екі түрі бар: Фраунгофер дифракциясы және Френель дифракциясы. Фраунгофер дифракциясы кезінде тосқауылға жазық толқын (параллель сәулелер) келіп түседі. Френель дифракциясы кезінде тосқауылға сфералық толқындар түседі.

Жарықтың бір өлшемді дифракциялық тордан өтуі кезіндегі дифракциясын қарастырайық. Дифракциялық тор дегеніміз – ені бірдей саңылаулар мен мөлдір емес ортаның кезектесіп орналасқан жүйесі. Тордың саңылауларының ені  $a$ -ға, мөлдір емес аралықтар  $b$ -ға тең.  $d = a + b$  шамасы дифракциялық тор тұрақтысы немесе периоды деп аталады. Монохроматты жазық толқын дифракциялық торға нормаль бойымен түссін. Тордан кейін қойылған жинағыш линза жарықты өзінің фокус жазықтығында жинайды. Саңылаудан өткен жарық дифракция салдарынан бастапқы бағытынан әр түрлі бұрышқа шашырайды. Толқындар фазалар айырымына байланысты бірін-бірі жояды немесе күшейтеді. Саңылаулар бір-бірінен бірдей қашықтықта жатқандықтан, көршілес екі саңылаудан шыққан сәулелердің оптикалық жол айырымдар  $\varphi$  бағыты бірдей болады

$$\Delta = d \sin \varphi = (a + b) \sin \varphi. \quad (7.7)$$

Жарық интенсивтілігінің негізгі минимумдары бақыланатын бағыттар

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (7.8)$$

шартынан анықталады.

Сонымен қатар әртүрлі саңылаудан келіп түскен сәулелер бірін-бірі жоятын болса, қосымша минимумдар пайда болады

$$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (7.9)$$

Негізгі максимумдар

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (7.10)$$

шартынан анықталады. Сонымен саңылаулар саны  $N$  болса, екі негізгі максимумның арасына  $N-1$  қосымша минимумдар орналасады. Негізгі максимумдар саны дифракциялық тор периодының толқын ұзындығына қатынасынан анықталады

$$m \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (7.11)$$

### 7.3 Жарық поляризациясы

Жарық көлденең электромагниттік толқын болып табылады. Жарық толқынының  $\vec{E}$  векторы мүмкін болатын барлық бағытта тербелетін болса, мұндай жарық табиғи жарық деп аталады. Мысал ретінде күн сәулесін, электр шамының жарығын келтіруге болады.

Қандай да бір жағдай жасалып, жарық векторы бір бағытта ғана тербелетін болса, ол поляризацияланған жарық деп аталады. Поляризатор көмегімен табиғи жарықтан поляризацияланған жарықты алуға болады. Жарық поляризациясын сипаттау үшін поляризациялану дәрежесі деген шама енгізейік

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (7.12)$$

мұндағы  $I_{\max}$ ,  $I_{\min}$  - жарық интенсивтілігінің максимум және минимум мәндері.

Егер жарықты екі поляризатордан қатар өткізсе, онда өткен жарықтың интенсивтілігі Малюс заңынан анықталады

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (7.13)$$

мұндағы  $\varphi$  - екі поляризатор арасындағы бұрыш.

Екі орта шекарасына түскен жарық, шағылу немесе сыну кезінде өзінің поляризациясын өзгертеді. Түсу бұрышы нөлден өзгеше болса, шағылған және сынған сәулелер жартылай поляризацияланады. Шағылған жарықтың электр өрісінің кернеулік векторы түсу жазықтығына перпендикуляр жазықтықта, ал сынған жарықтыкі – параллель жазықтықта тербеледі. Белгілі бір  $\alpha_{\text{Бр}}$  бұрышта ғана (Брюстер бұрышы)

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = n \quad (7.14)$$

шағылған жарық толығымен поляризацияланады.

## 8 Дәріс. Электрмагниттік сәуле шығарудың кванттық табиғаты

Дәрістің мақсаты:

- электрмагниттік сәуле шығарудың сипаттамаларымен танысу;
- жылулық сәуле шығару заңдарын меңгеру.

Физика классикалық және кванттық физика болып бөлінеді. 1900 жылы М.Планк кванттар гипотезасын тұжырымдады. 1926 жылы микроәлем физикасының теориясы жасалды.

### 8.1 Жылулық сәуле шығарудың сипаттамалары мен қасиеттері

Жылулық сәуле шығару дегеніміз заттың ішкі энергиясы (атомдар мен молекулалардың жылулық қозғалысының энергиясы) өзгергенде шығарылатын электрмагниттік сәуле шығару.

Температурасы абсолюттік нольден жоғары кез келген агрегаттық күйдегі барлық денелер жылулық сәуле шығарады. Жылулық сәуле шығару интенсивтілігі мен оның спектрлік құрамы сәуле шығаратын дененің оптикалық қасиеттері мен температурасына тәуелді.

Қалыпты температурада барлық денелер көрінбейтін инфрақызыл толқындар шығарады, ал жоғары температурада (1000 К шамасында) жарқырай бастайды (қызыл жарқырау). 2000 К-нен жоғары температурада сары және ақшыл жарық шығарады. Жылулық сәуле шығару үшін жарық сәулелерінің таралу, шағылу, сыну заңдары орындалады.

Жылулық сәуле шығару – затпен термодинамикалық тепе-теңдікте бола алатын жалғыз сәуле шығару.

Егер қыздырылған денені қабырғасы жылу өткізбейтін қуысқа орналастырсақ, онда біраз уақыт өткеннен кейін статистикалық тепе-теңдік

орнайды: дене бірлік уақытта қанша энергия шығарса, сонша энергия қабылдайды.

Бұл кезде дене мен сәуле шығарудың энергия таралуы әрбір толқын ұзындығы үшін өзгеріссіз қалады, ал дене мен қабырға арасындағы кеңістіктегі сәуле шығару тығыздығы берілген температураға сәйкес белгілі бір мәнге жетеді.

Қыздырылған денемен статикалық тепе-теңдікте болатын қуыстағы сәуле шығару тепе-теңдіктегі жылулық сәуле шығару деп аталады. Кез келген басқа сәуле шығару статистикалық тепе-теңдікте болмайды. Себебі олар атомдардың хаостық жылулық қозғалысына тәуелді емес. Жылулық емес сәуле шығару тепе-тең емес.

Жылулық сәуле шығарудың спектрі кейбір жиіліктегі интенсивтілігі максимум болатын тұтас спектр.

Кез келген дененің жылулық сәуле шығаруы төмендегі шамалармен сипатталады. Энергиялық жарқырау  $R_T$  – сәуле шығаратын дененің бірлік бетінен барлық бағытта ( $2\pi$  бұрыш шамасына) шығарылатын толық энергия ағынына тең шама:

$$R_T = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (8.1)$$

Дененің бірлік беті арқылы  $d\omega$  жиілік интервалында шығарылатын энергия ағынының бөлігі дененің сәуле шығару қабілеті  $r_{\omega,T}$  деп аталады

$$dR_{\omega,T} = r_{\omega,T} d\omega. \quad (8.2)$$

Сәуле шығару қабілеті сәуле шығарудың энергиясының жиілікке тәуелді таралу функциясы болып табылады. Энергетикалық жарқырау мен сәуле шығару қабілеті бір-бірімен байланысты:

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\omega,T} d\omega. \quad (8.3)$$

Енді дене бетінің  $dS$  ауданына  $d\Phi_{\omega,T}$  сәуле ағыны түссін. Осы ағынның бір бөлігін  $d\Phi'_{\omega,T}$  дене жұтады, екінші бөлігі  $d\Phi''_{\omega,T}$  шағылады. Шағылған энергияны өлшемсіз  $b_{\omega,T}$  шағылдыру қабілеті деп аталатын шамамен сипаттайды. Ал жұтылған энергияны дененің жұтқыштың қабілеті  $a_{\omega,T}$  шамасымен сипаттайды:

$$a_{\omega,T} = \frac{d\Phi'_{\omega,T}}{d\Phi_{\omega,T}}, \quad \epsilon_{\omega,T} = \frac{d\Phi''_{\omega,T}}{d\Phi_{\omega,T}}. \quad (8.4)$$

Онда

$$a_{\omega,T} + \epsilon_{\omega,T} = 1. \quad (8.5)$$

Егер дене түскен сәулелік энергияны толығымен жұтатын болса, мұндай дене абсолют қара дене деп аталады. Барлық жиілікте абсолют қара дене үшін:  $a_{\omega,T} = 1$ ,  $\epsilon_{\omega,T} = 0$ . Абсолюттік қара дененің мысалы – кішкене тесігі бар үлкен қуыс дене. Осындай қуыс ішіне енген сәуле оның қабырғасының ішкі бетінен сан рет шағылып, сәуле ең соңында толығымен жұтылады.

Мөлдір емес дененің сәуле шығарғыштың және жұтқыштың қабілеттері арасында мынадай байланыс бар

$$\left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_2 = \dots = f(\omega, T) \quad (8.6)$$

Бұл заңды 1859 жылы Г.Кирхгоф тағайындады. Сондықтан Кирхгоф заңы деп аталады.

Денелердің энергетикалық жарқырауының спектрлік тығыздығының оның жұтқыштық қабілетіне тәуелділігі дене материалына тәуелсіз және барлық денелер үшін бірдей, ол температура мен жиіліктің функциясы болып табылды.

$f(\omega, T)$  функциясы Кирхгоф функциясы деп аталады. (6) формуладан көріп тұрғанымыздай, бірдей температурада кез келген дененің сәуле шығарғыштық қабілеті абсолют қара дененің сәуле шығарғыштық қабілетінен үлкен болмайды.

### 8.2 Абсолют қара дененің сәуле шығару заңдары

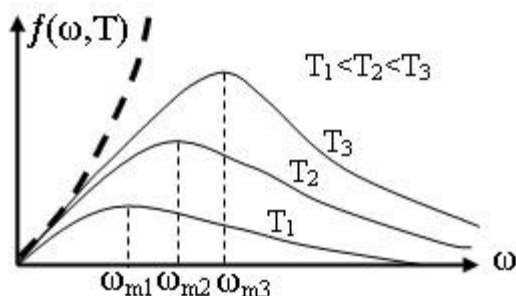
Абсолют қара дененің жылулық сәуле шығаруын эксперимент жүзінде зерттегенде  $f(\omega, T)$  тәуелділігінің температураға тәуелді екені анықталды (8.1 суретті қара).

Суреттен көрініп тұрғандай, абсолют дененің сәуле шығарғыштық қабілеті температура жоғарылаған сайын күшейе түседі. Температура өскенде сәуле шығару қабілетінің максимумы жоғары жиіліктер аймағына қарай ығысады:  $\omega_{m1} < \omega_{m2} < \omega_{m3}$ .

Эксперименттен төмендегідей заңдылықтар ашылды:

$$R_T = \sigma T^4 \quad (8.7)$$

$$\omega_m = bT \quad (8.8)$$



8.1 сурет

мұндағы  $\sigma$  – Стефан-Больцман тұрақтысы  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 K^4}$ ;

$b$  – Вин тұрақтысы  $b = 2,9 \cdot 10^{-3} м \cdot K$ .

(8.7) қатынасы Стефан-Больцман заңы деп аталады, ал (8.8) қатынасы Виннің ығысу заңы деп аталады.

### 8.3 Рэлей-Джинс формуласы. Ультракүлгін апаты

Жылулық сәуле шығару заңдылықтарын Рэлей мен Джинс теориялық түрде түсіндірмек болды. Олар энергияның еркіндік дәреже бойынша таралу туралы классикалық статистика теоремасын қолданды. Тұйық қуыстағы тепе-тең жылулық сәуле шығару қарастырылды. Рэлей-Джинс заңы

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT \quad (8.9)$$

Рэлей-Джинс теориясындағы абсолют кара дененің энергетикалық жарқырауы  $R_T \rightarrow \infty$  болады; мұның физикалық мәні жоқ.

*Классикалық физика жылулық сәуле шығаруды жоғары жиіліктер аймағында түсіндіре алмайды. Сәуле шығару теориясындағы бұл жағдай физика тарихында «ультракүлгін апаты» деген атпен белгілі. Осының салдарынан физиканың негізгі теорияларын қайта қарастыруға тура келді.*

#### **8.4 Планк формуласы және кванттық гипотеза**

Неміс физигі М.Планк бірінші рет Кирхгоф функциясын дұрыс өрнектеді және абсолют кара дененің сәуле шығаруының спектрлік заңдылығының теориясын жасады.

Ол үшін Планк  $\omega$  жиілікпен тербелетін гармоникалық осцилятордың энергиясын дискретті мән ғана қабылдайды деген гипотеза ұсынды. Энергияның бұл дискретті мәні энергияның элементар порциялары, яғни энергия кванттарының бүтін санына тең:

$$W = n\hbar\omega, \quad (8.10)$$

мұндағы  $\hbar = h/2\pi$  – универсал тұрақты деп аталады;

$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – Планк тұрақтысы;

$n = 1, 2, 3, \dots$  – бүтін сандар.

Планктың гипотезасын негізге ала отырып, абсолют кара дененің сәуле шығарғыштық қабілеті үшін төмендегі өрнекті жазуға болады:

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \frac{1}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1}. \quad (8.11)$$

Планк формуласы  $(0, \infty)$  жиілік интервалдағы барлық эксперименттік нәтижелерді қанағаттандырады. Планк формуласы негізінде Стефан-Болцман және Вин заңдарындағы тұрақтылар есептеліп шығарылды. Планк формуласынан аз жиіліктер аймағында Рэлей-Джинс формуласын алуға болады.

Сонымен, электромагниттік сәуле шығару корпускулалық сипаты туралы Планк гипотезасы дұрыс деген қорытындыға келдік. Планктың дәл осы идеясы *кванттық физиканың* дамуына түрткі болды.

### **9 Дәріс. Электромагниттік сәуле шығарудың корпускулалық қасиеттері**

Дәрістің мақсаты:

- фотонның энергиясын, импульсін есептеп үйрену;
- фотоэффект заңдылықтарын меңгеру;
- Комптон эффектісімен танысу.

Кванттық гипотеза электромагниттік сәулеленудің затпен әсерін зерттегенде, яғни фотоэлектрлік құбылыстарды, Комптон эффектісін, электрон-позитрон жұптарының туу құбылыстарын зерттегенде жалғасын тапты және эксперимент жүзінде расталды.

## 9.1 Фотондар

М.Планктың идеясын дамыта отырып, А.Эйнштейн жарық кванттық түрде шығарылады, жұтылады және таралады деп тұжырымдады; яғни жарық дискретті, ол бөлшектерден тұрады. Жарық кванттары фотон деп аталады. Эйнштейн гипотезасына сәйкес фотон энергиясы

$$W = \hbar \omega, \quad (9.1)$$

мұндағы  $\omega$  – жарық толқынының циклдік жиілігі.

Фотон  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с жылдамдықпен қозғалады. Фотонның импульсі

$$P = \hbar \frac{\omega}{c} = \hbar k, \quad (9.2)$$

мұндағы  $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$  – толқындық вектор модулі  $\vec{k}$ , ол жарық толқындарының таралу жылдамдығы векторының бойымен бағытталған. Бұл формуланы векторлық түрде жазуға болады

$$\vec{P} = \hbar \vec{k}. \quad (9.3)$$

Фотон энергиясы мен импульсы арасындағы байланыс

$$W = cp. \quad (9.4)$$

Фотонның массасы

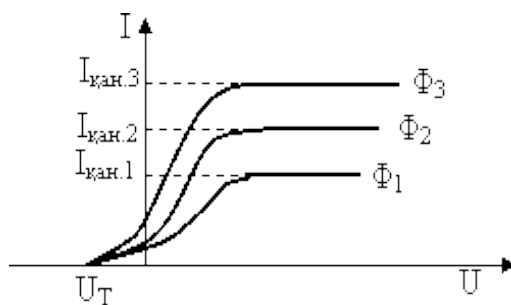
$$m_{\phi} = \frac{W}{c^2} = \frac{\hbar \omega}{c^2}, \quad (9.5)$$

бірақ басқа бөлшектерден айырмашылығы, фотонда тыныштық масса болмайды  $m_0 = 0$ .

Сонымен, фотон – электромагниттік сәуле шығару кванты. Басқа бөлшектер сияқты оның энергиясы, импульсы, массасы бар. Фотонның осы корпускулалық сипаттамалары толқындық сипаттамаларымен – жиілікпен және толқындық вектормен байланысқан.

## 9.2 Фотоэффект

Фотоэффект дегеніміз – электромагниттік сәуле шығару әсерінен электрондардың заттан вакуумге ұшып шығу құбылысы (сыртқы фотоэффект) немесе заттың ішіндегі байланысқан күйдегі электрондардың еркін электрондарға айналу құбылысы (ішкі фотоэффект).



Сыртқы фотоэффектіні бірінші рет Г.Герц ашты. Бұл құбылысты А.Столетов 1888 – 1889 жылдар аралығында эксперимент жүзінде жан-жақты зерттеген. Эксперименттен алынған нәтижелер 9.1-суретте көрсетілген, бұл суретте фотоэлементтің вольт-амперлік сипаттамалары келтірілген (бірдей жиілікте  $\omega = \text{const}$ , әртүрлі жарық ағыны үшін фототоктың катод пен анод арасына түсірілген кернеуге тәуелділігі). Графиктен байқайтынымыз:

-  $U = 0$  болған кезде катодтан шыққан электрондардың бір бөлігі анодқа жетеді. Егер теріс таңбалы тежеуіш кернеу беретін болсақ

9.1 сурет  $U_T$ , фототок нольге айналады. Тежеуіш кернеу

жарық ағынына тәуелсіз, ол жарық жиілігімен ғана анықталады;

- кернеудің  $U > 0$  болатын бір мәнінде фототок қанығу мәніне жетеді  $I_{\text{кан}}$ .

Қанығу тогы неғұрлым үлкен болса, жарық ағыны  $\Phi$  соғұрлым үлкен болады (яғни уақыт бірлігінде көбірек электрондар ұшып шығады);

- катодқа жиілігі әртүрлі жарық түсірейік. Егер жарық жиілігі  $\omega$  катодтың материалына тән  $\omega_0$  жиіліктен аз болса, жарық ағынының кез келген мәнінде фотоэффект байқалмайды.  $\omega_0$  жиілік пен оған сәйкес келетін толқын ұзындығы,  $\lambda_k = hc / \omega_0$  – фотоэффектінің қызыл шекарасы деп аталады. Заттан электрондардың ұшып шығуы жарықтың толқындық табиғатына қайшы келмейді, бірақ ол фотоэффект заңдылықтарын түсіндіре алмайды.

Фотоэффект заңдарын алғаш рет 1905 ж. А.Эйнштейн түсіндірді. Фотон металл бетіне түскенде өзінің барлық энергиясын электронға береді. Егер бұл энергия үлкен болса, электрон металлдың ішінде ұстап тұрған күшті жеңіп, металдан сыртқа ұшып шыға алады. Бұл процессте энергияның сақталу заңы орындалады:

$$\hbar \omega = A + \frac{m v_m^2}{2}, \quad (9.6)$$

мұндағы  $v_m$  – металл бетінен ұшып шыққан электронның максималды жылдамдығы;  $A$  – электронның металдан шығу жұмысы;  $m$  – электронның массасы.

(9.6) өрнегі *фотоэффект үшін Эйнштейн заңы* деп аталады. Бұл формула фотоэффектінің барлық заңдылықтарын түсіндіреді:



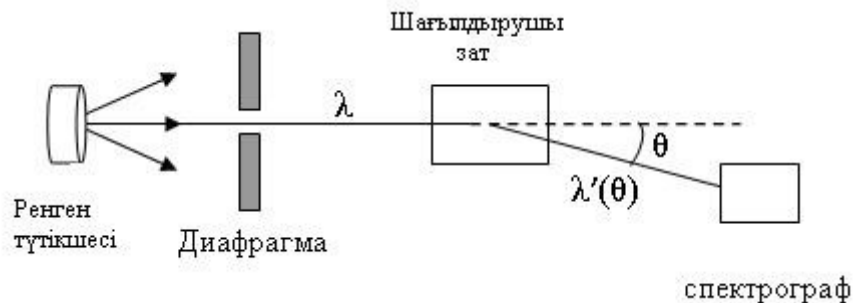
- егер сәулелену интенсивтілігі өте жоғары болмаса, онда әрбір фотоэлектрон бір фотонның энергиясын қабылдайды. Бұл кезде электронның максималды жылдамдығы фотонның энергиясына ғана тәуелді;

- Фотондардың ағыны тығыздығы фотондардың электрондармен соқтығысу санына байланысты өзгереді. Сондықтан қанығу тогы сәулелену интенсивтілігіне тура пропорционал;

### 9.3 Комптон эффекті

1922 жылы А.Комптон эксперимент жүзінде рентген сәулелерін еркін электрондар арқылы шашыратқанда олардың жиіліктері екі бөлшектің (фотон мен электронның) серпімді соқтығысу заңына сәйкес өзгеретінін көрсетті.

Комптон тәжірибе жасаған құрылғының схемасы 9.2-суретте көрсетілген.



9.2 сурет

Комптон эффектісінің негізгі ерекшелігі: толқын ұзындығы өзгерісі  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  түскен сәуленің толқын ұзындығына да, шашырататын затқа да тәуелді емес, шашырау бұрышымен  $\theta$  ғана анықталады.

$$\Delta\lambda = \lambda'(\theta) - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta), \quad (9.7)$$

мұндағы  $\lambda_c$  — тұрақты сан, электронның комптондық толқын ұзындығы деп аталады,  $\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ .

Комптон эффектісін түсіндіру үшін рентген фотоны мен тыныштықтағы еркін электронның серпімді соқтығысуын қарастырамыз. Атомдағы электронның байланыс энергиясы фотонның электронға беретін энергиясынан (әлдеқайда) біршама кіші.

Энергиямен импульстың сақталу заңдарын жазсақ

$$\hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2 + m_0c^2}, \quad (9.8)$$

$$\hbar\vec{k} = \vec{p} + \hbar\vec{k}', \quad (9.9)$$

мұндағы  $\hbar\omega$  и  $\hbar\omega'$  – рентген фотонының соқтығысуға дейінгі және одан кейінгі энергиялары;

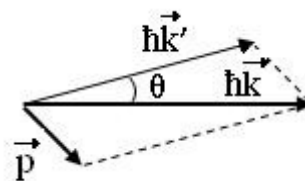
$m_0c^2$  – электронның соқтығысуға дейінгі энергиясы;

$c\sqrt{p^2 + m_0c^2}$  – электронның соқтығысудан кейінгі энергиясы;

$\vec{P}$  – соқтығысудан кейінгі электрон импульсі;

$\hbar\vec{k}$  и  $\hbar\vec{k}'$  – соқтығысудан кейінгі және одан кейінгі фотон импульсі.

(9.9) теңдеу 9.3-суретте векторлық диаграмма түрінде көрсетілген.



Осы диаграмманы қолданып, (9.9) жазамыз түрде

$$\lambda'(\theta) - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0c} (1 - \cos\theta)$$

9.3 сурет мұндағы

$$\frac{2\pi\hbar}{m_0c} = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ м} = \lambda_c \quad (9.10)$$

(9.10) формула Комптон тәжірибелерінің нәтижелерімен сәйкес келеді. Бұл электрмагниттік сәуле шығарудың корпускулалық қасиеті туралы түсініктің дұрыс екенін көрсетеді.

#### 9.4 Электрмагниттік сәуле шығарудың корпускулалық-толқындық дуализмі

Эксперименттен алынған барлық мәліметтер жиынтығынан мынадай қорытынды жасаймыз. Жарық нақты физикалық объект болып табылады. Жарықты кейбір жағдайларда бөлшек түрінде қарастыруға болады, ал басқа жағдайларда толқын түрінде қарастыруға болады.

*Физикалық объект бір мезгілде корпускулалық және толқындық қасиеттерге ие болса, онда мұны корпускулалық-толқындық дуализмі деп атайды.*

Корпускулалық-толқындық дуализмді классикалық ұғымдармен түсіндіре алмаймыз, себебі фотонды әрбір уақыт мезетінде кеңістікте белгілі бір орын алатын нүктелік объект деп қарастыруға болмайды. Жеке фотонды электр өрісінің кернеулігімен сипаттауға болмайды.

Фотон дегеніміз – электромагниттік сәуле шығарумен байланыста болатын физикалық объект, ол энергиямен және импульспен сипатталады.

## 10 Дәріс. Зат қасиеттерінің корпускулалық-толқындық дуализмі

Дәрістің мақсаты:

- зат қасиеттерінің корпускулалық-толқындық дуализмін оқып үйрену;
- Де Бройль гипотезасымен танысу.

Классикалық физикада бөлшек пен толқынның табиғатын әртүрлі деп қарастырады. Бөлшек дискретті, кеңістікте өте аз көлем алады, ал толқын болса кеңістікте өте үлкен орын алады.

Толқын бір ортадан екінші ортаға өткенде жартылай сынып, екінші ортада таралады, ал жартысы шағылып, интерференциаланады. Бөлшек болса біртұтас, ол интерференциаланбайды.

Бірақ ХІХ ғ. 20-жылдарында физикада табиғаттың фундаментальды заңы ашылды, ол *заттың корпускулалық-толқындық дуализмі* деп аталады, мұнда бөлшек пен толқын туралы түсініктер біріктірілді.

### 10.1 Де Бройль гипотезасы

Бөлшек пен толқын дуализмін бірінші рет француз ғалымы Луи де Бройль 1924 жылы тұжырымдады.

Де Бройль идеясы бойынша, дуализм тек оптикалық құбылыстарға ғана тән емес, оның универсалды мәні бар, яғни корпускулалық-толқындық қасиеттер тек қана фотонмен бірге, барлық бөлшектерде болады; мысалы, электронда да болады.

Сонымен Де Бройль теориясы бойынша кез келген микрообъектінің бір жағынан корпускулалық сипаттамалары болады: энергия  $W$ , импульс  $P$ , екінші жағынан толқындық сипаттамалары болады: жиілік  $\omega$ , толқын ұзындығы  $\lambda$ . Кез келген бөлшектің корпускулалық-толқындық сипаттамалары дәл фотонның сипаттамалары сияқты байланысқан:

$$\omega = \frac{W}{\hbar}, \quad \lambda = \frac{2\pi\hbar}{P} \quad (10.1)$$

Еркін қозғалатын бөлшек ретінде қарастырылатын толқын *де Бройль толқыны* деп аталады.

Кез келген бөлшектің  $W$  энергиясы оның импульсіне  $p$  тәуелді  $W(p)$ . Бұл тәуелділік әр бөлшек үшін әр түрлі, (себебі әр бөлшектің табиғаты әр түрлі, мысалы релятивистік емес бөлшек үшін  $W = p^2 / 2m$ ).

Кез келген толқынның жиілігі  $\omega(k)$  оның толқындық векторына тәуелді; Бұл тәуелділік  $\omega(k)$  дисперсия заңы деп аталады. Бұл заң әрбір толқын үшін әртүрлі жазылады.

Сонымен, энергиясы өте жоғары емес ( $v \ll c$ ) қозғалыстағы электронға немесе кез-келген бөлшекке толқын ұзындығы

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (10.2)$$

болатын толқындық процесс сәйкес келеді. Мұндағы  $m$  және  $v$  – бөлшектің массасы мен жылдамдығы.

Механикадағы макроскопиялық денелердің толқындық қасиеттері байқалмайды. Мысалы, массасы 1 г дене 10 м/с жылдамдықпен қозғалса, оған сәйкес де Бройльдық толқын ұзындығы  $\lambda \approx 10^{-31}$  м. Қазіргі уақытта элементар бөлшектер физикасында  $10^{-18}$  м-ге дейінгі арақашықтықта эксперимент жасауға болады, одан аз қашықтықты бақылай алмаймыз. Сондықтан макроскопиялық дененің толқындық қасиетін ескермейміз. Микроскопиялық бөлшектер үшін, мысалы, энергиясы 10 эВ-тан  $10^4$  эВ-қа дейінгі электрон үшін Бройль толқынының ұзындығы  $\lambda \approx (0,1 - 10) \cdot 10^{-10}$  м, бұл рентген сәулелерінің толқын ұзындығының диапазоны болып табылады. Сондықтан мұндай электрондардың толқындық қасиеттері рентген сәулелерінің дифракциясы байқалатын кристалдармен шашыратқанда көрінеді.

Де Бройль гипотезасын америка ғалымдары К.Девиссон мен Л.Джемер эксперимент жүзінде электрондар ағынының интерференциясын зерттегенде дәлелдеді. П.С. Тартаковский және Г.П. Томсон бір-біріне тәуелсіз электрондардың металл фольгадан өткен кездегі дифракциясын бақылады. Л.М. Биберман, Н.Г. Сушкин и В.А. Фабрикант (1949 ж.) тәжірибелерінде толқындық қасиеттер микробөлшектер ағынына емес, жекелеген микробөлшектерге тән екенін дәлелденді.

### 10.2 Гейзенбергтің анықталмағандық қатынасы

Классикалық механикада кез келген бөлшек белгілі бір траекториямен қозғалатын болса, онда кез келген уақыт мезетінде оның координатасы мен импульсін анықтауға болады. Классикалық бөлшектен айырмашылығы микробөлшектердің толқындық қасиеттері бар екенінде. Негізгі айырмашылығы микробөлшектердің траекториясы хаустық, ал оның координатасы мен импульсінің дәл мәнін анықтау мүмкін емес.

Бұл корпускулалық-толқындық дуализмнен шығады. Мысалы, бір нүктедегі толқын ұзындығы деп айтуға болмайды, оның физикалық мағынасы жоқ, ал импульс толқын ұзындығына тәуелді шама, осыдан, микробөлшектің импульсі белгілі болса, координатасы белгісіз және керісінше, микробөлшектерінің координатасының дәл мәні белгілі болса, онда оның импульсі белгісіз болады.

Мысалы, электрон үшін координата  $x$  мен импульс компонентінің  $p_x$  дәл мәнін анықтау мүмкін емес.  $\Delta x$  пен  $\Delta p_x$  анықталмағандықтары төмендегі қатынасты қанағаттандырады

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar. \quad (10.3)$$

Аналогиялық түрде (10.3) қатынасын  $y$  пен  $p_y$ ,  $z$  пен  $p_z$  үшін де және энергия мен уақыт үшін де жазуға болады

$$\Delta W \cdot \Delta t \geq \hbar. \quad (10.4)$$

(10.3) и (10.4) қатынастары *анықталмағандық қатынастары* деп аталады. Анықталмағандақ қатынастарын бірінші рет 1927 ж. В.Гейзенберг орнатты.

Бұл қатынастардың физикалық мағынасы төмендегідей: микроәлем объектісі координаталары мен импульс проекцияларының дәл мәні анықталатын күйде бола алмайды.

(10.4) формулаға сәкес энергияны  $\Delta W$  дәлдікпен өлшеу үшін  $\Delta t \approx \hbar / \Delta W$  уақыт қажет. Мысал ретінде сутегітекес атомдардың энергетикалық деңгейлерінің (негізгі деңгейден басқа деңгейлер) дәл мәнінің болмауын келтіруге болады. Бұл спектрлік сызықтардың кеңеюіне әкеліп соғады және оны барлық қозған күйдегі өмір сүру  $10^{-8}$  с уақытымен түсіндіруге болады. Сонымен бірге, егер жүйе тұрақты болмаса (радиоактивті ядро), онда өмір сүру уақытының шекті болуына байланысты оның энергиясы  $\Delta W$ -дан аз емес статистикалық дәлдікпен анықталады

$$\Delta W \approx \hbar / \tau, \quad (10.5)$$

мұндағы  $\tau$  – жүйенің өмір сүру уақыты.

Мұндай сипаттама классикалық механикадағы бөлшек қозғалысының сипаттамаларынан өзгеше болады, себебі классикалық механикада бөлшек белгілі траекториямен қозғалады және әрбір нүктедегі координатасы мен импульсі белгілі. *Екі түйіндес айнымалының анықталмағандық мәндерінің көбейтіндісі Планк  $\hbar$  тұрақтысынан аз болмайды деген тұжырым Гейзенбергтің анықталмағандық принципі деп аталады.*

Гейзенбергтің анықталмағандық принципі кванттық механикадағы фундаменталды қағидаларының бірі болып табылады және корпускулалық-толқындық дуализммен байланысты.

### 10.3 Де Бройль толқындарының статистикалық түсіндірмесі

Электрондардың дифракциясы бойынша жасалған тәжірибелердің нәтижелерін корпускулалық түсініктер тұрғысынан түсіндіріп көрейік. Дифракциялық

құрылғыдан өтетін бөлшектердің саны аз болса, электрондар түсетін фотопластинкадағы нүктелер ешқандай заңдылықпен таралмайды. Біраз уақыттан соң ғана жекелеген нүктелер бір-біріне жалғасып дифракциялық көрініс байқала бастайды. Тәжірибені қайталайтын болсақ, дәл осындай нәтиже аламыз. Бірақ тәжірибе жасағанда келесі бөлшектің қай нүктеге түсетінін дәл айту мүмкін емес, өйткені қозғалыстың классикалық траекториясы жоқ. Бірақ тәжірибенің статистикалық нәтижесін болжай аламыз. Осыдан тәжірибелер санын арттырып, микробөлшектердің қозғалыс заңдылығының статистикалық сипаттамасын алуға болады. Ал жекелеген бөлшекке келетін болсақ, оның фотопластинканың белгілі нүктесіне түсу ықтималдылығы туралы ғана сөз қозғай аламыз.

Статистикалық түсінік бойынша, *кеңістіктің белгілі бір нүктесіндегі де Бройль толқынының интенсивтілігі бөлшектің осы нүктеден табылу ықтималдылығына тура пропорционал*. Мұндай түсінік микробөлшектің құрылымын қарастырмайды. Дәл классикалық физикадағы сияқты, бөлшек дискретті болып табылады.

## **11 Дәріс. Шредингер теңдеуі және оның шешімдері**

Дәрістің мақсаты:

- Шредингер теңдеуінің шешімін табу;
- туннельдік эффект құбылысымен танысу.

### **11.1 Кванттық механикадағы бөлшектердің күйі. Толқындық функция**

Кез келген фундаменталды физикалық теорияның құрылымында *күй түсінігі және күй динамикасын түсіндіретін теңдеулер* маңызды элементтер болып табылады.

Классикалық механикада бөлшектер күйі берілген уақыт мезетінде  $x$ ,  $y$ ,  $z$  координаттармен  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$  импульстермен беріледі, ал динамиканың негізгі теңдеу - Ньютонның екінші заңы. Микродүние физикасында бөлшектер күйінің мұндай анықтамасы және күй функциясы болып табылатын күштер түсінігі мүлдем мағынасын жоғалтады.

Бөлшектердің толқындық қасиеттерінің болуы микробөлшектердің күйін, толқындық қасиеті бар қандай да бір функция көмегімен түсіндіруге болатынын айқындайды.

*Кванттық механикада микробөлшектердің күйі кеңістіктік координаттар және уақыт функциясы болып табылатын  $\Psi(x, y, z, t)$  толқындық функциямен беріледі. Релятивистік емес жағдайда бұл*

күйдің уақыт бойынша өзгеруі, яғни микробөлшектердің динамикасы кванттық теориялардың негізгі теңдеуі - Шредингер теңдеуімен сипатталады.

Толқындық функция математикалық мағынада өріс (ол комплексті болғандықтан  $\Psi$  функциясымен сипатталатын толқындар байқалмайды) болып табылады. Толқындық функцияның физикалық мағынасының түсініктемесін алғаш рет М. Борн берді, ол төменде келтірілген.

$\Psi$  комплексті функциясының  $|\Psi(x, y, z)|^2$  модулының квадраты координаттары  $x, y, z$  болатын нүкте айналасындағы  $dV$  көлемде бөлшектердің болу ықтималдығының тығыздығын береді. Микробөлшектерді  $t$  уақыт мезетінде осы көлем ішінде болу ықтималдығы келесі өрнекпен беріледі

$$dP = |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV. \quad (11.1)$$

$\Psi$  функциясы өзінің мағынасы бойынша қандай да бір шарттарды қанағаттандыруы қажет. Толқындық функция барлық жерде *үздіксіз* және *бірмәнді* болуы керек. Сонымен қатар (11.1) өрнегімен анықталатын ықтималдық толқындық функцияның нормалдау шартына сәйкес бірге тең болуы тиіс.

$$\int_V |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV = 1. \quad (11.2)$$

Келтірілген шарттардың кванттық механикада үлкен мәні бар. Шредингер теңдеуінің шешімдері осы талаптарды тек белгілі бір шарттарында ғана, мысалы энергияның белгілі бір дискретті мәндерінде ғана қанағаттандырады.

## 11.2 Шредингер теңдеуі

Толқындық функция микробөлшектер күйінің негізгі сипаттамасы. Кванттық механикада толқындық функция арқылы осы күйдегі берілген объекті сипаттайтын физикалық шаманың орташа мәнін есептеуге болады.

Күйдің уақыт бойынша өзгеруі, яғни микробөлшектер динамикасы,

релятивистік емес жағдайда, кванттық теориялардың негізі болып табылатын Шредингердің стационар емес теңдеуімен сипатталады

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi, \quad (11.3)$$

мұндағы  $i = \sqrt{-1}$  - жорамал бірлік;

$m$ - бөлшек массасы;

$\Delta$ - Лаплас операторы;

$U$ - микробөлшектің потенциалдық энергиясы.

Бұл теңдеуді қандай да бір классикалық физиканың заңдарынан қорытылып шығарылмайды. Классикалық физикада Ньютонның екінші заңы қандай рөл атқарса, релятивистік емес кванттың механикада Шредингер теңдеуі дәл сондай рөл атқарады.

Кванттық механикада микробөлшек стационар күш өрісінде орналасқан және оның *потенциалдық энергиясы уақытқа тәуелді емес* болатын, стационар есептер көптеп кездеседі. Бұл жағдайда Шредингердің стационар теңдеуі қолданылады

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(W - U)\Psi = 0 \quad (11.4)$$

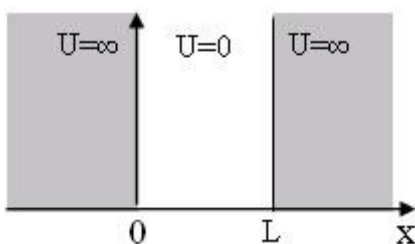
Бұл теңдеудегі  $W$  параметрінің мағынасы бөлшектің толық энергиясы, ал бұл теңдеудің  $\Psi(x, y, z)$  шешімі кеңістіктік координатар функциясы болып табылады. Шредингер теңдеуі дербес туындылы теңдеу және оның шешімі үшін бастапқы және шекаралық шарттар берілуі қажет.

Берілген  $U(x, y, z)$  жағдайда, (11.4) теңдеуін қанағаттандыратын  $\Psi(x, y, z)$  функциясы *меншікті функция*, ал теңдеудің шешімінен шығатын  $W$  энергия мәндері *меншікті мәндер* деп аталады.

### 11.3 Шредингер теңдеуін шешу мысалдары

11.3.1 Бірөлшемді шексіз терең потенциалдық шұңқырдағы микробөлшектің күйі.

Массасы  $m$  бөлшек  $Ox$  осі бойымен ғана қозғалсын. Бөлшектің қозғалысы шұңқырдың қабырғаларымен шектеулі, қабырғалардың координаталары  $x=0$  және  $x=L$ . Мұндай өрістегі бөлшектің потенциалдық энергиясы 11.1 - суретте көрсетілген. Бөлшектің  $\Psi$  функциясы  $x$  координатасына ғана тәуелді болғандықтан, Шредингердің (11.4) стационарлық теңдеуі мына түрде жазылады



$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(W - U)\Psi = 0 \quad (11.5)$$

Бөлшек шұңқырдан шыға алмайды, сондықтан  $x \in (0, L)$  аймақтарда



$\Psi(x) = 0$ . Пси-функцияның үздіксіздік шартынан шығатыны, шұңқырдың шекараларында ол нөлге тең болуы қажет

11.1 сурет

$$\Psi(0) = \Psi(L) = 0. \quad (11.6)$$

Шекаралық шарт - (11.6) теңдеуі (11.5) теңдеуіне қосымша. Шұңқырдың шектерінде (бұл аймақта  $\bar{U} = 0$ ) (11.5) өрнегі мына түрде жазылады

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}W\Psi = 0. \quad (11.7)$$

Бұл теңдудің шешімін табу дегеніміз, бөлшектің  $W$  (энергетикалық спектр) толық энергиясының мүмкін мәндерін және осы мәндерге сәйкес келетін  $\Psi(x)$  толқындық функциясын табу.

Жоғарыдағы (11.7) теңдеуі – тербелістер теориясындағы белгілі теңдеу. Ол (11.6) шартты энергияның мына мәндерінде қанағаттандырады

$$W_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2, \quad (11.8)$$

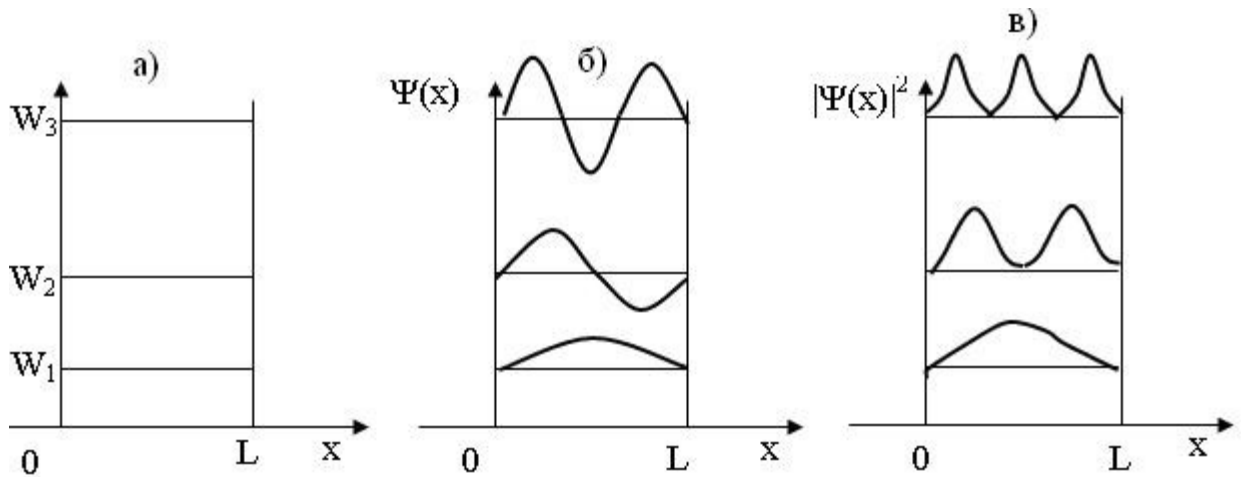
мұндағы  $n = 1, 2, 3, \dots$  – бүтін сандар.

Бұл нәтиже микробөлшектің потенциалдық шұңқырдағы энергетикалық спектрі дискретті және бөлшек энергиясы квантталатынын көрсетеді. Ал  $W_n$  энергияның кванттық мәндері - *энергия деңгейлері*, *n-бас кванттық сан* деп аталады.

Бөлшектің меншікті функциясы (11.8) өрнегіне сәйкес,

$$\Psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \quad 0 \leq x \leq L. \quad (11.9)$$

Нормалау (11.2) шартынан  $A$  коэффициенті табылады,



11.2 сурет

және (11.9) өрнегі мына түрде жазылады

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (11.10)$$

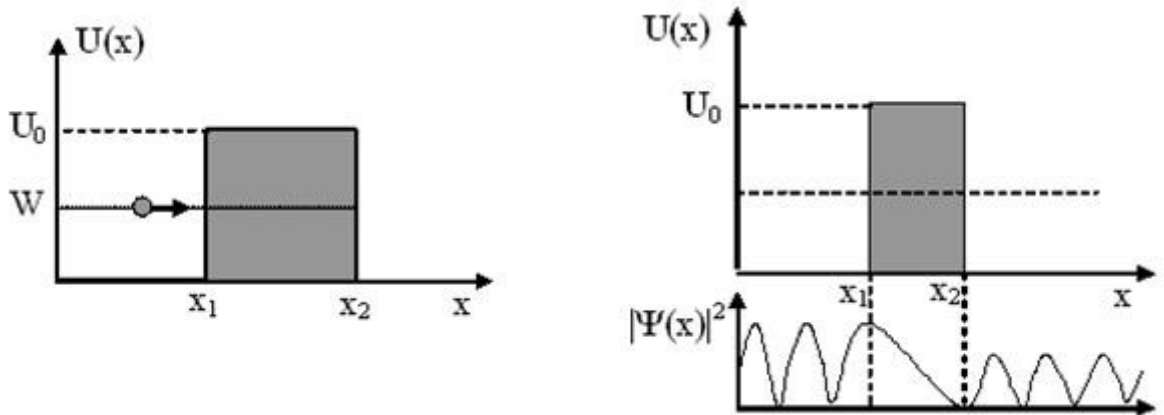
Бөлшектің потенциалдық шұңқырдағы энергетикалық деңгейлері 11.2 – суретте (а), сонымен қатар  $\Psi_n(x)$  функциясының сызбасы (б) және координатасы  $x$  нүкте айналасында бөлшектің болуының  $dP/dx$  (в)- ықтималдық тығыздығының сызбалары келтірілген.

Кванттық және классикалық бөлшектердің айырмашылықтары 11,2- суретте сипатталған. Классикалық бөлшек шұңқырда кез-келген энергияға ие бола алады және шұңқыр түбіндегі тыныштықтағы бөлшек үшін  $W_{\min} = 0$ . Ал кванттық бөлшек спектрі дискретті, оның ең аз энергиясы  $n=1$  мәніне сәйкес келеді және ол нөлге тең болмайды. Кванттық бөлшек тыныштықта боуы мүмкін емес. Классикалық бөлшек шұңқырдың кез келген нүктесінде болу ықтималдығы бірдей. Кванттық бөлшектің, мысалы ең төменгі  $n=1$  энергетикалық деңгейде шұңқырдың ортаңғы бөлігінде болу ықтималдығы ең жоғары болады, ал шұңқырдың шет жағында кез-келген деңгейде бөлшектің табылу ықтималдығының тығыздығы нөлге тең.

### 11.3.2 Туннельдік эффект.

Туннельдік эффект – классикалық физиканың заңдарына қайшы келетін, кеңістіктің аймақтарынан микробөлшектердің өтіп кетуі. Бөлшектің (бірөлшемді)  $x$  осі бойымен тікбұрышты қарапайым потенциалдық тосқауылдан өтуін қарастырамыз (11.3 суретті қара). Егер бөлшектердің  $W$  толық энергиясы потенциалдық тосқауылдың  $U_0$  биіктігінен аз болса, онда  $x_1$  нүктесінде ол шағылады. Шредингер

теңдеуінен шығатыны  $x \in [x_1, x_2]$  аймақта бөлшектің бөгеттен өту ықтималдығы *нөлден өзгеше*. Бөгеттің сол жағында түскен және шағылған толқын, ал оң жағында тек өткен толқын болады. Бөгет ішінде  $\Psi$ -функциясы толқындық сипатта болмайды, ықтималдылық экспоненциалды кемиді.



### 11.3 сурет

Туннельдік эффект арқылы металдардағы электрондардың суық эмиссиясын, альфа ыдырауын, ядролардың спонтанды бөлінуін және т.б. түсіндіруге болады.

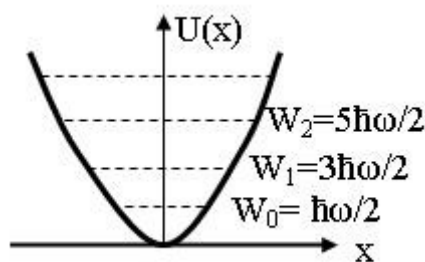
#### 11.3.3 Гармоникалық осциллятор.

Сызықты гармоникалық осциллятор - квазисерпімді күштің әсерінен бір өлшемді қозғалыс жасайтын жүйе. Ол классикалық және кванттық теория есептерінде қолданылады. Кванттық гармоникалық осциллятордың потенциалдық энергиясы

$$U(x) = \frac{m\omega^2 x^2}{2} \quad (11.11)$$

Мұндағы  $m$  - бөлшек массасы;

$\omega$  - тербеліс жиілігі және қозғалыс  $x$  осі бойымен болады.



Кванттық осциллятор үшін Шредингер теңдеуін шешу күрделі математикалық есеп.

Кванттық гармоникалық осциллятордың тек энергетикалық спектрін ғана қарастырамыз

$$W_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega, \quad (11.12)$$

мұндағы  $n = 0, 1, 2, \dots$  — кез келген теріс емес бүтін

11.4 сурет сан.

Осцилятордың энергетикалық спектрі (11.12) өрнегінен дискретті екені шығады және энергияның ең төменгі мәні  $W_0 = \hbar\omega/2$ . Бұл кванттық осциллятордың негізгі деңгейі. Көршілес екі деңгейлер аралығы  $\Delta W = \hbar\omega$   $n$ -кванттық санға тәуелсіз, яғни бірдей (11.4 суретке қараңыз).

Сонымен негізгі деңгей  $W_0 > 0$  болса, онда кванттық осцилляторды тоқтату мүмкін емес. Мысалы абсолютті нөл температурада да кристалл тордағы атомдардың тербелісі тоқтамайды. Кванттық тербелістің ең аз энергиясы нөлдік энергия деп аталады

#### 11.4 Бордың сәйкестік қағидасы

*Кванттық сандар үлкен болғанда кванттық механика нәтижелері классикалық нәтижелермен сәйкес келу керек.*

Мысалы, потенциалдық шұңқырдырадағы көршілес екі энергетикалық деңгейлер интервалын бағалаймыз. Көршілес екі деңгейлер энергияларының айырмасы

$$\Delta W_n = W_{n+1} - W_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (2n+1). \quad (11.13)$$

Интервалдың  $\Delta W$  шамасы  $n$ -кванттық санның артуына байланысты сызықты артады.

Жоғарыда келтірілген (11.8) және (11.13) өрнектерінен  $\Delta W/W$  қатынасын табамыз.

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{2n+1}{n^2}, \quad n \gg 1 \text{ жағдайда } \frac{\Delta W}{W} \approx \frac{2}{n}. \quad (11.14)$$

Алынған нәтижелерден  $n$ -кванттық санның артуына байланысты көршілес энергия деңгейлердің  $\Delta W$  ара қашықтығы бөлшектің энергиясымен салыстырғанда азаятынын шығады. Бұл жағдайда энергетикалық спектрдің дискреттілігін ескермеуге болады, яғни кванттық сипаттаулар классикалыққа жақындайды (11.2, в суретке қараңыз). Ықтималдылық тығыздығының амплитудалық мәні  $2/L$ -ге тең, барлық  $n$  үшін бірдей. Кванттық санның артуына байланысты  $\Psi_n(x)$  функциясының түйіндері артады,  $n$ -нің үлкен  $n \gg 1$  мәндерінде қисықтың максимум және минимумдары бір - біріне өте жақын орналасады, бөлшектердің координаталарын дәл емес өлшеу кезінде суреттер тұтасып кетеді және біз классикалық нәтижеге өтеміз.

## 12 Дәріс. Сутегі атомы үшін Шредингер теңдеуінің шешімі

Дәрістің мақсаты:

- сутегі атомы үшін Шредингер теңдеуінің шешімін табу;
- спин ұғымымен танысу.

Кванттық физиканың маңызды жетістіктерінің бірі қарапайым атомдардың спектрін, сонымен қатар химиялық элементтер қасиеттеріндегі периодтылықты толық жете түсіндіруі болды.

Сутегі атомы бір протоннан және бір электроннан тұрады. Электрон кулондық күштің электростатикалық өрісінде орналасқан және оның потенциалды энергиясы әсерлесуші бөлшектердің  $e$  зарядымен және олардың  $r$  арақашықтығымен анықталады

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (12.1)$$

Осы жағдай үшін Шредингер теңдеуінің негізгі шешімдерін қарастырамыз.

### 12.1 Сутегі атомының энергетикалық спектрі

Шредингер теңдеудің шешімі келесі жағдайларда ғана үздіксіз, бірмәнді және шекті болады:

-  $W > 0$ . Бұл аймақта кез келген энергия күйі - энергетикалық спектрі тұтас, толқындық функциясының күйі еркін бөлшектің күйіне жақын болады.;

-  $W < 0$ . Нәтиже классикалықтан өзгеше болады-электрон энергиясы квантталады. Энергетикалық спектр оң бүтін  $n = 1, 2, 3, \dots$  бас кванттық сандарға сәйкес келетін  $W$  дискретті энергетикалық деңгейлерден тұрады. Кванттық сан артқан сайын деңгейлер арасы жиіленеді,  $n = \infty$  шекті мәніне  $W_\infty = 0$  энергия сәйкес келеді (12.1 суретте  $U(r)$  потенциалды шұңқырдағы электронның энергетикалық деңгейлері көрсетілген).



12.1 сурет

Электронның энергиясы  $W_1 = 13,6 \text{ эВ}$  ең аз мәнге ие болатын күйі негізгі күй деп аталады және ол стационар болып табылады. Ал  $n > 1$  күйлердің барлығы қозған күй деп аталады. Қозған күйге өту күйі – еріксіз процесс. Атом қозған күйде белгілі бір  $\Delta \tau \sim 10^{-8} \text{ с}$  уақытта ғана бола алады, содан кейін ол негізгі күйге (немесе энергиясы аз басқа күйге) өздігінен (спонтанды) өтеді. Ол атомның энергия жұтуы арқылы

жүреді. Атом осы кезде өзінен квант түрінде электромагнитті сәуле шығарады.

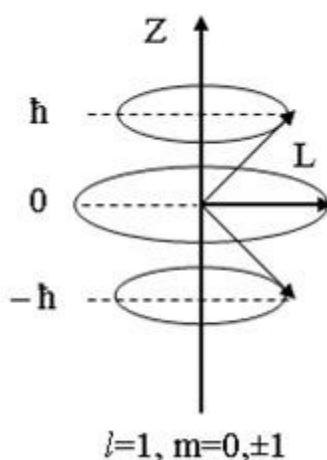
## 12.2 Орбиталды және магнитті кванттық сандар

Сутегі атомындағы электрон энергиясы тек  $n$  бас кванттық санға ғана

тәуелді. Бірақ Шредингер теңдеуінен электронның күйін анықтайтын меншікті функция мәндері үш кванттық сандармен анықталады:  $n$ - бас кванттық сан,  $l$  – орбитальдық кванттық сан және  $m$  – магниттік кванттық сан. Барлық кванттық сандар  $\psi$ - функциясының қасиеттерінен анықталады.

Орбиталды (немесе азимуталды) кванттық сан  $l$  электронның  $L$  орбиталды импульс моментін анықтайды

$$L = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar. \quad (12.2)$$



12.2 сурет

Бас  $n$  кванттық санның берілген мәндерінде  $l$  саны  $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$  мәндерін қабылдай алады.

Кванттық механикада  $L$  орбиталды импульс моментінің өзіне тән қасиеттерге ие: бірмезгілде  $L$  импульс моментінің және оның проекцияларының бірі (мысалы,  $L_z$ ) берілуі мүмкін, қалған екі проекциясы анықталмаған.

Магниттік кванттық сан  $m$  орбиталды  $L_z$  импульс моментінің кеңістіктің таңдап алынған бағытындағы проекциясын анықтайды

$$L_z = m\hbar. \quad (12.3)$$

Орбиталды  $l$  кванттық санның берілген мәндерінде ол  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$  мәндеріне ие болады.

Импульс моментінің проекциясының бүтін сандығын ( $\hbar$  бірлікте) кеңістіктің таңдап алынған бағытындағы импульстік моменттің бағдарлануының квантталуымен түсіндіруге болады (12.2 суретті қараңыз). Сонымен Шредингер теориясы бойынша сутегі атомындағы электронның күйі  $n, l, m$  үш кванттық сандармен анықталады. Әрбір  $W_n$  меншікті мәнге,  $W_n$  энергиядан басқа,  $l$  орбиталды және  $m$  магниттік кванттық сандары әртүрлі бірнеше меншікті функциялар сәйкес келеді.

Яғни ол сутегі атомы бірнеше әртүрлі күйде энергияның бір мәніне ие бола алатынын білдіреді. 12.1 кестеде алғашқы екі энергетикалық деңгейлерге сәйкес келетін күйлер көрсетілген.

Энергиялары бірдей күйлер азғындалған күй, қандай да бір энергия мәнінде әртүрлі күйлердің саны, энергетикалық деңгейге сәйкес келетін азғындалу еселігі деп аталады. Кванттық  $\ell$  және  $m$  сандарының мүмкін мәндері үшін азғындалу еселігін есептеу қиын емес

$$\sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell + 1) = n^2 \quad (12.4)$$

12.1 кесте

$W_n$	$\Psi_{n\ell m}$	$n$	$\ell$	$m$	Азғындалу еселігі
$W_1$	$\Psi_{100}$	1	0	0	1
$W_2$	$\Psi_{200}$	2	0	0	4
	$\Psi_{211}$		1	+1	
	$\Psi_{210}$		1	0	
	$\Psi_{21-1}$		1	-1	

### 12.3 Сутегі атомының оптикалық спектрі

Сутегі атомының оптикалық спектрі (электромагнитті сәуле шығару спектрі) қарапайым. Ол атомның энергетикалық спектріндегі энергетикалық деңгейлерге сәйкес келетін жағдайлармен байланысты жиілік шкаласы жағдайындағы бірнеше жеке спектрлі сызықтардан тұрады

$$h\nu = W_k - W_i$$

мұндағы  $W_k$  - қозған күй энергиясы;

$W_i$  - қозған немесе негізгі күй, және де  $W_i < W_k$ .

Сутегі атомының спектрінің негізгі ерекшелігі, бұл спектр заңдылықпен топталған сызықтар сериясынан тұрады. Есептеулер нәтижелері эксперименттермен жақсы сәйкес келеді.

### 12.4 Электрон спині

Шредингер теориясында кванттық бөлшектердің кеңістіктегі орнын сипаттаудан өзгеше еркіндік дәрежелері ескерілмейді. Осы қосымша еркіндік дәрежелерге байланысты моментті бөлшектің  $\vec{L}$  спині деп аталады. Спин – классикалық физикада аналогы жоқ кванттық шама. Спин – масса немесе заряд сияқты кванттық бөлшектің ішкі қасиеті.

Спиннің болуы және оның барлық қасиеттері салыстырмалы теория талаптарын қанағаттандыратын кванттық механикадағы Дирақтың теңдеуінен шығады. Спин сонымен қатар протон, нейтрон, фотон және басқа элементар бөлшектерде де болады (мезондардан басқа).

Электронның меншікті импульс моментінің модулі кванттық механиканың жалпы заңы 1/2-ге тең  $\vec{S}$  спиндік кванттық санмен анықталады.

$$L_s = \hbar \sqrt{S(S+1)} = \hbar \sqrt{(1/2) \cdot (3/2)} = (1/2) \hbar \sqrt{3}. \quad (12.5)$$

Спиннің орбиталды моменттен маңызды ерекшелігі спиннің абсолютті мәнінің сақталуы. Оның тек берілген бағыттағы  $L_{sz}$  проекциясы ғана өзгеруі мүмкін

$$L_{sz} = m_s \hbar, \quad m_s = \pm s = \pm 1/2. \quad (12.6)$$

Сонымен, сутегі атомындағы электрон күйі төрт кванттық сандармен  $n, l, m$  және  $m_s$  толық анықталады. Энергияның  $W$  меншікті мәніне ( $W_1$ -ден басқа)  $E$  орбиталды және  $M$  магниттік кванттық сандары өзгеше бірнеше меншікті функциялар сәйкес келеді.

Электронның спині болғандықтан азғындалу дәрежесі (12.4) тағы екі есеге көбейеді.

### 13 Дәріс. Кванттық статистика және оны қолдану

Дәрістің мақсаты:

- Паули принципін меңгеру;
- Бозе-Эйнштейн және Ферми-Дирак үлестірулерімен танысу.

#### 13.1 Ұқсас бөлшектердің ажыратылмаушылығы. Паули принципі

Ұқсас бөлшектердің үлкен санынан тұратын кванттық жүйенің классикалық жүйеден елеулі ерекшеліктері болады. Кванттық физикадағы бұл ерекшелік микробөлшектердің табиғатымен, яғни олардың толқындық қасиеттері болғандығымен түсіндіріледі.

Кванттық теорияға сәйкес барлық микробөлшектер екі кванттық статистикаға бағынатын, екі класқа бөлінеді.

- *жартылай спинді* бөлшектер, оларды *фермиондар* және олар *Ферми-Дирак* статистикасына бағынады;

- *бүтін спинді* бөлшектер - *бозондар* және олар *Бозе-Эйнштейн* статистикасына бағынады.

Екі кванттық статистика белгілі бір шарттарда жуықтап классикалық *Больцман* статистикасына өтеді.

Барлық үш статистикада да микрокүйлер *тең ықтималды* деп есептеледі. Олардың айырмашылықтары микрокүйлерді және статистикалық салмақтарын анықтау әдістерінде. Классикалық статистикада жүйедегі жеке бөлшектердің қозғалыстарын, олар ұқсас бөлшектер болса да, әрқашан бақылауға болады. Кванттық физикада бөлшектер жүйесінің теориясында ұқсас бөлшектердің ерекше қасиеттері - *ұқсас бөлшектердің ажыратылмаушылық принципі* деп аталады. Ол



былай тұжырымдалады: берілген квантық-механикалық жүйедегі барлық бірдей бөлшектер толығымен ұқсас болады. Екі кванттық статистикалардың физикалық табиғаттарының ерекшеліктері, яғни ұқсас бөлшектердің күйін сипаттайтын  $\Psi$ - толқындық функциясының симметриялы және антисимметриялы екі типі осы ажыратылмаушылық принципінен шығады.

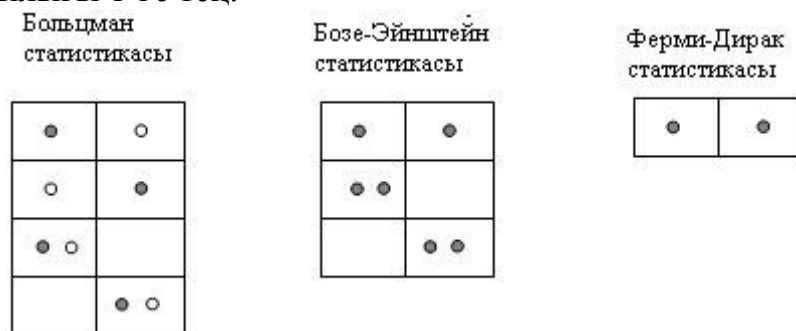
Толқындық функцияның симметриялы және антисимметриялы болуы олардың өзара әсерлесуіне тәуелсіз, бөлшектің спинімен анықталады.

**Фермиондардың ерекшелігі:** олар Паули принципіне бағынады. Паули принципі: ұқсас фермиондардан тұратын кез келген кванттық-механикалық жүйеде бір күйде тек қана бір фермион бола алады.

Бозе-Эйнштейн статистикасында әрбір кванттық күйде бірнеше бөлшектер бола алады.

Статистикалардың айырмашылықтары 13.1 суретте көрсетілген.

Суретте Больцман статистикасында барлық микрокүй төртеу, олардың әрқайсысының ықтималдылығы  $1/4$ . Екі кванттық статистикада алғашқы екі күй ұқсас. Ферми-Дирак статистикасында соңғы екі күй мүмкін емес (Паули принципі бойынша). Тек бір ғана микрокүй қалады, табылу ықтималдылығы 1-ге тең.



13.1 сурет

### 13.2 Кванттық үлестірілулер

Кванттық статистиканың негізгі есебі – барлық бөлшектер жүйесінің ең ықтимал күйін сипаттайтын параметрлердің орташа мәнін анықтау және осы параметрлерге сәйкес таралу функцияларын табу.

Бөлшектердің  $W$  энергия бойынша кванттық үлестірілуін қарастырамыз. Бұл үлестірілу энергиясы  $W$  бір күйдегі бөлшектердің орташа санын анықтайтын,  $f(W)$  функция түрінде жазылады

Фермиондар үшін 
$$f(W) = \frac{1}{e^{(W-\mu)/kT} + 1}, \quad (13.1)$$

Бозондар үшін 
$$f(W) = \frac{1}{e^{(W-\mu)/kT} - 1}, \quad (13.2)$$

мұндағы  $\mu$  – химиялық потенциал.

Бұл үлестірулердің ерекшеліктері:

– фермиондар үшін  $f(W)$  функциясының мәні бірден артық болмауы керек, ал бозондар үшін кез келген мән бола алады;

- бозондар үшін (13.2) өрнектегі  $\mu$  мәні оң сан болуы мүмкін емес;
- егер  $f(W) \ll 1$  болса, онда екі үлестірілудің де алымдарындағы бірлікті ескермеуге болады және формула Болцман үлестірілуіне өтеді

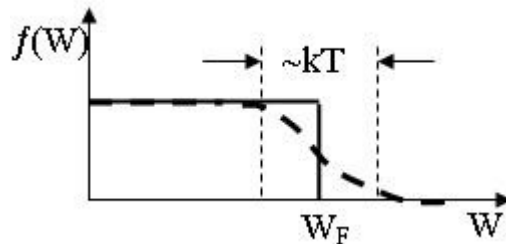
$$f(W) = e^{\frac{\mu}{kT}} \cdot e^{-\frac{W}{kT}} = A e^{-\frac{W}{kT}}, \quad (13.3)$$

мұндағы  $A$  – нормалау коэффициенті.

Бұл жағдайда бөлшектердің түрі өзгермейді (бозон бозон болып, фермион фермион болып қалады), формула сәйкес келеді.

### 13.3 Металдардағы электрондар үшін Ферми-Дирак үлестірілуі

Классикалық электронды теорияда металдардың көптеген қасиеттері еркін электрондар моделімен түсіндіріледі. Кванттық физикада еркін электрондары жуықтап тік бұрышты потенциалды шұңқырдағы фермиондардан тұратын идеал газ ретінде қарастыруға болады. Электрондардың энергетикалық спектрі дискретті, бірақ энергетикалық деңгейлері тығыз орналасқандықтан оларды квазиүздіксіз деп алуға болады. Абсолют нөл  $T = 0\text{ K}$  температурадағы электронды газды қарастырамыз.



13.2 сурет

Бұл жағдайда

$$f(W) = 1, \text{ егер } W \leq \mu,$$

$$f(W) = 0, \text{ егер } W > \mu.$$

Суретте (13.2 суретке қараңыз) тұтас сызықпен  $f$  функциясының сызбасы көрсетілген. Сызбада энергиясы  $W < \mu$  барлық күйлер толтырылған, ал энергиясы  $W > \mu$  күйлер бос. Қарастырылып отырған жағдайда  $\mu$  шамасын Ферми энергиясы немесе  $W_F = \mu$  Ферми деңгейі деп атайды. Ферми энергиясы -  $T = 0\text{ K}$  жағдайда металдардағы еркін электрондардың энергиясының максимал мәні

$$W_F(0) = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n_e)^{2/3}, \quad (13.4)$$

мұндағы  $m$  – электрон массасы;  $n_e$  – металдағы электрондардың концентрациясы.

Металдар үшін:  $W_F \approx 5$  эВ. Еркін электрондардың орташа энергиясы есептеулер бойынша

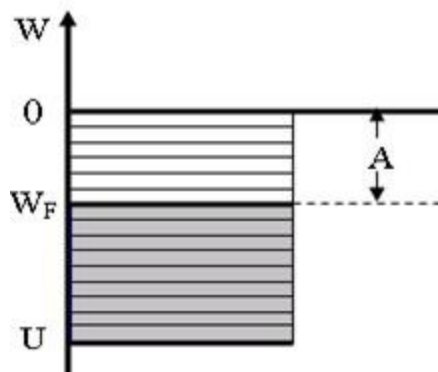
$$\langle W \rangle \approx \frac{3}{5} W_F. \quad (13.5)$$

Классикалық газдарда мұндай орташа энергияға  $T \sim 5 \cdot 10^4\text{ K}$  температура сәйкес келер еді. Бұл температура кез келген металдың балку

температурасынан бірнеше есе артып кетеді. Ферми деңгейіндегі электрондардың жылдамдығы  $10^6$  м/с шамасында.

Электронды газдың мұндай күйі (13.2 суреттегі  $f(W)$  сызбасының тұтас қисық) толығымен азғындалған газ деп аталады.

Ферми-Дирак үлестірілуі  $T \gg 0$  жағдайда еркін электрондар мен атомдардың жылулық қозғалысының әсерлесу салдарынан Ферми деңгейінен (13.2 суреттегі  $f(W)$  сызбасының пунктирлі қисық) асып кетеді. Асып кету аймағы шамамен жылулық қозғалыстың  $kT$  энергиясымен шамалас. Сондықтан тек Ферми деңгейіне жанасып жатқан ең жоғарғы деңгейлердегі электрондар ғана өзінің энергияларын өзгерте алады.



13.3 сурет

Электронды газ потенциалды шұңқырда орналасқан деп алып, электрондардың үлестірілуін қарастырамыз.

А

Мұндағы  $U$  - потенциалды шұңқырдың тереңдігі.  $W_F$  - Ферми деңгейі, бұл деңгейден төменгі аймақ еркін электрондармен толтырылған, ал электрондардың металдан шығу жұмысының жаймасы стрелкамен көрсетілген.

Суретте көрсетілгендей, электрондардың металдан шығу жұмысы классикалық физикадағыдай, потенциалды шұңқырдың түбінен бастап емес, электрондармен толтырылған ең жоғарғы энергетикалық деңгейден бастап есептелінеді екен.

Ферми энергиясы температураға тәуелді болғандықтан, шығу жұмысы да температураға тәуелді болады. Электрондардың кинетикалық энергиясы потенциалды шұңқырдың түбінен бастап есептелінеді.

Металлдардың электр өткізгіштігінің кванттық теориясы классикалық электронды теориядан алынған

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

Меншікті электр өткізгіштік өрнегі

$$\gamma = \frac{ne^2 \lambda(\mu)}{m\omega_0(\mu)}. \quad (13.6)$$

Бұл өрнек те классикалық теориядан алынған өрнекке ұқсағанымен одан едәуір айырмашылығы бар. Өрнектің алымындағы  $\langle v \rangle$  орташа жылулық жылдамдықтың орнында  $\langle v \rangle$  – электроны бар жоғарғы энергетикалық деңгейдегі электрон жылдамдығы тұр. Бұл жылдамдық металдың температурасына тәуелді емес. Толқынның кристалдық тор түйіндерінен шашыраусыз өтуінің орташа қашықтығы -  $\lambda$ . Ол жүздеген тор периодына тең болуы мүмкін. Температураның артуына байланысты электронды толқындардың тордың жылулық тербелістерінен шашырауы артуы мүмкін, сондықтан  $\lambda(\mu)$  шамасы азаяды. Бөлме температурасында  $\lambda$  шамасы температураға кері пропорционал  $\lambda \sim 1/T$ , ол тәжірибе нәтижесімен сәйкес келеді.

Кванттық және классикалық статистикалардың айырмашылықтары төменгі температурада және электрондардың үлкен концентрациясында, яғни азғындалған күйде айқын байқалады. Металдағы электронды газ тығыздығы өте үлкен ( $n = 10^{28} - 10^{29} \text{ м}^{-3}$ ), тіпті кәдімгі температурада да бұл газ азғындалған күйде болады.

#### 14 Дәріс. Қатты денелердің аймақтық теориясы

Дәрістің мақсаты:

- қатты денелердің аймақтық теориясын оқып үйрену;
- шалаөткізгіштердің өткізгіштік қасиетімен танысу.

##### 14.1 Кристалдардағы электрондардың энергетикалық спектрінің аймақтық құрылымы

Металдардағы еркін (нөлдік жуықтау) электрондар металдардың электр өткізгіштігін және басқа қасиеттерін жақсы түсіндіреді, бірақ басқа қатты денелердің осы қасиеттерге неге ие бола алмайтынын түсіндіріп бере алмайды.

Кристалда электрондар тордың периодтық өрісінде қозғалады деп қарастырылады. Бұл жағдайда электрондардың энергияларының мүмкін мәндерінің спектрлері кезектесіп орналасқан *рұқсат етілген және тыйым салынған аймақтарға* топталады.

Энергетикалық аймақтардың пайда болуын атомдық дискретті деңгейлердің кристалл тордағы атомдардың әсерлесуінен жіктелетіндігімен түсіндіруге болады. Электрондар Паули принципіне бағынатындығы әсерлесуші атомдардың бірдей энергетикалық күйлерінің мүмкін болмайтындығына әкеліп соғады.

Әрбір рұқсат етілген аймақ бір-біріне жақын орналасқан  $N$  деңгейлерден тұрады. Олардың саны кристалдағы атомдар санына тең. Рұқсат етілген энергетикалық аймақтар тыйым салынған аймақпен бөлінген. Тыйым салынған аймақта энергетикалық деңгейлер болмайды.

Кристалдағы атомдардың энергетикалық деңгейлерінің жіктелінуі 14.1 суретте көрсетілген. Паули принципі бойынша электрондар рұқсат етілген энергетикалық аймақтардың ең төменгі деңгейінен бастап, әртүрлі күйлеріне таралып орналасады.

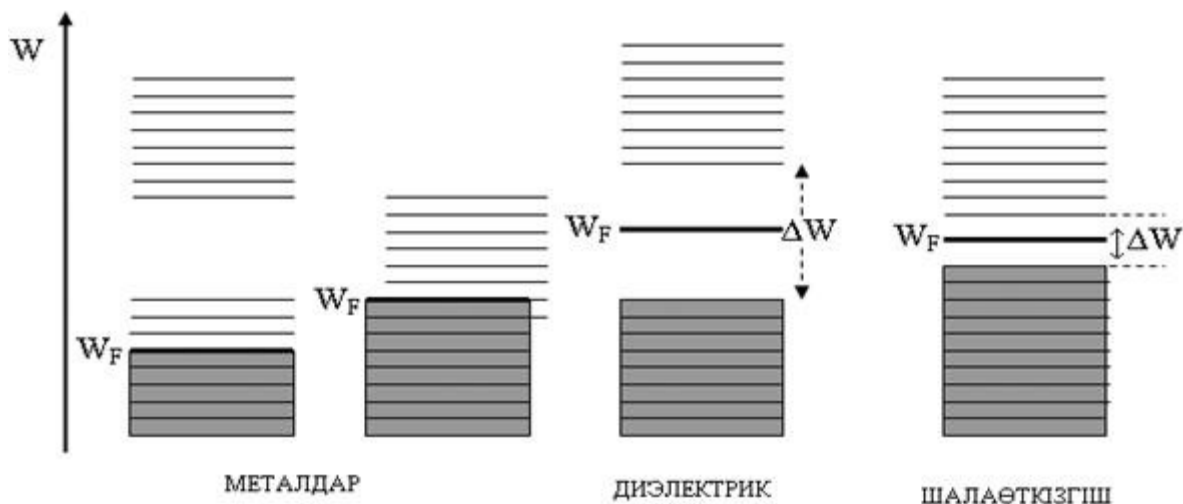
Сонымен, кристалдарда электрондардың энергетикалық спектрі аймақтық құрылымға ие болады. Аймақтар ені кристалдың өлшеміне тәуелсіз. Кристалдағы атомдар саны неғұрлым көп болса, аймақтағы деңгейлер соғұрлым жиірек орналасады. Рұқсат етілген аймақ ені бірнеше электрон-вольтқа тең. Егер кристалдағы атомдар саны  $10^{23}$  болса, аймақтағы деңгейлер ара қашықтығы шамамен  $10^{-23}$  эВ болады. Әрбір энергетикалық деңгейде спиндері қарама-қарсы екі электрон бола алады.



14.1 сурет

## 14.2 Металлдардағы, диэлектриктердегі және шалаөткізгіштердегі энергетикалық аймақтар

Атомдардың белгілі бір қасиеттеріне байланысты рұқсат етілген аймақ арасында ені  $\Delta W$  болатын тыйым салынған аймақ болады, немесе көршілес аймақтар қабаттасып кетеді (14.2 суретті қараңыз). Атомдардың валенттік электрондары рұқсат етілген аймақтардың бірінде толығымен немесе жартылай толып орналасуы мүмкін. Бұл аймақ *валенттік аймақ* деп аталады. Одан жоғары бос аймақтар орналасқан.



14.2 сурет

Кристалдардың өткізгіштігі ондағы электрондардың энергетикалық спектрінің аймақтық құрылымына және  $T = 0$  температурада осы спектрдің электрондармен толуына байланысты. Осы қасиеттер арқылы кристалдардың металл, диэлектрик немесе жартылай өткізгішке жататынын анықтауға болады.

Толтырылған және жартылай толтырылған аймақтардағы электрондардың қасиеттері әртүрлі. Егер аймақ электрондармен жартылай толтырылған болса, әлсіз электр өрісінің өзі осы аймақ ішіндегі электрондарды бос күйлерге өткізе алады. Электрондар қозғалысының орташа жылдамдығы нөлден өзгеше болып, кристалда электр тоғы пайда болады. Сондықтан кез келген *жартылай* толтырылған аймақ *өткізгіштік аймақ* болып табылады.

Егер  $T=0$  К кезінде валенттік аймақ толық толтырылған болса, кристалл изолятор немесе шалаөткізгіш болып табылады. Мұндай кристалды қыздырғанда жылулық ауытқу әсерінен валенттік аймақтағы электрондардың қандай да бір бөлігі көршілес бос аймаққа өтіп кетеді. Нәтижесінде *екі* аймақ та *өткізгіштік аймаққа* айналады. Егер тыйым салынған аймақтың ені  $\Delta W$  бірнеше электрон-вольт болса, онда мұндай электрондар саны өте аз болады. Сондықтан тыйым салынған аймақтың ені үлкен болатын кристаллдар *диэлектриктер* деп аталады. Егер кристалдағы тыйым салынған аймақтық ені  $\Delta W \leq 1$  эВ болса, онда ол  $T > 0$  температурада *шалаөткізгіш* болып табылады.

### 14.3 Шалаөткізгіштердің өткізгіштігі

Шалаөткізгіштердің металдардан ерекшелігі оларда ток тасымалдаушының екі түрі болады. Олар: *электрондар* мен *кемтіктер*. Электрондар валенттік аймақтан өткізгіштік аймаққа өткен кезде валенттік зонада кемтіктер (бос орындар) пайда болады. Сыртқы өріс әсерінен бос орынға көршілес атомның байланысқан электрондарының бірі келіп түседі де, есесіне ол атомдағы электронның орны бос қалады. Осының салдарынан кемтіктер электрондар бағытына қарама-қарсы қозғалатындай әсер қалдырады.

Шалаөткізгіштердің өткізгіштігінің екі түрі болады. Олардың бірі-*меншікті* (таза шалаөткізгіштер), екіншісі *қоспалы* деп аталады. Меншікті шалаөткізгіштерде кемтіктер мен электрондар саны тең болады. Қоспалы шалаөткізгіштерде негізгі ток тасымалдаушысы *электрондар* болса *n-типті*, ал кемтіктер болса *p-типті өткізгіштік* деп аталады.

Электрондардың бос және валенттілік аймақта үлестірілуі Ферми-Дирак функциясымен сипатталады. Есептеулер Ферми деңгейі тыйым салынған аймақтың ортасында орналасатынын көрсетеді, яғни  $W - W_F \approx \Delta W / 2$ . Бос аймақтың деңгейлерінің толу ықтималдығын былай жазуға болады

$$f(W) \approx e^{-\Delta W / 2kT} \quad (14.1)$$

Бос аймаққа өткен электрондар саны және пайда болған кемтіктер саны  $f(W)$  функциясына пропорционал болады. Бұл электрондар мен кемтіктер –ток тасымалдаушылар, бос аймақ - электрондардың өткізгіштік аймағы, ал валенттілік аймақ - кемтіктердің өткізгіштік аймағы.

Сонымен  $\gamma$  өткізгіштік тасымалдаушылар концентрациясына пропорционал, олай болса шалаөткізгіштердің меншікті өткізгіштігі

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}} \quad (14.2)$$

мұндағы  $\gamma_0 \approx \text{const}$ .

Бұл өрнектен температура артқан сайын шалаөткізгіштердің меншікті өткізгіштігі шапшаң артатындығын көруге болады.

Шалаөткізгіштер мен металдардың өткізгіштіктерінің температураға байланыстылығы қарама-қарсы.

Шалаөткізгіштердің меншікті өткізгіштігі өте аз, себебі тыйым салынған аймақ  $\Delta W$  ені (активация энергиясы)  $kT$  жыулық энергиядан әлдеқайда артық.

Шалаөткізгіштердің өткізгіштігін оларға қоспалар қосу арқылы едәуір арттыруға болады. Қоспаның валенттілігіне байланысты тыйым салынған аймақтарда (донорлық қоспада бос аймақтың түбіне жақын аймақта, акцепторлық қоспада валенттілік аймақтың жоғарғы жағында) қосымша деңгейлер пайда болады.

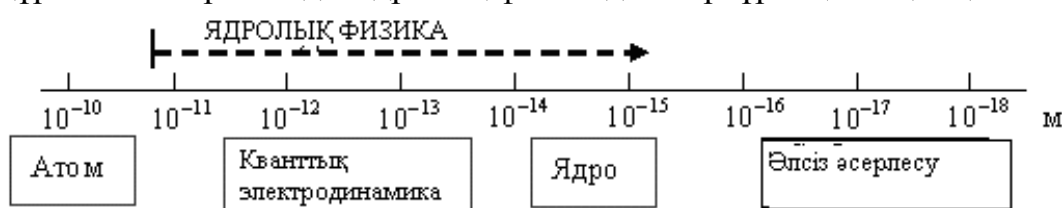
Қоспалы шалаөткізгіштер қазіргі заманғы электроникада кеңінен қолданылады.

## 15 Дәріс. Ядролық физика

Дәрістің мақсаты:

- ядроның құрамы мен сипаттамаларымен танысу;
- ядролық күштердің негізгі қасиеттерін оқып үйрену.

Ядролық физикада өлшемі атомның өлшемінен аз болатын материяның құрылымы зерттеледі. Ядролық физикадағы әртүрлі қашықтық шкаласы



15.1 сурет

Қазіргі заманғы ядролық физикада  $10^{-9}$  с-қа дейінгі уақытты өлшеуге болады. Дегенімен *энергия- уақыт* анықталмағандықтар қатынасынан  $10^{-22}$ - $10^{-24}$  с-қа дейінгі уақытты жанама әдіспен өлшеуге болады.

### 15.1 Атом ядросының құрамы және сипаттамалары

*Ядро* бір-бірімен күшті байланысқан, бір-біріне ядролық күштермен тартылатын, ядроның ішінде релятивистік емес жылдамдықпен қозғалатын бөлшектер - *нуклондар* жүйесі болып табылады. *Нуклондар* – ядроны құрайтын бөлшектердің жалпы аталуы, *протондар* мен *нейтрондар*. Бұл бөлшектердің негізгі сипаттамалары төмендегі 15.1-кестеде келтірілген.

15.1 к е с т е – Нуклондар сипаттамалары

Бөлшек (белгіленуі)	Протон ( $p$ )	Нейтрон ( $n$ )
Физикалық шама		
Массасы, кг	$1,672648 \cdot 10^{-27}$	$1,674954 \cdot 10^{-27}$
Массасы, МэВ	938,28	939,57
Электр заряды	$+e$	0
Магниттік моменті	$+2,79\mu_N$	$-1,913\mu_N$
Спині	1/2	1/2
$\mu_N = e\hbar/2m_p c = 0,505 \cdot 10^{-26}$ Джс/Тл_ ядролық магнетон – нуклондардың магниттік моментінің бірлігі		

Кестеден көретініміз, нейтрон массасы протон массасынан 1,3 МэВ –қа, яғни  $2,5m_e$  -ке артық. Осы себептен еркін күйде нейтрон тұрақты емес және ол өздігінен ыдырап, электрон және антинейтрино шығару арқылы протонға айналады. Еркін күйде протон – тұрақты бөлшек. Ядро ішінде протон позитрон және нейтрино шығару арқылы нейтронға айналады.

Тұрақты ядроның негізгі сипаттамалары: *заряды, массасы, байланыс энергиясы, радиусы, күйінің энергетикалық спектрі* болып табылады. *Радиоактивті* (тұрақты емес) *ядро* қосымша параметрлермен сипатталады. Олар: *өмір сүру уақыты, радиоактивті ыдырау түрі, шығарылған бөлшектің энергетикалық спектрі* және т.б.



$Z$  зарядтық сан ядродағы протондар санымен сәйкес келеді және ядроның зарядын анықтайды, ол  $+Ze$ ке тең.

$A$  массалық сан ядродағы нуклондар санын, сонымен қатар  $N = A - Z$  нейтрондар санын анықтайды.

Ядроның қарастырылған сипаттамалары  ${}^A_ZX$  символдық белгіленуде қамтылады.

*Ядро өлшемі.* Ядроны құрайтын бөлшектер кванттық заңдарға бағынады. Оның өлшемін және пішінін шартты түрде ғана түсінуге болады. *Ядролық заттың тығыздығының орташа таралуын* өлшеудің эксперименттік әдістері бар.

Бірінші жуықтау бойынша ядроны радиусы

$$r = r_0 A^{1/3} \quad (15.1)$$

болатын шар деп қарастыруға болады. Мұндағы  $r_0 = (1,2 - 1,3) \cdot 10^{-15} \text{ м}$ .

Бұл өрнектен ядро массасы оның көлеміне пропорционал екенін көруге болады. Барлық ядрода зат тығыздығы бірдей және ол шамамен  $\rho \approx 10^{17} \text{ кг/м}^3$ -ға тең. *Ядро спині (толық механикалық момент)* оның құрамындағы протондар мен нейтрондардың импульс моменттерінің қосындысынан тұрады.

## 15.2 Ядроның массасы мен байланыс энергиясы

Дәл өлшеулер бойынша ядроның  $M$  массасы ондағы нуклондардың массаларының қосындысынан әрқашанда кіші болатыны шығады

$$m_x = Zm_p + (A - Z)m_n - \Delta m \quad (15.2)$$

Ядродағы нуклондардың массаларының қосындысынан оның массасының  $\Delta m$  айырымы *массалық ақау* деп аталады. Массалық ақау ядродағы нуклондардың *байланыс энергиясын* сипаттайды. Байланыс энергиясы – ядроның оны құрайтын нуклондарға ыдыратуға кететін  $W_{\text{байл}}$  минимал энергия. Байланыс энергиясы ядроның беріктігін сипаттайтын негізгі шамалардың бірі. Ядроның байланыс энергиясын біле отырып, кез келген ыдырау және ядролардың өзара түрлену процесстері үшін энергетикалық шығыстарды есептеуге болады

$$W_{\text{байл}} = \Delta m \cdot c^2 = c^2 \{ [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_x \} \quad (15.3)$$

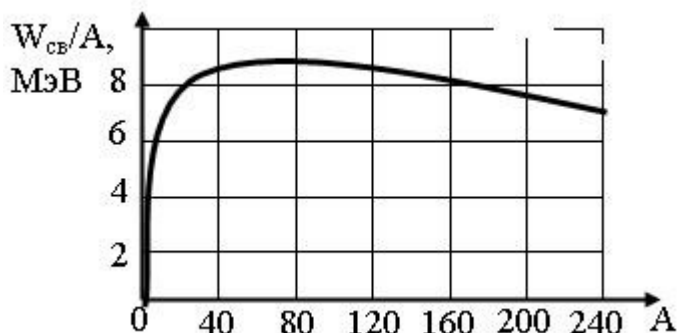
Практикалық есептеулерде төмендегі формуланы қолдану ыңғайлы

$$W_{\text{байл}} = c^2 \{ [Zm_H + (A - Z)m_n] - m_x \} \quad (15.4)$$

мұндағы  $m_{\alpha}$  – атом массасы;

$m_H$  – сутегі атомының массасы.

Байланыс энергиясының  $A$  толық нуклондар санына қатынасы *меншікті байланыс энергиясы* деп аталады. Меншікті байланыс энергиясымен массалық санның тәуелділік сызбасы (15.2 суретке қараңыз) тұрақты ядролар үшін ядролардың қасиеттері және ядролық күштердің сипаты туралы қызықты мәліметтер береді.



15.2 сурет

Массалық санның артуына байланысты меншікті байланыс энергиясы да  $A \approx 50$ -ге дейін артады. Яғни, ядродағы жеке нуклонды бірнеше нуклондарға тартылса оның байланысы күшейетінін білдіреді.  $A > 60$  болатын элементтерде меншікті байланыс энергиясы біртіндеп кемиді. Ол ядролық тартылу күші *жақыннан әсер етуші* күш екенін білдіреді. Әсерлесу қашықтығы шамамен бір нуклонның өлшемімен шамалас. Күшті байланысқан нуклондар массалық саны 50 мен 60 аралығындағы ядролар (бұл ядролардың меншікті байланыс энергиялары шамамен 8,7 МэВ/нуклон-ға дейін жетеді).

Ядролық реакторлардың, атом бомбаларының жұмыс істеу принциптері уран немесе плутон ядросының нейтрондарды қармап алу арқылы ыдырау процесіне негізделген.

Жеңіл ядролардың синтезделу процесі (ядролардың бірігуі) өте жоғары температурада жүреді (термоядролық реакция). Олар Күн немесе жұлдыздар қойнауларында кездеседі. Қазіргі кезде ғалымдар жер бетінде *басқарылатын* термоядролық синтездің әдістерін қарастыруда.

### 15.3. Ядролық күштер

Ядродағы нуклондардың орасан зор байланыс энергиясы, нуклондар арасында, күшті кулондық тебу күшіне қарамастан, нуклондарды өте аз қашықтықта ұстап тұратын, өте қарқынды әсерлесу бар екенін көрсетеді. Нуклондардың ядролық әсерлесуі *күшті әсерлесуге* жатады.

Ядролық күштердің негізгі ерекшеліктерін қарастырамыз.

*Жақыннан әсер етуші.* Ядролық күштердің әсер ету қашықтығы шамамен  $\sim 10^{-15}$  м. Егер, әсер ету қашықтығы  $10^{-15}$  м қашықтықтан айтарлықтай аз болса, нуклондардың тартылуы тебілуге ауысады.

Ядролық күштердің *зарядтық тәуелсіздігі.* Күшті әсерлесу нуклондардың зарядтарына тәуелсіз, яғни протон мен протон, нейтрон мен нейтрон, протон мен нейтрон арасындағы өзара тартылу күштері бірдей болады.

*Ядролық күштер нуклондардың спиндерінің өзара бағдарлануына тәуелді.* Мысалы, ауыр сутегі ядросы (дейтрон), ондағы протон мен нейтрон спиндері параллель болса ғана, түзіле алады.

*Ядролық күштер центрлі күш емес.* Оларды әсерлесуші нуклондардың центрлерін қосатын сызық бойымен бағытталған деп елестетуге болмайды.

*Ядролық күштер қанығу қасиетіне ие.* Әрбір нуклон басқа нуклондардың белгілі бір шектелген санымен ғана әсерлеседі. Себебі ядродағы нуклондар саны артқанымен олардың меншікті байланыс энергиясы тұрақты болып қалады.

*Ядролық күштер нуклондардың салыстырмалы жылдамдығына тәуелді.*

*Ядролық күштердің алмасу сипаты.* Қазіргі заманғы түсінік бойынша күшті әсерлесу нуклондардың *пи-мезондар* ( $\pi$ ) деп аталатын бөлшектермен виртуалды алмасуы арқылы жүзеге асады. Оларды көбінесе *пиондар* деп атайды.

Пиондардың екі зарядтық күйі бар,  $\pm$  оң және теріс заряд. Бұл бөлшектер тұрақты емес және спиндері болмайды. Пиондардың негізгі қасиеттері 15.2 кестеде көрсетілген.

15.2 к е с т е – Пиондардың сипаттамалары

Пионның белгіленуі	Массасы, МэВ	Электр заряды, e	Өмір сүру уақыты, с
$\pi^{\pm}$	140	$\pm 1$	$10^{-8}$
$\pi^0$	135	0	$10^{-16}$

Нуклондар арасындағы алмасу әсерлесуін қарастырамыз. Егер нуклон энергиясының анықталмағандығы  $m_{\pi}c^2$  шамасынан кем болмаса ол пион шығара

алады. Бұл жағдайда энергияның сақталу заңының бұзылуы байқалмайды. Энергия-уақыт анықталмағандықтар қатынасы бойынша шығарылған пиондар  $\tau = \hbar / m_{\pi} c^2$  уақыттай өмір сүріп, сол нуклондарға немесе басқа нуклондарға қайта жұтылады.

Бөлшектермен алмасу тек күшті әсерлесуде ғана емес, басқа да барлық әсерлесулер негізінде жатыр және табиғаттың фундаменталды кванттық қасиеті болып саналады. Әсерлесулерді жүзеге асыратын, шығарылатын және жұтылатын бөлшектер – виртуалды бөлшектер деп аталады.

Виртуалды процестер нәтижесі:

$$p \leftrightarrow n + \pi^+, n \leftrightarrow p + \pi^-, p \leftrightarrow p + \pi^0, n \leftrightarrow n + \pi^0.$$

Жеке нуклон ядро өрісін құрайтын, виртуалды  $\pi$ -мезондар бұлтымен (мезонды тон) қоршалған.

Сонымен нуклондар арасындағы күшті әсерлесу, олардың өзара виртуалды пиондармен алмасуы арқылы жүзеге асады екен. Күшті әсерлесудің бірнеше схемасы төменде келтірілген.

$$p + n \leftrightarrow n + \pi^+ + n \leftrightarrow n + p, n + p \leftrightarrow p + \pi^- + p \leftrightarrow p + n, n + n \leftrightarrow n + \pi^0 + n \leftrightarrow n + n.$$

Ядролық күштердің алмасу сипаты нейтронның магниттік моментінің бар екенін түсіндіруге мүмкіндік береді.

Айта кететін жағдай, нуклондардың пиондармен алмасу арқылы әсерлесуінің айтарлықтай сапалы теориясы құрылған жоқ. Оны құру кезінде күрделі математикалық қиыншылықтар кездеседі, оның басты себебі ядролық күштердің өте қуатты болуы.

### Әдебиеттер тізімі

1. Исаков Ж.И., Сыздықова Р.Н., Кенжебекова А.И. Физика 1. Дәрістер конспектісі – Алматы: АЭЖБИ, 2009. – 54 б.
2. Савельев И.В. Жалпы физика курсы.- М.: Наука, 1989. - т. 2, 3.
3. Детлаф А.А. , Яворский Б.М. Курс физики. -М. : Высш. шк., 2002.
4. Трофимова Т.И. Физика курсы. - М. : Высш. шк., 2004.
5. Абдуллаев Ж. Жалпы физика курсы. –А.: Ана тілі, 1991.