

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
АЛМАТЫ ЭНЕРГЕТИКА ЖӘНЕ БАЙЛАНЫС УНИВЕРСИТЕТИ
Электротехниканың теориялық негіздері кафедрасы

ЭТТ 2 пәні

Пәндік жұмыс

Сызықты электр тізбектерінің өтпелі кезеңдерін классикалық, операторлық және спектральді әдістермен есептеу

Жұмысты орындаған:

Студент: Есимбай Ердос

Сынақ кітапшасының № 112094

Тобы: БИСк-11-01

Есептікті қабылдаған:

Оқытушы: Оңғар Бұлбұл.

Алматы 2013

МАЗМҰНЫ

Кіріспе.....	3
Тапсырма.....	5
Сызықты электр тізбегінің өтпелі кезеңін классикалық әдіспен есептеу.....	8
Сызықты электр тізбегінің өтпелі кезеңін операторлық әдіспен есептеу.....	12
Дюамель интегралын қолдана отырып сызықты электр тізбегінің өтпелі кезеңін есептеу.....	15
Сызықты электр тізбегінің өтпелі кезеңін спектральді әдіспен есептеу.....	18
Қорытынды.....	19
Пайдаланылған әдебиеттер тізімі.....	20

КІРІСПЕ

Өтпелі кезеңдерді классикалық әдіспен есептеу дифференциалды теңдеулерді тікелей интегралдауды қосады, тоқтың, кернеудің өзгеруін тізбек аумағындағы өтпелі кезеңдерді сипаттайды, қорытады.

Коммутацияның I заңы: коммутацияға дейінгі индуктивтілік ток коммутациядан кейінгі индуктивтілік токқа тең.

$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

Коммутацияның II заңы: коммутацияға дейінгі сыйымдылық кернеу коммутациядан кейінгі сыйымдылық кернеуге тең.

$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

Өтпелі кезеңнің классикалық әдісін есептеуде тәуелсіздіктің бастапқы шартын анықтаймыз: $i_L(0), u_C(0)$; тәуелсіздіктің бастапқы шарты тізбектің коммутацияға дейінгі қалыптасқан есептік және коммутация заңдарын қолдана отырып анықталады.

Кирхгоф заңдары бойынша дифференциалдық теңдеулерді тізбекті коммутациядан кейінгі кезде орындалады. Анықталатын өтпелі ток немесе өтпелі кернеу түрлерін келесідей жазады:

$$i(t) = i_{кал} + i_{ерк}; \quad u(t) = u_{кал} + u_{ерк};$$

Операторлық әдістің негізі түп нұсқалы $f(t)$ функциясы бейне деп аталатын $F(p)$ кешеннің өзгерісіне $p = s + j\omega$ сәйкестенеді. Соның нәтижесінде бейнелерге сәйкес туынды мен интеграл түп нұсқаларынан алгебралық функциялармен ауыстырылады. Ол ізделінді айнымалылар бейнелеріне қатысты интегродифференциалдық теңдеулерде алгебралық теңдеулер жүйесіне өтуін анықтайды. Теңдеулерді шешу нәтижесінде көріністер, ал кері өту кезінде түп нұсқалар жатады. Сонымен қатар, басты мезеті классикалық әдіске қарағанда жоғарғы тізбектердегі кезеңдерді есептеуді жеңілдететін бастапқы тәуелсіз шарттарын анықтау болды.

Уақыт моменті $t=0$ кезінде, индуктивтіліктегі қалыптасқан токты $i_{Lкал}(0)$ және сыйымдылықтағы қалыптасқан кернеуді $u_{Cкал}(0)$ және $i_{Lерк}(0), u_{Cерк}(0)$ анықтайды.

Балама түрдегі операторлық сұлбаны құру үшін еркін ток пен кернеудің бейнесін табады (коммутациядан кейінгі тізбек үшін құралады).

Тізбек реакциясының бірлік ұйытқуға әсер етуін, өтпелі өткізгіш функциясын $g(t)$ немесе кернеу бойынша өтпелі функцияны $h(t)$ біле отырып жанама формаға әсер ететін тізбек реакциясын анықтауға болады. Дюамель

интегралы көмегімен есептеу негізінде беттесу әдісі жатыр. Дюамель интегралы келесі түрде жазылады:

$$i(t) = u(0) \cdot g(t) + \int_0^t u'(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau$$

Жанама формалы сигналдар тізбегіне әсер етуде сигналдың спектралды көрінісіне тән спектралды әдіс қолданылады. Периодты емес сигналдарға Фурье құраушысына базаландырылатын спектралды көріністер қолданылады. Фурье интегралының көрсетілуі:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

ТАПСЫРМА

№1 тапсырма. Сызықты электр тізбегінің өтпелі кезеңін классикалық және операторлық әдістермен есептеу

Электр тізбегі резистивті кедергілерден, индуктивтіліктен және сыйымдылықтан құралған, тұрақты ЭҚК көзімен және қалыптасқан ережеде қарастырылады. Тізбек $t=0$ уақыт кезінде коммутация жолында кілт ашылады немесе жабылады да өтпелі кезең басталады.

Коммутациядан кейінгі электр тізбегінің кез келген бір тармағының тоғы мен кернеуін келесі екі әдіспен анықтау:

- а) классикалық әдіспен;
- б) операторлық әдіспен.

Уақытқа байланысты анықталатын шамалардың тәуелділік сызбасын ЭЕМ (компьютерді) қолдана салу. Сызбаны келесі интервалдар бойынша сызу қажет: 0-ден $5\tau_{\max}$ интервал уақытында (егер сипаттамалық теңдеудің түбірі біртекті), 0-ден $5\tau=5/\alpha$ (егер сипаттамалық теңдеудің түбірі кешенді құраушы $p=-\alpha \pm j\omega_{\text{epk}}$).

$$E=70 \text{ В} \quad R1=110 \text{ Ом}$$

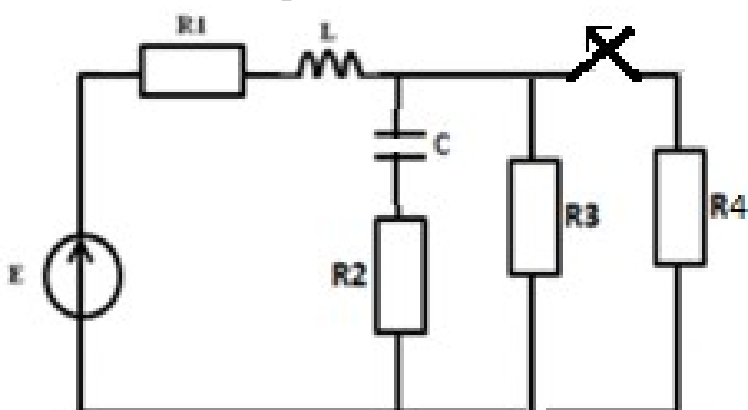
$$L=45 \text{ мГн} \quad R2=115 \text{ Ом}$$

$$C=3 \text{ мкФ} \quad R3=80 \text{ Ом}$$

$$C\text{ұлба 2.4} \quad R4=130 \text{ Ом}$$

Табу керек: $U_L(t)$ —?

Сызықты электр тізбегінің өтпелі кезеңін классикалық әдіспен есептеу



1. Коммутацияға дейін:

$$i_L \dot{=} 0.4388 \text{ (A)}$$

$$U_C \dot{=} \text{ (В)}$$

2. Коммутациядан кейін (0+)

$$i_{L\kappa} = \frac{E}{R_1 + R_3} = 0.3684 [A]$$

$$i_L(t) = 0.3684 + A e^{pt}$$

$$Z(p) = R_1 + pL + \frac{R_3 \left(R_2 + \frac{1}{pC} \right)}{R_2 + R_3 + \frac{1}{pC}} \cdot i_L(t) \cdot (R_1 + pL) \cdot (R_2 pC + R_3 pC + 1) + R_2 R_3 pC + R_3 = 0$$

$$R_1 R_2 pC + R_1 R_3 pC + R_1 + p^2 R_2 LC + p^2 LC R_3 + pL + R_3 + R_2 R_3 pC = 0$$

$$p^2 \cdot (R_2 LC + R_3 LC) + p \cdot (R_1 R_2 C + R_2 R_3 C + R_1 R_3 C) + (R_1 + R_3) = 0$$

$$p_{1/2} = -2601.14 \pm j \cdot 672$$

$$i_L(t) = 0.3684 + A e^{-2601.14t} \sin(1672t + \varphi)$$

$$i_L'(0) = 2601.14 A e^{-2601.14t} \sin(1672t + \varphi) + 672 A e^{-2601.14t} \cos(1672t + \varphi)$$

A интегралдау тұрақтысы мен φ ... бұрышын табу үшін $t=0$ уақыт мезетіндегі келесі теңдеулер жүйесін құрамыз:

$$t=0$$

$$\begin{cases} i_L(0) = 0.3684 + A \sin \varphi \\ i_L'(0) = -2601.14 A \sin \varphi + 672 A \cos \varphi \end{cases}$$

Кирхгофтың I, II заңдары:

$$\text{I заңы: } i_L(0) = i_2(0) + i_3(0)$$

$$\text{II заңы: } i_L(0) \cdot R_1 + L \frac{di_L(0)}{dt} + U_c + i_2(0) \cdot R_2 = E$$

$$i_2(0) \cdot R_2 + U_c(0) - i_3(0) \cdot R_3 = 0$$

$$i_3(0) = \frac{U_c + i_2(0) \cdot R_2}{R_3}$$

$$i_L(0) = i_2(0) + \frac{U_c + i_2(0) \cdot R_2}{R_3} = \frac{U_c + i_2(0) \cdot R_3 + i_2(0) \cdot R_2}{R_3} = U_c + i_2(0)$$

$$i_2(0) = \frac{i_2(0) \cdot R_3 - U_c}{R_2 + R_3}$$

$$i_L(0) \cdot R_1 + L \frac{di_L(0)}{dt} + U_c + i_2(0) \cdot R_2 = E \Rightarrow$$

$$\frac{di_L(0)}{dt} = \frac{E - i_2(0) \cdot R_2 - i_L(0) \cdot R_1 - U_c}{L}$$

$$\frac{di_L(0)}{dt} = \frac{E - \frac{i_2(0) \cdot R_3 - U_c}{R_2 + R_3} \cdot R_2 - i_L(0) \cdot R_1 - U_c}{L} = \frac{E(R_2 + R_3) - i_L(0) \cdot R_3 - i_L(0) \cdot R_1(R_2 + R_3)}{(R_2 + R_3)L} = 478.93$$

$$\begin{cases} 0.4388 = 0.3684 + A \sin \varphi \\ 478.93 = -2601.14 A \sin \varphi + 672 A \cos \varphi \end{cases}$$

1-теңдеуден

$$\begin{cases} A = \frac{0.0704}{\sin \varphi} \\ 478.93 = -2601.14 \frac{0.0704}{\sin \varphi} \sin \varphi + 672 \frac{0.0704}{\sin \varphi} \cos \varphi \end{cases}$$

$$662.05 = 47.3088 \operatorname{ctg} \varphi$$

$$\operatorname{ctg} \varphi = \frac{50483.546}{12881.159}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\operatorname{ctg} \varphi} = \frac{47.3088}{662.05} \approx 0.0715$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}(0.0715) = 4.087^\circ$$

$$A = \frac{0.0704}{\sin(4.087^\circ)} = -0.9878$$

$$i_L(t) = 0.3684 + 0.9878 e^{-2601.14t} \sin(672t + 4.087^\circ), (B)$$

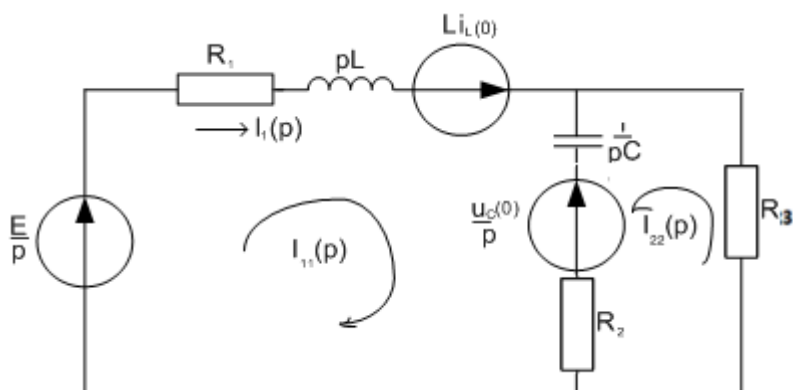
$$U_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = \dot{i}$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{672 * 0.988}{-2601.14 * 0.988} = -14.5^\circ$$

$$U_L(t) = 2657 e^{-2601.14t} \sin(672t - 10.413^\circ) B$$

Анықталған шаманың *MathCAD* программасындағы сызбасы:

Сызықты электр тізбегінің өтпелі кезеңін операторлық әдіспен есептеу
Нөлдік бастапқы шарттар (НБШ) бар болғандықтан, операторлық сұлба келесі түрде болады:



$I_L(p)$ тоғын анықтау үшін контурлық тоқтар әдісі (КТӘ) теңдеулер жүйесін құрамыз:

\dot{i}

$$\Delta(P) = \begin{pmatrix} R_1 + R_2 + pL + \frac{1}{pC} & \frac{1}{pC} + R_2 \\ \frac{1}{pC} + R_2 & R_2 + R_3 + \frac{1}{pC} \end{pmatrix} = \left(R_1 + pL + \frac{1}{pC} + R_2 \right) \left(R_2 + R_3 + \frac{1}{pC} \right) - \left(\frac{1}{pC} + R_2 \right)^2 =$$

$$R_1 + R_3 + pL + pC \left(R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 \right) + CLP^2 \frac{(R_2 + R_3)}{pC}$$

$$\Delta_{11}(P) = \begin{pmatrix} \frac{E}{P} + Li_L(0) - \frac{U_C(0)}{P} & \frac{1}{pC} + R_2 \\ \frac{-U_C(0)}{P} & R_2 + R_3 + \frac{1}{pC} \end{pmatrix} =$$

$$\left(\frac{E}{P} + Li_L(0) - \frac{U_C(0)}{P} \right) \left(R_2 + R_3 + \frac{1}{pC} \right) + \frac{U_C(0)}{P} \left(\frac{1}{pC} + R_2 \right) =$$

$$\frac{E + Li_L(0)P + CEPR_2 + CEPR_3 - CPU R_3 + Ci_L(0)P^2 R_2 + Ci_L(0)P^2 R_3}{CP^2}$$

$$I_L(P) = I_{11}(P) = \frac{\Delta_{11}(P)}{\Delta(P)} =$$

$$E + Li_L(0)P + CEP \left(R_2 + R_3 \right) - CPU R_3 + Ci_L(0)P^2 \frac{(R_2 + R_3)}{P}$$

$$F_1(P) = 0.05548P + 0.00001155P^2 + 70$$

$$F_2(P) = 0.000026325P^2 + 0.13695P + 190$$

$$F_2(P) = 0$$

$$0.000026325P^2 + 0.13695P + 190 = 0$$

$$p_{\frac{1}{2}} = -2601.149 \pm j \cdot 672$$

$$i_1(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + 2 \Re \left[\frac{F_1(P)}{pF_2'(P)} e^{pt} \right]$$

$$F_1(0) = 70$$

$$F_2(0) = 190$$

$$F_2'(P) = 0.00005265p + 0.13695p[-2601.149 \pm j \cdot 672] = j0.03538$$

$$F_1(P) = 0.05548p + 0.00001155P^2 + 70 = -1.3733 - j3.1$$

$$I_L(t) = \frac{70}{190} + 2 \Re \left[\frac{-1.3733 - j3.1}{(-2601.14 + j672) * j0.03538} e^{-2601.14t} e^{j672t} \right] = 0.3684 + 2 \Re[(0.0352 - j0.0058)]$$

$$e^{-2601.14t} e^{j672t} = 0.3684 + 2 \Re[0.4045 e^{-8.53t} e^{-2601.14t} e^{j672t}] = 0.3684 + 0.989$$

$$e^{-2601.14t} \cos(672t - 85.3) = 0.3684 + 0.989 e^{-2601.14t} \sin(672t + 4.6)$$

$$U_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = -2601.14 * 0.989 e^{-2601.14t} \sin(672t + 4.6) + 0.989 * 672 e^{-2601.14t} * \cos(672t + 4.6) = 2657 e^{-2601.14t}$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \left(\frac{0.989 * 672}{-2601.14 * 0.989} \right) = -14.49$$

$$U_L(t) = 2657 e^{-2601.14t} \sin(672t - 9.89), \text{ В}$$

Анықталған шаманың *MathCAD* программасындағы сызбасы:

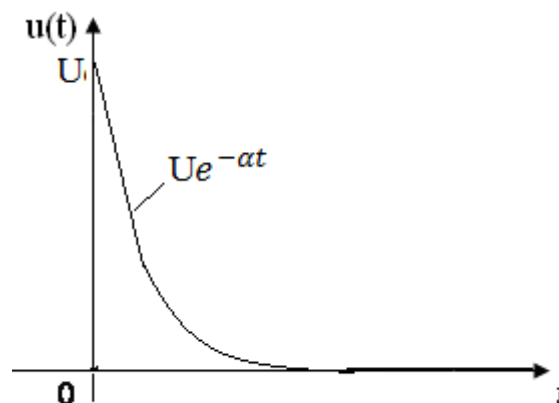
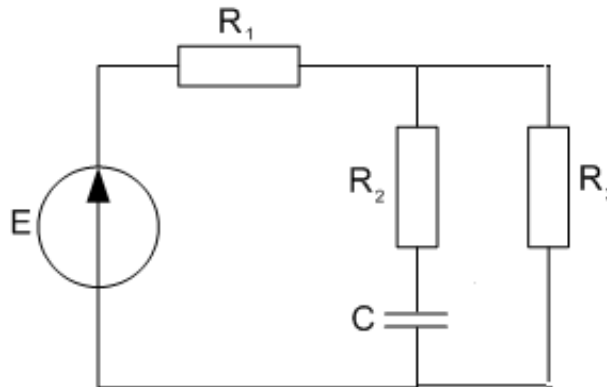
№2 тапсырма. Дюамель интегралын қолдана отырып сызықты электр тізбегінің өтпелі кезеңін есептеу

Берілген электр тізбегін тұрақты ЭҚК қосып, индуктивтілікті L немесе сыйымдылықты C қысқа тұйықталу аймағына ауыстыру. Алынған электр тізбегін $t=0$ уақыт кезінде $u(t)$ кернеуіне (3.1 сурет) қосу.

Келесілерді орындау қажет:

1. Алынған электр тізбегін салу;
2. $u(t)$ өтпелі өткізгіштікті анықтау;
3. Дюамель интегралын қолдана отырып электр тізбегінің кез келген бір тармағының тоғын немесе кернеуін анықтау;
4. Уақытқа байланысты табылған тоқ пен кернеудің тәуелділік сызбасын салу.

Нұсқа бойынша қысқа тұйықталу аймағына ауыстыру керек элемент – L индуктивтілік:



Коммутацияға дейінгі ток күші:

$$U_c \dot{i}$$

Коммутациядан кейінгі сұлба бойынша қалыптасқан мәндерді табамыз:

$$U_{cк} = \frac{E}{R_1 + R_3} R_3 = 0.421$$

$$U_c(t) = 0.421 + A e^{pt}, A$$

$$Z(p) = R_1 + \frac{R_3 \left(R_2 + \frac{1}{pC} \right)}{R_2 + R_3 + \frac{1}{pC}} = 0$$

$$p = -2066$$

$$U_c(t) = 0.421 + A e^{-2066t}$$

$$t = 0$$

$$0.3104 = 0.421 + A = \dot{i} \quad A = -0.1106$$

$$U_c(t) = 0.421 - 0.1106 e^{-2066t}$$

$$i_c(t) = c \frac{dU_c(t)}{dt} = 0.1106 * 2066 e^{-2066t} * 3 * 10^{-6} = 0.0006855 e^{-2066t}$$

$$y(t) = i_c(t) = 0.0006855 e^{-2066t}$$

енді $i_c(t)$ тогын Дюамель интегралы арқылы табамыз:

$$i_c(t) = U(0) \cdot y(t) + \int_0^t U'(\tau) \cdot y(t-\tau) d\tau$$

$$U(\tau) = 40 e^{-2500\tau}$$

$$U(0) = 40$$

$$y(t) = 0.0006855 e^{-2066t}$$

$$U'(\tau) = -120000 e^{-3000\tau}$$

$$y(t-\tau) = 0.0006855 e^{-2066(t-\tau)}$$

Дюамель интегралына саламыз :

$$i_c(t) = 40 * (0.0006855 e^{-2066t}) + \int_0^t \dot{i} \dot{i}$$

Анықталған шаманың *MathCAD* программасындағы сызбасы:

№3 тапсырма. СЫЗЫҚТЫ ЭЛЕКТР ТІЗБЕГІНІҢ ӨТПЕЛІ КЕЗЕҢІН СПЕКТРАЛЬДІ ӘДІСПЕН ЕСЕПТЕУ

Электр тізбегі $u(t)$ кернеуімен қосылып, №2 тапсырма бойынша (3.1 сурет) алынған, келесілерді орындау қажет:

1. Берілген $u(t)$ кернеуі бойынша спектральді тығыздықты (3.1 сурет) анықтау;
2. Анықталған кернеу мен тоқтың спектральді тығыздығына сәйкес тізбектің кешенді беріліс функциясын $H(j\omega)$ немесе $Y(j\omega)$ анықтау;
3. Анықталатын кернеу мен тоқтың спектральді тығыздығын анықтау;
4. Табылған спектральді тығыздықтың кернеуі мен тоғын келісімді берілген нұсқаға сәйкес анықтау;
5. Табылған кернеу мен тоқтың мәндерін Дюамель интегралын қолдана отырып және спектральді әдіс бойынша салыстыру.

4.1 Кесте

Кешенді беріліс функциясы $Y_2(j\omega)$

Анықталатын шаманың спектральді тығыздығы $I_2(j\omega)$

Анықталатын шама $i_2(t)$

$$U(j\omega) = \int_0^{\infty} 40 e^{3000t} e^{-j\omega t} dt = 40 \int_0^{\infty} e^{-(3000+j\omega)t} dt = \underset{0}{\overset{\infty}{i}} \frac{40}{-(3000+j\omega)} \underset{0}{\overset{\infty}{i}}$$

$$e^{-(3000+j\omega)t} \underset{0}{\overset{\infty}{i}} = \frac{40}{3000+j\omega}$$

Амплитуда-жиіліктік сипаттама (АЖС): $U(\omega) = \frac{U}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} = \frac{U}{\sqrt{3000^2 + \omega^2}}$

Фаза-жиіліктік сипаттама (ФЖС):

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{\omega}{\alpha} = -\arctg \frac{\omega}{3000}$$

$$Y_2(j\omega) = \frac{I_c(j\omega)}{U(j\omega)}$$

$$I_c(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{R_1 + \frac{R_3 \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C} \right)}{R_2 + R_3 + \frac{1}{j\omega C}}} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3 + \frac{1}{j\omega C}} = U(j\omega) R_3 \frac{(R_2 + R_3 + \frac{1}{j\omega C})}{\underset{0}{\overset{\infty}{i}} \underset{0}{\overset{\infty}{i}}}$$

Амплитуда-жиіліктік сипаттама (АЖС):

$$Y(j\omega) = \frac{I_c(j\omega)}{U \underset{0}{\overset{\infty}{i}}}$$

Фаза-жиіліктік сипаттама (ФЖС):

$$I_c(j\omega) = Y(j\omega) \cdot U(j\omega) = \frac{2.4 \cdot 10^{-4} j\omega + 1}{0.092 j\omega + 190} \cdot \frac{40}{3000 + j\omega}$$

$P = j\omega$

$$I_c(p) = \frac{2.4 \cdot 10^{-4} p + 1}{0.092 p + 190} \cdot \frac{40}{3000 + p}$$

$$\frac{p}{(p+a)(p+b)} = \frac{a e^{-at} - b e^{-bt}}{a-b}$$

$$\frac{1}{(p+a)(p+b)} = \frac{1}{a-b} (e^{-bt} - e^{-at})$$

$$I_c(p) = \frac{40 \cdot 2.4 \cdot 10^{-4}}{0.092} \cdot \frac{p}{(p+2066)(3000+p)} = 0.10435 = 0.099 \left[\frac{2066 e^{-2066t} - 3000 e^{-3000t}}{2066 - 3000} \right] = 0.11542 e^{-2066t} - 0.11542 e^{-3000t}$$

Анықталған шаманың *MathCAD* программасындағы сызбасы:

ҚОРЫТЫНДЫ

Бұл жұмыста сызықты электр тізбегіндегі өтпелі кезеңдерді есептеудің әр түрлі амалдарын орындап, өз нұсқамды сәтті аяқтадым. Жасаған жұмысымда әр түрлі қиындықтарға кезіктім, басында классикалық пен операторлық әдістердің нәтижелері теңеспей, көп уақытымды алды. Ал Дюамель интегралы мен спектральді әдістер бастапқы әдістерге қарағанда жеңілірек болып шықты.

Барлық әдістердің ішіндегі ең қызықты әдістердің бірі – Дюамель интегралы.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Жолдыбаева З.И., Зуслина Е.Х., Оңғар Б. Электр тізбектерінің теориясы 2. Сызықты электр тізбектерінің өтпелі кезеңдері. 050703 – Ақпараттық жүйелері мамандығының студенттері үшін пәндік жұмысты орындауға арналған әдістемелік нұсқау. Алматы: - АЭЖБИ, 2009. – 11 бет.

2. Жолдыбаева З.И., Коровченко З.И., Оңғар Б. Электр тізбектерінің теориясы 2. 050719 – Радиотехника, электроника және телекоммуникация, 050704 – Есептеу техникасы және бағдарламалық қамтамасыз ету, 050703 – Ақпараттық жүйелері мамандықтарының күндізгі оқу бөлімінің студенттеріне арналған дәрістер жинағы. – Алматы: АЭЖБИ, 2009. – 56 бет.
3. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
4. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.; высш. шк., 1990. – 544 с.