

**МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ,
СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ

**БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ**

**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ**

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ ИМ. ПРОФ. М.А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»
(СПбГУТ)**

ИНСТИТУТ

НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Кафедра Интеллектуальных систем автоматизации управления

Дисциплина: Системный анализ и принятие решений

Лабораторные работы

Группа

Фамилия: Руднев

Имя: Никита

Отчество: Олегович

№: ИБ-02з

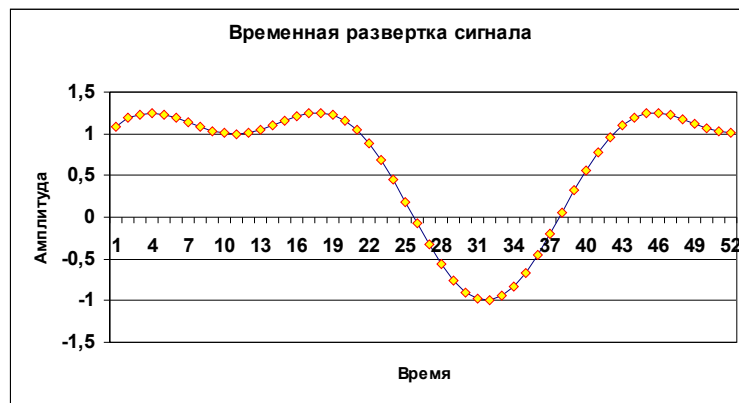
Санкт-Петербург
2023

Часть 1. Исследование процессов фильтрации сигналов

Цель работы – закрепление знаний и навыков, полученных в ходе изучения курса «Системный анализ и принятие решений».

Задача 1. Исследование амплитудного фильтра

Имеется канал связи, передатчик и приемник сообщений, представленных временной последовательностью амплитудных значений сигнала.



Известно:

1. передатчик формирует сигнал, описываемый выражением:

$$x(t) = \sin(\omega t_1) + \cos(\omega t_2)^2$$

Где: $\omega = 1$

$$t_1 = 0, 1,$$

$$t_2 = 0, 25$$

2. $t_3 = 0, 4$

и далее, при условии, что $i=1,2,\dots,52$, а $\Delta t=0,15$ создать дискретный ряд амплитудных значений сигнала.

Сигнал с передатчика по каналу связи поступает на приемник.

Задание 1.1

Используя типовой пакет Microsoft Office в среде Excel создать программный модуль выделения значений сигнала на приемнике, превышающих амплитудный уровень 1,0.

Указание.

При создании фильтра, выделяющего максимальные значения сигнала, использовать логическую процедуру «ЕСЛИ, ТОГДА,» в среде Excel

Результаты представить в среде Word с графическими пояснениями, выполненными в среде Excel.

Задание 1.2

Используя типовой пакет Microsoft Office в среде Excel создать программный модуль выделения отрицательных значений сигнала на приемнике.

Указание.

Использовать данные задания 1.1

При создании фильтра, выделяющего максимальные значения сигнала, использовать логическую процедуру «ЕСЛИ, ТОГДА,» в среде Excel

Результаты представить в среде Word с графическими пояснениями, выполненными в среде Excel.

Выполнение работы

В среде Microsoft Excel зададим условия задания, где $\omega = 1$, $\Delta t = 0.15$, $t_0 = 0.1$, $i = 1 \dots 52$.

i	t	dt	w
1	0,1	0,15	1
2	0,25	0,15	1
3	0,4	0,15	1
4	0,55	0,15	1
5	0,7	0,15	1
6	0,85	0,15	1
7	1	0,15	1
8	1,15	0,15	1
9	1,3	0,15	1
10	1,45	0,15	1
11	1,6	0,15	1
12	1,75	0,15	1
13	1,9	0,15	1
14	2,05	0,15	1
15	2,2	0,15	1
16	2,35	0,15	1
17	2,5	0,15	1
18	2,65	0,15	1

Формула $x(t)$ в программной среде MS Excel будет так:

$$=\text{SIN}(D2*B2)+(\text{COS}(D2*B2))^2$$

Итоговый модуль подсчета амплитудных значений будет выглядеть следующим образом:

i	t	dt	w	x(t)
1	0,1	0,15	1	1,089867
2	0,25	0,15	1	1,186195
3	0,4	0,15	1	1,237772
4	0,55	0,15	1	1,249485
5	0,7	0,15	1	1,229201
6	0,85	0,15	1	1,186858
7	1	0,15	1	1,133398
8	1,15	0,15	1	1,079626
9	1,3	0,15	1	1,035114

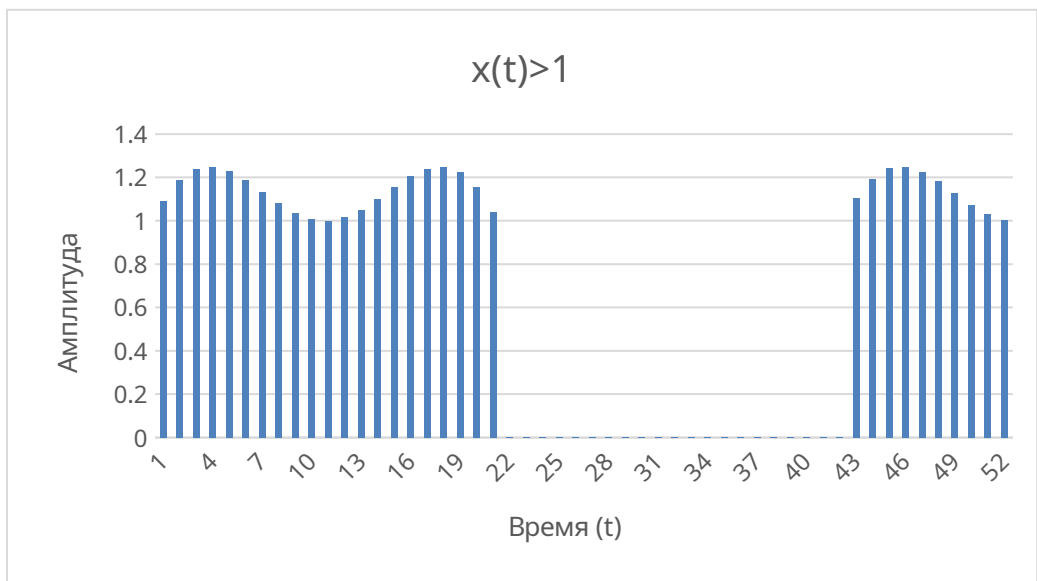
10	1,45	0,15	1	1,007234
11	1,6	0,15	1	1,000426
12	1,75	0,15	1	1,015758
13	1,9	0,15	1	1,050816
14	2,05	0,15	1	1,09995
15	2,2	0,15	1	1,15483
16	2,35	0,15	1	1,205279
17	2,5	0,15	1	1,240303
18	2,65	0,15	1	1,249218

Зададим условия сигнала вывода амплитудных значений сигнала $x(t) > 1$ и $x(t) < 0$.

Задание 1.1. =ЕСЛИ(E2>1;E2;0)

i	t	dt	w	x(t)	x(t)>1
1	0,1	0,15	1	1,089867	1,089867
2	0,25	0,15	1	1,186195	1,186195
3	0,4	0,15	1	1,237772	1,237772
4	0,55	0,15	1	1,249485	1,249485
5	0,7	0,15	1	1,229201	1,229201
6	0,85	0,15	1	1,186858	1,186858
7	1	0,15	1	1,133398	1,133398
8	1,15	0,15	1	1,079626	1,079626
9	1,3	0,15	1	1,035114	1,035114
10	1,45	0,15	1	1,007234	1,007234
11	1,6	0,15	1	1,000426	1,000426
12	1,75	0,15	1	1,015758	1,015758
13	1,9	0,15	1	1,050816	1,050816
14	2,05	0,15	1	1,09995	1,09995
15	2,2	0,15	1	1,15483	1,15483
16	2,35	0,15	1	1,205279	1,205279
17	2,5	0,15	1	1,240303	1,240303
18	2,65	0,15	1	1,249218	1,249218
19	2,8	1,15	1	1,222771	1,222771
20	2,95	2,15	1	1,154162	1,154162
21	3,1	3,15	1	1,039852	1,039852
22	3,25	4,15	1	0,880099	0
23	3,4	5,15	1	0,679158	0
24	3,55	6,15	1	0,445125	0
25	3,7	7,15	1	0,189438	0
26	3,85	8,15	1	-0,07394	0
27	4	9,15	1	-0,32955	0
28	4,15	10,15	1	-0,56167	0
29	4,3	11,15	1	-0,75553	0
30	4,45	12,15	1	-0,89849	0
31	4,6	13,15	1	-0,98111	0
32	4,75	14,15	1	-0,99788	0
33	4,9	15,15	1	-0,94767	0

34	5,05	16,15	1	-0,83383	0
35	5,2	17,15	1	-0,66395	0
36	5,35	18,15	1	-0,44916	0
37	5,5	19,15	1	-0,20333	0
38	5,65	20,15	1	0,058157	0
39	5,8	21,15	1	0,319543	0
40	5,95	22,15	1	0,56598	0
41	6,1	23,15	1	0,784654	0
42	6,25	24,15	1	0,96572	0
43	6,4	25,15	1	1,102965	1,102965
44	6,55	26,15	1	1,194143	1,194143
45	6,7	27,15	1	1,240946	1,240946
46	6,85	28,15	1	1,248635	1,248635
47	7	29,15	1	1,225355	1,225355
48	7,15	30,15	1	1,181214	1,181214
49	7,3	31,15	1	1,127194	1,127194
50	7,45	32,15	1	1,074017	1,074017
51	7,6	33,15	1	1,031051	1,031051
52	7,75	34,15	1	1,005372	1,005372

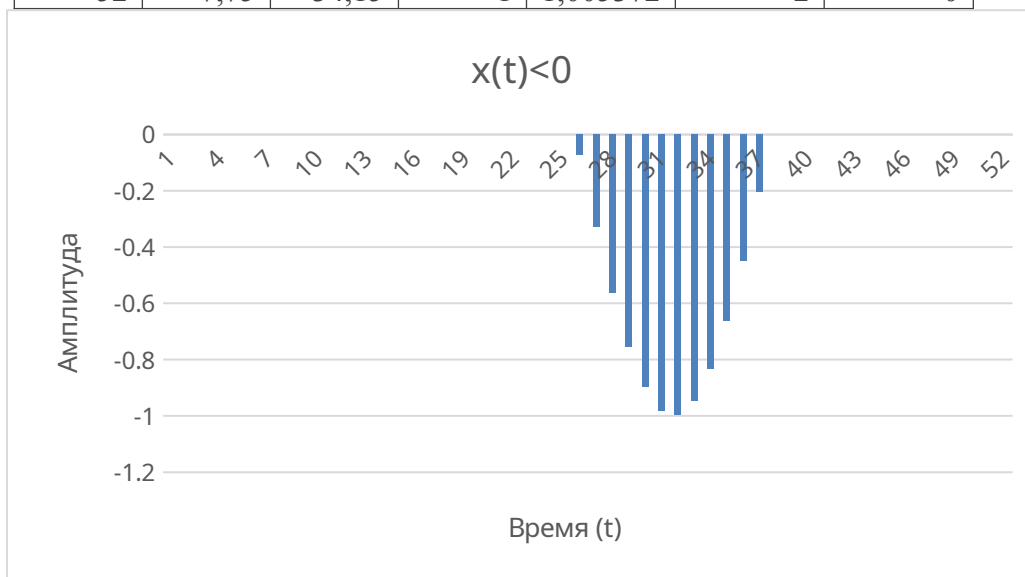


Задание 1.2. =ЕСЛИ(E2<0;E2;0)

i	t	dt	w	x(t)	x(t)>1	x(t)<0
1	0,1	0,15	1	1,089867	1,089867	1,089867
2	0,25	0,15	1	1,186195	1,186195	0
3	0,4	0,15	1	1,237772	1,237772	0
4	0,55	0,15	1	1,249485	1,249485	0
5	0,7	0,15	1	1,229201	1,229201	0

6	0,85	0,15	1	1,186858	1,186858	0
7	1	0,15	1	1,133398	1,133398	0
8	1,15	0,15	1	1,079626	1,079626	0
9	1,3	0,15	1	1,035114	1,035114	0
10	1,45	0,15	1	1,007234	1,007234	0
11	1,6	0,15	1	1,000426	1,000426	0
12	1,75	0,15	1	1,015758	1,015758	0
13	1,9	0,15	1	1,050816	1,050816	0
14	2,05	0,15	1	1,09995	1,09995	0
15	2,2	0,15	1	1,15483	1,15483	0
16	2,35	0,15	1	1,205279	1,205279	0
17	2,5	0,15	1	1,240303	1,240303	0
18	2,65	0,15	1	1,249218	1,249218	0
19	2,8	1,15	1	1,222771	1,222771	0
20	2,95	2,15	1	1,154162	1,154162	0
21	3,1	3,15	1	1,039852	1,039852	0
22	3,25	4,15	1	0,880099	0,880099	0
23	3,4	5,15	1	0,679158	0,679158	0
24	3,55	6,15	1	0,445125	0,445125	0
25	3,7	7,15	1	0,189438	0,189438	0
26	3,85	8,15	1	-0,07394	-0,07394	-0,07394
27	4	9,15	1	-0,32955	-0,32955	-0,32955
28	4,15	10,15	1	-0,56167	-0,56167	-0,56167
29	4,3	11,15	1	-0,75553	-0,75553	-0,75553
30	4,45	12,15	1	-0,89849	-0,89849	-0,89849
31	4,6	13,15	1	-0,98111	-0,98111	-0,98111
32	4,75	14,15	1	-0,99788	-0,99788	-0,99788
33	4,9	15,15	1	-0,94767	-0,94767	-0,94767
34	5,05	16,15	1	-0,83383	-0,83383	-0,83383
35	5,2	17,15	1	-0,66395	-0,66395	-0,66395
36	5,35	18,15	1	-0,44916	-0,44916	-0,44916
37	5,5	19,15	1	-0,20333	-0,20333	-0,20333
38	5,65	20,15	1	0,058157	0,058157	0
39	5,8	21,15	1	0,319543	0,319543	0
40	5,95	22,15	1	0,56598	0,56598	0
41	6,1	23,15	1	0,784654	0,784654	0

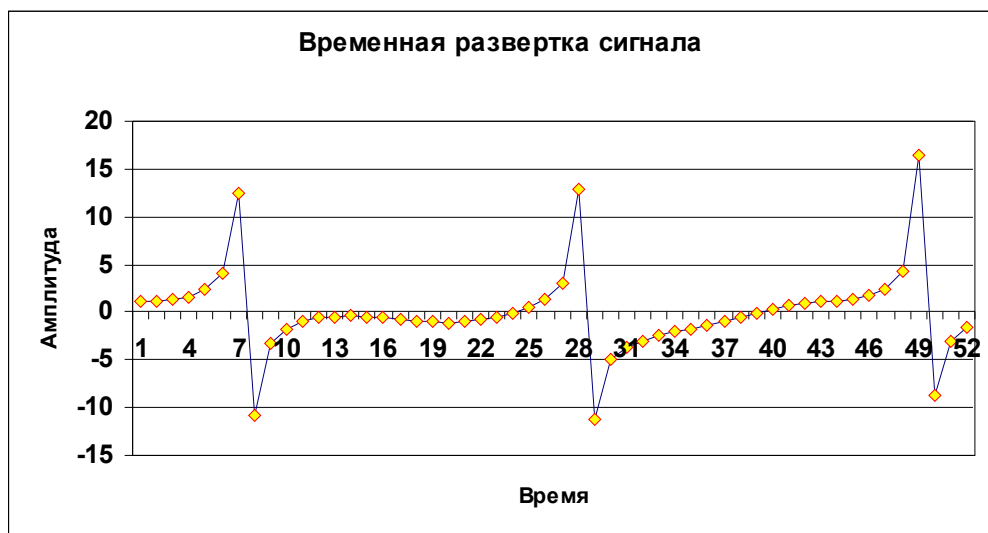
42	6,25	24,15	1	0,96572	0	0
43	6,4	25,15	1	1,102965	1,102965	0
44	6,55	26,15	1	1,194143	1,194143	0
45	6,7	27,15	1	1,240946	1,240946	0
46	6,85	28,15	1	1,248635	1,248635	0
47	7	29,15	1	1,225355	1,225355	0
48	7,15	30,15	1	1,181214	1,181214	0
49	7,3	31,15	1	1,127194	1,127194	0
50	7,45	32,15	1	1,074017	1,074017	0
51	7,6	33,15	1	1,031051	1,031051	0
52	7,75	34,15	1	1,005372	1,005372	0



Вывод: таким образом, мы рассмотрели, пример обработки амплитудных значений сигнала в среде MS Excel. Можно сделать вывод, что функционал данной среды полностью соответствует необходимому набору операций по обработке значений сигналов и позволяет максимально автоматизировать рутинные действия.

Задание 2. Исследование полосового амплитудного фильтра.

Имеется канал связи, передатчик и приемник сообщений, представленных временной последовательностью амплитудных значений сигнала. Иллюстрация сигнала сообщения, посланного передатчиком на приемник.



Известно:

передатчик формирует сигнал, описываемый выражением:

$$x(t) = \sin(\omega t_i)^3 + \cos(\omega t_i)^5 + \left(\frac{\sin(\omega t_i)}{\cos(\omega t_i + \alpha)} \right)$$

Где: $\omega = 1$

$t_1 = 0, 1,$

$t_2 = 0, 25$

$t_3 = 0, 4$

$\alpha = 0, 5$

и далее, при условии, что $i=1, 2, \dots, 52,$, а $\Delta t=0, 15$ создать дискретный ряд амплитудных значений сигнала.

Сигнал с передатчика по каналу связи поступает на приемник.

Задание 2.1

Используя типовой пакет Microsoft Office в среде Excel создать программный модуль выделения значений сигнала на приемнике, а диапазоне $+5 < x(t) < -5$

Указание.

При создании фильтра, использовать логическую процедуру «ЕСЛИ, ТОГДА,» в среде Excel

Результаты представить в среде Word с графическими пояснениями, исполненными в среде Excel.

Задание 2.2

Используя типовой пакет Microsoft Office в среде Excel создать программный модуль выделения значений сигнала на приемнике, а диапазоне $+0 < x(t) < -12, 0$

Указание.

При создании фильтра, использовать логическую процедуру «ЕСЛИ, ТОГДА,» в среде Excel

Результаты представить в среде Word с графическими пояснениями, выполненными в среде Excel.

Выполнение работы

В среде Microsoft Excel зададим условия задания, где $\omega = 1$, $\Delta t = 0.15$, $t_0 = 0.1$, $i = 1 \dots 52$.

i	t	dt	w
1	0,1	0,15	1
2	0,25	0,15	1
3	0,4	0,15	1
4	0,55	0,15	1
5	0,7	0,15	1
6	0,85	0,15	1
7	1	0,15	1
8	1,15	0,15	1
9	1,3	0,15	1
10	1,45	0,15	1
11	1,6	0,15	1
12	1,75	0,15	1
13	1,9	0,15	1
14	2,05	0,15	1
15	2,2	0,15	1
16	2,35	0,15	1
17	2,5	0,15	1
18	2,65	0,15	1
19	2,8	0,15	1

Формула $x(t)$ в программной среде MS Excel будет так:

$$=((\text{SIN}(D2*B2))^3)+((\text{COS}(D2*B2))^5)+((\text{SIN}(D2*B2))/(\text{COS}(D2*B2+0,5)))$$

Итоговый модуль подсчета амплитудных значений будет выглядеть следующим образом:

i	t	dt	w	x(t)
1	0,1	0,15	1	1,097225171
2	0,25	0,15	1	1,207201232
3	0,4	0,15	1	1,348412066
4	0,55	0,15	1	1,643610392
5	0,7	0,15	1	2,306944212
6	0,85	0,15	1	3,97965603
7	1	0,15	1	12,53760311
8	1,15	0,15	1	-10,76448879
9	1,3	0,15	1	-3,344994212

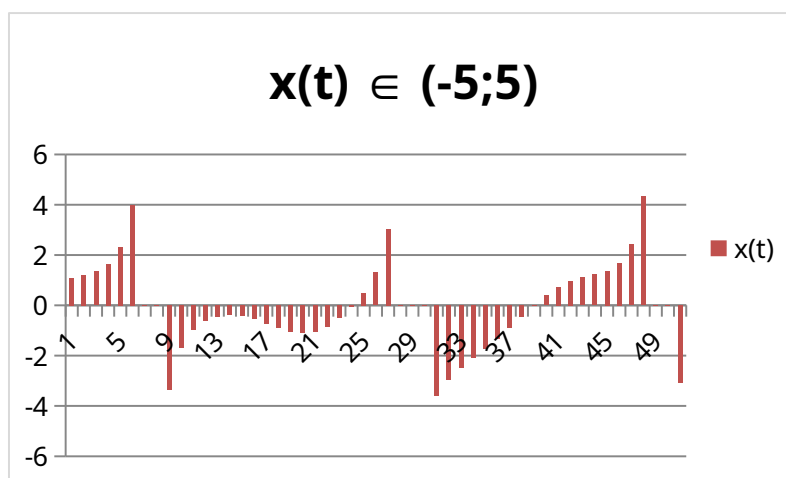
10	1,45	0,15	1	-1,703374152
11	1,6	0,15	1	-0,981235715
12	1,75	0,15	1	-0,61388038
13	1,9	0,15	1	-0,439438748
14	2,05	0,15	1	-0,391160147
15	2,2	0,15	1	-0,436385008
16	2,35	0,15	1	-0,554038886
17	2,5	0,15	1	-0,720196616
18	2,65	0,15	1	-0,899365947
19	2,8	0,15	1	-1,044264662
20	2,95	0,15	1	-1,104745552
21	3,1	0,15	1	-1,041979075
22	3,25	0,15	1	-0,840402181
23	3,4	0,15	1	-0,509323937
24	3,55	0,15	1	-0,067951385
25	3,7	0,15	1	0,493215576
26	3,85	0,15	1	1,307315098
27	4	0,15	1	3,037439792
28	4,15	0,15	1	12,92006475
29	4,3	0,15	1	-11,24992526
30	4,45	0,15	1	-5,004980513
31	4,6	0,15	1	-3,610176891
32	4,75	0,15	1	-2,949297735
33	4,9	0,15	1	-2,495968598
34	5,05	0,15	1	-2,105877196
35	5,2	0,15	1	-1,725348119
36	5,35	0,15	1	-1,32933248
37	5,5	0,15	1	-0,907277313
38	5,65	0,15	1	-0,463714868
39	5,8	0,15	1	-0,020463679
40	5,95	0,15	1	0,38701086
41	6,1	0,15	1	0,721347395
42	6,25	0,15	1	0,960059081
43	6,4	0,15	1	1,110847106
44	6,55	0,15	1	1,219623633
45	6,7	0,15	1	1,371049681
46	6,85	0,15	1	1,693985357
47	7	0,15	1	2,422443835
48	7,15	0,15	1	4,319526006
49	7,3	0,15	1	16,41720505
50	7,45	0,15	1	-8,804244902
51	7,6	0,15	1	-3,066493933

Зададим условия сигнала вывода амплитудных значений сигнала $x(t) \in (-5;5)$ и $x(t) \in (0;12)$.

Задание 2.1. $x(t) \in (-5;5)$: =ЕСЛИ(E2<-5; 0; ЕСЛИ(E2<5;E2;0));

x(t)
1,097225171
1,207201232
1,348412066
1,643610392
2,306944212
3,97965603
0
0
-
3,344994212
-
1,703374152
-
0,981235715
-0,61388038
-
0,439438748
-
0,391160147

-
0,436385008
-
0,554038886
-
0,720196616
-
0,899365947
-
1,044264662
-
1,104745552
-
1,041979075
-
0,840402181
-
0,509323937
-
0,067951385



Задание 2.2. $x(t) \in (0;12)$: =ЕСЛИ(E2<-12; -12; ЕСЛИ(E2<0;E2;0)), где формула «если» определяет соответствие столбца x(t) заданному условию и если значение соответствует, то выводит его, иначе выводит прочерк в заданной ячейке.

x(t)
0
0

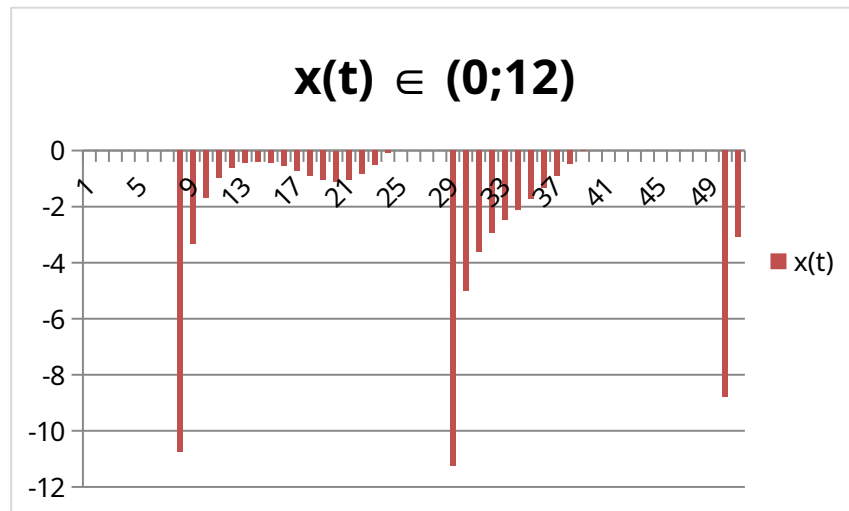
0
0
0

0
0
-

10,76448879
-
3,344994212
-
1,703374152
-
0,981235715
-0,61388038
-
0,439438748

-
0,391160147
-
0,436385008
-
0,554038886
-
0,720196616
-
0,899365947
-

1,044264662
-
1,104745552
-
1,041979075
-
0,840402181
-
0,509323937



Вывод: Программный комплекс MS Excel позволяет выполнять и более сложные расчеты при помощи встроенных функций SIN, COS, функций задания предварительных условий (ЕСЛИ..., ТО....), позволяет обрабатывать значения, принадлежащие определенному интервалу.

Задание 3. Исследование амплитудного детектора.

Имеется канал связи, передатчик и приемник сообщений, представленных временной последовательностью амплитудных значений сигнала. Иллюстрация сигнала сообщения, посланного передатчиком на приемник.



Известно:

передатчик формирует сигнал, описываемый выражением:

$$x(t) = \sin(\omega t_i)^3 + \cos(\omega t_i)^5 + \left(\frac{\sin(\omega t_i)}{\cos(\omega t_i + \alpha)} \right)$$

Где: $\omega = 1$

$$t_1 = 0, 1,$$

$$t_2 = 0, 27$$

$$t_3 = 0, 44$$

$$\alpha = 0,5$$

и далее, при условии, что $i=1,2,\dots,52$, а $\Delta t=0,17$ создать дискретный ряд амплитудных значений сигнала.

Сигнал с передатчика по каналу связи поступает на приемник.

Задание 3.1

Используя типовой пакет Microsoft Office в среде Excel создать программный модуль выделения максимальных значений сигнала на

приемнике, а диапазоне $+2, 0 < x(t) < -2, 0$

По умолчанию полагаем, что в указанном диапазоне амплитудные значения сигнала могут принимать любые значения, как положительные, так и отрицательные, но по условию задачи следует выделить максимальные положительные значения. Другими словами, внутри указанного интервала требуется выделить максимальные амплитудные значения сигнала, которые могут быть зафиксированы приемником, в самом общем случае, в любой произвольный момент времени. Иллюстрация на рис. 3.1 к этому заданию позволяет визуально установить наличие такого амплитудного пика, важно создать формализованное правило в среде Excel, обеспечивающее амплитудную селекцию значений сигнала.

Указание.

При создании фильтра – детектора, использовать логическую процедуру «ЕСЛИ, ТОГДА,» в среде Excel

Результаты представить в среде Word с графическими пояснениями, выполненными в среде Excel.

Задание 3.2

Используя типовой пакет Microsoft Office в среде Excel создать программный модуль выделения значений сигнала на приемнике, а диапазоне

$$+5, 0 < x(t) < -5,0$$

Указание.

При создании фильтра - детектора, использовать логическую процедуру «ЕСЛИ, ТОГДА,» в среде Excel

Результаты представить в среде Word с графическими пояснениями, выполненными в среде Excel.

Проиллюстрировать полученные результаты. Сопоставить результаты исполнения заданий 3.1 и 3.2, сделать выводы

Выполнение работы

В среде Microsoft Excel зададим условия задания, где $\omega = 1$, $\Delta t = 0.17$, $t_0 = 0.1$, $a = 0.5$, $i = 1 \dots 52$.

i	t	dt	w	a
1	0,1	0,17	1	0,5
2	0,27	0,17	1	0,5
3	0,44	0,17	1	0,5
4	0,61	0,17	1	0,5
5	0,78	0,17	1	0,5
6	0,95	0,17	1	0,5
7	1,12	0,17	1	0,5
8	1,29	0,17	1	0,5
9	1,46	0,17	1	0,5
10	1,63	0,17	1	0,5
11	1,8	0,17	1	0,5
12	1,97	0,17	1	0,5
13	2,14	0,17	1	0,5
14	2,31	0,17	1	0,5

Формула $x(t)$ в программной среде MS Excel будет так:

$$=((\text{SIN}(1*B2))^3)+((\text{COS}(1*B2))^5)+((\text{SIN}(1*B2))/((\text{COS}(1*B2)+0,5))))$$

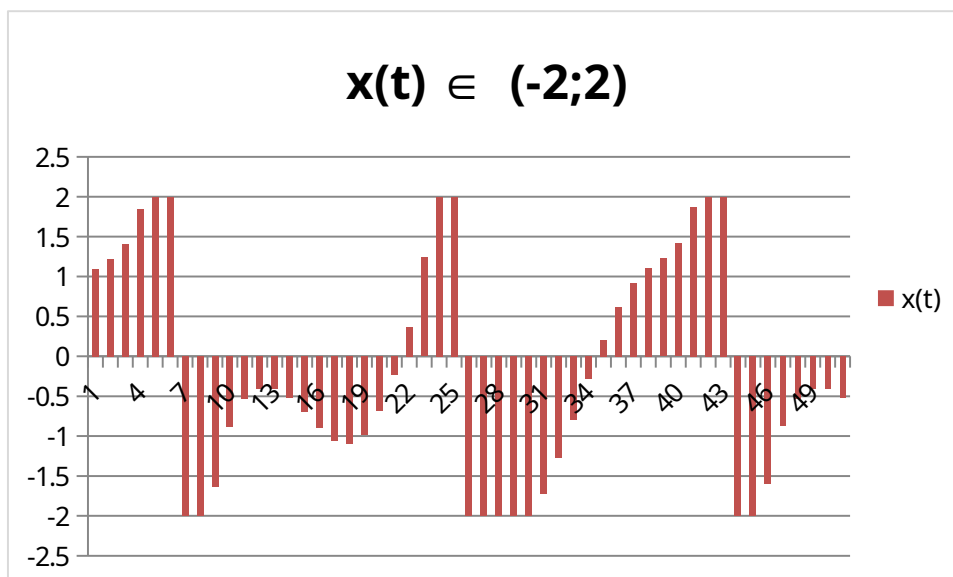
Итоговый модуль подсчета амплитудных значений будет выглядеть следующим образом:

i	t	dt	w	a	x(t)
1	0,1	0,17	1	0,5	1,097225171
2	0,27	0,17	1	0,5	1,222028249
3	0,44	0,17	1	0,5	1,405709887

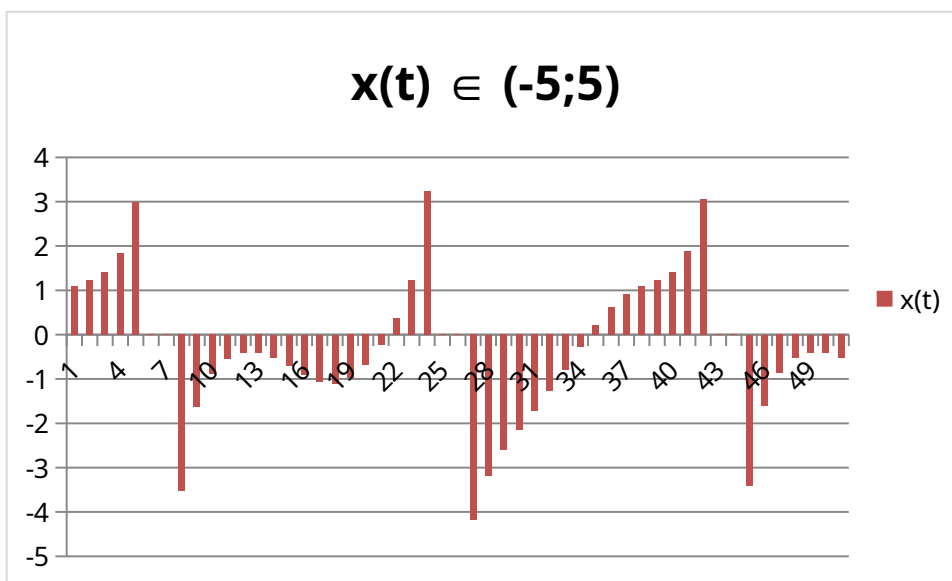
4	0,61	0,17	1	0,5	1,846269381
5	0,78	0,17	1	0,5	2,982314957
6	0,95	0,17	1	0,5	7,354966684
7	1,12	0,17	1	0,5	-17,55579982
8	1,29	0,17	1	0,5	-3,529917923
9	1,46	0,17	1	0,5	-1,637487699
10	1,63	0,17	1	0,5	-0,886918929
11	1,8	0,17	1	0,5	-0,538656495
12	1,97	0,17	1	0,5	-0,403669194
13	2,14	0,17	1	0,5	-0,408493377
14	2,31	0,17	1	0,5	-0,516771338
15	2,48	0,17	1	0,5	-0,696376348
16	2,65	0,17	1	0,5	-0,899365947
17	2,82	0,17	1	0,5	-1,058233617
18	2,99	0,17	1	0,5	-1,101181377
19	3,16	0,17	1	0,5	-0,977968926
20	3,33	0,17	1	0,5	-0,678637323
21	3,5	0,17	1	0,5	-0,226680974
22	3,67	0,17	1	0,5	0,368172198

Зададим условия сигнала вывода амплитудных значений сигнала $x(t) \in (-2;2)$ и $x(t) \in (-5;5)$.

Задание 3.1. $x(t) \in (-2;2)$: =ЕСЛИ(F2<-2; -2;ЕСЛИ(F2<2;F2;2));



Задание 3.2. $x(t) \in (-5;5)$: =ЕСЛИ(F2<-5;0;ЕСЛИ(F2<5;F2;0)), где формула «если» определяет соответствие столбца $x(t)$ заданному условию и если значение соответствует, то выводит его, иначе выводит прочерк в заданной ячейке.



По условию задания требуется выделить максимальные значения сигнала, поступающие на приемник. Для выделения искомым значений воспользуемся функцией МАКС().

Результат:

50	4,86	0,17	1	0,5	-2,60723	-	-2,607231776
51	5,03	0,17	1	0,5	-2,15658	-	-2,156576915

52	5,2	0,17	1	0,5	-1,72535	-1,725348119	-1,725348119
Максимальные значения $x(t)$ в диапазоне						1,846269381	3,240065197

Вывод: Поиск максимальных и минимальных значений сигнала в диапазоне удобнее всего осуществлять с помощью функций МИН(), МАКС().

Часть 2. Точечные оценки исследуемого процесса

Задание 4. Формирование оценки выборки сигнала

В десяти независимых измерениях температуры процессора, установленного на компьютере, получены следующие значения:

Таблица 4.1

Температурные значения процессора T_i	38.6	48.2	45.3
---	------	------	------

n_i	2	5	3
n	10		

Задание 4.1

Вычислить значение выборочной дисперсии по данному распределению выборки (таблица 4.1).

Вычислить значение выборочной дисперсии по данному распределению выборки по следующим данным - таблица 4.2.

Таблица 4.2

Температурные значения процессора T_i	31,1	28,6	27,2
n_i	3	4	3
n	10		

Задание 4.2

Вычислить значение исправленной выборочной дисперсии по данному распределению выборки: таблица 4.1 и таблица 4.2.

Выполнение работы

Задание 4.1.

В программной среде MS Excel вычислим значения выборочной дисперсии по данному распределению выборки для таблиц 4.1. и 4.2.

Условие задания в MS Excel будет выглядеть так:

Таблица 4.1.

варианта выборки x_i	частота встречаемости x_i n_i	количество значений в выборке n
38,6	2	10
48,2	5	10
45,3	3	10

Таблица 4.2.

варианта выборки	частота встречаемости x_i	количество значений в выборке
x_i	n_i	n
31,1	3	10
28,6	4	10
27,2	3	10

Найдем для обеих таблиц несмещенную оценку генеральной средней, определяемую по выражению:

$$\bar{x}_e = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{n}$$

где x_i — варианта выборки; n_i — частота встречаемости варианты x_i в выборке, и количество значений (вариант) в выборке определяется выражением:

$$n = \sum_{i=1}^k n_i$$

Формула для среды MS Excel будет выглядеть так:

$$=\text{СУММ}(A3*B3+A4*B4+A5*B5)/C3$$

Для таблицы 4.1. значение $\bar{x}_e=45.41$, для таблицы 4.2. значение $\bar{x}_e=28.93$.

Далее найдем Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная средняя, определяемая по выражению:

$$D_e = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x}_e)^2}{n} = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left[\frac{\sum n_i x_i}{n} \right]^2$$

Проведем для подсчета значений выборочной дисперсии по данному распределению выборки промежуточные расчеты и получим итоговые цифры в графе D_e .

Для таблицы 4.1.	
$\Sigma n_i \cdot x_i$	454,1
$\Sigma n_i \cdot x_i^2$	20752,39
хв	45,41
Дв	13,1709

Для таблицы 4.2.	
$\Sigma n_i \cdot x_i$	289,3
$\Sigma n_i \cdot x_i^2$	8392,99
хв	28,93
Дв	2,3541

Использованные формулы:

$$\Sigma n_i \cdot x_i = \text{СУММ}(A3 \cdot B3 + A4 \cdot B4 + A5 \cdot B5)$$

$$\Sigma n_i \cdot x_i^2 = A3^2 \cdot B3 + A4^2 \cdot B4 + A5^2 \cdot B5$$

$$Dв = (I4/C3) - (I3/C3)^2$$

Задание 4.2

Вычислим значение исправленной выборочной дисперсии по данному распределению выборки для таблиц 4.1 4.2. по формуле:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - x_{\sigma})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - \frac{[\sum_{i=1}^k n_i x_i]^2}{n}}{n-1}$$

Табл. 4.1.	Табл. 4.2.
---------------	---------------

s^2	14,6343 3	2,61566 7
-------	--------------	--------------

Где формула s^2 будет иметь вид:

$$=(I4-(I3^2/C3))/(C3-1)$$

Вывод: В программной среде MS Excel удобно считать дисперсию и математическое ожидание. Можно сделать промежуточный вывод: чем меньше значения в выборке и частота встречаемости ближе к средним значениям, тем меньше будет дисперсия и математическое ожидание.

Задание 5. Формирование оценки коррелированности сигналов

На приемник поступают два сообщения – два сигнала, описываемые выражениями (5.1) и (5.2). Требуется установить степень тождественности – схожести сигналов. С этой целью проводится вычисление корреляционной функции.

Задание 5.1

Вычислить значение коэффициента корреляции для выборочных значений двух сигналов, заданных выражениями:

$$x_1(t) = A_1 + \sin(\omega_1 t_i)^3 + \cos(\omega_1 t_i)^5 + \left(\frac{\sin(\omega_1 t_i)}{\cos(\omega_1 t_i + \alpha_2)} \right) \quad 5.1.1$$

При условии: $A_1 = 0$; $\omega_1 = 480$; $i = 1, 2, 3, \dots, 52$; $\alpha_1 = 0$

$$x_2(t) = A_2 + \sin(\omega_2 t_i)^3 + \cos(\omega_2 t_i)^5 + \left(\frac{\sin(\omega_2 t_i)}{\cos(\omega_2 t_i + \alpha_2)} \right) \quad 5.1.2$$

При условии: $A_2 = 50$; $\omega_2 = 240, 260, 280, \dots, 520$; $i = 1, 2, 3, \dots, 52$;
 $\alpha_2 = 0$

Задание 5.2

Вычислить значение коэффициента корреляции для выборочных значений двух сигналов, заданных выражениями:

$$x_1(t) = A_1 + \sin(\omega_1 t_i)^3 + \cos(\omega_1 t_i)^5 + \left(\frac{\sin(\omega_1 t_i)}{\cos(\omega_1 t_i + \alpha_2)} \right) \quad 5.2.1$$

При условии: $A_1 = 0$; $\omega_1 = 480$; $i = 1, 2, 3, \dots, 52$; $\alpha_1 = 0$

$$x_2(t) = A_2 + \sin(\omega_2 t_i)^3 + \cos(\omega_2 t_i)^5 + \left(\frac{\sin(\omega_2 t_i)}{\cos(\omega_2 t_i + \alpha_2)} \right) \quad 5.2.2$$

При условии: $A_2 = 50$; $\omega_2 = 480$; $i = 1, 2, 3, \dots, 52$; $\alpha_2 = 0, 25; 0, 5; 0, 75$;
 $\dots; 4, 0$

Выполнение работы

Задание 5.1.

Зададим условия задачи в программном комплексе MS Excel:

n=52		Дано						Уравнение 1	Уравнение 2
i	ti	A1	A2	w1	w2	a1	a2	x1	x2
1	1	0	50	480	240	0	0,25	-0,851564138	62,41431966
2	2	0	50	480	260	0	0,5	-4,939554198	47,1471624
3	3	0	50	480	280	0	0,75	3,010221716	46,64249366
4	4	0	50	480	300	0	1	-0,112228301	50,83580917
5	5	0	50	480	320	0	1,25	0,740368682	48,00739471
6	6	0	50	480	340	0	1,5	-0,835392049	48,22782896
7	7	0	50	480	360	0	1,75	-15,97330416	49,94570095
8	8	0	50	480	380	0	2	2,092880607	47,88467131
9	9	0	50	480	400	0	2,25	-0,491180874	51,47049364
10	10	0	50	480	420	0	2,5	0,316077786	49,76824668
11	11	0	50	480	440	0	2,75	-1,042721364	-10,89102851
12	12	0	50	480	460	0	3	8,061457451	48,88530071
13	13	0	50	480	480	0	3,25	1,556084037	49,37408044
14	14	0	50	480	500	0	3,5	-0,824653561	49,80088825
15	15	0	50	480	520	0	3,75	-0,238191451	50,28749007
16	16	0	50	480	540	0	4	-1,730171872	44,23961367

Поскольку t не задано, будем измерять его с интервалом 1 секунду в течение 52 секунд (в готовом модуле можно задать любое значение t), а уравнения 1 и 2 зададим выражениями:

$$=C3+SIN(E3*B3)^3+COS(E3*B3)^5+((SIN(E3*B3))/(COS(E3*B3+G3)))$$

$$=D3+SIN(F3*B3)^3+COS(F3*B3)^5+((SIN(F3*B3))/(COS(F3*B3+H3)))$$

Для вычисления коэффициента корреляции, по условию задания, нам потребуется провести несколько промежуточных расчетов.

Вычисление x_1 и x_2 среднего проведем по формуле:

$$x_g = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{n}$$

Формула будет иметь вид: =СРЗНАЧ(I3:I54).

Далее подсчитаем столбец $x_i - x_{\text{ср}}$ для каждого уравнения и выведем в итогах столбца сумму по столбцу. Это необходимо для вычисления значения дисперсии, определяемой по формуле:

$$D(X) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - x_{\text{ср}})^2}{N - 1}$$

$x_i - x_{\text{ср}}$	$(x_i - x_{\text{ср}})^2$
-	-
0,8140	0,852970
6	7
-	-
4,9395	4,939554
5	2
3,0102	3,010221
22	72
-	-
0,1122	0,112228
3	3
0,7403	0,740368
69	68
-	-
0,8353	0,835392
9	-
-	-
15,973	15,97330
3	4
2,0928	2,092880
81	61
-	-
0,4911	0,491180
8	9
0,3160	0,316077
78	79

Посчитаем дисперсию для каждого уравнения:

D(x1)	D(x2)
46,0533	5,36986
6	2

Формула будет иметь вид: =O55/(A54-1)

Далее посчитаем корреляционный момент (коэффициент ковариации) по формуле:

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^N [(x_i - x_{\text{ср}})(y_i - y_{\text{ср}})]}{N-1}$$

Для вычислений коэффициента введем еще 3 столбца с промежуточными расчетами и итоговой суммой под столбцом.

x1-x1 ср	x2-x2 ср	(x1-x1 ср)*(x2-x2 ср)
-0,81406	16,36096442	-13,31881329
-4,93955	47,1471624	-232,8859639
3,010222	46,64249366	140,4042473
-0,11223	50,83580917	-5,705216513
0,740369	48,00739471	35,54317156
-0,83539	48,22782896	-40,28914485
-15,9733	49,94570095	-797,7978729
2,092881	47,88467131	100,2169
-0,49118	51,47049364	-25,28132206
0,316078	49,76824668	15,73063723
-1,04272	-10,8910285	11,35630811
8,061457	48,88530071	394,0867717

Проведем вычисления коэффициента корреляции по выражению:

$$R(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$$

D(x1)	46,05336
D(x2)	5,369862
cov(x1, x2)	19,11830144
R (x1, x2)	1,215729959

Где формула $R(x1, x2)$ будет иметь вид:
 $=Q55/(\text{КОРЕНЬ}(M3)*\text{КОРЕНЬ}(N3))$

Проведем проверку вычисленного значения встроенной функцией КОРРЕЛ.

КОРРЕЛ

0,0089680

61

Где, формула для вычислений для столбцов x1 и x2 будет иметь вид:
=КОРРЕЛ(J3:J54;I3:I54)

Вычисленные значения совпадают.

Для оценки тесноты, или силы, корреляционной связи обычно используют общепринятые критерии, согласно которым абсолютные значения $r_{xy} < 0.3$ свидетельствуют о слабой связи, значения r_{xy} от 0.3 до 0.7 - о связи средней тесноты, значения $r_{xy} > 0.7$ - о сильной связи.

Более точную оценку силы корреляционной связи можно получить, если воспользоваться таблицей Чеддока:

Абсолютное значение r_{xy}	Теснота (сила) корреляционной связи
менее 0.3	слабая
от 0.3 до 0.5	умеренная
от 0.5 до 0.7	заметная
от 0.7 до 0.9	высокая
более 0.9	весьма высокая

Полученное значение коэффициента корреляции < 0.3 , следовательно, между выражениями слабая корреляционная связь.

Найдем значение t-критерия для оценки статистической значимости корреляционной связи по формуле:

$$t_r = \frac{r_{xy} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}}$$

Полученное значение t_r сравнивается с критическим значением при определенном уровне значимости и числе степеней свободы $n-2$. Если t_r превышает $t_{крит}$, то делается вывод о статистической значимости выявленной корреляционной связи.

Tr	1,149145378	
Критическое значение $t_{крит}$ найдем по таблице критических значений корреляции Пирсона		
к=n-2	50	число степеней свободы
p	0,01	уровень значимости
tкрит	0,451	по таблице корреляции Пирсона
ИТОГ	Статистически значимо	если T_r больше $T_{крит}$ то связь является статистически значимой

Задание 5.2.

Выполнение задания 5.2. будем проводить аналогично выполнению задания 5.1. с поправкой на a_2 , заданное с интервалом 0.25, 0.5, 0.75....4.0.

Модуль подсчета в среде MS Excel будет выглядеть следующим образом:

N=5

2	Дано						Уравнение 1		Уравнение 2
i	t _i	A1	A2	w1	w2	a1	a2	x1	x2
1	1	0	50	480	480	0	0,25	-0,742317023	49,25768298
2	2	0	50	480	480	0	0,5	-2,347225118	47,65277488
3	3	0	50	480	480	0	0,75	-2,047080428	47,95291957
4	4	0	50	480	480	0	1	4,941031657	54,94103166
5	5	0	50	480	480	0	1,25	0,550559816	50,55055982
6	6	0	50	480	480	0	1,5	-0,661367124	49,33863288
7	7	0	50	480	480	0	1,75	-2,022065746	47,97793425
8	8	0	50	480	480	0	2	-0,217004877	49,78299512
9	9	0	50	480	480	0	2,25	-1,176793495	48,82320651
10	10	0	50	480	480	0	2,5	1,321234241	51,32123424
11	11	0	50	480	480	0	2,75	5,850996656	55,85099666
12	12	0	50	480	480	0	3	-4,972514788	45,02748521
13	13	0	50	480	480	0	3,25	-0,625919561	49,37408044

Выведем столбцы со средними значениями и разницу $x_1 - x_{1ср}$, $x_2 - x_{2ср}$,

x_1 ср	x_2 ср	$x_1 - x_1$ ср	$x_1 - x_1$ ср ²	$(x_1 - x_1$ ср) \cdot ($x_2 - x_2$ ср)	
0,27028	8	50,2702883	-1,01261	-0,8153728	1,02536949
			-2,34723		-111,8517901
			-2,04708		-98,16348314
			4,94103		271,4653767

		2		
		0,55056		27,8311069
		-0,66137		-32,63094974
		-2,02207		-97,0145374
		-0,217		-10,80315275
		-1,17679		-57,45483181
		1,32123		
		4		67,807372
		5,85099		
		7		326,7839947
		-4,97251		-223,8998361
		-0,62592		-30,90420274
		-1,10955		-54,24625936
		0,85560		
		2		43,51216176
		1,78207		
		1		92,27931581

Проведем вычисления коэффициента корреляции по выражению:

$$R(X,Y) = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$$

D(x1)	-0,73490958
D(x2)	50,27028828
cov(x1,x2)	1090,8247
R (x1,x2)	0,15009

Выполним проверку:

КОРРЕЛ
0,15

Результаты совпадают, следовательно, вычисления проведены правильно.

Поскольку значение коэффициента корреляции < 0.3 имеем дело со слабой корреляционной связью.

Найдем значение t-критерия для оценки статистической значимости корреляционной связи.

Найдем значение t-критерия для оценки статистической значимости корреляционной связи:	
Tr	1,073453301

Вывод	Слабая корреляционная связь	
Критическое значение $t_{крит}$ найдем по таблице критических значений корреляции Пирсона		
$k=n-2$	50	число степеней свободы
p	0,01	уровень значимости
$t_{крит}$	0,451	по таблице корреляции Пирсона
ИТОГ	Статистически значимо	если T_r больше $T_{крит}$ то связь является статистически значимой

Таким образом, мы исследовали возможность обработки сигналов в среде MS Excel, оценивали их взаимосвязь и статистическую значимость. Отмечается, что, хотя на первый взгляд выражения кажутся похожими, на самом деле они имеют мало общего из-за разницы в значении переменных. Тем не менее, даже небольшая связь может быть статистически значимой.