Лабораторная работа Количественное оценивание сложных систем

Цель работы: практическое изучение методов оценивания альтернатив в различных условиях функционирования сложных систем.

1 Теоретические сведения

1.1 Задача количественного оценивания

Количественное оценивание систем необходимо во многих практических случаях, связанных с необходимостью принятия решений или осуществления управления в сложных системах.

Существенным для выбора того или иного критерия являются условия, в которых функционирует оцениваемая система. Различают три группы условий:

- условия определенности
- условия риска
- условия неопределенности

Рассмотрим второй и третий случай из указанных выше.

1.2 Оценка сложных систем в условиях риска на основе функции полезности

Операции, выполняемые в условиях риска, называются **вероятностными**. Однозначность соответствия между системами и исходами в вероятностных операциях нарушается. Это означает, что каждой системе (альтернативе) a_i ставится в соответствие не один, а множество исходов $\{y_k\}$ с известными условными вероятностями появления $p(y_k/a_i)$. Следовательно, оценивать системы в операциях данного типа так, как в детерминированных операциях, нельзя.

Эффективность систем в вероятностных операциях находится через математическое ожидание функции полезности на множестве исходов $K(a)=M_a[F(y)]$.

При исходах y_k (k=1,…,m) с дискретными значениями показателей, каждый из которых появляется с условной вероятностью $p(y_k/a_i)$ и имеет полезность $F(y_k)$ выражение для математического ожидания функции полезности записывается в виде:

$$K(a_i)=\sum_{k=1}^{m} p(y_k/a_i)F(y_k),\ i=1,...n$$

Из этого выражения может быть получена оценка эффективности детерминированных систем как частный случай, если принять, что исход детерминированной системы наступает с вероятностью равной 1, а вероятности всех остальных исходов равны 0. Условия оценки систем в случае, когда показатели исхода вероятностной операции являются дискретными величинами, удобно задавать в табличном виде

a_i	y_k	$p(y_k / a_i)$	$F(y_k)$	$K(a_i)$
a_1	y_1 y_2 … y_m	$p(y_1 / a_1)$ $p(y_2 / a_1)$ … $p(y_m / a_1)$	$F(y_1)$ $F(y_2)$ … $F(y_m)$	
a_2	y_1 y_2	$p(y_1 / a_2)$ $p(y_2 / a_2)$	$F(y_1)$ $F(y_2)$	

	… y_m	… $p\ (y_m\ /\ a_2)$	… $F(y_m)$	
…	…			
a_n	y_1 y_2 … y_m	$p\ (y_1\ /\ a_n)$ $p\ (y_2\ /\ a_n)$ … $p\ (y_m\ /\ a_n)$	$F(y_1)$ $F(y_2)$ … $F(y_m)$	

Таким образом, для оценки эффективности систем в вероятностной операции необходимо:

1) Определить исходы операции на каждой системе
2) Построить функцию полезности на множестве исходов операции
3) Рассчитать математическое ожидание функции полезности на множестве исходов операции для каждой системы.

Критерий оптимальности для вероятностных операций имеет вид:

$$K(a_i) = \max_{a_i} M_{a_i}[F(y)], i = 1,...n$$

В соответствии с этим критерием оптимальной системой в условиях риска считается система с максимальным значением математического ожидания функции полезности на множестве исходов операции.

Оценка систем в условиях вероятностной операции – это “оценка в среднем”, поэтому ей присущи все недостатки такого подхода, главный из которых заключается в том, что не исключен случай выбора неоптимальной системы для конкретной реализации операции. Однако если операция будет многократно повторяться, то система оптимальная в среднем приведет к наибольшему успеху.

1.3 Оценка сложных систем в условиях неопределенности

Организационно-технические системы имеют специфические черты, не позволяющие свести их ни к детерминированным, ни к вероятностным, что не позволяет использовать для их оценки детерминированные или вероятностные критерии. Условия оценки эффективности систем для неопределенных операций можно представить в виде таблицы

a_i	n_j				$K(a_i)$
	n_1	n_2	…	n_k	
a_1	k_{11}	k_{12}	…	k_{1k}	
a_2	k_{21}	k_{22}	…	k_{2k}	
…	…	…	…	…	…
a_n	k_{n1}	K_{n2}	…	k_{nk}	

Здесь

a_i - вектор управляемых параметров, определяющий свойства системы (i=1,… n)

n_j - вектор неуправляемых параметров, определяющий состояние обстановки (i=1,…k)

k_{ij} - значение эффективности системы a_i для состояния обстановки n_j

$K(a_i)$-коэффициент эффективности системы (альтернативы) a_i

Каждая строка таблицы содержит значения эффективности одной системы для всех состояний обстановки n_j, а каждый столбец - значения эффективности для всех систем a_i для одного состояния обстановки.

В зависимости от характера предпочтений ЛПР в условиях неопределенных могут использоваться следующие критерии.

1.3.1 Критерий среднего выигрыша

Предполагает задание вероятностей состояния обстановки p_j. Эффективность систем оценивается как среднее ожидаемое значение (математическое ожидание) оценок эффективности по всем состояниям обстановки:

$$K(a_i) = \sum_{j=1}^{m} p_j k_{ij}$$

Оптимальной системе буде соответствовать эффективность

$$K_{опт} = \max_i \sum_{j=1}^{m} p_j k_{ij}$$

1.3.2 Критерий Лапласа

В основе критерия лежит предположение: поскольку о состояниях обстановки ничего не известно, то их можно считать равновероятными. Поэтому:

$$K(a_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} k_{ij}$$

$$K_{опт} = \max_i \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} k_{ij}$$

1.3.3 Критерий осторожного наблюдателя (Вальда)

Это **максиминный** критерий, гарантирующий максимальный выигрыш при наихудших условиях. Критерий основывается на том, что если состояние обстановки неизвестно, нужно поступить самым осторожным образом, ориентируясь на минимальное значение эффективности каждой системы.

В каждой строке матрицы эффективности находится минимальная из оценок систем по различным состояниям обстановки

$$K(a_i) = \min_j k_{ij}$$

Оптимальной считается система для строки с максимальным значением эффективности:

$$K_{опт} = \max_i \{\min_j k_{ij}\}$$

1.3.4 Критерий максимакса

Этим критерием предписывается оценивать системы по максимальному значению эффективности и выбирать в качестве оптимального решения систему, обладающую эффективностью наибольшей из максимумов:

$$K(a_i) = \max_{j=1,,,m} k_{ij}$$

$$K_{опт} = \max_i \{\max_j k_{ij}\},\ i = 1,\ldots n$$

1.3.5 Критерий пессимизма-оптимизма (Гурвица)

Это критерий обобщенного максимина. Согласно данному критерию при оценке и выборе систем неразумно проявлять как осторожность, так и азарт, а следует, учитывая самое высокое и самое низкое значения эффективности, занимать промежуточное позицию (взвешиваются наилучшие и наихудшие условия). Для этого вводится коэффициент оптимизма α (0<= α<=1), характеризующий отношение к риску лица, принимающего решения. Эффективность системы находится как взвешенная с помощью коэффициента α сумма максимальной и минимальной оценок:

$$K(a_i) = \alpha \max_j k_{ij} + (1 - \alpha) \min_j k_{ij},\ 0 \le \alpha \le 1$$

Условие оптимальности записывается в виде:

$$K_{опт} = \max_i \{\alpha \max_j k_{ij} + (1 - \alpha) \min_j k_{ij}\},\ 0 \le \alpha \le 1$$

1.3.6 Критерий минимального риска (Сэвиджа)

Критерий минимизирует потери эффективности при наихудших условиях. Для оценки систем на основе данного критерия матрица эффективности должна быть преобразована в матрицу потерь (риска). Каждый элемент матрицы потерь определяется как разность между максимальным и текущим значениями оценок эффективности в столбце

$$\Delta k_{ij} = \max_i k_{ij} - k_{ij}$$

После преобразования матрицы используется критерий минимакса:

$$K(a_i) = \max_j \Delta k_{ij}$$

$$K_{опт} = \min_i \{\max_j \Delta k_{ij}\}$$

Критерии Сэвиджа как и критерий Вальда относится к числу осторожных критериев.

Необходимо отметить, что выбор какого-то критерия приводит к принятию решения по оценке систем, которое может быть совершенно отлично от решений, диктуемых другими критериями.

2 Содержание работы

Вариант работы определяется порядковым номером в списке группы.
Работа выполняется в среде табличного редактора Microsoft Excel.

2.1 Оценивание в условиях риска

1) Подготовьте в табличном редакторе Microsoft Excel таблицу со структурой, соответствующей структуре таблицы из раздела 1.2 (колонка для y_k не используется).
2) Заполните столбцы для $p(y_k / a_i)$ и $F(y_k)$ данными своего варианта.
3) Впишите в первую строку столбца для $K(a_i)$ выражение для вычисления математического ожидания применения альтернативы.
4) Определите альтернативу a_i, которую следует считать наилучшей по критерию максимума математического ожидания.

2.2 Оценивание в условиях неопределенности

1) Подготовьте в табличном редакторе Microsoft Excel таблицу со структурой, соответствующей структуре таблицы из раздела 1.3.
2) Заполните ячейки таблицы данными своего варианта.
3) Добавьте столбец для вычисления средневзвешенного значения по каждой операции (альтернативе) и впишите в его ячейки выражение из раздела 1.3.1.
4) Определите операцию a_i, которую следует считать наилучшим вариантом в смысле максимума математического ожидания.
5) Повторите шаги 1-4 для каждого из критериев, описанных в разделе 1.3 (при оценивании по критерию Сэвиджа нужно будет дополнительно построить таблицу потерь).
   Оценивание по критерию Гурвица должно быть выполнено дважды – один раз со значением $\alpha=\alpha_1$, указанным первым в варианте задания, второй раз - со значением $\alpha=\alpha_2$, указанным в варианте задания вторым.

3 Отчет по работе

Отчет по работе должен включать исходные данные и результаты.

1) Результаты для заданий Error: Reference source not found, Error: Reference source not found должны быть размещены на отдельных листах.
2) Таблицы по каждому критерию должны располагаться по левой стороне листа одна под одной и предваряться заголовком с названием критерия.
3) Результат (выбор) должен указывать на лучшую операцию по данному критерию и приводится непосредственно под заполненной таблицей.
4) Точность вычислений– два десятичных знака.

4 Контрольные вопросы

1) С какой целью необходимо проводить оценивание альтернатив?
2) Что такое множество Парето и как оно используется в оценивании альтернатив?
3) Какими условиями функционирования систем определяется выбор подхода к оцениванию?
4) Что может приниматься в качестве критерия выбора наилучшей альтернативы в условиях риска?
5) Какие существуют методы выбора наилучшей альтернативы в условиях неопределенности?
6) В чем состоит особенность критерия среднего выигрыша по отношению к другим критериям?

7) Какие подходы могут применяться для оценивания альтернатив?
8) Что такое “показатель”, какие типы показателей существуют?
9) Что такое обобщенный показатель, как можно осуществить переход к обобщенному показателю?
10) Зачем требуется нормирование показателей, какие правила для этого могут применяться?

5 Варианты работ

5.1 Оценивание в условиях риска

Для каждого варианта приводятся:

- значения вероятностей $p\,(y_k/a_i)$ появления исхода y_k для каждой альтернативы a_i (таблица),
- значения показателей исходов $F(y_i)$ для каждой альтернативы (под таблицами).

1	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 0.70
F(y2)= 0.50
F(y3)= 0.60

2	p (yk / ai)
a1	0.20
	0.50
	0.30
a2	0.40
	0.50
	0.10
a3	0.15
	0.30
	0.55

F(y1)= 0.90
F(y2)= 0.60
F(y3) = 1.0

3	p (yk / ai)
a1	0.20
	0.50
	0.30
a2	0.40
	0.50
	0.10
a3	0.15
	0.30
	0.55

F(y1)= 0.7
F(y2)= 0.5
F(y3)= 0.6

4	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 0.9
F(y2)= 0.6
F(y3)= 1.0

5	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.20
	0.50
a2	0.55
	0.35
	0.10
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 0.7
F(y2)= 0.5
F(y3)= 0.6

6	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 1.2
F(y2)= 0.6
F(y3)= 1.0

7	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.45
	0.45
	0.10

F(y1)= 1.2
F(y2)= 0.8
F(y3)= 1.0

8	p (yk / ai)
a1	0.25
	0.45
	0.30
a2	0.50
	0.35
	0.15
a2	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 3.2
F(y2)= 2.4
F(y3)=3.5

9	p (yk / ai)
a1	0.55
	0.30
	0.15
a2	0.25
	0.55
	0.20
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 0.9
F(y2)= 0.6
F(y3)=1.0

10	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.20
	0.50
a2	0.55
	0.35
	0.10
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 0.7
F(y2)= 0.5
F(y3)= 0.6

11	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.25
	0.45
	0.30
a3	0.55
	0.30
	0.15

F(y1)= 1.2
F(y2)= 0.6
F(y3)=1.0

12	p (yk / ai)
a1	0.20
	0.50
	0.30
a2	0.40
	0.50
	0.10
a3	0.15
	0.30
	0.55

F(y1)= 1.6
F(y2)= 1.9
F(y3)=2.0

13	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 4.9
F(y2)= 5.6
F(y3)=4. 0

14	p (yk / ai)
a1	0.50
	0.25
	0.25
a2	0.40
	0.45
	0.15
a3	0.45
	0.30
	0.25

F(y1)= 1.2
F(y2)= 0.8
F(y3)=1.0

15	p (yk / ai)
a1	0.25
	0.45
	0.30
a2	0.50
	0.35
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 0.8
F(y2)= 0.6
F(y3)=1.0

16	p (yk / ai)
a1	0.55
	0.30
	0.15
a2	0.25
	0.55
	0.20
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 0.9
F(y2)= 1.0
F(y3)=1.3

17	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.45
	0.45
	0.10

F(y1)= 3.2
F(y2)= 2.8
F(y3)=2.9

18	p (yk / ai)
a1	0.25
	0.45
	0.30
a2	0.50
	0.35
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 5.2
F(y2)= 3.4
F(y3)=4.5

19	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.40
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.15
	0.70
	0.15

F(y1)= 1.9
F(y2)= 3.6
F(y3)=4.0

20	p (yk / ai)
a1	0.10
	0.50
	0.40
a2	0.50
	0.35
	0.15
a2	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 0.9
F(y2)= 0.6
F(y3)=1.0

21	p (yk / ai)
a1	0.20
	0.50
	0.30
a2	0.20
	0.65
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 2.8
F(y2)= 3.6
F(y3)=4.0

22	p (yk / ai)
a1	0.30
	0.20
	0.50
a2	0.55
	0.35
	0.10
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 1.7
F(y2)= 2.5
F(y3)=0.6

23	p (yk / ai)
a1	0.25
	0.45
	0.30
a2	0.50
	0.35
	0.15
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 7.6
F(y2)= 6.6
F(y3)=8.0

24	p (yk / ai)
a1	0.55
	0.30
	0.15
a2	0.25
	0.55
	0.20
a3	0.25
	0.60
	0.15

F(y1)= 1.7
F(y2)= 2.1
F(y3)=3.7

25	p (yk / ai)
a1	0.50
	0.35
	0.15
a2	0.25
	0.40
	0.35
a3	0.10
	0.50
	0.40

F(y1)= 1.7
F(y2)= 2.2
F(y3)=0.6

5.2 *Оценивание в условиях неопределенности*

Для каждого варианта приводятся:

- матрица значений K_{ij} эффективности применения альтернативы a_i для внешнего воздействия N_j (первые пять строк таблицы) и
- вероятности p_j появления каждого из воздействий N_j (последняя строка таблицы) и
- коэффициенты оптимизма $\rightarrow_1$ и $\rightarrow_2$ (под таблицей) для двух вариантов оценивания по критерию Гурвица).

1	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,1	9,8	23,3	17,7	19,9	16,4
a2	15,7	10,1	16,8	13,3	15,5	16,9
a3	10,4	9,7	23,6	17,0	21,3	15,0
a4	17,6	7,8	19,6	17,7	19,9	18,3
a5	19,2	8,4	21,4	15,8	16,7	20,0
	0,10	0,11	0,32	0,11	0,24	0,12

0,1; 0,9

2	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	9,7	22,3	17,7	18,8	14,3	13,1
a2	10,2	16,8	13,3	14,6	16,9	15,7
a3	9,7	22,2	17,0	22,3	11,9	10,4
a4	7,8	21,6	17,7	19,8	17,3	17,6
a5	7,5	22,4	14,8	17,6	21,0	19,2
	0,20	0,09	0,12	0,25	0,11	0,23

0,1; 0,9

3	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	12,3	9,7	17,7	18,8	14,3	13,1
a2	14,8	10,2	13,3	14,6	16,9	15,7
a3	13,4	9,7	17,0	19,4	11,9	10,4
a4	15,6	7,8	18,7	19,4	17,3	17,6
a5	16,4	7,5	15,8	18,6	19,0	19,2
	0,11	0,15	0,20	0,21	0,10	0,23

0,4 0,6

4	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	10,4	15,7	10,3	13,1	13,3	14,4
a2	17,6	10,4	17,6	15,7	15,7	13,3
a3	17,3	17,6	19,2	14,7	15,7	16,9
a4	15,7	18,9	17,3	19,3	10,4	11,8
a5	12,0	15,7	17,8	18,9	17,6	17,0
	0,12	0,19	0,11	0,23	0,22	0,13

0,4 0,6

5	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	9,4	15,7	14,4	15,1	18,4	17,5
a2	11,6	12,4	17,6	15,7	17,3	15,3
a3	13,2	17,6	18,2	14,6	17,0	15,8
a4	8,7	19,9	17,3	18,3	18,0	14,8
a5	11,9	15,7	17,8	17,9	19,3	17,6
	0,12	0,26	0,11	0,23	0,03	0,25

0,4 0,6

6	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,4	15,5	14,6	15,5	18,4	17,3
a2	12,6	12,7	17,6	15,6	17,1	15,7
a3	13,2	17,6	18,3	14,5	16,9	14,9
a4	10,7	19,8	17,9	18,6	15,9	13,3
a5	15,0	13,3	17,8	17,7	19,6	17,6
	0,12	0,19	0,31	0,23	0,03	0,12

0,3 0,8

7	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,2	17,4	18,3	14,5	16,9	14,9
a2	10,7	19,7	17,9	18,6	15,9	13,3
a3	15,0	13,3	17,8	17,7	19,1	17,6
a4	13,4	15,5	14,6	15,5	18,4	17,3
a5	12,6	12,7	17,6	15,6	17,1	15,7
	0,11	0,20	0,29	0,24	0,04	0,12

0,9 0,4

8	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	18,3	17,4	13,2	14,1	14,9	16,9
a2	17,9	14,7	10,7	18,6	13,3	15,9
a3	17,8	13,0	15,0	17,7	17,1	17,6
a4	16,6	15,5	13,4	14,1	17,3	18,4
a5	17,6	12,7	12,6	15,6	15,7	17,1
	0,20	0,18	0,11	0,05	0,12	0,34

0,9 0,5

9	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	14,2	15,5	13,4	16,6	17,3	18,4
a2	18,7	12,7	12,6	17,6	15,7	17,1
a3	17,8	13,0	15,0	17,8	17,1	17,6
a4	14,1	12,7	12,6	17,6	15,7	17,1
a5	15,6	15,5	13,4	16,6	17,3	18,4
	0,08	0,17	0,12	0,20	0,12	0,31

0,8 0,2

10	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	15,6	15,6	13,4	16,6	17,3	18,4
a2	17,1	15,7	12,7	17,6	15,7	18,7
a3	17,6	17,1	13,0	17,8	17,1	17,8
a4	17,1	15,7	12,7	17,6	15,7	14,1
a5	14,2	15,5	13,4	16,6	17,3	18,4
	0,31	0,12	0,17	0,20	0,12	0,08

0,8 0,4

11	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	15,7	12,7	17,6	15,7	18,7	18,4
a2	17,1	13,0	16,2	16,1	17,8	18,7
a3	15,7	12,7	17,6	15,7	14,1	18,8
a4	15,5	13,4	16,6	17,3	18,4	14,1
a5	14,2	15,5	13,4	16,6	17,3	18,4
	0,21	0,18	0,25	0,16	0,12	0,08

0,8 0,1

12	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	15,8	12,3	15,7	17,6	18,7	18,4
a2	17,2	12,3	16,1	16,1	17,8	18,7
a3	15,8	12,6	15,7	17,6	14,1	18,8
a4	15,1	12,4	17,3	16,6	18,4	14,1
a5	14,5	15,5	16,6	13,4	17,3	18,4
	0,26	0,25	0,12	0,16	0,08	0,13

0,7 0,3

13	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	23,3	17,7	19,9	16,4	13,1	9,8
a2	16,8	13,3	15,5	16,9	15,7	10,1
a3	23,6	17,0	21,3	15,0	10,4	9,7
a4	19,6	17,7	19,9	18,3	17,6	7,8
a5	21,4	15,8	17,7	20,0	19,2	8,4
	0,32	0,11	0,24	0,12	0,10	0,11

0,2 0,9

14	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	14,3	13,1	17,7	18,8	9,7	22,3
a2	16,9	15,7	13,3	14,6	10,2	16,8
a3	14,9	10,4	17,0	22,3	9,7	22,2
a4	17,3	17,6	17,7	19,8	7,8	21,6
a5	21,0	19,2	14,8	17,6	7,5	22,4
	0,11	0,23	0,12	0,25	0,20	0,09

0,1 0,9

15	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,3	14,6	16,9	15,7	14,8	10,2
a2	17,0	19,4	11,9	10,4	13,4	9,7
a3	18,7	19,4	17,3	17,6	15,6	7,8

a4	15,8	18,6	19,0	19,2	16,4	7,5
a5	17,7	18,8	14,3	13,1	12,3	9,7
	0,20	0,21	0,10	0,23	0,11	0,15

0,4 0,6

16	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	14,4	17,6	17,6	15,7	15,7	13,3
a2	17,6	17,2	17,3	14,7	15,7	16,9
a3	15,7	10,3	10,4	13,1	13,3	14,4
a4	18,9	17,3	15,7	19,3	10,4	11,8
a5	15,7	17,8	12,0	18,9	17,6	17,0
	0,19	0,11	0,12	0,23	0,22	0,13

0,3 0,8

17	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,2	17,6	18,2	13,6	17,0	15,8
a2	8,7	19,9	17,3	18,3	18,0	14,8
a3	9,4	15,7	14,4	15,1	18,4	17,5
a4	11,6	12,4	17,6	15,7	17,3	15,3
a5	11,9	15,7	17,8	17,9	19,3	17,6
	0,12	0,27	0,11	0,23	0,03	0,24

0,4 0,6

18	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	13,4	15,5	14,6	15,5	18,4	13,4
a2	10,7	19,8	17,9	18,6	15,9	10,7
a3	13,2	17,6	18,3	14,5	16,9	13,2
a4	12,6	12,7	17,6	15,6	17,1	12,6
a5	15,0	13,3	17,8	17,7	19,6	15,0
	0,12	0,19	0,31	0,23	0,03	0,12

0,2 0,8

19	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	14,6	15,5	18,4	17,3	13,4	15,5
a2	17,6	15,6	17,1	15,7	12,6	12,7
a3	17,9	18,6	15,9	13,3	10,7	19,7
a4	17,8	15,5	19,1	17,6	15,0	13,3
a5	18,3	15,5	16,9	14,9	13,2	17,4
	0,29	0,24	0,04	0,12	0,11	0,20

0,9 0,4

20	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	15,0	15,5	17,1	17,6	17,8	13,0
a2	13,4	14,1	17,3	18,4	16,6	15,5
a3	12,6	15,6	15,7	17,1	17,6	12,7
a4	13,2	14,1	14,9	16,9	18,3	17,4
a5	10,7	18,6	13,3	15,9	17,9	14,7
	0,15	0,05	0,12	0,34	0,20	0,14

0,9 0,5

21	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	17,6	13,0	15,0	17,8	17,1	17,8
a2	18,4	15,5	13,3	16,6	17,3	14,2
a3	17,1	12,7	12,6	17,6	15,7	18,7
a4	17,1	14,7	12,6	17,6	15,7	14,1
a5	18,4	15,5	13,2	16,6	17,3	15,6
	0,31	0,17	0,12	0,20	0,12	0,08

0,8 0,2

22	N1	N2	N3	N4	N5	N6
a1	17,1	17,1	13,0	17,8	16,8	17,6
a2	15,7	15,7	12,7	17,6	14,1	17,1
a3	17,3	15,6	13,4	16,6	18,4	15,6
a4	15,7	15,7	12,7	17,6	18,7	17,1
a5	17,3	15,5	13,4	16,6	18,4	14,2
	0,12	0,12	0,17	0,20	0,08	0,31

0,8 0,4