Задача 1.

Задача посвящена анализу переходного процесса в цепи первого порядка, содержащей резисторы, конденсатор или индуктивность. В момент времени $t = 0$ происходит переключение ключа *К*, в результате чего в цепи возникает переходной процесс.

1. Перерисуйте схему цепи (таблица 2) для Вашего варианта - последним двум цифрам пароля (таблица 1).

2. Выпишите числовые данные для Вашего варианта (таблица 3).

3. Рассчитайте все токи и напряжение на *C* или *L* в три момента времени *t*: 0_-, 0_+, ∞

4. Рассчитайте классическим методом переходный процесс в виде $u_L(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$ в схемах 1 – 5, $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$, $u_C(t)$ в схемах 6 – 10. Проверьте правильность расчетов, выполненных в п. 4, путем сопоставления их с результатами расчетов в п. 3.

5. Постройте графики переходных токов и напряжения, рассчитанных в п. 4. Определите длительность переходного процесса, соответствующую переходу цепи в установившееся состояние с погрешностью 5%.

6. Рассчитайте ток $i_2(t)$ операторным методом.

Решение.

1.1. Схема цепи

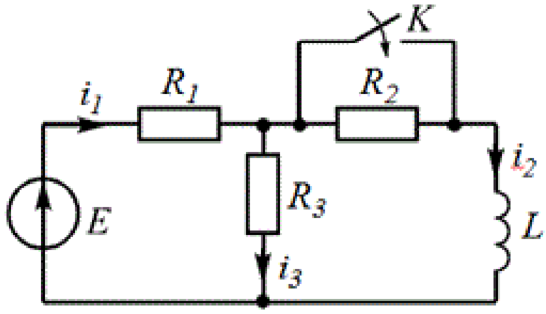

Рис. 1.1 – схема №4

1.2. Параметры электрической цепи:

Таблица 3.

№ вар	L, мГн	R_1,кОм	R_2,кОм	R_3,кОм	E,B
23	10	1	2	2	12

1.3. Момент времени t=0-. Ключ разомкнут.

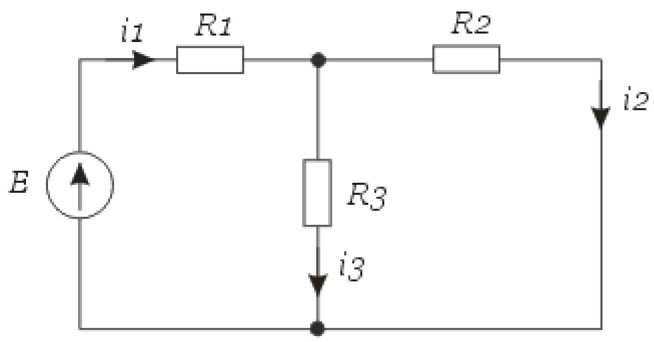

Рис. 1.2

$$i_1(-0) = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{12}{1 + \frac{2 \cdot 2}{2+2}} = 6 \quad мА$$

$$i_2(-0) = i_1(-0) \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 6 \cdot \frac{2}{2+2} = 3 \quad мА$$

$$i_3(-0) = i_1(-0) \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 6 \cdot \frac{2}{2+2} = 3 \quad мА$$

$$u_L(-0) = 0 \quad B$$

Момент времени t=0+ (или t=0). Ключ замкнут.

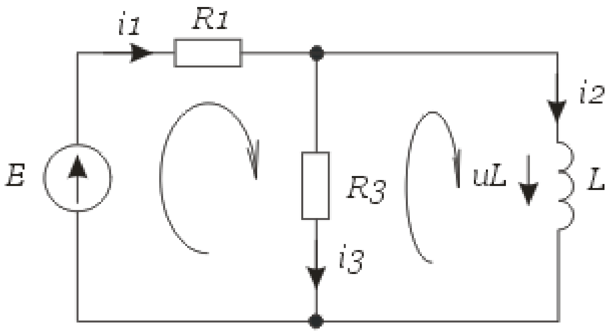

Рис. 1.3

По закону коммутации.

$$i_2(-0) = i_2(0) = 3 \quad мА$$

Составляем систему уравнений по законам Кирхгофа для момента t=0+.

$$i_1(0) = i_2(0) + i_3(0)$$

$$i_1(0) \cdot R_1 + i_3(0) \cdot R_3 = E$$

$$u_L(0) - i_3(0) \cdot R_3 = 0$$

Решаем систему с учетом закона коммутации, находим значения в момент t=0.

$$i_1(0) = 3 + i_3(0)$$

$$i_1(0) \cdot 1 + i_3(0) \cdot 2 = 12$$

$$u_L(0) - i_3(0) \cdot 2 = 0$$

Находим.

$i_1(0) = 6$ *мА* $\quad i_3(0) = 3$ *мА* $\quad u_L(0) = 6$ *В*

Принужденный режим. Момент времени $t=\infty$. Ключ замкнут и шунтирует сопротивление R_2. Означает новое стационарное состояние цепи после окончания переходного процесса.

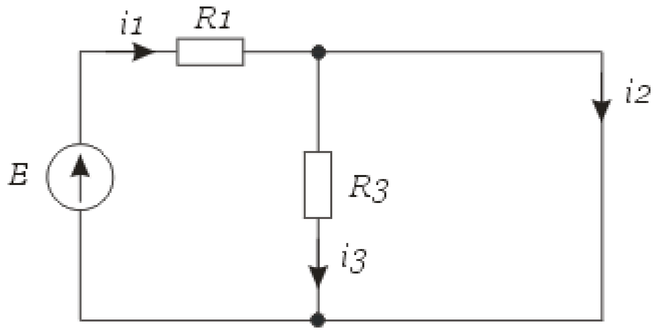

Рис. 1.4

$$i_{1пр} = i_{3пр} = \frac{E}{R_1} = \frac{12}{1} = 12 \text{ мА}$$

$$i_{2пр} = 0 \text{ мА}$$

$$u_{Lпр} = 0 \text{ В}$$

2.1. Характеристическое уравнение для расчета p составляется по операторной схеме замещения, отражающей работу цепи после коммутации.

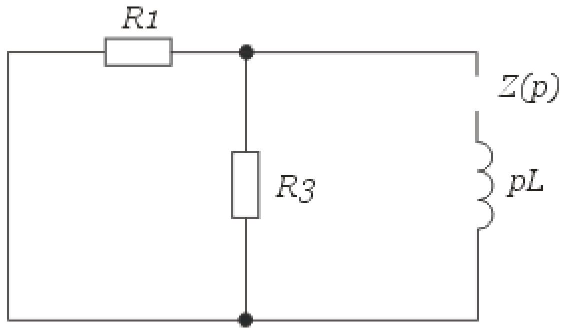

Рис. 1.5

$$Z(p) = p \cdot L + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 0$$

$$p \cdot 10 \cdot 10^{-3} + \frac{1000 \cdot 2000}{1000 + 2000} = 0$$

Находим корень.

$$p = -\frac{200000}{3}$$

Постоянная времени цепи.

$$\tau = \frac{1}{|p|} = \frac{3}{200000} = 15 \cdot 10^{-6} \quad с$$

2.2. Расчет токов и напряжения $u_L(t)$.

$$i_1(t) = i_{1\text{пр}} + \left(i_1(0) - i_{1\text{пр}}\right) \cdot e^{p \cdot t} = 12 + (6 - 12) \cdot e^{-\frac{200000}{3} \cdot t} = 12 - 6 \cdot e^{-\frac{200000}{3} \cdot t} \text{ мА}$$

$$i_2(t) = i_{2\text{пр}} + \left(i_2(0) - i_{2\text{пр}}\right) \cdot e^{p \cdot t} = 12 + (3 - 12) \cdot e^{-\frac{200000}{3} \cdot t} = 12 - 9 \cdot e^{-\frac{200000}{3} \cdot t} \text{ мА}$$

$$i_3(t) = i_{3np} + \left(i_3(0) - i_{3np}\right) \cdot e^{p \cdot t} = 0 + (3 - 0) \cdot e^{-\frac{200000}{3} \cdot t} = 3 \cdot e^{-\frac{200000}{3} \cdot t} \quad мА$$

$$u_L(t) = u_{Lnp} + \left(u_L(0) - u_{Lnp}\right) \cdot e^{p \cdot t} = 0 + (6 - 0) \cdot e^{-\frac{200000}{3} \cdot t} = 6 \cdot e^{-\frac{200000 \cdot t}{3}} \quad B$$

2.3. Проверка с пунктом 1.3.

$i_1(0) = 6$ мА $\qquad i_{1np} = 12$ мА

$i_2(0) = 3$ мА $\qquad i_{2np} = 12$ мА

$i_3(0) = 3$ мА $\qquad i_{3np} = 0$ мА

$u_L(0) = 6$ В $\qquad u_{Lnp} = 0$ В

Полученные значения совпадают с результатами пункта 1.3.

3. Построение графиков переходного процесса на интервале $[0,3 \cdot \tau]$.

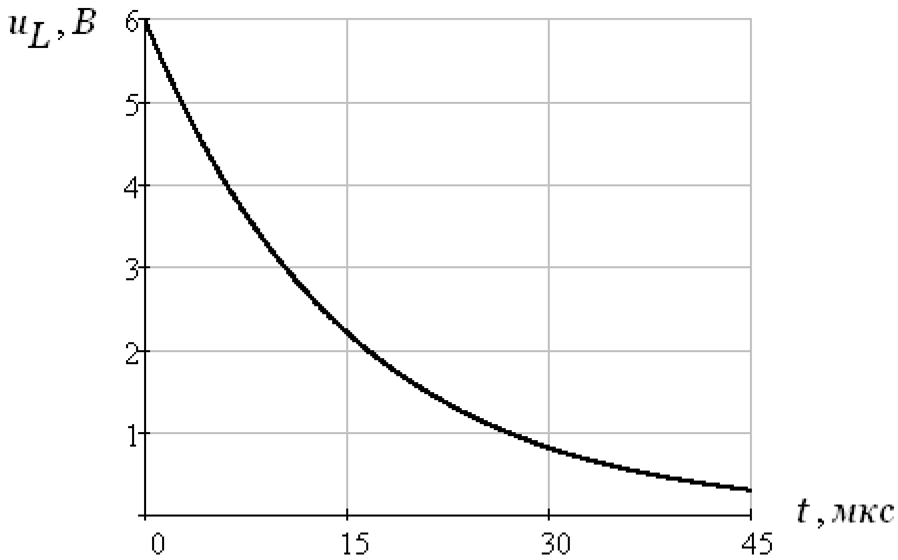

Рис. 1.6 – напряжение на индуктивности

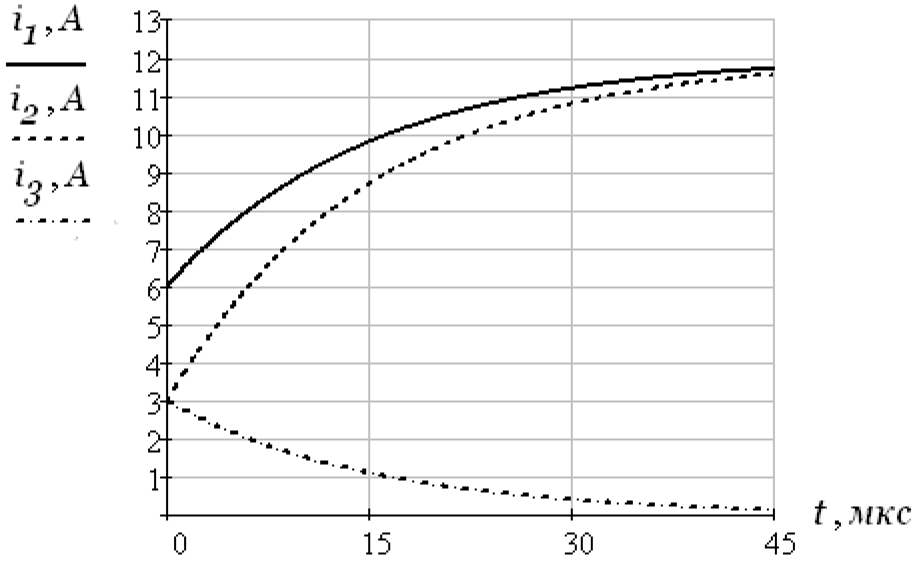

Рис. 1.7- токи в ветвях цепи

4. Расчет тока $i_2(t)$ операторным методом.

Составим операторную расчетную схему с учетом независимого начального условия.

$i_2(0) = 3$ мА

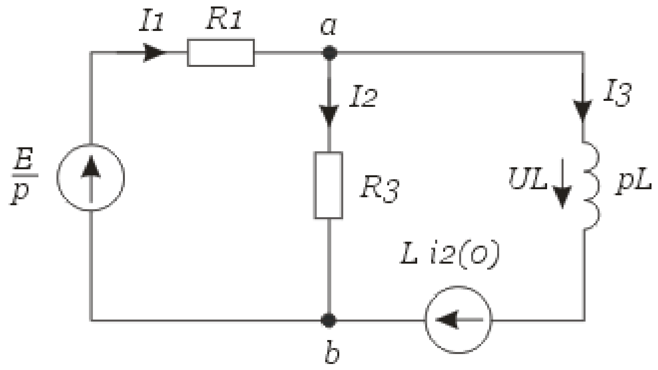

Рис. 1.8 – операторная схема замещения

Используя закон Ома, в операторной форме, запишем

$$I_2(p) = \frac{U_{ab}(p) + L \cdot i_2(0)}{p \cdot L}$$

Где,

$$U_{ab}(p) = \frac{\frac{E}{p}\cdot\frac{1}{R_1} - L\cdot i_2(0)\cdot\frac{1}{p\cdot L}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{p\cdot L}+\frac{1}{R_3}}$$

После подстановок находим операторный ток $I_2(p)$.

$$I_2(p) = \frac{\dfrac{\frac{E}{p}\cdot\frac{1}{R_1} - L\cdot i_2(0)\cdot\frac{1}{p\cdot L}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{p\cdot L}+\frac{1}{R_3}} + L\cdot i_2(0)}{p\cdot L} = \ldots$$

$$\ldots = \frac{\dfrac{\frac{12}{p}\cdot\frac{1}{1000} - 10\cdot 10^{-3}\cdot 3\cdot 10^{-3}\cdot\frac{1}{p\cdot 10\cdot 10^{-3}}}{\frac{1}{1000}+\frac{1}{p\cdot 10\cdot 10^{-3}}+\frac{1}{2000}} + 10\cdot 10^{-3}\cdot 3\cdot 10^{-3}}{p\cdot 10\cdot 10^{-3}} = \frac{0.003\cdot p + 800}{p\cdot\left(p+\frac{200000}{3}\right)}$$

$$I_2(p) = \frac{0.003\cdot p + 800}{p\cdot\left(p+\frac{200000}{3}\right)} = \frac{F_1(p)}{p\cdot F_2(p)}$$

Находим оригинал по теореме разложения.

$$i_2(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \frac{F_1(p_1)}{p_1\cdot F'_2(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} = \ldots$$

$$\ldots = \frac{800}{\frac{200000}{3}} + \frac{0.003\cdot\left(-\frac{200000}{3}\right) + 800}{-\frac{200000}{3}} \cdot e^{-\frac{200000}{3}\cdot t} = 0.012 - 0.009\cdot e^{-\frac{200000}{3}\cdot t} = \ldots$$

$$\ldots = 12 - 9\cdot e^{-\frac{200000}{3}\cdot t} \quad \text{мА}$$

Сравниваем с решением, полученным классическим способом. Результаты совпали.

Задача 2

Задача посвящена временному и частотному (спектральному) методам расчета реакции цепей на сигналы произвольной формы. В качестве такого сигнала используется импульс прямоугольной формы (видеоимпульс).

Электрические схемы цепей (см. рисунок) содержат емкости *C* или индуктивности *L*, а также сопротивления *R*. Для всех вариантов $R_2 = 3R_1$. В схемах, где имеется сопротивление R_3, его величина $R_3 = 0{,}2R_1$. Во всех схемах входным напряжением $u_1(t)$ является прямоугольный импульс длительностью t_u и амплитудой U_1.

Решение.

Схема цепи.

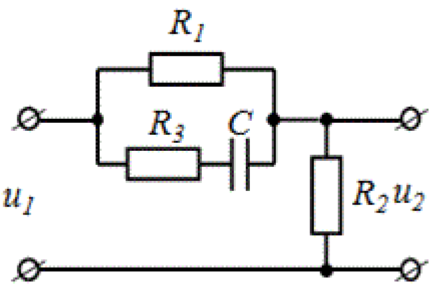

Рис. 2.1- схема №4

Параметры электрической цепи:

Таблица 4.

№ вар	С, пФ	R_1,кОм	R_2,кОм	R_3,кОм	$t_и$,нс	U_1,В
23	30	1	3	0.2	40	5

1. Расчет переходной и импульсной характеристики классическим методом.

1.1. Переходная характеристика цепи рассчитывается, как переходной процесс в виде тока или напряжения, вызванный включением цепи с нулевыми начальными условиями на постоянное напряжение 1 В.

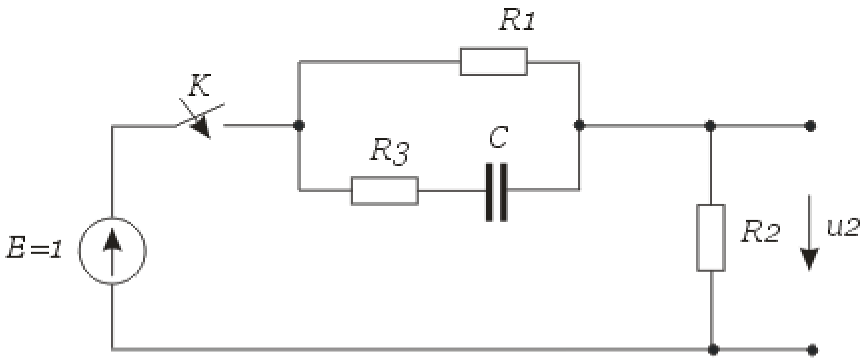

Рис. 2.2

$$g_2(t) = u_{R2}(t)$$

Характеристическое уравнение.

$$Z(p) = \frac{1}{p \cdot C} + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 0$$

$$\frac{1}{p\cdot 30\cdot 10^{-6}}+200+\frac{1000\cdot 3000}{1000+3000}=0$$

$$p=-35087719.298$$

Начальное условие.

$$u_C(0)=0 \quad B$$

$$u_{R2}(0)=\frac{1}{\frac{R_1\cdot R_3}{R_1+R_3}+R_2}\cdot R_2=\frac{1}{\frac{1000\cdot 200}{1000+200}+3000}\cdot 3000=0.947 \quad B$$

Принужденное значение.

$$u_{R2пр}=\frac{1}{R_1+R_2}\cdot R_2=\frac{1}{1000+3000}\cdot 3000=0.75 \quad B$$

Получаем.

$$g_2(t)=u_{R2пр}+\left(u_{R2}(0)-u_{R2пр}\right)\cdot e^{p\cdot t}=0.75+0.197\cdot e^{-35087719.298\cdot t} \quad B$$

1.2. Находим импульсную характеристику.

$$g_2(0)=0.947 \quad B$$

$$h_2(t)=g_2(0)\cdot\delta(t)+\frac{d}{dt}g_2(t)=0.947\cdot\delta(t)-6912280.702\cdot e^{-35087719.298\cdot t}$$

2. Рассчитываем выходное напряжение $u_2(t)$ временным методом.

2.1. Использование интеграла Дюамеля.

Видеоимпульс прямоугольный, постоянный U_1=5 *В* на участке (0, t_u)

$$u'_1(t) = 0 \quad B$$

Для интервала времени.

$$0 \le t < t_u$$

$$u_2(t) = U_1 \cdot g_2(t) = 5 \cdot \left(0.75 + 0.197 \cdot e^{-35087719.298 \cdot t}\right) = \ldots$$

$$\ldots = 3.75 + 0.985 \cdot e^{-35087719.298 \cdot t} \quad B$$

Для интервала времени.

$$t \ge t_u$$

$$u_2(t) = U_1 \cdot g_2(t) - U_1 \cdot g_2\left(t - t_u\right) = \ldots$$

$$\ldots = 3.75 + 0.985 \cdot e^{-35087719.298 \cdot t} - 3.75 - 0.985 \cdot e^{-35087719.298 \cdot \left(t - 40 \cdot 10^{-9}\right)} = \ldots$$

$$\ldots = -3.023 \cdot e^{-35087719.298 \cdot t} \quad B$$

2.2. использование интеграла наложения.

Для интервала времени.

$$0 \le t < t_u$$

$$u_2(t) = \int_0^t U_1 \cdot \left(g_2(0) \cdot \delta(t') + h'_2(t - t')\right) dt' = U_1 \cdot g_2(0) - U_1 \cdot \left(g_2(0) - g_2(t)\right) = \ldots$$

$$\ldots = U_1 \cdot g_2(t) = 3.75 + 0.985 \cdot e^{-35087719.298 \cdot t} \quad B$$

Для интервала времени.

$t \geq t_u$

$$u_2(t) = \int_0^{t_u} U_1 \cdot \left(g_2(0) \cdot \delta(t') + h'_2(t - t')\right) dt' + \ldots$$

$$\ldots + \int_{t_u}^{t} \left(0 - U_1\right) \cdot \left(g_2(0) \cdot \delta\left(t' - t_u\right) + 0 \cdot h'_2(t - t')\right) dt' = \ldots$$

$$\ldots = -U_1 \cdot g_2\left(t - t_u\right) + U_1 \cdot g_2(t) = -3.023 \cdot e^{-35087719.298 \cdot t} \quad B$$

Результат совпадает с пунктом 2.1.

3. Графики входного и выходного напряжения.

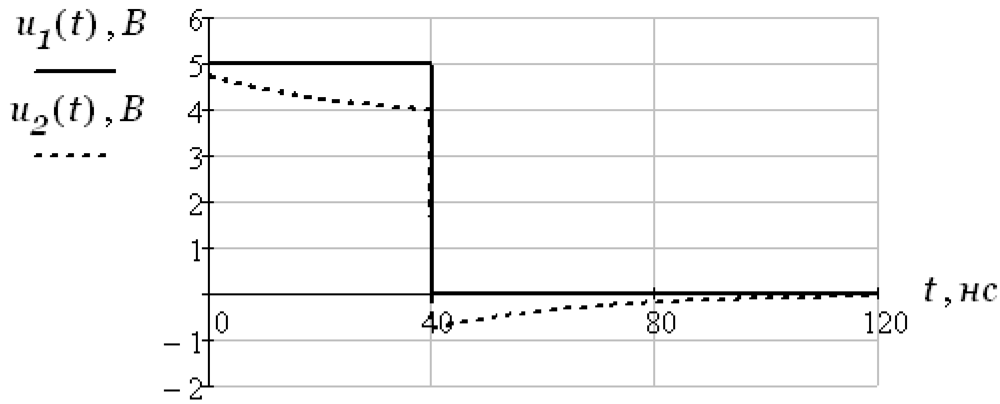

Рис. 2.3

4. Комплексная спектральная плотность входного сигнала.

$$U_1(j\cdot w) = \int_0^{t_u} U_1\cdot e^{j\cdot w\cdot t}\,dt = U_1\cdot\frac{\left(e^{j\cdot w\cdot t_u} - 1\right)}{j\cdot w} = \ldots$$

$$\ldots = \frac{2U_1}{w}\cdot\frac{\left(e^{j\cdot\frac{w\cdot t_u}{2}} - e^{-j\cdot\frac{w\cdot t_u}{2}}\right)}{2j}\cdot e^{j\cdot\frac{w\cdot t_u}{2}} = U_1\cdot t_u\cdot\frac{\sin\left(\frac{w\cdot t_u}{2}\right)}{\frac{w\cdot t_u}{2}}\cdot e^{j\cdot\frac{w\cdot t_u}{2}}$$

Находим комплексную передаточную функцию.

$$H(j\cdot w) = \frac{U_2(j\cdot w)}{U_1(j\cdot w)} = \frac{\dfrac{U_1(j\cdot w)}{\dfrac{R_1\cdot\left(R_3 - j\cdot\frac{1}{w\cdot C}\right)}{R_1 + R_3 - j\cdot\frac{1}{w\cdot C}} + R_2}\cdot R_2}{U_1(j\cdot w)} = \frac{R_2}{\dfrac{R_1\cdot\left(R_3 - j\cdot\frac{1}{w\cdot C}\right)}{R_1 + R_3 - j\cdot\frac{1}{w\cdot C}} + R_2}$$

Комплексная спектральная плотность выходного сигнала.

$$U_2(j\cdot w) = H(j\cdot w)\cdot U_1(j\cdot w) = \frac{R_2}{\dfrac{R_1\cdot\left(R_3 - j\cdot\frac{1}{w\cdot C}\right)}{R_1 + R_3 - j\cdot\frac{1}{w\cdot C}} + R_2}\cdot U_1\cdot t_u\cdot\frac{\sin\left(\frac{w\cdot t_u}{2}\right)}{\frac{w\cdot t_u}{2}}\cdot e^{j\cdot\frac{w\cdot t_u}{2}}$$

5. Расчет и построение графиков модулей спектральных плотностей.

$$U_1(f) = U_1 \cdot t_u \cdot \left| \frac{\sin\left(\frac{2\pi \cdot f \cdot t_u}{2}\right)}{\frac{2\pi \cdot f \cdot t_u}{2}} \right| = \frac{1.592\left|\sin\left(125.664 \cdot 10^{-9} f\right)\right|}{f}$$

$$H(f) = \left| \frac{R_2}{\frac{R_1 \cdot \left(R_3 - j \cdot \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}\right)}{R_1 + R_3 - j \cdot \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}} + R_2} \right| = \ldots$$

$$\ldots = \left| \frac{R_2 \cdot \left(R_1 + R_3 - j \cdot \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}\right)}{R_1 \cdot \left(R_3 - j \cdot \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}\right) + R_2 \cdot \left(R_1 + R_3 - j \cdot \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}\right)} \right| = \ldots$$

$$\ldots = \frac{R_2 \cdot \sqrt{\left(R_1 + R_3\right)^2 + \left(\frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}\right)^2}}{\sqrt{\left(R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3\right)^2 + \left[\left(R_1 + R_2\right) \cdot \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}\right]^2}} = \ldots$$

$$\ldots = \frac{0.949\sqrt{\frac{281.446 \cdot 10^{12}}{f^2} + 14.4}}{\sqrt{\frac{450.314 \cdot 10^{12}}{f^2} + 14.44}}$$

$$U_2(f) = H(f) \cdot U_1(f)$$

Строим графики.

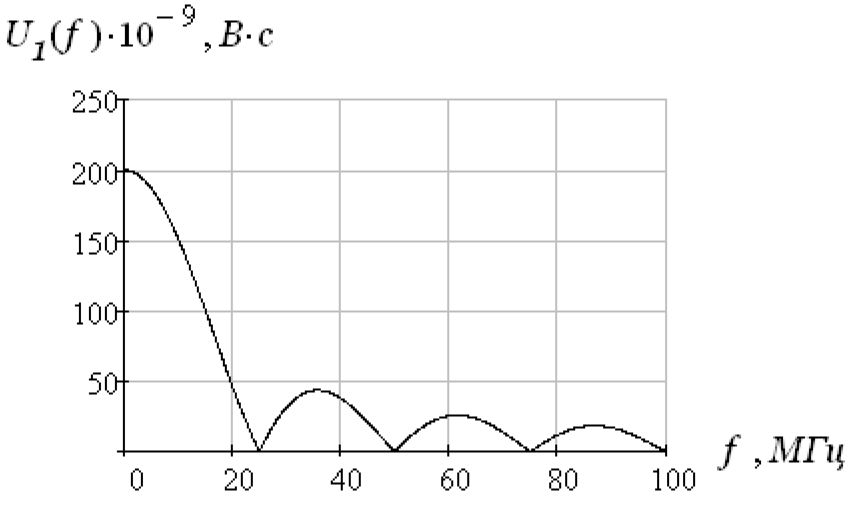

Рис. 2.4

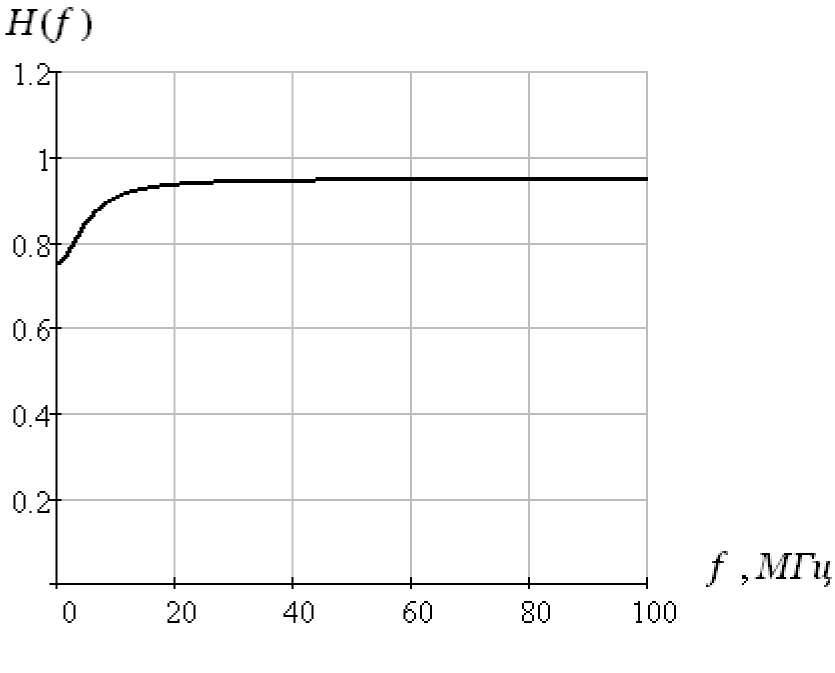

Рис. 2.5

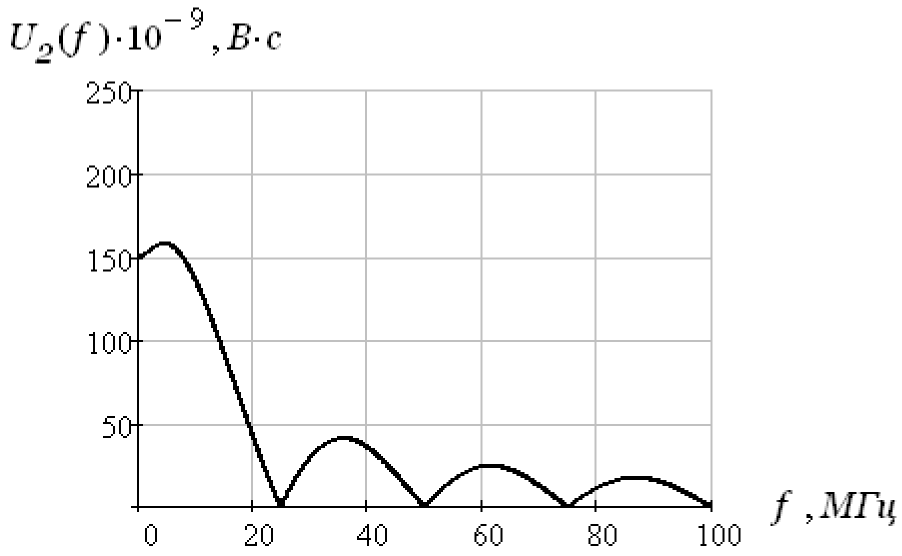

Рис. 2.6

Схема работает, как делитель напряжения (пропускает все частоты), имея меньшее сопротивление на высоких частотах (ослабляет низкие частоты).