

Задача 1

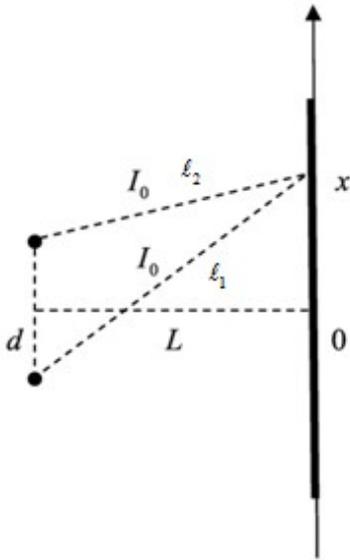


Рис. 3

Интерференционная картина от двух когерентных источников в виде двух параллельных тонких нитей образуется на экране, расположенном на небольшом расстоянии от источников (рис. 3). Длина волны излучения равна $\lambda = 500$ нм, расстояние между источниками равно $d = k \cdot \lambda$, расстояние от источников до экрана равно $L = d \cdot n$. Ось X на экране направлена параллельно прямой, соединяющей источники, начало координат ($x = 0$) расположено напротив точки, лежащей посередине между источниками. Интенсивности волн от обоих

источников на экране считать одинаковыми, постоянными, равными $I_0 = 1$ кВт/м². Найти зависимость интенсивности I излучения на экране от координаты точки x , построить график этой зависимости $I(x)$ в интервале изменения x от $-3d$ до $+3d$. Определить по графику координаты первых двух интерференционных максимумов и первых трех интерференционных минимумов.

Дано: (вар.16)

$$I_0 = 1 \text{ кВт/м}^2$$

$$\lambda = 500 \text{ нм} = 0,5 \text{ мкм}$$

$$d = k \cdot \lambda$$

$$L = d \cdot n$$

$$n = 5$$

$$k = 4$$

Решение:

Определяем разность хода лучей

$$\Delta = \ell_1 - \ell_2 = \sqrt{L^2 + (x + d/2)^2} - \sqrt{L^2 + (x - d/2)^2}$$

Оптическая и геометрическая разности хода одинаковы, так как лучи идут в воздухе.

Так как разности хода в длину волны λ соответствует разность фаз колебаний в 2π , то разности хода Δ

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$$

соответствует разность фаз

Или в параметрах условия задачи

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{2\pi}{\lambda} \left(\sqrt{(dn)^2 + (x + d/2)^2} - \sqrt{(dn)^2 + (x - d/2)^2} \right) = \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \left(\sqrt{(dn)^2 + d^2 (x/d + 1/2)^2} - \sqrt{(dn)^2 + d^2 (x/d - 1/2)^2} \right) = \\ &= 2\pi k \left(\sqrt{n^2 + (x/d + 1/2)^2} - \sqrt{n^2 + (x/d - 1/2)^2} \right) \end{aligned}$$

Формула сложения интенсивностей когерентных волн с разностью фаз φ

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$$

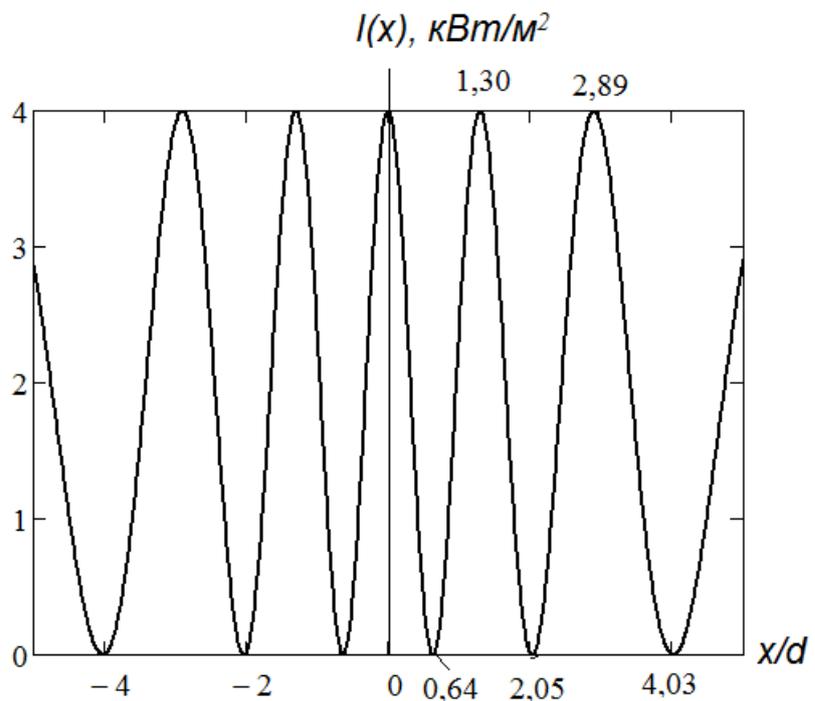
в данном случае одинаковых интенсивностей I_0

$$I = 2I_0 (1 + \cos \varphi) = 4I_0 \cos^2 (\varphi/2)$$

подставляем числовые данные условия и строим график

$$I(x) = 4 \cos^2 \left(4\pi \left(\sqrt{5^2 + (x/d + 1/2)^2} - \sqrt{5^2 + (x/d - 1/2)^2} \right) \right)$$

График строим на компьютере (Маткад)



Положение максимумов и минимумов определено с помощью функции «трассировка»

максимумы:

$$x_{\max 1} = 1.3d = 1.3 \cdot 4 \cdot 0.5 = 2.6 \text{ мкм}$$

$$x_{\max 2} = 2.89d = 2.89 \cdot 4 \cdot 0.5 = 5.78 \text{ мкм}$$

МИНИМУМЫ:

$$x_{\min 1} = 0.64d = 0.64 \cdot 4 \cdot 0.5 = 1.28 \text{ мкм}$$

$$x_{\min 2} = 2.05d = 2.05 \cdot 4 \cdot 0.5 = 4.10 \text{ мкм}$$

$$x_{\min 3} = 4.03d = 4.03 \cdot 4 \cdot 0.5 = 8.06 \text{ мкм}$$