РЕФЕРАТ

НА ТЕМУ:

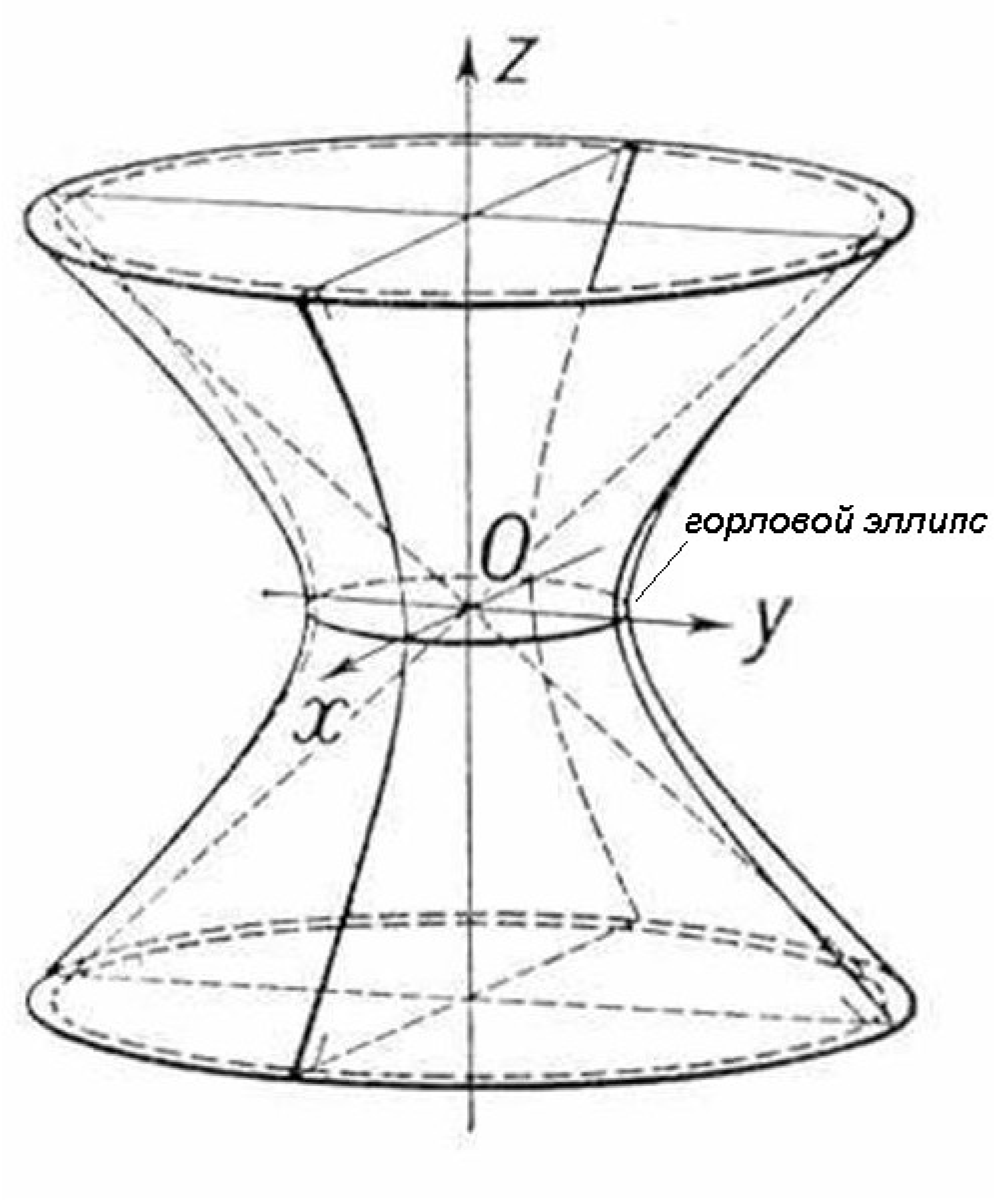
“Однополостный гиперболоид”

Поверхности второго порядка – это поверхности, которые в прямоугольной системе координат определяются алгебраическими уравнениями второй степени. К ним относится однополосный гиперболоид.

Однополосный гиперболоид.

Однополосным гиперболоидом называется поверхность, которая в некоторой прямоугольной системе координат определяется уравнением

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1 \qquad (1)$$



Из уравнения (1) вытекает, что координатные плоскости являются плоскостями симметрии, а начало координат — центром симметрии однополостного гиперболоида.

Уравнение (1) называется каноническим уравнением однополосного гиперболоида.

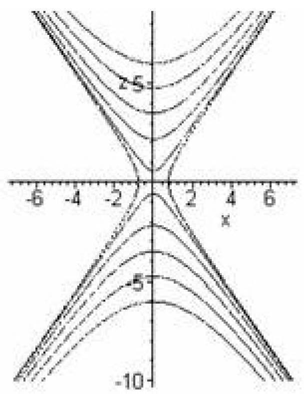
Если однополостный гиперболоид задан своим каноническим уравнением (1) то оси *Ox, Oy* и *Oz* называются его главными осями.

Установим вид поверхности (1). Для этого рассмотрим сечение ее координатными плоскостями *Oxy (y=0) и Oyx (x=0)*. Получаем соответственно уравнения

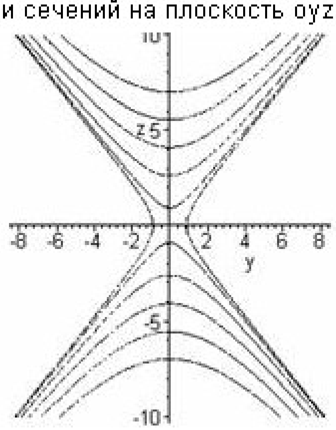
$$\begin{cases}\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1,\text{¿¿¿¿}\end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases}\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1,\text{¿¿¿¿}\end{cases}$$

из которых следует, что в сечениях получаются гиперболы.

проекции сечений на плоскость oxz



проекции сечений на плоскость oyz

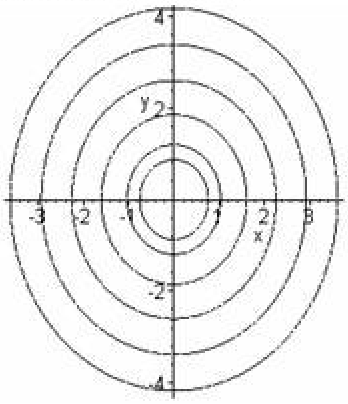


Теперь рассмотрим сечения данного гиперболоида плоскостями z=h, параллельными координатной плоскости *Oxy*. Линия, получающаяся в сечении, определяется уравнениями

$$\begin{cases}\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1+\frac{h^2}{c^2},\text{¿¿¿¿}\end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases}\frac{x^2}{a^{\text{¿}2}}+\frac{y^2}{b^{\text{¿}2}}=1,\text{¿¿¿¿}\end{cases}$$

из которых следует, что плоскость z=h пересекает гиперболоид по эллипсу с полуосями $a*\text{¿}\,a\sqrt{1+h^2/c^2}$ и $b*\text{¿}\,b\sqrt{1+h^2/c^2}$,
достигающими своих наименьших значений при h=0, т.е. в сечении данного гиперболоида координатной осью Oxy получается самый маленький эллипс с полуосями a*=a и b*=b. При бесконечном возрастании $|h|$ величины a* и b* возрастают бесконечно.

проекции сечений на плоскость оху



Таким образом, рассмотренные сечения позволяют изобразить однополосный гиперболоид в виде бесконечной трубки, бесконечно расширяющейся по мере удаления (по обе стороны) от плоскости Oxy.
Величины a, b, c называются полуосями однополосного гиперболоида.

Исследование поверхности методом параллельных сечений.

Суть метода заключается в выяснении формы линий пересечения поверхности с плоскостями, параллельными координатным плоскостям.

Рассмотрим линии пересечения с плоскостями, параллельными плоскости *OXY*. Все уравнения линий пересечений будут получаться из уравнения плоскости, в котором *z* будет заменена на некоторое число, равное расстоянию от пересекающей плоскости до плоскости *OXY.* Для более наглядного представления, я изобразил все полученные кривые в виде проекций на плоскость *OXY.* Изображения кривых представлены выше.

Величины a, b, c называются полуосями однополосного гиперболоида. Если a=b,то гиперболоид может быть получен вращением гиперболы с полуосями a и c вокруг мнимой оси 2c.

Одним из примеров такой поверхности является конструкция радиобашни построенной по принципу сетчатых конструкций на Шаболовке (г. Москва), Владимиром Григорьевичем Шуховым в 1919 - 1922 гг. В прошедшем году исполнилось 80 лет Шаболовской радиобашне — символу советского телевидения 40-60-х годов.

Список использованной литературы:

1.Шипачёв В.С.: «Высшая математика»
2.В.А. Ильин, Э.Г. Позняк: «Аналитическая геометрия»
3.И.Н.Бронштейн, К.А.Семендяев «Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗОВ»