

Расчетно-графические задания по общей физике. № 1.

(04.06.2016, 01.02.2017, 05.03.2018, 09.03.19, 23.02.20)

Задания требуется оформить на листах формата А4 с **одной стороны листа**. **Каждое задание** начинается с **нового** листа. Можно использовать компьютер для набора текста. При рукописном варианте допускается использование чернил синего или черного цветов. Рисунки и графики оформлять только карандашом и **чертежными** приспособлениями.

Не допускается вклейки, аппликации и т.п. Запрещается использовать фломастеры.

При компьютерном наборе в формулах **не использовать** звездочку «*» как знак умножения, числа с порядками указывать так - 1.234×10^{-5} .

Номер варианта определяется по номеру в журнале старосты группы.

Обязательно указывать номер варианта и номер задания!

Решения задач оформляются стандартным образом:

Титульная страница (аналогично титульному листу в лабораторных протоколах)

Дополнительно на титульной странице привести табличку, в первой строчке указывать **номера заданий** 1.2, 1.3 ...

1.2	2.3	3.4

Каждое задание выполняется по следующей процедуре:

1. Задача 1.1.

Постановка задачи

Постановочный рисунок

Математическая модель

Решение

Графическое представление результатов расчета

Анализ решения

Ответ

2. Задача 2.1. и т.д.

Баллы набавляются за все элементы решения задачи, причем **не требуется** вывод основных законов физики, таких как законы сохранения, основные уравнения динамики и т.д. **Но требуется:** приводить вывод расчетной формулы, все используемые переменные должны быть определены, расчетная формула должна быть получена в общем виде. Образцы решения приведены ниже по тексту.

Рекомендуется сдавать по частям, тогда в случае необходимости можно исправить недочеты, обсудить решения.

Максимальное количество баллов за РГЗ равно 20.

Таблица вариантов

№																					
1	1.8	2.8	3.2	4.3	5.4	6.5	7.6	8.7	9.8	10.1	11.10	12.2	13.2	14.1	15.2	16.3	17.4	18.1	19.8	20.6	
2	1.9	2.9	3.3	4.4	5.5	6.6	7.7	8.8	9.9	10.2	11.9	12.3	13.4	14.2	15.3	16.4	17.5	18.2	19.9	20.7	
3	1.10	2.1	3.4	4.5	5.6	6.7	7.8	8.9	9.10	10.3	11.8	12.4	13.3	14.4	15.4	16.5	17.6	18.3	19.10	20.8	
4	1.1	2.10	3.5	4.6	5.7	6.8	7.9	8.10	9.1	10.4	11.7	12.5	13.6	14.3	15.5	16.6	17.7	18.4	19.1	20.9	
5	1.2	2.2	3.6	4.7	5.8	6.9	7.10	8.1	9.2	10.5	11.6	12.6	13.5	14.7	15.6	16.7	17.8	18.5	19.2	20.10	
6	1.3	2.3	3.7	4.8	5.9	6.10	7.1	8.2	9.3	10.6	11.5	12.7	13.7	14.5	15.1	16.8	17.9	18.6	19.3	20.11	
7	1.4	2.4	3.8	4.9	5.10	6.2	7.2	8.3	9.4	10.7	11.4	12.8	13.8	14.6	15.10	16.9	17.10	18.7	19.4	20.12	
8	1.5	2.5	3.9	4.10	5.1	6.3	7.4	8.5	9.5	10.8	11.3	12.9	13.9	14.8	15.3	16.10	17.1	18.8	19.5	20.13	
9	1.6	2.6	3.10	4.1	5.2	6.4	7.5	8.4	9.6	10.9	11.2	12.10	13.10	14.9	15.4	16.1	17.2	18.9	19.6	20.14	
10	1.7	2.7	3.1	4.2	5.3	6.5	7.6	8.7	9.7	10.8	11.1	12.8	13.1	14.10	15.5	16.2	17.3	18.10	19.7	20.15	
11	1.8	2.8	3.2	4.3	5.4	6.6	7.7	8.6	9.8	10.9	11.10	12.9	13.2	14.1	15.6	16.3	17.4	18.11	19.8	20.16	
12	1.9	2.10	3.3	4.4	5.5	6.7	7.8	8.9	9.9	10.10	11.1	12.7	13.3	14.2	15.7	16.4	17.5	18.12	19.9	20.17	
13	1.10	2.9	3.4	4.5	5.6	6.8	7.9	8.10	9.10	10.1	11.2	12.6	13.4	14.3	15.8	16.5	17.6	18.13	19.10	20.18	
14	1.1	2.2	3.5	4.6	5.7	6.9	7.10	8.1	9.11	10.5	11.3	12.5	13.5	14.4	15.9	16.6	17.7	18.14	19.11	20.19	
15	1.2	2.3	3.6	4.7	5.8	6.10	7.2	8.3	9.12	10.4	11.4	12.4	13.6	14.5	15.10	16.7	17.8	18.15	19.12	20.20	
16	1.3	2.4	3.7	4.8	5.9	6.1	7.3	8.2	9.13	10.2	11.5	12.3	13.7	14.6	15.1	16.8	17.9	18.16	19.13	20.1	
17	1.4	2.6	3.8	4.9	5.11	6.2	7.4	8.5	9.4	10.6	11.6	12.2	13.8	14.7	15.2	16.9	17.10	18.10	19.14	20.2	
18	1.5	2.5	3.9	4.10	5.1	6.3	7.5	8.4	9.5	10.1	11.7	12.1	13.9	14.8	15.3	16.10	17.1	18.11	19.1	20.3	
19	1.6	2.7	3.10	4.1	5.2	6.4	7.6	8.5	9.6	10.2	11.8	12.2	13.10	14.9	15.4	16.11	17.2	18.12	19.2	20.4	
20	1.7	2.8	3.1	4.2	5.3	6.5	7.7	8.6	9.7	10.3	11.9	12.3	13.1	14.10	15.5	16.2	17.3	18.13	19.3	20.5	
21	1.8	2.9	3.2	4.3	5.4	6.6	7.8	8.7	9.8	10.4	11.10	12.4	13.2	14.1	15.6	16.3	17.4	18.1	19.4	20.6	
22	1.9	2.10	3.3	4.4	5.5	6.7	7.9	8.6	9.9	10.5	11.1	12.5	13.3	14.2	15.7	16.4	17.5	18.2	19.5	20.7	
23	1.10	2.1	3.4	4.5	5.6	6.8	7.10	8.9	9.10	10.6	11.2	12.6	13.4	14.3	15.8	16.5	17.6	18.3	19.6	20.8	
24	1.1	2.2	3.5	4.6	5.7	6.9	7.11	8.10	9.11	10.7	11.3	12.7	13.5	14.4	15.9	16.6	17.7	18.4	19.7	20.9	
25	1.2	2.3	3.6	4.7	5.8	6.10	7.2	8.11	9.12	10.8	11.4	12.8	13.6	14.5	15.10	16.7	17.8	18.5	19.8	20.10	
26	1.3	2.4	3.7	4.8	5.9	6.1	7.3	8.2	9.13	10.9	11.5	12.9	13.7	14.6	15.1	16.8	17.9	18.16	19.9	20.11	
27	1.4	2.5	3.8	4.9	5.10	6.2	7.4	8.3	9.4	10.10	11.6	12.10	13.8	14.7	15.2	16.9	17.1	18.7	19.10	20.12	
28	1.5	2.6	3.9	4.10	5.11	6.3	7.5	8.4	9.5	10.1	11.7	12.1	13.9	14.8	15.3	16.10	17.2	18.8	19.11	20.13	
29	1.6	2.7	3.10	4.1	5.1	6.4	7.6	8.5	9.6	10.2	11.8	12.12	13.10	14.9	15.4	16.1	17.3	18.9	19.12	20.14	
30	1.7	2.8	3.1	4.2	5.2	6.5	7.7	8.6	9.7	10.3	11.9	12.13	13.1	14.10	15.5	16.2	17.4	18.10	19.13	20.15	

Список литературы приводится в конце документа

Механика

Специально для этого раздела см.

Штыгашев АА Применение ПЭВМ в решении задач по физике (механика) Новосибирск, 1999 (выставлена в электронном виде на доске объявлений <https://ciu.nstu.ru/kaf/persons/20999>)

Ниже приведен примерный образец выполнения задачи

Постановка задачи. Камень брошен с горы горизонтально с начальной скоростью 15 м/с . Через какой промежуток времени его скорость будет направлена под углом 45 градусов к горизонту. Постройте график угла наклона скорости к горизонту от времени. Высота горы 100 м .

Дано:

Решение

$$\alpha_0 = 0^\circ$$

$$v_0 = 15 \text{ м/с}$$

$$h = 100 \text{ м}$$

$$\alpha_1 = -45^\circ$$

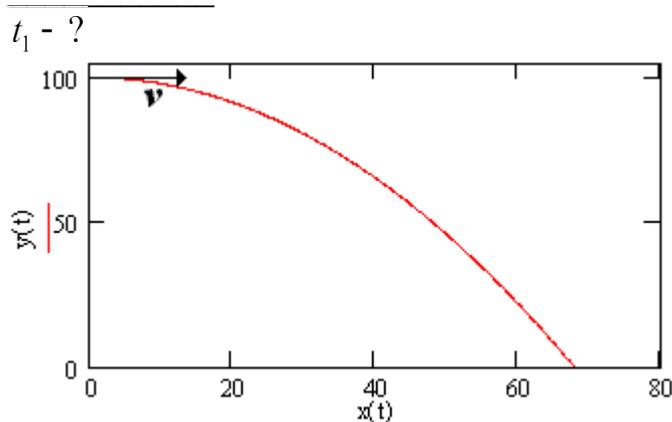


Рис.1 Предполагаемая траектория камня (постановочный рисунок)

Математическая модель падения камня имеет вид

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}t + a_x t^2/2 \\ y(t) = y_0 + v_{0y}t + a_y t^2/2 \\ v_x(t) = v_{0x} + a_x t \\ v_y(t) = v_{0y} + a_y t \end{cases} \quad (1)$$

где $v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0$, $v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0$

Учитывая начальные условия задачи: $\alpha_0 = 0$, $v_0 = 15 \text{ м/с}$, $a_x = 0$, $a_y = -g$, $x_0 = 0 \text{ м}$, $y_0 = h = 100 \text{ м}$, получаем следующую систему уравнений

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = h - gt^2/2 \\ v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases} \quad (2)$$

Угол α находится из отношения (отсчет угла по часовой стрелке от оси x)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} \alpha = -\frac{gt}{v_0}, \quad \alpha = \operatorname{arctg} \left(-\frac{gt}{v_0} \right), \quad \alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{gt}{v_0} \right)$$

Если требуется построить график зависимости величины, то удобно воспользоваться возможностями вычислительной техники, как это сделано ниже.

Используя математическую модель, представленную системой уравнений (2) построим алгоритм (псевдокод)¹

```
begin\\
g=9.82;\\
alpha0= 0*pi/180;\\
alpha1=-45*pi/180;\\
v0=15;\\
h0=100;\\
N=100;\\
tmin=0;\\
tmax=5;\\
dt=(tmax-tmin)/N;\\
x(1)=0;\\
y(1)=h0;\\
vx(1)=v0*cos(alpha0);\\
vy(1)=v0*sin(alpha0);\\
tt=0;\\
alph(1)=alpha0*180/pi;\\
for i=2:N\\
tt=tmin+(i-1)*dt;\\
t(i)=tt;\\
x(i)=x(1)+vx(1)*tt;\\
y(i)=y(1)+vy(1)*tt-g*tt*tt/2;\\
vx(i)=vx(1);\\
vy(i)=vy(1)-g*tt;\\
alph(i)=atan(vy(i)/vx(i))*180/pi;\\
end\\
t1=v0/g\\
end\\
```

¹ Программу писать **не обязательно**, но приветствуется, за что ставятся дополнительные баллы.

и построим таблицу значений α от t :

t, c	gt / v_0	α , градус
0	0	0
1	0.653	33,2
2	1.31	52,6
3	1.96	63,0
4	2.61	69,1
5	3.27	73,0

Графическая часть. Построим график $\alpha = \alpha(t)$

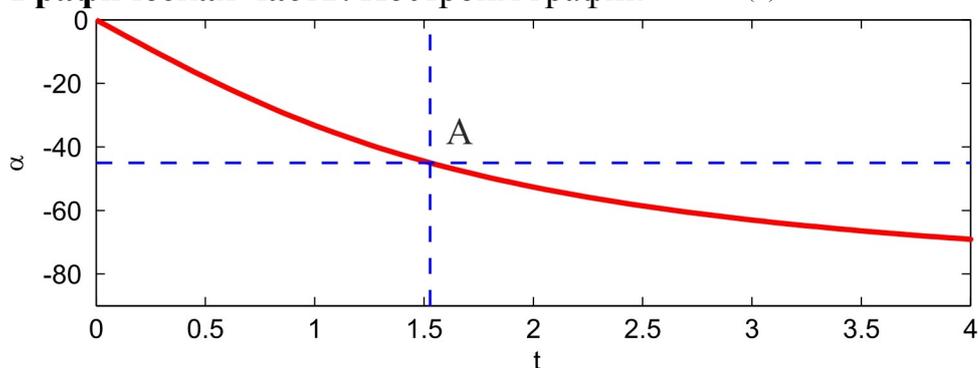


Рис.2. Угол наклона вектора скорости к горизонту от времени. По оси абсцисс время в секундах, по оси ординат угол в градусах

Подставляя значение угла в последнюю формулу, получаем $1 = gt_1 / v_0$, $t_1 = v_0 / g$, тогда численное значение момента времени равно $t_1 = 1.53 c$ при котором угол между направлением скорости камню к горизонту равен 45 градусов.

Анализ решения

Сравниваем расчетную величину момента времени с решением, найденным графически приведенным на рис.2, убеждаемся, что решение найдено правильно.

Ответ: $t_1 = 1.53 c$.

1. Кинематика

1.1. Камень бросили с крутого берега вверх под углом 30 градусов к горизонту со скоростью 15 м/с. С какой скоростью он упал в воду, если время полета 2 с. Сопротивлением воздуха пренебречь. Построить график скорости от времени и график траектории полета камня.

1.2. Камень бросили с крутого берега вверх под углом 30 градусов к горизонту со скоростью 12 м/с. Какая дальность полета камня и с какой высоты был брошен камень, если время полета 3 с. Сопротивлением

воздуха пренебречь. Построить график скорости от времени и график траектории движения камня.

1.3. Камень бросили с крутого берега вверх под углом 45 градусов к горизонту со скоростью 15 м/с. С какой скоростью он упал в воду, если время полета 4 с. Сопротивлением воздуха пренебречь. Построить график наклона вектора скорости к горизонту и график траектории движения камня.

1.4. Из одной точки одновременно брошено два тела с одинаковой начальной скоростью 20 м/с под разными углами наклона $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 60^\circ$. Постройте графики и определите графически расстояние между двумя телами, скорости тел, нормальное и тангенциальное ускорения спустя 2 с после начала движения.

1.5. Из одной точки одновременно брошено два тела с одинаковой начальной скоростью 20 м/с под разными углами наклона $\alpha_1 = 30^\circ$ и $\alpha_2 = 60^\circ$. Постройте графики и определите графически расстояние между двумя телами, скорости тел, нормальное и тангенциальное ускорения спустя 1 с после начала движения.

1.6. Две абсолютно гладкие стальные плиты высотой 50 см помещены рядом и образуют щель шириной 4 см. В щель попадает горизонтально движущийся со скоростью 1 м/с стальной шарик диаметром 5 мм. Направление шарика перед попаданием в щель перпендикулярно щели. Сколько раз шарик ударится о стенки, пока не достигнет пола? Считать абсолютно упругим удар шарика о стенку и для каждого столкновения выполняется закон отражения. Построить график траектории движения шарика.

1.7. Две абсолютно гладкие стальные плиты высотой 1,00 м помещены рядом и образуют щель шириной 5 см. В щель попадает горизонтально движущийся со скоростью 1,5 м/с стальной шарик диаметром 5 мм. Направление шарика перед попаданием в щель перпендикулярно щели. Сколько раз шарик ударится о стенки, пока не достигнет пола? Считать абсолютно упругим удар шарика о стенку и для каждого столкновения выполняется закон отражения. Построить график скорости движения шарика и график траектории движения шарика.



1.8. Бетонобойный снаряд массой 7100 кг, попадая в плотный глинистый грунт, пробивает туннель длиной около 12 м и диаметром около метра (измерения проведены защитниками города Севастополя в 1942 году). Определить время движения в грунте и ускорение снаряда, если известно, что начальная скорость снаряда 720 м/с, а

угол возвышения ствола равен 45 градусов. Построить график зависимости скорости и ускорения от времени.

1.9. Волчок, имея постоянную угловую скорость 50 рад/с свободно падает с высоты $30,0 \text{ м}$, причем направление оси вращения волчка совпадает с траекторией. Сколько оборотов сделает волчок за время падения? Построить график траектории движения точки волчка, отстоящей от оси вращения на 10 см для начального и конечного участков падения длиной $1,0 \text{ м}$.

1.10. При разрушении плотин в Германии англичане во время второй мировой войны использовали ротационные бомбы highball, которые непосредственно перед сбросом раскручивали, причем ось вращения ориентировалась горизонтально (Брикхилл П., Беркер Р. Убийцы кораблей. Затопить Германию. М.: АСТ, 2001. -592 с.). Построить график траектории крайней точки бомбы радиуса $0,635 \text{ м}$, если высота полета 10 м , скорость самолета 400 км/час , скорость вращения бомбы 12 об/с .



Рис. 1.4. Кадры из фильма «Разрушители плотин» Дискавери, 2003.

2. Динамика поступательного движения

2.1. Определить ускорения тел и силу натяжения нити (рис.2.1). Массы тел равны $m_1 = 3,0 \text{ кг}$, $m_2 = 2,0 \text{ кг}$, $m_3 = 1,0 \text{ кг}$, коэффициент трения $\mu = 0,05$, угол $\alpha = 30^\circ$, $F = 30,0 \text{ Н}$. Постройте график зависимости ускорения от угла α , определите направление движения, критический угол, при котором движение системы будет равномерным, какие при этом будут силы натяжения нитей.

2.2. Определить ускорения тел и силу натяжения нити (рис.2.1). Массы тел равны $m_1 = 2,0 \text{ кг}$, $m_2 = 1,0 \text{ кг}$, $m_3 = 0,5 \text{ кг}$, коэффициент трения $\mu = 0,2$, угол $\alpha = 30^\circ$, $F = 20,0 \text{ Н}$. Постройте график зависимости ускорения от угла α , определите направление движения и угол, при котором ускорение системы будет максимальным.

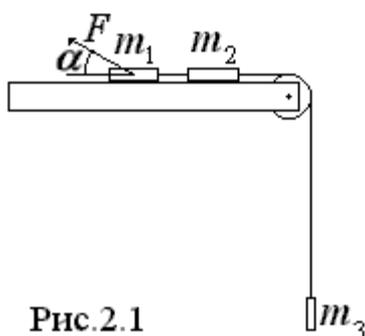


Рис.2.1

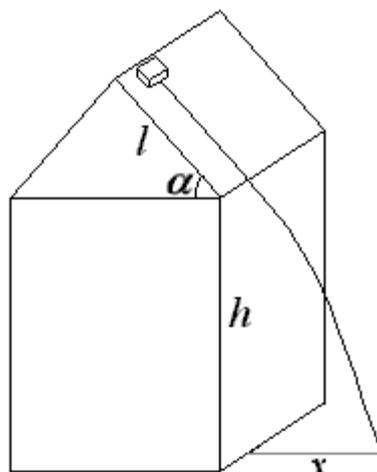


Рис.2.2

2.3. Определить ускорения тел и силу натяжения нити (рис.2.1). Массы тел равны $m_1 = 4,0 \text{ кг}$, $m_2 = 3,0 \text{ кг}$, $m_3 = 2,0 \text{ кг}$, коэффициент трения $\mu = 0,25$, угол $\alpha = 30^\circ$, $F = 50,0$

Н . Постройте график зависимости ускорения от угла α , определите направление движения, критический угол, при котором движение системы будет равномерным, какие при этом будут силы натяжения нитей.

2.4. Определить ускорения тел и силу натяжения нити (рис.2.1). Массы тел равны $m_1 = 10,0 \text{ кг}$, $m_2 = 5,0 \text{ кг}$, $m_3 = 5,0 \text{ кг}$, коэффициент трения $\mu = 0,1$, угол $\alpha = 45^\circ$, $F = 100,0 \text{ Н}$. Постройте график зависимости силы натяжения нити тела 1 и определите диапазон углов при которых движение системы будет равноускоренным ($a \geq 0$), если известно, что предел прочности нитей составляет 55 Н .

2.5. Глыба льда массой 20 кг скатывается с покрытой коркой льда наклонной крыши и падает с высоты 25 м . Определить безопасную зону, если известно, что длина пути пройденного телом по скату составляет 10 м , угол ската крыши $\alpha = 45^\circ$ (рис.2.2). Коэффициент трения $\mu = 0,02$ (при 0°C). Построить график траектории движения глыбы льда.

2.6. Глыба льда массой 25 кг скатывается с покрытой коркой льда наклонной крыши и падает с высоты 35 м. Определить безопасную зону, если известно, что длина пути пройденного телом по скату составляет 10 м, угол ската крыши $\alpha = 30^\circ$ (рис.2.2). Коэффициент трения $\mu = 0.02$ (при 0°C). Построить график траектории движения глыбы льда.



2.7. Глыба льда массой 40 кг скатывается с покрытой коркой льда наклонной крыши и падает с высоты 35 м. Определить безопасную зону, если известно, что длина пути пройденного телом по скату составляет 10 м, угол ската крыши $\alpha = 45^\circ$ (рис.2.2). Коэффициент трения $\mu = 0.065$ (при -20°C). Построить график траектории движения глыбы льда.

2.8. Техник, находясь на вершине сферического купола укрытия антенны радиолокационной станции (РЛС), случайно столкнулся вниз суперсекретную деталь. Определить на каком расстоянии её надо искать, если начальная высота 25 м, начальная скорость 1 м/с, радиус купола 10 м, коэффициент трения 0.05. Постройте график траектории движения этой детали.

2.9. Аэростат массы 500 кг начал опускаться с ускорением 0.2 м/с^2 . Определите массу балласта, которую следует сбросить за борт, чтобы аэростат получил такое же ускорение, но направленное вверх. Построить графики высоты и скорости аэростата от времени и график траектории, если в начальный момент времени высота равнялась 1 км, а вертикальная составляющая скорости равна нулю, горизонтальная скорость ветра 10 м/с.

2.10. Студент опускает стальной шарик радиусом $R = 1 \text{ мм}$ в широкий сосуд, наполненный до краев глицерином. Найти скорость установившегося движения шарика, построить график зависимости высоты шарика и график его скорости от времени. Коэффициент внутреннего трения в глицерине при комнатной температуре $\eta = 1.50 \text{ Па}\cdot\text{с}$, плотность глицерина 1260 кг/м^3 , плотность стали 7800 кг/м^3 , высота слоя глицерина в сосуде 0.5 м. Указание: воспользуйтесь для учета трения формулой Стокса $F_\eta = 6\pi R\eta v$

2.11. Автомобиль с полностью включенными тормозами может удержаться на шоссе с уклоном 45 градусов. Каков тормозной путь автомобиля на горизонтальном участке шоссе при скорости движения 54 км/час. Постройте график зависимости «тормозной путь-скорость».

2.12. Тяговая мощность (мощность на крюке) трактора равна 30,0 кВт. С какой средней скоростью может тянуть этот трактор груженный

прицеп массой 5,0 тонн на подъём 0,2 ($\sin \alpha = 0,2$) при коэффициенте трения 0,4? Постройте график средней скорости от массы прицепа.

3. Законы сохранения

3.1. Легендарный железнодорожный транспортер ТМ-1-180 с орудием обеспечивал снаряду массой $97,5 \text{ кг}$ начальную скорость 920 м/с . Масса транспортера 160 тонн (Амирханов Л.И. Морские пушки на железной дороге. СПб: Иванов и Лещинский, 1994. –64 с.). Из орудия производят выстрел вдоль железнодорожного пути. Определить на какое расстояние s откатится транспортер, если предположить, что вышло из строя противооткатное устройство. Принять, что угол возвышения ствола равен 45 градусов, коэффициент трения равен $0,02$. Построить график $s = s(\alpha)$ в диапазоне углов от 0 до 50° .

3.2. Во время осады Севастополя в 1942 году фашисты применили для подавления батареи 305-мм орудий свою самую большую пушку Дора К(Е). Масса бетонобойного снаряда была 7100 кг , начальная скорость – 720 м/с , а масса всего орудия, установленного на железнодорожные рельсы, составляла 1350 тонн . Огонь мог вестись только параллельно железнодорожного пути. Определить на какое расстояние s откатится установка, если предположить, что вышло из строя противооткатное устройство. Принять, что угол возвышения ствола равен 45 градусов, коэффициент трения равен $0,04$. Построить график $s = s(\alpha)$ в диапазоне углов от 5 до 65° .

3.3. Шар массой $1,0 \text{ кг}$ бросили с поверхности Земли под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 20 м/с . Найти мощность силы тяжести в момент времени t . Чему равна работа силы тяжести за время t ? Построить графики мощности и работы как функций времени и определить мощность и работу для момента времени 1.0 с .

3.4. Шар массой $1,0 \text{ кг}$ бросили с поверхности Земли под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 20 м/с . Найти кинетическую E_K , потенциальную U и полную механическую энергию E шара. Построить графики этих характеристик как функций времени и определить E_K , U и E для момента времени 0.5 с .

3.5. Шар массой $1,0 \text{ кг}$ бросили с поверхности Земли под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 15 м/с . Найти кинетическую E_K , потенциальную U и полную механическую энергию E шара, если во время движения дул сильный встречный горизонтальный ветер, который воздействовал на шар с силой 1.00 Н . Построить графики E_K , U и E как функций времени и определить их для момента времени 0.5 с .

3.6. Дульную (начальную) скорость пули массой $9,6 \text{ г}$ можно определить с помощью баллистического маятника. Определите угол отклонения баллистического маятника, если начальная скорость пули v равна 435 м/с . Масса баллистического маятника $M = 20 \text{ кг}$, а длина

баллистического маятника равна 2 м. Постройте график зависимости $\alpha = \alpha(v)$ в диапазоне скоростей от 200 до 1000 м/с.

3.7. В момент, когда скорость падающей вниз гранаты составила 4 м/с, граната разорвалась на три одинаковых осколка. Два осколка разлетелись в горизонтальной плоскости под прямым углом друг к другу со скоростью 5 м/с каждый. Найти скорость третьего осколка сразу после разрыва. Построить графики траектории движения осколков гранаты.

3.8. Человек, сидящий в лодке, бросает камень вдоль нее под углом 45 градусов к горизонту. Масса камня 10 кг, масса человека и лодки 100 кг, начальная скорость камня относительно берега 10 м/с. Найти расстояние между точкой падения камня и лодкой в момент, когда камень коснется воды. Считать, что во время полета камня, лодка движется равномерно со скоростью 0.5 м/с. Построить график траектории движения камня и лодки.

3.9. Охотник массой 80 кг стреляет из карабина с движущейся лодки массой 120 кг по направлению её движения. Пуля массой 20 грамм вылетает со скоростью 800 м/с. Какую скорость имела лодка, если она остановилась после четырёх следующих друг за другом выстрелов? Построить диаграмму скорости системы «лодка-охотник».

3.10. Охотник массой 100 кг стреляет из карабина с движущейся лодки массой 120 кг в сторону противоположную её движению. Пуля массой 20 грамм вылетает со скоростью 800 м/с. Какую скорость будет иметь лодка, если лодка двигалась со скоростью 0,5 м/с? Построить диаграмму скорости системы «лодка-охотник».

4. Динамика вращательного движения

4.1. Два одинаковых цилиндра одновременно начали движение. Первый цилиндр падает свободно, а второй цилиндр падает, раскручивая предварительно намотанную тонкую гибкую нерастяжимую ленту, массой которой можно пренебречь по сравнению с массой цилиндра, свободный конец ленты закреплен. С какой скоростью упадут цилиндры, если начальная высота равна 10 м. Постройте графики высоты цилиндров от времени и определите момент времени, когда расстояние между ними составляет 0.5 м.

4.2. Два одинаковых цилиндра одновременно начали движение. Первый цилиндр падает свободно, а второй цилиндр падает, раскручивая предварительно намотанную тонкую гибкую нерастяжимую ленту, массой которой можно пренебречь по сравнению с массой цилиндра, свободный конец ленты закреплен. С какой скоростью упадут цилиндры, если начальная высота равна 20 м. Постройте графики высоты цилиндров от времени и определите момент времени, когда расстояние между ними составляет 1 м.

4.3. Два одинаковых цилиндра одновременно начали движение. Первый цилиндр падает свободно, а второй цилиндр падает, раскручивая предварительно намотанную тонкую гибкую нерастяжимую ленту, массой которой можно пренебречь по сравнению с массой цилиндра, свободный конец ленты закреплен. С какой скоростью упадут цилиндры, если начальная высота равна 30 м. Постройте графики высоты цилиндров от времени и определите момент времени, когда расстояние между ними составляет 1.5 м.

4.4. На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом 5 см. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой 0.4 кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь 1,8 м за время 4 с. Определить момент инерции маховика. Построить график числа оборотов от времени и определить полное число оборотов маховика.

4.5. На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом 4 см. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой 0.8 кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь 2,0 м за время 2 с. Определить момент инерции маховика. Построить график числа оборотов от времени и определить полное число оборотов маховика.

4.6. К ободу однородного валика радиусом 0,2 м приложена постоянная касательная сила 100 Н. При вращении на диск действует сила трения, момент которой равен 5,0 Н·м. Определить массу диска, если известно, что он вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 100 \text{ рад/с}^2$. Построить график угловой скорости от времени в первые 10 с.

4.7. К ободу однородного валика радиусом 0,25 м приложена постоянная касательная сила 100 Н. При вращении на диск действует сила

трения, момент которой равен $8,0 \text{ Нм}$. Определить массу диска, если известно, что он вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 100 \text{ рад/с}^2$. Построить график кинетической энергии от времени в первые 10 с .

4.8. Сплошной однородный маховик массой 20 кг и радиусом 100 мм вращается, совершая 20 об/с . С какой силой нужно прижать к нему тормозную колодку, чтобы он остановился за 5 с , если коэффициент трения равен 0.2 ? Определить работу торможения и построить график угловой скорости и кинетической энергии маховика.

4.9. Сплошной однородный маховик массой 200 кг и радиусом 200 мм вращается, совершая 20 об/с . С какой силой нужно прижать к нему тормозную колодку, чтобы он остановился за 5 с , если коэффициент трения равен 0.2 ? Определить работу торможения и построить график работы торможения от времени.

4.10. На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом 6 см . На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой 0.5 кг . Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь $1,5 \text{ м}$ за время 3 с . Определить момент инерции маховика. Построить график числа оборотов от времени и определить полное число оборотов маховика.

5. Неинерциальные системы отсчета. Движение тел с переменной массой

5.1. Поезд массой 3500 т движется на северной широте $\varphi = 54^\circ$ с какой боковой силой давят рельсы на колеса поезда, если скорость поезда 72 км/ч и направлена вдоль меридиана? Построить поясняющий рисунок и указать все необходимые детали (векторы, углы).

5.2. Центробежная стиральная машина наполнена мокрым бельем и вращается со скоростью 1200 об/мин. Во сколько раз центробежная сила F_c к моменту отрыва капли воды от ткани больше веса P капли, если капля находится на расстоянии $r = 0.25$ м от оси вращения. Построить график зависимости F_c / P от r .

5.3. Поезд движется по закруглению радиусом 500 м. Ширина железнодорожной колеи 152.4 см.



Наружный рельс расположен на 12 см выше внутреннего. При какой скорости движения поезда на закруглении колеса не оказывают бокового давления на рельсы? Построить поясняющий рисунок и указать все необходимые детали (векторы, углы).

5.4. В центре горизонтально расположенного диска радиусом 2 м установлена мишень, а на краю – воздушный пистолет. При неподвижном диске шарик попадает в центр мишени. Если диск вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр, с постоянной угловой скоростью $\omega = 0.5$ рад/с, то шарик попадает в точку мишени, смещенную от ее центра на 10 см. Определить скорость шарика. Построить

график траектории шарика.

5.5. Сколько времени человек с ранцевым реактивным двигателем за спиной может продержаться на постоянной высоте, если его масса $m_1 = 70$ кг, масса двигателя без топлива $m_2 = 10$ кг, начальная масса топлива $m_3 = 20$ кг? Двигатель отбрасывает струю газов вертикально вниз со скоростью $u = 1000$ м/с. Расход топлива автоматически поддерживается таким, что реактивная сила обеспечивает состояния покоя. Построить поясняющий рисунок и указать все необходимые детали.

5.6. Ракета массой 1 т, запущенная с поверхности Земли вертикально вверх, поднимается с ускорением $2g$. Скорость струи газов, вырывающихся из ее сопла, равна 1200 м/с. Найти расход горючего.

Построить графики временных зависимостей высоты ракеты, ее скорости и массы.

5.7. Космический корабль имеет массу 3.5 т. При маневрировании из его двигателей вырывается струя газов со скоростью $u = 800$ м/с, расход горючего $\mu = 0.2$ кг/с. Найти реактивную силу F_r двигателей и ускорение a , которое оно сообщает кораблю. Построить графики временных зависимостей скорости и массы ракеты.

5.8. После запуска модели ракеты, модель выбрасывает каждую секунду газ массой 90 г со скоростью $u = 300$ м/с относительно корпуса. Начальная масса ракеты $m_0 = 300$ г. Какова наибольшая скорость ракеты, если масса ее топлива равна 200 г. Сопротивлением воздуха пренебречь. Построить графики временных зависимостей скорости и массы ракеты.

5.9. По какому закону должна меняться во времени масса ракеты (вместе с топливом), чтобы она во время работы оставалась неподвижной в поле тяжести Земли, если скорость u газовой струи относительно ракеты постоянна? Определите время, через которое полная масса ракеты уменьшится вдвое, также время, по истечении которого ракета израсходует весь запас топлива. Принять: масса ракеты без топлива $m_1 = 1000$, масса топлива $m_2 = 13600$ кг, скорость газовой струи $u = 4$ км/с. Построить графики временной зависимости массы ракеты.



5.10. Для поражения цели с самолета запускают ракету. Самолет летит горизонтально на высоте $h = 15$ км со скоростью 2100 км/ч. Масса ракеты изменяется по закону $m = m_0 \exp(-\lambda t)$ и уменьшается за время полета в 3 раза. Скорость продуктов сгорания относительно ракеты постоянна и равна

$u = 1000$ м/с, корпус ракеты во время ее полета горизонтален. Каково расстояние до цели до точки, над которой находился самолет в момент запуска ракеты? Сопротивление воздуха не учитывать. Построить график траектории ракеты.

5.11. Буксир тянет баржу массой 50 тонн с постоянной скоростью 5 км/час; при этом натяжение каната, связывающего буксир с баржей вдвое меньше того, при котором канат обрывается. При $t = 0$ в барже открывается течь и начинает поступать в трюм вода со скоростью 100 кг/с. Через какое время оборвется канат, если буксир продолжает тянуть баржу с постоянной скоростью? Считать, что сила сопротивления воды растет пропорционально весу баржи из-за увеличения ее лобового сопротивления, коэффициент пропорциональности $\alpha = 0.001$.

5.12. Космический корабль стартует с начальной массой m_0 и нулевой начальной скоростью в пространстве, свободном от поля тяготения. Масса корабля меняется во времени по закону $m = m_0 \exp(-\lambda t)$, скорость продуктов сгорания относительно корабля постоянна и равна u . Какое расстояние l пройдет кораблю к моменту, когда его масса уменьшится в 1000 раз? Данные: $m_0 = 10^{10}$ кг, $u = 5000$ м/с, $\lambda = 10$ кг/с.

6. Релятивистская механика

(См. лекцию 8)

6.1. Стержень движется в продольном направлении с постоянной скоростью относительно инерциальной K -системы отсчета. При каком значении скорости длина стержня в этой ИСО будет на 50% меньше его собственной длины? Построить поясняющий рисунок и указать актуальные величины.

6.2. Имеется прямоугольный треугольник, у которого катет $a = 5.00$ м и угол между этим катетом и гипотенузой 30 градусов. Найти в системе отсчета K' , движущейся относительно этого треугольника со скоростью $0.866c$ вдоль катета a : а) соответствующее значение угла α' ; б) длину l' гипотенузы и её отношение к собственной длине. Построить поясняющий рисунок и указать актуальные величины.

6.3. Найти собственную длину стержня, если в K -системе отсчета его скорость $0.5c$, длина 1.00 м и угол между стержнем и направлением движения 45 градусов. Построить поясняющий рисунок и указать актуальные величины.

6.4. С какой скоростью двигались в K -системе отсчета часы, если за 5 с (в системе K) они отстали от часов этой системы на 0.1 с? Построить поясняющий рисунок и указать актуальные величины.

6.5. Собственное время некоторой нестабильной частицы 10 нс. Какой путь пролетит эта частица до распада в лабораторной системе отсчета, где её время жизни 20 нс? Построить поясняющий рисунок и указать актуальные величины.

6.6. В плоскости $X'Y'$ K -системы отсчета движется частица, проекции скорости которой равны $v_x = 0.2c$ и $v_y = 0.4c$. Найти скорость этой частицы в K' -системе, которая перемещается со скоростью $V = 0.5c$ относительно K -системы в положительном направлении её оси X' . Построить поясняющий рисунок и указать актуальные величины.

6.7. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями $0.5c$ и $0.75c$ по отношению к лабораторной системе отсчета. Найти: а) скорость, с которой уменьшается расстояние между частицами в лабораторной системе отсчета; б) относительную скорость частиц. Построить поясняющий рисунок и указать актуальные величины.

6.8. Найти скорость, при которой релятивистский импульс в 1.4 раза превышает её ньютоновский импульс. Построить поясняющий рисунок и указать актуальные величины.

6.9. Какую работу надо совершить, чтобы сообщить электрону скорость, равную а) $0.5c$, б) $0.99c$? Построить поясняющий рисунок и указать актуальные величины.

6.10. Найти скорость частицы, кинетическая энергия которой 500 МэВ и импульс 865 МэВ/с, где c - скорость света. Построить поясняющий рисунок и указать актуальные величины.

Молекулярная физика и термодинамика

(Специально для этого раздела см. Практикум по решению физических задач с применением компьютера. Молекулярная физика и термодинамика / Штыгашев А.А. Новосибирск: НГТУ, 2016. -64 с.)

7. Законы идеального газа

7.1. В сосуде объемом 30 л содержится идеальный газ при температуре 273 К. После того как часть газа была выпущена наружу, давление в сосуде изотермически понизилось на 0.78 атм. Найти массу выпущенного газа. Плотность данного газа при нормальных условиях 1.3 г/л. Построить график процесса.

7.2. Сосуд объемом 20 л содержит смесь водорода и гелия при температуре 293 К и давлении 2 атм. Масса смеси 5 г. Найти отношение массы водорода к массе гелия в этой смеси. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

7.3. В сосуде находится смесь 7 г азота и 11 г углекислого газа при температуре 290 К и давлении 1 атм. Найти плотность этой смеси, считая газы идеальными. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

7.4. В вертикальном закрытом сосуде с обоих торцов цилиндра находится массивный поршень, по обе стороны которого – по одному молу воздуха. При температуре 300 К отношение верхнего объема к нижнему равно 5. При какой температуре это отношение станет равным 3? Трение не учитывать. Построить график процесса.

7.5. В шаре диаметром 20 см находится воздух массой 7 г. До какой температуры можно нагреть этот шар, если максимальное давление, которое выдерживают стенки шара, равно 3 атм? Молярная масса воздуха 0.029 кг/моль. Построить график процесса.

7.6. При нагревании газа некоторой массы на один градус при постоянном давлении объем газа увеличивается на $1/300$ часть его первоначального объема. Определить начальную температуру. Построить график процесса.

7.7. Сколько качаний поршневого насоса надо сделать, чтобы накачать пустую камеру футбольного мяча объемом 2.5 л до давления, превышающего атмосферное давление в 4 раза? За каждое качание насос захватывает из атмосферы воздух объемом 0.2 л. Температуру мяча считать постоянной. Построить график процесса.

7.8. В одном баллоне вместимостью 1.5 л находится газ под давлением 2 атм, а в другом – тот же газ под давлением 10 атм. Баллоны, температура которых одинакова, соединены трубкой с краном. Если открыть кран, то в обоих баллонах установилось давление 4 атм. Какова вместимость второго баллона? Построить график процесса.

7.9. Давление в цилиндре паровой машины объемом 20 л, после открывания клапана, уменьшилось на 8.1 атм. Какова масса пара, выпущенного из цилиндра? Температуру пара считать равным 100 градусов. Построить график процесса.

7.10. Найти объем смеси, состоящей из азота массой 2.8 кг и кислорода массой 3.2 кг и имеющей температуру 290 К и давление 4 атм. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

7.11. Предельно допустимая концентрация (ПДК) аммиака (NH_3) в воздухе равна 10 мг/м^3 . Определить парциальное давление и массу аммиака в помещении объемом 100 м^3 при температуре 30° , если его концентрация соответствует ПДК. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

8. Распределение Максвелла-Больцмана

В те далекие времена, когда небо было синее и трава зеленее, студенты использовали логарифмические линейки и металлические арифмометры «Феликс», большую роль играли различные численные таблицы. Например, в известном задачнике по физике Волькенштейн В.С. были приведены таблицы, в том числе таблица плотности распределения молекул идеального газа по скоростям и таблица относительной доли молекул, скорости которых превышают заданное значение скорости. В настоящее время человека окружают со всех сторон различные электронные вычислительные устройства, поэтому роль численных таблиц значительно уменьшилась. Очень важно научиться **правильно** применять вычислительные устройства в повседневной жизни, в том числе и при решении задач.

Пример 8.1. Найти, при какой температуре средняя кинетическая энергия атомов гелия равна 1 эВ. Определить, какая доля атомов гелия имеет кинетическую энергию, отличающуюся от средней на 25 %. (1 эВ = 1.6×10^{-19} Дж)

Дано:

$$\mu = 0.004$$

$$i = 3 \text{ м/с}$$

$$E_T = 1.0 \text{ эВ}$$

$$\eta = 0.25$$

$$T - ?$$

$$\Delta W - ?$$

Математическая модель (см.[1]).

Плотность распределения молекул по скоростям задается выражением

$$F(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{mv^2}{2kT} \right) v^2, \quad (8.1)$$

где $k = 1.38 \times 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, m - масса молекулы. Более удобно работать с безразмерной скоростью $u = v / v_p$, где, $v_p = \sqrt{2kT / m} = \sqrt{2RT / \mu}$ - наиболее вероятная скорость, $R = 8.31$ Дж/мольК, μ - молярная масса газа. Тогда распределение Максвелла принимает простой вид

$$F(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 \exp(-u^2). \quad (8.2)$$

Решение

Кинетическая энергия молекулы состоит из поступательной и вращательной энергий, суммарное значение которых равно 1 эВ. Атом гелия имеет 3 степени свободы. По закону равнораспределения на одну степень свободы молекулы приходится средняя энергия

$$E_{00} = \frac{1}{2} kT \quad (8.3)$$

Поэтому для атомов гелия мы имеем

$$E_0 = \frac{3}{2} kT \quad (8.4)$$

тогда температура, при которой энергия атомов гелия равна 1 эВ будет определяться из следующей цепочки

$$T_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{E_0}{k} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{1.38 \cdot 10^{-23}} = 7729 \approx 7700 \text{ K}.$$

Относительная доля молекул идеального газа, чьи скорости лежат в диапазоне от u_1 до u_2 из распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), заданного (8.1).

Для того, чтобы найти долю частиц, у которых скорости находятся в диапазоне от $u_1 = v_1 / v_p$ до $u_2 = v_2 / v_p$, необходимо вычислить интеграл

$$\Delta W = \int_{u_1}^{u_2} F(u) du \quad (8.5)$$

Вычислим скорости $u_{1,2}$

$$E_1 = m \frac{v_1^2}{2}, \quad E_1 = (1 - \eta) E_0, \quad v_1 = \sqrt{\frac{2}{m} (1 - \eta) \frac{3}{2} kT} \quad u_1 = \sqrt{(1 - \eta) \frac{3}{2}}, \quad (8.6)$$

$$E_2 = m \frac{v_2^2}{2}, \quad E_2 = (1 + \eta) E_0, \quad v_2 = \sqrt{\frac{2}{m} (1 + \eta) \frac{3}{2} kT} \quad u_2 = \sqrt{(1 + \eta) \frac{3}{2}}. \quad (8.7)$$

Итак, скорости равны $u_1 = 0.9874$, $u_2 = 1.2748$. Для вычисления интеграла (8.5) используем простейшую квадратурную формулу прямоугольников

$$\Delta W = \int_{u_1}^{u_2} F(u) du \approx \frac{u_2 - u_1}{N} \sum_{l=1}^N F(u_l) \quad (8.8)$$

реализованную в виде псевдокода

```

begin\\
q=1.6e-19;\\
k=1.38e-23;\\
E0=1*q;\\
i=3;\\
T1=2*E0/3/k\\
nu=0.25\\
u1=sqrt(1.3*(1-nu))\\
u2=sqrt(1.3*(1+nu))\\
N=500\\
du=(u2-u1)/N;\\
sums=0\\
for j=1:N\\
u=u1+j*du;\\
sums=sums+u*u*exp(-u*u);\\
end\\
DW=4*du*sums/sqrt(pi)\\
% Распределение молекул газа по скоростям
v1=0\\
v2=4\\
N=100\\
dv=(v2-v1)/N;\\
sums=0\\
for j=1:N\\
u=v1+j*dv;\\
v(j)=u;\\
f(j)=4*u*u*exp(-u*u)/sqrt(pi);\\
sums=sums+f(j);\\
end\\
DW0=dv*sums\\
end\\

```

Выполняя расчет (8.8), получаем $\Delta W = 0.228$.

Построим график $F(u)$

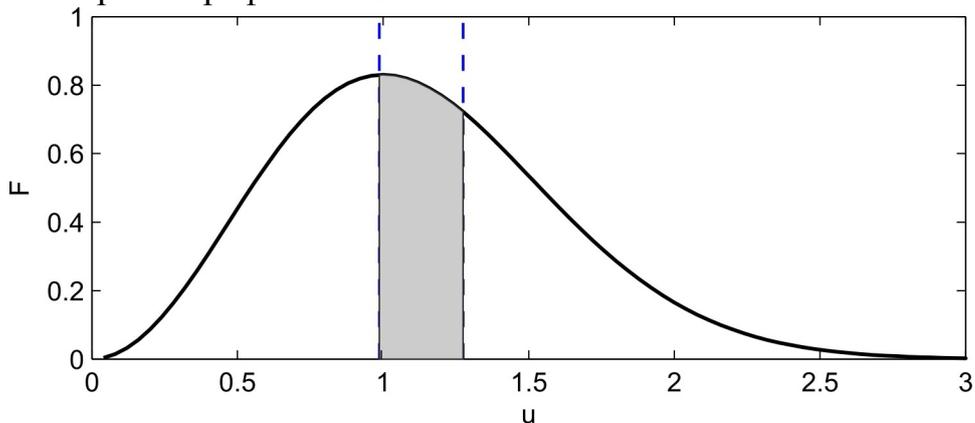


Рис.8.1. Распределение молекул газа по скоростям

Анализ решения

Оценивая «на глаз» заштрихованную площадь и полученное численное значение вероятности ΔW , убеждаемся, что в грубом приближении заштрихованная площадь занимает примерно пятую часть всей площади под кривой плотности распределения $F(u)$, соответственно, численное решение согласуется с графическим представлением. Более точно, площадь области, выделенной на рис.1, равна 0.228.

Ответ: $T_1 = 7700$ К, $\Delta W = 0.228 = 22.8\%$.

8.1. Энергию атомных и субатомных частиц часто измеряют в электрон-вольтах, $1 \text{ эВ} = 1.6 \times 10^{-19}$ Дж. Найти, при какой температуре средняя кинетическая энергия молекулы азота равна 1 эВ. Определить, при какой температуре 25% всех молекул имеют кинетическую энергию, превышающую 1 эВ. Постройте график зависимости $F(u)$ (см. пример 8.1), отметьте (заштрихуйте) искомую область.

8.2. Азот массой 12 г находится в закрытом сосуде при температуре 300 К. Какое количество теплоты необходимо передать азоту, чтобы средняя квадратичная скорость молекул возросла в 2 раза? Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

8.3. Газ, состоящий из жестких двухатомных молекул, находится при температуре 300 К. Вычислить среднюю квадратичную угловую скорость вращения молекулы, если ее момент инерции равен $2.1 \cdot 10^{-46}$ кг м². Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

8.4. В вакуумном диоде электроны, эмитируемые накалившимся катодом, попадают в задерживающее поле анода. До анода доходят лишь достаточно быстрые электроны. Считая, что тепловые скорости эмитируемых (вышедших из катода) электронов распределены по закону Максвелла с температурой 1150 К, определить долю электронов, преодолевающих задерживающий потенциал а) 0.2 В, б) 0.4 В. Катодом является тонкая прямолинейная нить, натянутая по оси цилиндрического анода. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

8.5. Найти отношение числа молекул водорода, скорости которых лежат в пределах от 3000 м/с до 3050 м/с, к числу молекул, имеющих скорости в пределах от 1550 м/с до 1600 м/с, если температура водорода 573 К. Постройте график зависимости $F(u)$ (см. пример 8.1), отметьте (заштрихуйте) искомые области, сравните их между собой и результатами расчетов.

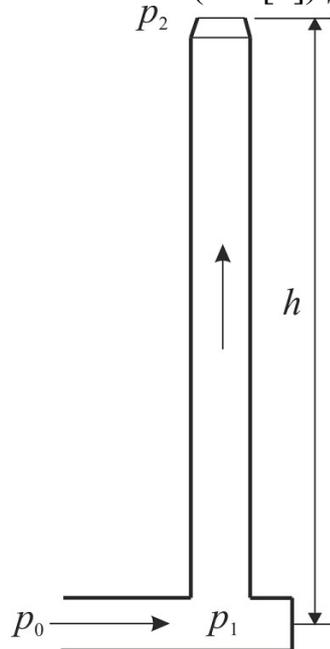
8.6. Какая часть молекул кислорода обладает скоростями, отличающимися от наиболее вероятной не больше чем на 25 м/с при температурах 273 К и 573 К? Постройте график зависимости $F(u)$ (см. пример 8.1), отметьте (заштрихуйте) искомые области, сравните их между собой и результатами расчетов.

8.7. Определить отношение числа молекул водорода, обладающих скоростями в интервале от 2500 м/с до 2600 м/с, к числу молекул, обладающих скоростями от 1500 м/с до 1600 м/с, если температура водорода 273 К. Постройте график зависимости $F(u)$ (см. пример 8.1), отметьте (заштрихуйте) искомые области, сравните их между собой и результатами расчетов.

8.8. Найти полное число молекул и их вес в столбе атмосферы с основанием 1 см^2 , если концентрация молекул у земли $n_0 = 2.69 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ при $T = 273 \text{ К}$, $\mu = 0.029 \text{ кг/моль}$. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

8.9. Оценить порядок величины полного числа молекул в атмосфере Земли, считая, что плотность молекул описывается барометрической формулой при постоянной температуре $T=273 \text{ К}$, а радиус Земли равен 6370 км. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

8.10. (См.[3]) Дымовая труба высотой 150 м выпускает дым при температуре $T_1 = 350 \text{ К}$.



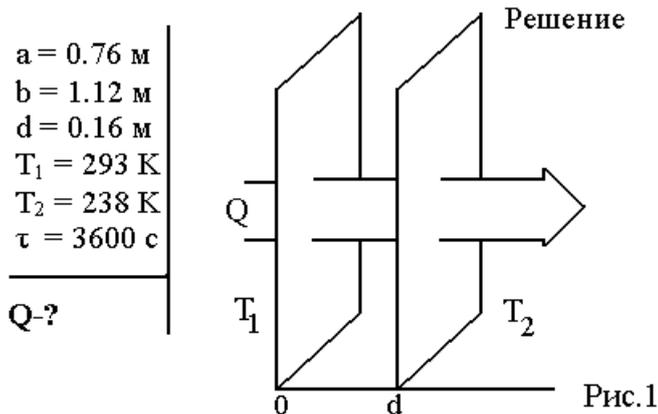

Определить перепад давления на входе в трубу, обеспечивающий тягу. Температура и давление наружного воздуха $T_2 = 220 \text{ К}$ и $p_0 = 10^5 \text{ Па}$, соответственно. Построить график зависимости перепада давления $p_1 - p_2$ от температуры T_1 газов в трубе при фиксированной температуре и давлении наружного воздуха. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

8.11. Для определения числа Авогадро Перрен измерял распределение по высоте шарообразных частиц гуммигута, взвешенных в воде. Он нашел, что отношение количества частиц в слоях, отстоящих друг от друга на расстоянии 30 мм, равно 2.08. Плотность частиц 1194 кг/м^3 , воды 1000 кг/м^3 . Радиусы частиц 0.212 мкм . На основании этих данных вычислите число Авогадро. Температура воды 18° С . Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

8.12. Вычислить наиболее вероятную энергию молекул в идеальном газе и показать, что эта энергия не равна $mv_p^2 / 2$. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

9. Явления переноса

Пример 9.1 Теплопроводность. Сколько теплоты протекает через окно с двойной рамой за один час, если окно имеет размеры 0.76x1.12 м? Толщина слоя воздуха между рамами 0.16 м, температура наружного воздуха –350 С, а внутри дома 200 С.



Теплопотери через окно можно вычислить на основе эмпирического закона Фурье (см., например, [7] с.86)

$$Q = - \lambda_T \frac{dT}{dx} S \tau \tag{9.1}$$

Здесь Q - количество теплоты, переданное через окно, площадью $S = ab$. В качестве разумного предположения примем, что градиент температуры является постоянной величиной, тогда

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} = \frac{T_2 - T_1}{d} \equiv - \beta, \tag{9.2}$$

где $\beta > 0$. На самом деле (9.2) есть выражение для среднего градиента температуры. Он в принципе не может быть постоянным вдоль оси X , поскольку коэффициент теплопроводности зависит от температуры, а поток тепла, разумеется, одинаков в любом поперечном сечении. Таким образом, λ_T также должен быть усреднен.

Теплопроводность воздуха является одной из важнейших характеристик, используемых при проектировании различных сооружений, в двигателестроении, в химической технологии и т.п., поэтому имеются обширные таблицы этой величины, измеренной при различных давлениях и температурах. Воспользуемся опытными данными, взятыми из справочника [8] (с. 345) и приведенными в Приложении. Как видно из рис.А.1 зависимость λ_T от температуры хорошо аппроксимируется линейной функцией

$$\lambda_T = \lambda_{T_1} + \frac{\lambda_{T_2} - \lambda_{T_1}}{T_2 - T_1} (T - T_1) \quad (9.3)$$

где значения λ_{T_1} и λ_{T_2} находим из таблицы А.1. с помощью интерполяции Лагранжа (см. Приложение, (А.1))

$$\lambda_{T_1} = 18.0 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{293 - 300}{200 - 300} + 26.2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{293 - 200}{300 - 200} = 25.6 \cdot 10^{-3}, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$$

$$\lambda_{T_2} = 18.0 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{238 - 300}{200 - 300} + 26.2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{238 - 200}{300 - 200} = 21.1 \cdot 10^{-3}, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$$

При линейной зависимости λ_T среднее значение коэффициента равно полусумме значений на границах интервала T_1 и T_2 , таким образом,

$$Q = \beta S \tau \frac{\lambda_{T_1} + \lambda_{T_2}}{2} \quad (9.4)$$

Подставляем численные значения физических величин, получаем следующую оценку теплопотерь через окно

$$Q = \frac{55}{0.16} \cdot 0.76 \cdot 1.12 \cdot 3600 \cdot \frac{21.1 \cdot 10^{-3} + 25.6 \cdot 10^{-3}}{2} = 24.6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Ответ: за час через данное окно при данной разности температур потери тепла составят 24.6 кДж.

9.1. Найти среднюю длину свободного пробега молекул углекислого газа при температуре 373 К и давлении 125 кПа. Диаметр молекул 0.32 нм. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

9.2. На высоте 300 км от поверхности Земли концентрация частиц газа в атмосфере 10^{15} м^{-3} . Найти среднюю длину свободного пробега частиц газа на этой высоте. Диаметр частиц 0.2 нм. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

9.3. Найти среднюю длину свободного пробега молекул воздуха при нормальных условиях. Диаметр молекул воздуха 0.3 нм. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

9.4. В межзвездном пространстве содержится одна молекула в объеме 15 см^3 . Какова средняя длина свободного пробега молекул, если предположить, что это молекулы водорода? Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

9.5. Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота при давлении 0.1 атм и температуре 290 К. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

9.6. Найти коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях, если средняя длина свободного пробега 0.16 мкм. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

9.7. Найти коэффициент диффузии гелия при нормальных условиях. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

9.8. При каком давлении отношение вязкости некоторого газа к коэффициенту его диффузии 0.3 кг/м³, а средняя квадратическая скорость его молекул 632 м/с? Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

9.9. Построить график зависимости вязкости азота от температуры в интервале от 100 до 600 К.

9.10. Герметично закрытую емкость из жаропрочного сплава заполнили аргоном при температуре $T_1 = 300$ К и атмосферном давлении. Затем емкость нагрели до $T_2 = 600$ К. Во сколько раз при этом изменилась средняя длина свободного пробега атомов аргона в емкости, если коэффициент динамической вязкости при T_1 равен $\eta_1 = 2.27 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с), а при температуре T_2 $\eta_2 = 3.83 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с)? Привести рисунок и указать параметры.

9.11. Для расчета отопительной системы рассчитывают потерю теплоты через 1 м² поверхности стен здания в течение суток. Толщина кирпичной стены равна 40 см, температура стены внутри и снаружи здания соответственно равна 18°C и -20°C . Определите потери энергии через 1 м² поверхности кирпичной стены. Какой толщины должна быть деревянная стена, чтобы потеря теплоты была такой же? Какой толщины должна быть стена, изготовленная из сэндвич-панели, чтобы потеря теплоты была такой же? Коэффициент теплопроводности кирпичной стены 0.84 Вт/(м·К), а коэффициент теплопроводности деревянной стены 0.175 Вт/(м·К), наполнитель сэндвич-панели - минеральная вата - $\lambda_T = 0.054$ Вт/(м·К). Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

9.12. Между пластинами, находящимися на расстоянии 1 мм друг от друга, находится воздух и поддерживается разность температур в один градус. Площадь каждой пластины 0.01 м². Какое количество теплоты передается за счет теплопроводности от одной пластине другой за 10 минут? Считать, что воздух находится при нормальных условиях. Диаметр молекулы воздуха 0.3 нм. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

9.13. Стальной стержень длиной 20 см и площадью поперечного сечения 3 см² нагревается с одного конца до температуры 573 К, а другим концом упирается в лед. Предполагая, что передача тепла происходит исключительно вдоль стержня (без потерь через стенки), подсчитать массу льда, растаявшего за 10 минут. Теплопроводность стали 66.9 Вт/(м·К).

Температура льда 0°C . Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

10. Первое начало термодинамики

10.1. В цилиндре, изготовленном из плохо проводящего тепло материала, имеется подвижный поршень. Внутри цилиндра находится азот объемом 2 литра. На поршне лежит груз массой 10 кг. Если убрать груз, то газ расширится и поршень поднимется вверх. Найти работу расширения газа. Площадь поперечного сечения 10 см^2 . Постройте график зависимости давления газа от объема.

10.2. Два моля идеального газа при температуре 300 К изохорически охладил, вследствие чего его давление уменьшилось в 2 раза. Затем газ изобарически расширил так, что в конечном состоянии его температура стала равной первоначальной. Найти количество тепла, поглощенного газом в данном процессе. Постройте график зависимости давления газа от объема.

10.3. Три моля идеального газа, находившегося при температуре 273 К, изотермически расширили в 5 раз и затем изохорически нагрели так, что в конечном состоянии его давление стало равным первоначальному. За весь процесс газу сообщили количество тепла равное 80 кДж. Найти показатель адиабаты для этого газа. Постройте график зависимости давления газа от объема.

10.4. В комнате размером 90 м^3 воздух сменяется полностью через два часа. Какое количество теплоты требуется для обогрева воздуха в комнате за сутки, если температура воздуха в комнате должна быть 18° С , а наружный воздух имеет температуру -5° С ? Принять, что средняя плотность воздуха 1.25 кг/м^3 . Считать воздух идеальным газом. Постройте графики процессов.

10.5. Некоторую массу азота сжали в 5 раз (по объему) один раз адиабатически, другой раз изотермически. Начальное состояние газа в обоих случаях одинаково. Найти отношение соответствующих работ, затраченных на сжатие. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры и график зависимости давления газа от объема..

10.6. В закрытом сосуде 100 г азота и 200 г кислорода. Найти изменение внутренней энергии этой смеси газов при охлаждении ее на 25 К. Постройте график процесса.

10.7. При изобарическом расширении азота была совершена работа 200 Дж. Какое количество теплоты было сообщено газу? Постройте график процесса.

10.8. Один моль двухатомного идеального газа совершает процесс от начального состояния, при котором температура и объем соответственно равны 300 К и 20 л, к конечному, в котором температура и объем равны 315 К и 22.5 л. Процесс изображается на P - V диаграмме прямой линией. Найти совершенную системой работу и поглощенную теплоту. Постройте график процесса.

10.9. Один килограмм воздуха при 293 К и давлении 10^5 Па сжимается, причем получается окончательное давление 10^6 Па. Определить работу, которая производится при сжатии воздуха, если: а) сжатие идет при постоянной температуре, б) сжатие происходит адиабатно. Постройте графики процессов.

10.10. Восемь граммов кислорода при температуре 300 К занимают объем 0.41 л. Вычислить работу газа в следующих случаях: а) газ адиабатно расширяется до 4.1 л, б) газ изотермически расширяется до объема 4.1 л, а затем охлаждается до той же температуры, которая получилась по окончании адиабатного расширения. Чем объясняется разница в величине этих работ? Постройте графики процессов.

11. Второе начало термодинамики, тепловые машины. Энтропия

11.1. Некоторая масса водорода совершает цикл Карно. Найти коэффициент полезного действия цикла, если при адиабатическом расширении: а) объем газа увеличился в два раза; б) давление уменьшилось в 2 раза. Постройте график цикла Карно, необходимые данные: $V_1 = 100$ л, $p_1 = 10$ атм.

11.2. Один моль одноатомного идеального газа совершает в тепловой машине цикл Карно между тепловыми резервуарами с температурами 400 К и 300 К. Наименьший объем газа в ходе цикла 5 л, наибольший объем 20 л. Какую работу совершает эта машина за один цикл? Сколько тепла берет она от высокотемпературного резервуара за один цикл? Сколько тепла поступает за цикл в низкотемпературный резервуар? Постройте график цикла Карно.

11.3. Найти КПД цикла тепловой машины, состоящей из двух изохор и двух адиабат, если рабочим телом является воздух. Минимальный объем 10 литров, максимальный объем газа 15 литров. Постройте график цикла тепловой машины.

11.4. Двухатомный газ совершает цикл Карно. Определить КПД цикла, если известно, что на каждый моль этого газа при его адиабатическом сжатии затрачивается работа 2 кДж. Температура нагревателя 400 К. Постройте график цикла Карно. Недостающие и непротиворечивые данные возьмите из условия задачи 11.1.

11.5. Наименьший объем газа, совершающего цикл Карно, 12 дм³. Определить наибольший объем, если объем газа в конце изотермического расширения 60 дм³, в конце изотермического сжатия 19 дм³. Постройте график цикла Карно. Недостающие и непротиворечивые данные возьмите из условия задачи 11.1.

11.6. Цикл Карно совершается одним киломолем азота. Температура нагревателя 400⁰ С, холодильника 300⁰ С. Известно также, что отношения максимального объема к минимальному за цикл равно 10. Определить КПД цикла, количество теплоты, полученной от нагревателя и отданной холодильнику, а также работу за один цикл машины. Постройте график цикла Карно. Недостающие и непротиворечивые данные возьмите из условия задачи 11.1.

11.7. Смешиваются 5 л и 3 л разнородных, химически не реагирующих друг с другом газов, имеющих одинаковую температуру 300 К и давление 10⁵ Па. Определить при этом изменение энтропии. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

11.8. Во сколько раз следует увеличить изотермически объем 4 моль идеального газа, чтобы его энтропия испытала приращение равное 23 Дж/К? Постройте график зависимости энтропии от объема.

11.9. Гелий массой 1.7 г адиабатически расширяется в 3 раза и затем изобарически сжимается до первоначального объема. Найти приращение энтропии газа в этом процессе. Постройте график зависимости энтропии от объема.

11.10. Найти приращение энтропии алюминиевого бруска массы 3 кг при нагревании его от температуры 300 К до 600 К, если в этом интервале температур удельная теплоемкость алюминия $c = a + bT$, где $a = 0.77$ Дж/(г К), $b = 0.46$ мДж/(г К²). Постройте график зависимости энтропии от температуры.

12. Электростатика. Напряженность поля. Потенциал
(Специально для этого раздела см. Штыгашев А.А. Решение задач на компьютере. Электричество и магнетизм. Новосибирск: НГТУ, 2017.-145 с. В пособии есть процедуры решения ряда задач этого раздела)

12.1. Тонкое проволочное кольцо радиуса $R = 0.5$ м обладает зарядом $q = 0.05$ Кл, Найдите напряженность E поля на оси кольца на расстоянии $z = 1,00$ м от его центра. Постройте график модуля вектора напряженности поля $E(z)$.

12.2. Тонкое проволочное кольцо радиуса $R = 0.35$ м обладает зарядом $q = 0.045$ Кл, Найдите напряженность E поля на оси кольца на расстоянии $z = 0,50$ м от его центра. Постройте график модуля вектора напряженности поля $E(z)$.

12.3. Три точечных заряда $Q_1 = 0.9 \cdot 10^{-6}$ Кл, $Q_2 = 0.9 \cdot 10^{-6}$ Кл, $Q_3 = 0.9 \cdot 10^{-6}$ Кл расположены последовательно вдоль одной прямой и связаны двумя нитями длины $L = 0.1$ м каждая. Найдите натяжение нитей. Заряд Q_2 находится посередине. Постройте график модуля вектора напряженности поля $E(x)$.

12.4. Три точечных заряда $Q_1 = 0.3 \cdot 10^{-6}$ Кл, $Q_2 = 0.4 \cdot 10^{-6}$ Кл, $Q_3 = 0.5 \cdot 10^{-6}$ Кл расположены последовательно вдоль одной прямой и связаны двумя нитями длины $L = 0.15$ м каждая. Найдите натяжение нитей. Заряд Q_2 находится посередине. Постройте график модуля вектора напряженности поля $E(x)$.

12.5. Заряд 0.5 нКл равномерно распределен по поверхности полого металлического шарика радиусом 2.5 см. Найти потенциал электрического поля в центре, на поверхности шарика и на расстоянии 5 см от центра. Построить график зависимости модуля вектора напряженности поля и потенциала от расстояния до центра шарика.

12.6. Заряд 2.5 нКл равномерно распределен по поверхности полого металлического шарика радиусом 3.5 см. Найти потенциал электрического поля в центре, на поверхности шарика и на расстоянии 10 см от центра. Построить график зависимости модуля вектора напряженности поля и потенциала от расстояния до центра шарика.

12.7. Тонкое плоское кольцо, внутренний и внешний радиусы которого равны 20 и 40 см, соответственно, равномерно заряжено до 0.6 мкКл. Определить потенциал поля в точке, лежащей на перпендикуляре, проведенном через центр кольца, и отстоящей на 25 см от центра этого кольца. Постройте график модуля вектора напряженности поля $E(z)$.

12.8. Тонкое плоское кольцо, внутренний и внешний радиусы которого равны 25 и 35 см, соответственно, равномерно заряжено до 0.8 мкКл. Определить потенциал поля в точке, лежащей на перпендикуляре, проведенном через центр кольца, и отстоящей на 50 см от центра этого кольца. Постройте график модуля вектора напряженности поля $E(z)$.

12.9. Полый стеклянный цилиндр равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho = 0.01 \text{ мКл/м}^3$. Внешний радиус цилиндра равен 1 см , внутренний 0.5 см . Используя теорему Остроградского-Гаусса, найдите зависимость модуля вектора напряженности E и электрического смещения D от расстояния до оси цилиндра. Постройте графики зависимостей $E(r), D(r)$. Диэлектрическая проницаемость стекла равна 6 .

12.10. Полый стеклянный цилиндр равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho = 0.1 \text{ мКл/м}^3$. Внешний радиус цилиндра равен 2 см , внутренний 0.75 см . Используя теорему Остроградского-Гаусса, найдите зависимость модуля вектора напряженности E и электрического смещения D от расстояния до оси цилиндра. Постройте графики зависимостей $E(r), D(r)$. Диэлектрическая проницаемость стекла равна 5 .

13. Проводники и диэлектрики в электрическом поле.

Електроємкост

13.1. Две первоначально незаряженные металлические пластины, находящиеся в вакууме, расположены параллельно на расстоянии 1 мм друг от друга. Одной пластине сообщили заряд 100 нКл. Площадь пластин 100 см². Найти поверхностную плотность зарядов на обеих сторонах пластин. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

13.2. Стекланный шар радиуса 2 см вносят в однородное электрическое поле с напряженностью 100 В/см. Вычислить суммарный положительный связанный заряд, появляющийся с одной стороны шара. Диэлектрическую проницаемость стекла принять равной 6. Начертить картину силовых линий в конденсаторе.

13.3. Расстояние между пластинами плоского конденсатора равно 5 мм, разность потенциалов 150 В. На нижней пластине лежит плитка парафина толщиной 4 мм. Определить поверхностную плотность связанных зарядов этой пластинки. Диэлектрическая проницаемость парафина равна 2. Нарисовать картину силовых линий в конденсаторе.

13.4. В плоский воздушный конденсатор вдвинули стекланный пластинку так, что она образовала с пластинами конденсатора угол $\alpha = 45^\circ$. Определить на какой угол β от своего первоначального направления отклонятся силовые линии электрического поля конденсатора в пластине. Диэлектрическую проницаемость стекла принять равной 6. Нарисовать картину силовых линий в конденсаторе.

13.5. Пластины плоского конденсатора площадью 0.01 м² каждая притягиваются друг к другу с силой 30 мН. Пространство между пластинами заполнено слюдой. Найти заряды, находящиеся на пластинах, напряженность поля между пластинами. Нарисовать картину силовых линий в конденсаторе.

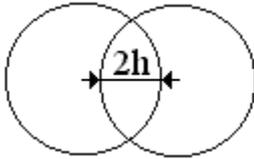
13.6. Плоский конденсатор содержит в качестве диэлектрика слой слюды толщиной 3 мм и слой парафинированной бумаги толщиной 2 мм. Найти емкость конденсатора, если площадь пластин конденсатора равна 5x5 см². Диэлектрическая проницаемость слюды и парафинированной бумаги равна 7 и 2, соответственно. Начертить картину силовых линий в конденсаторе.

13.7. Плоский конденсатор содержит слой слюды толщиной 2 мм и слой парафиновой бумаги толщиной 1 мм. Найти разность потенциалов на слоях диэлектриков и напряженность поля в каждом из них, если разность потенциалов между обкладками конденсатора 220 В. Диэлектрическая проницаемость слюды и парафинированной бумаги равна 7 и 2, соответственно. Начертить картину силовых линий в конденсаторе.

13.8. Плоский конденсатор содержит слой слюды толщиной 2 мм и слой парафиновой бумаги толщиной 2 мм. Найти разность потенциалов на слоях диэлектриков и напряженность поля в каждом из них, если разность

потенциалов между обкладками конденсатора 220В . Диэлектрическая проницаемость слюды и парафинированной бумаги равна 7 и 2, соответственно. Начертить картину силовых линий в конденсаторе.

13.9. Конденсаторы емкостями 1 мкФ и 2 мкФ заряжены до разности потенциалов 10 В и 50 В , соответственно. Их соединили одноименными полюсами. Определить разность потенциалов после их соединения. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры



13.10. Два одинаковых металлических диска диаметром 10 см расположены параллельно друг другу и разделены парафинированной бумагой толщиной $0,2\text{ мм}$. Диски сдвинуты так, что центр одного из них находится против края другого. Определите емкость такой системы. Диэлектрическая проницаемость парафинированной бумаги равна 2. Построить график зависимости емкости этой системы от h .

14. Энергия электрического поля

14.1. Площадь пластины плоского конденсатора 500 см^2 . Пластины конденсатора соединены с источником напряжения 12 В . Начертить график зависимости энергии поля конденсатора от расстояния d между пластинами, если d меняется от 0.1 до 3 мм .

14.2. Кривая градуировки конденсатора переменной емкости задана уравнением $C = 250 * \varphi + 50 \text{ нФ}$, где угол φ поворота подвижных пластин конденсатора изменяется от 0 до 300 градусов. Конденсатор подключен к источнику напряжения 24 В . Определить заряд конденсатора, если угол поворота равен 60 градусов. Построить график зависимости энергии конденсатора от угла поворота φ .

14.3. Кривая градуировки конденсатора переменной емкости задана уравнением $C = 100 * \varphi + 50 \text{ нФ}$, где угол φ поворота подвижных пластин конденсатора изменяется от 0 до 300 градусов. Конденсатор подключен к источнику напряжения 12 В . Определить заряд конденсатора, если угол поворота равен 50 градусов. Построить график зависимости энергии конденсатора от угла поворота φ .

14.4. Пластины плоского конденсатора площадью 0.01 м^2 каждая притягиваются друг к другу с силой 30 мН . Пространство между пластинами заполнено слюдой. Найти заряды, находящиеся на пластинах, напряженность поля между пластинами, объемную плотность энергии поля. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

14.5. Шар, погруженный в керосин, имеет потенциал 4.5 кВ и поверхностную плотность заряда 11.3 мкКл/м^2 . Найти радиус шара, заряд, емкость и энергию шара. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

14.6. Шар 1 радиусом 10 см , заряженный до потенциала 3 кВ , после отключения от источника напряжения соединяется проволочкой (емкостью которой можно пренебречь) сначала с удаленным незаряженным шаром 2 , а затем, после отсоединения от шара 2 , с удаленным незаряженным шаром 3 . Шары 2 и 3 имеют одинаковые радиусы, равные 10 см . Найти: а) начальную энергию шара 1 ; б) энергии шаров 1 и 2 после соединения и работу разряда при соединении; в) энергии шаров 1 и 3 после соединения и работу разряда при соединении. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

14.7. Найти объемную плотность энергии электрического поля в точке, находящейся: а) на расстоянии 2 см от поверхности заряженного шара радиусом 1 см ; б) вблизи бесконечной заряженной плоскости; в) на расстоянии 2 см от бесконечно длинной заряженной нити. Поверхностная плотность заряда шара и плоскости 16.7 мкКл/м^2 , линейная плотность заряда нити 167 нКл/м . Диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = 2$. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

14.8. Две концентрические сферические поверхности, находящиеся в вакууме, имеют равномерно распределенные одинаковые заряды 5 мкКл . Радиусы этих поверхностей 1 и 2 м . Найти энергию электрического поля, заключенную между этими сферами. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

14.9. Две концентрические сферические поверхности, находящиеся в вакууме, имеют равномерно распределенные одинаковые заряды 5 мкКл . Радиусы этих поверхностей 1 и 2 см . Найти энергию электрического поля, заключенную между этими сферами. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

14.10. Две концентрические сферические поверхности, находящиеся в вакууме, имеют равномерно распределенные одинаковые заряды 5 мкКл . Радиусы этих поверхностей 1 и 2 мм . Найти энергию электрического поля, заключенную между этими сферами. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

15. Постоянный ток. Закон Ома. Закон Джоуля-Ленца

Пример 15.1. (Квант, 2012, №3, стр.19, Ф2272). В электрической схеме, изображенной на рис.15.1, все батарейки одинаковые, идеальные и имеют ЭДС $E=1$ В каждая. Все резисторы тоже одинаковые и имеют сопротивление $R=10$ Ом каждый. Найдите токи, текущие через каждую батарейку и через каждый резистор.

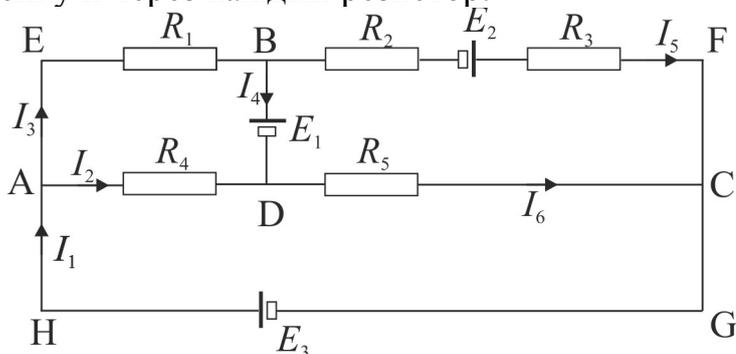


Рис.15.1. Электрическая схема цепи

Математическая модель

$$\sum_k I_k = 0 \quad (1)$$

В каждом узле алгебраическая сумма сил токов равна нулю. Токи, идущие к узлу положительны, а токи, исходящие из узла, — отрицательные.

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k E_k \quad (2)$$

В произвольном замкнутом контуре сложной разветвленной цепи алгебраическая сумма электродвижущих сил равна сумме произведений сил токов в отдельных участках контура на их сопротивления. При этом надо задать произвольно направление обхода контура и направления токов в контуре. Все участки контура обойти в одном направлении. Если это направление совпадает с направлением тока, то слагаемое $I_k R_k$ берется положительным, в противном случае — отрицательным. Если при обходе контура источник тока проходится от отрицательного полюса к положительному, то его электродвижущую силу считают положительной, в противном случае — отрицательной.

Решение

Согласно схеме (рис.15.1), необходимо найти шесть неизвестных величин – токов, поэтому надо составить систему уравнений из шести линейно-независимых уравнений.

В схеме имеется 4 узла - А, В, С, D, тогда независимых уравнений можно составить на единицу меньше, чем узлов схемы [2].

Применяем первое правило Кирхгофа к любым трем узлам

$$\text{Узел А: } I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (3)$$

$$\text{Узел В: } I_3 - I_4 - I_5 = 0 \quad (4)$$

$$\text{Узел D: } I_2 + I_4 - I_6 = 0 \quad (5)$$

Оставшиеся три уравнения составим по второму правилу Кирхгофа для трех замкнутых контуров цепи, например, АЕВD, ВFCD, АСGH.

Будем считать, что направление обхода в каждом контуре цепи проводится по часовой стрелке.

$$\text{Контур АЕВD} \quad -E_1 = I_3 R_1 - I_2 R_4 \quad (6)$$

$$\text{Контур ВFCD} \quad E_1 + E_2 = I_5 R_2 + I_5 R_3 - I_6 R_5 \quad (7)$$

$$\text{Контур АСGH} \quad E_3 = I_2 R_4 + I_6 R_5 \quad (8)$$

Представим систему (3)-(8) в виде матричного уравнения

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -R_4 & R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_2 + R_3 & -R_5 \\ 0 & R_4 & 0 & 0 & 0 & R_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -E_1 \\ E_1 + E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (9)$$

или в сокращенном виде

$$\mathbf{M} \mathbf{I} = \mathbf{B} \quad (10)$$

Решение матричного уравнения

$$\mathbf{I} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B} \quad (10)$$

можно найти разными методами, но достаточно найти решение численно, например при помощи метода Гаусса (см. Приложение А1) или на основе математического пакета. Здесь приведен листинг программы решения системы (9) на языке программирования пакета MatLab [5].

```

%F2272.m
clear all
E1=1; E2=1; E3=1;
R1=10; R2=10; R3=10; R4=10; R5=10;
M=zeros(6,6);
M(1,1)=1;      M(1,2)=-1;      M(1,3)=-1;
M(2,3)=1;      M(2,4)=-1;      M(2,5)=-1;
M(3,2)=1;      M(3,4)=1;      M(3,6)=1;
M(4,2)=-R4;    M(4,3)=R1;
M(5,5)=R2+R3;  M(5,6)=-R5;
M(6,2)=R4;     M(6,6)=R5;
B=zeros(6,1);
B(4)=-E1;
B(5)=E1+E2;
B(6)=E3;
I=M\B
%Проверка решения
Y=M*I-B

```

Как показывает результаты вычислений, вычислительная ошибка Y для каждого значения силы тока практически равна нулю.

Ответ: $I_1 = 0.1 \text{ A}$, $I_2 = 0.1 \text{ A}$, $I_3 = 0 \text{ A}$, $I_4 = -0.1 \text{ A}$, $I_5 = 0.1 \text{ A}$, $I_6 = 0 \text{ A}$.

15.1. Какую массу топлива нужно сжечь на электростанции, чтобы по телевизору мощностью 250 Вт посмотреть фильм продолжительностью 1.5 часа? Построить диаграмму «масса топлива - тип электростанции», если известно, что: КПД электростанции 30% , удельная теплота сгорания нефти 46 МДж/кг , КПД электростанции 24% , удельная теплота сгорания угля $28,8 \text{ МДж/кг}$, КПД АЭС 35% , удельная теплота сгорания уранового топлива $8,28 \cdot 10^{13} \text{ Дж/кг}$.

15.2. Электрический чайник вместимости 1.5 литров имеет сопротивление нагревательного элемента 50 Ом , КПД 70% и работает при напряжении 220 В . Начальная температура воды 10 градусов. Определить мощность тока, потребляемую чайником; силу тока в нагревательном элементе; время, в течение которого вода в чайнике закипит, и стоимость энергии, если $1 \text{ кВт}\cdot\text{час}$ стоит 2 рубля 9 копеек (на осень 2013 года, отметим, что весной 2003 года $1 \text{ кВт}\cdot\text{час}$ стоил 88 копеек). А какова стоимость энергии сейчас? Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

15.3. Имеется 12 элементов с ЭДС 1.5 В и внутренним сопротивлением 0.4 Ом каждый. Как нужно соединить эти элементы, чтобы получить наибольшую силу тока во внешней цепи, имеющей сопротивление 0.3 Ом ? Какой величины будет ток? Постройте графики полной, полезной мощности и мощности потерь.

15.4. Определите силу тока, протекающего через сопротивление R_1 в цепи, изображенной на рисунке 15.2. Параметры цепи следующие: $R_1 = 2 \text{ кОм}$, $R_2 = 1 \text{ кОм}$, $R_3 = 2 \text{ кОм}$, $r = 0 \text{ Ом}$ и $U = 24 \text{ В}$. Построить график падения потенциала вдоль замкнутого контура ABCFA. **Указание:** см. пример 2.12 в [4].

15.5. Определите силу тока, протекающего через сопротивление R_1 в цепи, изображенной на рисунке 15.2. Параметры цепи следующие: $R_1 = 2 \text{ кОм}$, $R_2 = 1 \text{ кОм}$, $R_3 = 2 \text{ кОм}$, $r = 0 \text{ Ом}$ и $U = 24 \text{ В}$. Построить график падения потенциала вдоль замкнутого контура ABCDEFA. **Указание:** см. пример 2.12 в [4].

15.6. Два гальванических элемента, имеющих ЭДС $E_1 = 1.5 \text{ В}$, $E_2 = 1.6 \text{ В}$ и внутренние сопротивления $r_1 = 0.60 \text{ Ом}$, $r_2 = 0.40 \text{ Ом}$, соединены разноименными полюсами (рис.15.3). Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, определите разность потенциалов на зажимах элементов. Построить график падения потенциала вдоль цепи. **Указание:** см. пример 2.12 в [4].

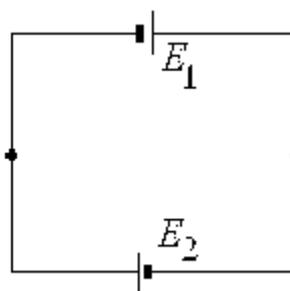
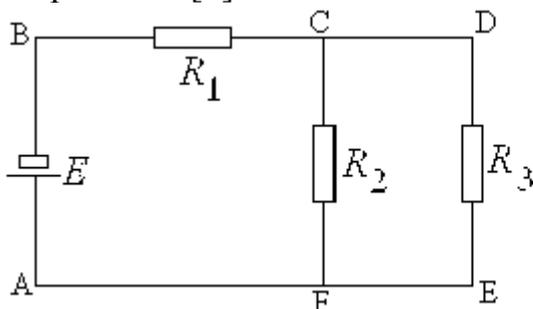


Рис. 15.2. К задаче 15.4, 15.5. Рис. 15.3. К задаче 15.6.

15.7. Три источника с ЭДС $E_1 = 10.0 \text{ В}$, $E_2 = 5.0 \text{ В}$, $E_3 = 6.0 \text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0.1 \text{ Ом}$, $r_2 = 0.2 \text{ Ом}$, $r_3 = 0.1 \text{ Ом}$ соединены, как показано на рисунке 15.4. Определить напряжение на резисторах сопротивлениями $R_1 = 5.0 \text{ Ом}$, $R_2 = 1.0 \text{ Ом}$, $R_3 = 3.0 \text{ Ом}$. Построить график падения потенциала вдоль замкнутого контура ABCDE-NGKA. **Указание:** см. пример 2.12 в [4].

15.8. Три источника с ЭДС $E_1 = 9.0 \text{ В}$, $E_2 = 6.0 \text{ В}$, $E_3 = 5.0 \text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0.1 \text{ Ом}$, $r_2 = 0.2 \text{ Ом}$, $r_3 = 0.3 \text{ Ом}$ соединены, как показано на рисунке 15.4. Определить напряжение на резисторах сопротивлениями $R_1 = 5.0 \text{ Ом}$, $R_2 = 2.0 \text{ Ом}$, $R_3 = 3.0 \text{ Ом}$. Построить график падения потенциала вдоль замкнутого контура ABFHGKA. **Указание:** см. пример 2.12 в [4].

15.9. Цепь собрана из одинаковых резисторов и одинаковых вольтметров (рис.15.5). Показания первого вольтметра $U_1 = 1.25 \text{ В}$ и третьего вольтметра $U_3 = 0.4 \text{ В}$. Найти показание второго вольтметра U_2 . Построить график падения потенциала вдоль замкнутого контура ABCGA. **Указание:** см. пример 2.12 в [4].

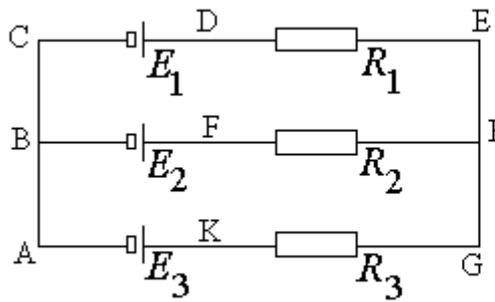


Рис.15.4. К задаче 15.7, 15.8

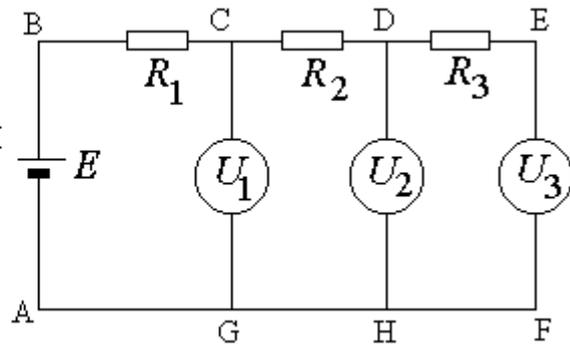


Рис.15.5. К задаче 15.9

15.10. Определить сопротивление подводящих проводов от источника с напряжением 220 В , если при коротком замыкании предохранители из свинцовой проволоки площадью сечения 1 мм^2 и длиной 2 см плавятся за $0,03$ секунды. Начальная температура 27° С . Удельная теплоемкость свинца равна $26,44\text{ Дж}/(\text{кг К})$, удельная теплота плавления $4,77\text{ кДж}/\text{кг}$, температура плавления $t^*=327^\circ\text{ С}$, плотность свинца $11340\text{ кг}/\text{м}^3$. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

16. Магнитное поле в вакууме

16.1. По длинному проводу, согнутому под прямым углом, течет ток, равный 12 А . Какой будет напряженность магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины на расстоянии 0.025 м ? Построить картину силовых линий и график напряженности магнитного поля, вдоль биссектрисы.

16.2. Рядом с длинным проводом, по которому течет ток 2.5 А , расположена квадратная рамка с током 4 А . Рамка и провод лежат в одной плоскости. Проходящая через середины противоположных сторон ось рамки параллельна проводу и отстоит от него на расстоянии 40 мм . Сторона рамки 20 мм . Найти силу, действующую на рамку. Построить картину силовых линий.

16.3. Рядом с длинным проводом, по которому течет ток 3.0 А , расположена квадратная рамка с током 5 А . Рамка и провод лежат в одной плоскости. Проходящая через середины противоположных сторон ось рамки параллельна проводу и отстоит от него на расстоянии 50 мм . Сторона рамки 20 мм . Найти работу, которую нужно совершить против сил магнитного поля, чтобы повернуть рамку на 180 градусов. Построить картину силовых линий.

16.4. Батарея аккумуляторов с ЭДС 24 В и внутренним сопротивлением 0.01 Ом соединена с потребителем двумя медными проводами, расположенными на расстоянии 5 см один от другого. Провода закреплены на изоляторах, расстояние между которыми 0.5 м . Определить силу, действующую на изоляторы при коротком замыкании на зажимах потребителя, если длина подводящей линии 20 м , а сечение проводов 3 мм^2 . Построить картину силовых линий индукции магнитного поля.

16.5. Под каким углом расположен прямолинейный проводник в однородном магнитном поле с индукцией 0.15 Тл , если на каждые 10 см длины проводника действует сила, равная 0.05 Н , когда по нему проходит ток 15 А . Сделать детальный рисунок, на котором указать все векторы. Построить картину силовых линий индукции магнитного поля.

16.6. Прямолинейный проводник, активная длина которого 0.2 м , помещен перпендикулярно линиям индукции магнитного поля. Какой ток проходит по проводнику, если магнитное поле с индукцией 0.4 Тл действует на него с силой 0.24 Н ? Построить картину силовых линий индукции магнитного поля.

16.7. В однородном магнитном поле индукцией 0.2 Тл находится прямолинейный проводник длиной 0.5 м , на который действует сила 0.3 Н . Определить угол между направлением тока в проводнике и вектором индукции магнитного поля, если сила тока в проводнике равна 5 А .

Сделать детальный рисунок, на котором указать все векторы. Построить картину силовых линий индукции магнитного поля.

16.8. С какой силой взаимодействуют два параллельных проводника длиной 0.5 м каждый, по которым идут токи 20 А и 30 А в одном направлении, если они находятся в воздухе на расстоянии 0.25 м ? Сделать детальный рисунок, на котором указать все векторы. Построить картину силовых линий индукции магнитного поля.

16.9. Определите вращающий момент плоского контура прямоугольной формы со сторонами 10 см и 20 см , помещенного в однородное магнитное поле индукцией 5 Тл . По контуру проходит ток 2 А . Угол между вектором магнитного момента и вектором магнитного поля равен 45 градусов. Сделать детальный рисунок, на котором указать все векторы. Построить картину силовых линий индукции магнитного поля.

16.10. Под каким углом к линиям индукции однородного магнитного поля должен быть расположен проводник с активной длиной 0.4 м , чтобы поле с индукцией 0.8 Тл действовало с силой 1.6 Н , если по нему проходит ток с силой 5 А . Построить картину силовых линий индукции магнитного поля.

16.11. На тонкий пластиковый прут длиной 1 м , свернутый в кольцо, намотан равномерно виток к витку плотно провод диаметром 0.25 мм . Во сколько раз магнитная индукция B_0 на оси прута больше индукции B_1 в центре кольца. Чему равна индукция B_1 , если сила тока, текущего по обмотке равна 1 А ?

17. Действие электрического и магнитного полей на движущиеся заряды

Пример 17.1. Найти траекторию движения электрона в однородном магнитном поле, если $\mathbf{B} = (B_x, 0, 0)$, где $B_x = 0.001$ Тл, $\mathbf{r}(0) = (0, 0, 0)$ м, $\mathbf{v}(0) = (10^4, 10^4, 0)$ м/с.

Математическая модель

$$m\mathbf{a} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

где $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ - векторное произведение, которое можно найти по правилу Крамера

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (v_y B_z - v_z B_y)\mathbf{i} + (v_z B_x - v_x B_z)\mathbf{j} + (v_x B_y - v_y B_x)\mathbf{k}. \quad (2)$$

Решение

Подставляя начальные значения в (2) получаем уравнение движения для электрона

$$\mathbf{a} = \frac{q}{m}(v_z B_x \mathbf{j} - v_y B_x \mathbf{k}) \quad (3)$$

В декартовых координатах уравнение движения (3) может быть представлено в виде системы уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt}x = v_x \\ \frac{d}{dt}y = v_y \\ \frac{d}{dt}z = v_z \\ \frac{d}{dt}v_x = 0 \\ \frac{d}{dt}v_y = \frac{q}{m}v_z B_x \\ \frac{d}{dt}v_z = -\frac{q}{m}v_y B_x \end{array} \right. \quad (4)$$

Эта задача допускает аналитическое решение, электрон движется по винтовой линии радиуса R с шагом винтовой линии h и временем обращения (периодом) T . Для вычисления этих параметров заметим, что два последних уравнения образуют замкнутую подсистему

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt}v_y = \frac{q}{m}v_z B_x \\ \frac{d}{dt}v_z = -\frac{q}{m}v_y B_x \end{array} \right. \quad (5)$$

Переходя к переменной $u = v_y + i v_z$, получаем однородное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2}{dt^2}u + \omega^2 u = 0 \quad (6)$$

где $\omega = qB / m$ - круговая частота электрона на проекции траектории в плоскости yz , тогда период $T = 2\pi / \omega = 2\pi m / qB$. Решение уравнения (6) имеет вид

$$u = A e^{i\omega t} = A \cos \omega t + i A \sin \omega t, \quad (7)$$

соответственно, $v_y = A \cos \omega t$, $v_z = A \sin \omega t$. В момент времени $t = 0$, $v_y(0) = 10^4$ м/с, $v_z(0) = 0$ м/с, следовательно, $A = v_y(0) \equiv v_{y0}$. Чтобы

вычислить радиус витка винтовой линии необходимо интегрировать второе и третье уравнение системы (4), тогда

$$\begin{cases} y = \int v_y dt = \frac{v_{y0}}{\omega} \sin \omega t + C_1 \\ z = \int v_z dt = -\frac{v_{y0}}{\omega} \cos \omega t + C_2 \end{cases} \quad (8)$$

Применяя начальные условия к (8), получаем $C_1 = 0$, $C_2 = v_{y0} / \omega \equiv R$, тогда из (8) легко можно получить каноническое уравнение второго порядка

$$y^2 + (z - R)^2 = R^2 \quad (9)$$

Таким образом, ось винтовой линии параллельна оси x и пересекает координатную плоскость yz в точке радиус витка линии равен $R = v_{y0} / \omega = v_{y0} m / q B_x$, а шаг винтовой линии равен $h = v_x T = 2\pi v_x m / q B$.

Подставляя численные значения получаем: $\omega = 1.7582 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$,
 $R = 5.6875 \times 10^{-7} \text{ м}$, $T = 3.5734 \times 10^{-8} \text{ с}$, $h = 3.5734 \times 10^{-6} \text{ м}$.

Для графического представления траектории движения иногда проще рассчитать и построить сложную пространственную кривую, чем делать график при помощи чертежных приспособлений. Для этого в составе всех универсальных математических пакетов имеется графический инструментарий. Здесь приведен рабочий документ пакета Maple, в котором приведен код расчета траектории электрона

```
> restart; with(LinearAlgebra) :
> V := <Vx, Vy, Vz> :
> B := <Bx, 0, 0> :
> B1 := q · B :
> F := CrossProduct(V, B1);
```

$$F := \begin{bmatrix} 0 \\ Vz \cdot q \cdot Bx \\ -Vy \cdot q \cdot Bx \end{bmatrix}$$

```
> Vx := diff(x(t), t) :
> Vy := diff(y(t), t) :
> Vz := diff(z(t), t) :
> eq := [diff(x(t), t, t) = F[1]/m, diff(y(t), t, t) = F[2]/m, diff(z(t), t, t) = F[3]/m];
```

$$eq := \left[\frac{d^2}{dt^2} x(t) = 0, \frac{d^2}{dt^2} y(t) = \frac{\left(\frac{d}{dt} z(t)\right) q Bx}{m}, \frac{d^2}{dt^2} z(t) = -\frac{\left(\frac{d}{dt} y(t)\right) q Bx}{m} \right]$$

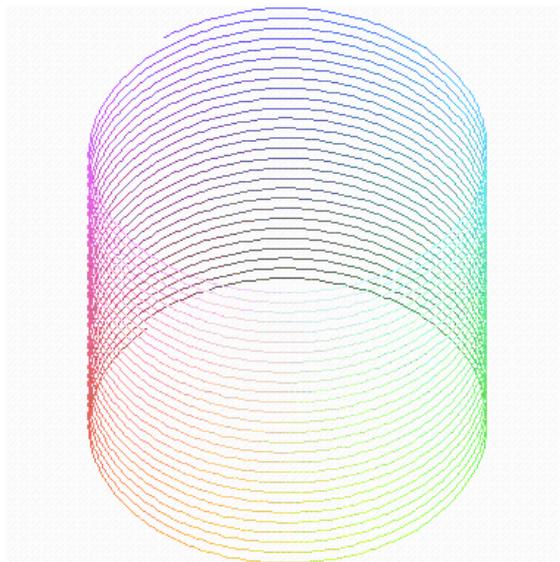
> `sol := dsolve({op(eq), x(0) = 0, D(x)(0) = Vx0, y(0) = 0, D(y)(0) = Vy0, z(0) = 0, D(z)(0) = 0}, [x(t), y(t), z(t)]);`

$$sol := \left\{ \begin{aligned} y(t) &= \frac{Vy0 m \sin\left(\frac{q Bx t}{m}\right)}{q Bx}, z(t) = -\frac{Vy0 m}{q Bx} \\ &+ \frac{Vy0 m \cos\left(\frac{q Bx t}{m}\right)}{q Bx}, x(t) = Vx0 t \end{aligned} \right\}$$

> `with(plots) :`

> `Bx := 0.0010: Vx0 := 10000: Vy0 := 10000: m := 9.1e-31: q := -1.6e-19:`

> `spacecurve([rhs(sol[1]), rhs(sol[2]), rhs(sol[3])], t = 0..0.000001, numpoints = 5000);`



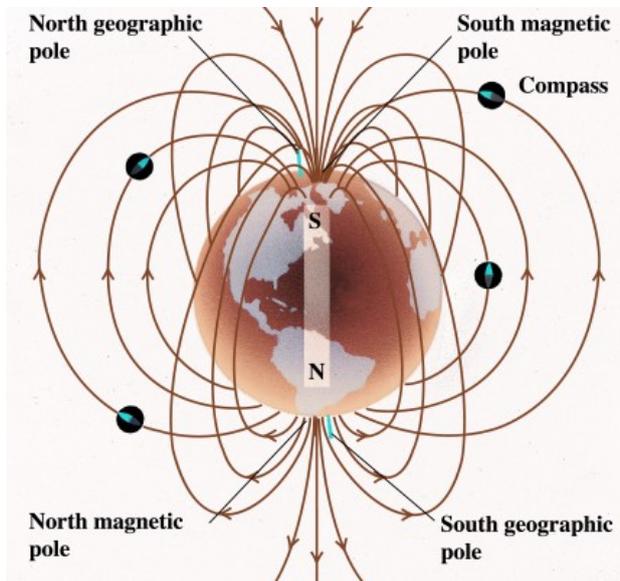
>

Ответ: $\omega = 1.7582 \times 10^8 \text{ c}^{-1}$,
 $R = 5.6875 \times 10^{-7} \text{ м}$,
 $T = 3.5734 \times 10^{-8} \text{ с}$,
 $h = 3.5734 \times 10^{-6} \text{ м}$

17.1. Электрон, обладающий энергией 1000 эВ, влетает в однородное электрическое поле $E = 800 \text{ В/см}$, перпендикулярно силовым линиям поля. Каковы должны направление и величина магнитного поля \mathbf{B} , чтобы

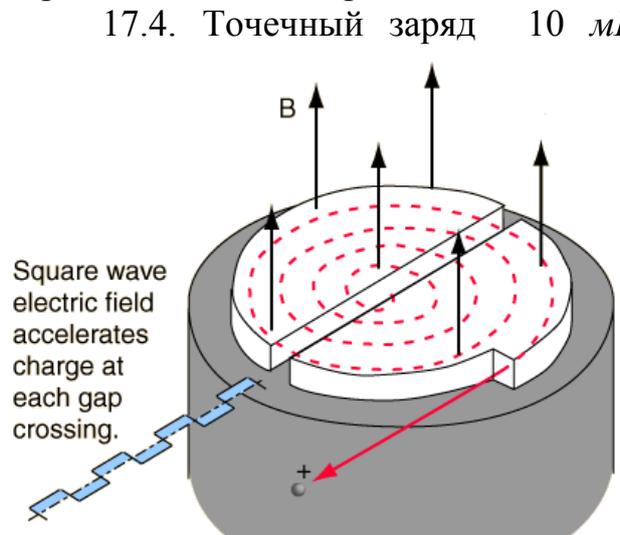
электрон не испытывал отклонений? Построить траекторию движения электрона.

17.2. Электрон, ускоренный напряжением 200 В , движется в магнитном поле Земли со скоростью, которая перпендикулярна линиям магнитной индукции \mathbf{B} . Радиус окружности движения электрона $0,68 \text{ м}$. Найти индукцию магнитного поля Земли. Построить траекторию движения электрона.



17.3. Протон, ускоренный разностью потенциалов 250 кВ , пролетает поперечное однородное магнитное поле с индукцией 0.1 Тл . Толщина области 5 см . Построить траекторию протона и найти угол отклонения от первоначального направления движения.

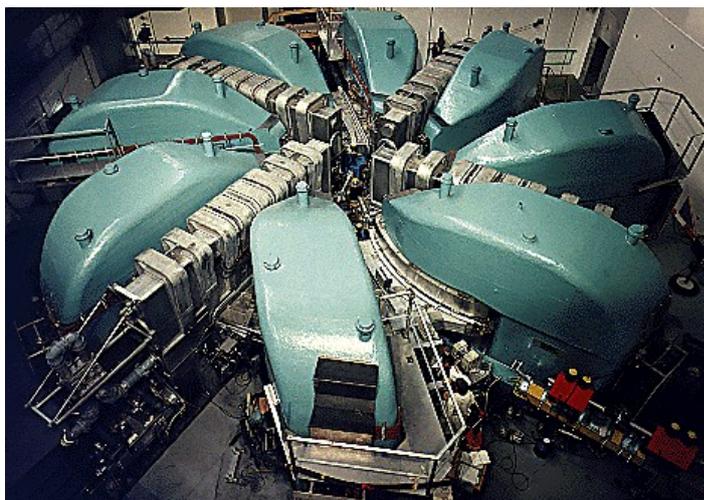
17.4. Точечный заряд 10 мКл влетает со скоростью 5 м/с в однородное магнитное поле. Вектор скорости заряда и вектор магнитной индукции поля взаимно перпендикулярны. Найдите величину и направление силы, действующей на заряд. Индукция магнитного поля 2 Тл . Построить траекторию движения заряда.



17.5. Между дуантами циклотрона приложено напряжение 40 кВ . Индукция магнитного поля, заставляющего двигаться частицы двигаться по окружности равна $0,8 \text{ Тл}$. Определить разность радиусов траекторий протона после 4-го и 9-го прохождения щели. Построить траекторию движения заряда.

17.6. Циклотрон предназначен для ускорения протонов до энергии $8 \cdot 10^{-13}$ Дж. Определить наибольший радиус орбиты, по которой движется протон, если индукция магнитного поля равна 1 Тл . Построить траекторию движения протона.

17.7. Протоны ускоряются в циклотроне так, что максимальный радиус орбиты $R = 2 \text{ м}$, Частота генератора циклотрона $\nu = 1 \text{ МГц}$, эффективное напряжение между дуантами $U = 100 \text{ В}$. Пренебрегая шириной зазора между дуантами, найти полное время процесса ускорения протона и приближенное значение пройденного им при ускорении пути. Построить траекторию движения протона.



17.8. Между дуантами циклотрона приложено напряжение 30 кВ . Индукция магнитного поля, заставляющего двигаться частицы двигаться по окружности равна $0,8 \text{ Тл}$. Определить разность радиусов траекторий протона после 5-го и 10-го прохождения щели. Построить траекторию движения заряда.

17.9. Электрон влетает в пространство, где на него действуют два взаимно перпендикулярных магнитных поля с магнитными индукциями $1,73 \text{ мТл}$ и $2,30 \text{ мТл}$. Начальная скорость электрона $5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ и перпендикулярна векторам магнитных полей. Определить величину и направление силы, действующей на электрон. Построить траекторию движения электрона.

17.10. Электрон влетел в однородное электрическое поле, напряженность которого изменяется по гармоническому закону амплитудой 100 В/см и частотой 1 МГц . Начальная скорость частицы направлена перпендикулярно направлению силовых линий поля. Определить уравнение траектории частицы и длину пути, если электрон обладал начальной кинетической энергией 10 эВ и толщина области поля составляет 10 см . Построить траекторию движения электрона.

18. Колебания

Пример 18.1. Частица массы 0.2 кг находится в одномерном силовом поле, где ее потенциальная энергия зависит от координаты x так

$$U(x) = \frac{a}{x^2} - \frac{b}{x}, \quad (1)$$

где $a = 0.001$ Дж/м² и $b = 0.01$ Дж/м – постоянные. Найти циклическую частоту и период малых колебаний частицы около положения равновесия. Построить график зависимости $U(x)$.

Решение

Построим график потенциальной энергии, для уточнения вида кривой найдем точки экстремума

$$\frac{dU}{dx} = 0, \quad -2\frac{a}{x^3} + \frac{b}{x^2} = 0, \quad x_m = \frac{2a}{b} = 0.02 \text{ м}, \quad U(x_m) = -\frac{b^2}{4a}.$$

$$\left. \frac{d^2U}{dx^2} \right|_{x=x_m} \equiv U''(x_m) = \frac{6a}{x^4} - \frac{2b}{x^3} = \frac{b^4}{8a^3} > 0$$

Таким образом, вычисленная точка определяет минимум потенциальной энергии, построим график $U(x)$ на интервале от 0 до $5x_m$

Разложим $U(x)$ в окрестности экстремума в ряд и, учитывая малые колебания, учтем первых два ненулевых членов ряда:

$$U(x) \approx U(x_m) + \frac{1}{2}U''(x_m)(x - x_m)^2 \quad (2)$$

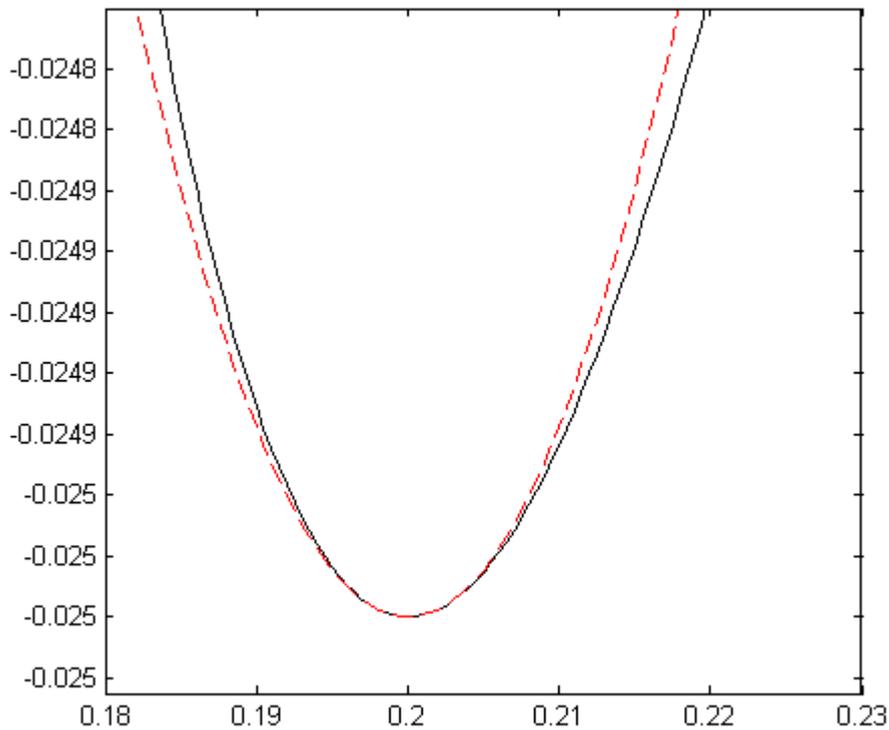


Рис.18.1. Потенциальная энергия частицы: $U(x)$ - черная сплошная линия, параболическая аппроксимация (2) – красная штриховая линия.

Найдем уравнение движения маятника, для этого запишем уравнение Ньютона

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{dU}{dx} \quad \text{или} \quad m \frac{d^2 x}{dt^2} = - U''(x_m)(x - x_m)$$

Перейдем к переменной $y = x - x_m$, тогда

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = - U''(x_m)y \quad \text{или} \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = - \frac{U''(x_m)}{m} y$$

Тогда частота малых колебаний равна

$$\omega = \sqrt{\frac{U''(x_m)}{m}} \quad \text{или} \quad \omega = \sqrt{\frac{b^4}{8ma^3}}, \quad \omega = 2.5 \text{ с}^{-1},$$

а период малых колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2.51 \text{ с.}$$

Чтобы построить график зависимости $v(x)$ (фазовый портрет) необходимо доопределить задачу, например, будем считать, что в крайнем правом положении координата частицы равна $x_1 = 0.21$ м (см. рис.6.1).

Тогда колебания тела описываются такой системой уравнений

$$\begin{cases} x = x_m + A \cos \omega t, \\ v = -\omega A \sin \omega t, \end{cases}$$

где $A = x_1 - x_m$.

Составим программу (Python).

```
# Фазовая траектория частицы
import math as mt
import matplotlib.pyplot as plt
a=0.001; b=0.01; m=0.2; x1=0.21;
xm=2.*a/b; A=x1-xm;
w=mt.sqrt(b**4/(8.*m*a**3)); T=2.*mt.pi/w;
tmin=0.0; tmax=2.*T; NT=500; dt=(tmax-tmin)/NT;
ti=[]; X=[]; V=[];
ti.append(tmin); X.append(x1); V.append(0.);
for i in range(NT):
    t1=tmin+i*dt; ti.append(t1);
    X.append(xm+A*mt.cos(w*t1));
    V.append(A*w*mt.sin(w*t1));
plt.plot(X,V, 'k-')
plt.grid(True)
plt.xlabel('$x$', fontsize=16)
plt.ylabel('$v$', fontsize=16)
plt.show()
```

По результатам расчета построим фазовый портрет движения тела

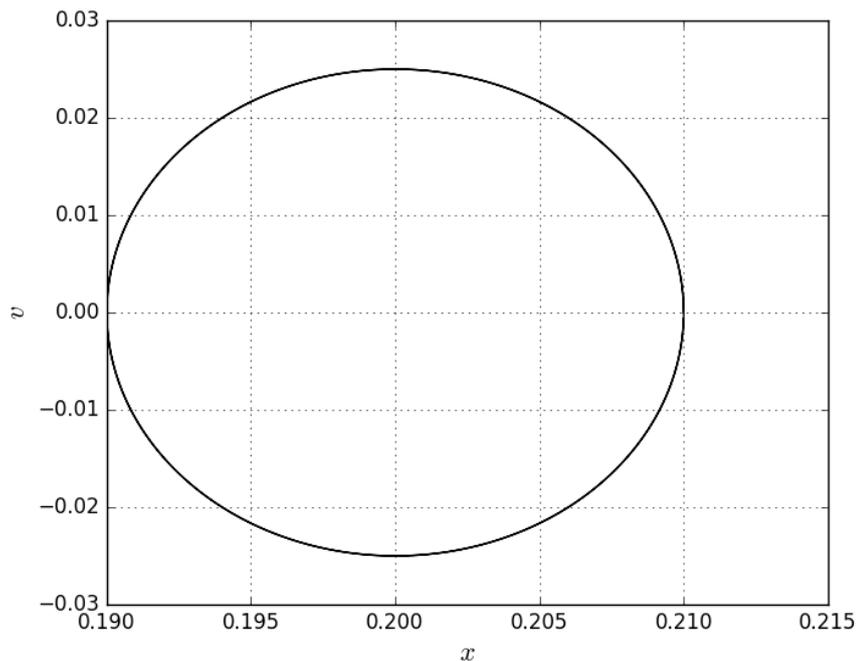


Рис.18.2. Фазовый портрет движения частицы.

В начальный момент времени тело находится в крайнем правом положении, затем начинает смещаться влево по часовой стрелке по эллиптической траектории, как показано на рис.6.2, делая полный оборот за 2.51 с.

Ответ: $\omega = 2.5 \text{ с}^{-1}$, $T = 2.51 \text{ с}$.

18.1. Тело совершает колебания по закону $x = 5 \sin(\pi t / 6 + \alpha)$ см.

Определите амплитуду смещения, скорости, ускорения, если масса тела 1 кг, начальная фаза равна нулю. Найдите полную энергию тела. Построить график зависимости $v(x)$ (фазовый портрет).

18.2. Тело совершает колебания по закону $x = 50 \sin(\pi t / 3 + \alpha)$ см.

Определите амплитуду смещения, скорости, ускорения, если масса тела 2 кг, начальная фаза равна нулю. Найдите полную энергию тела. Построить график зависимости $v(x)$ (фазовый портрет).

18.3. Однородный диск массы 3 кг и радиуса 20 см скреплен в центре диска с тонким стержнем так, что стержень перпендикулярен плоскости диска. Другой конец стержня закреплен жестко и неподвижно. Коэффициент кручения стержня (отношение приложенного вращающего момента к углу закручивания) равен 6.00 Н·м/рад. Определить: а) частоту малых крутильных колебаний; б) амплитуду и начальную фазу колебаний,

если в начальный момент времени угол α равен 0.00600 рад и скорость 0.800 рад/с. Построить график зависимости $\alpha(t)$ в диапазоне времен от 0 до $2T$.

18.4. Материальная точка совершает колебания по закону синуса с амплитудой 10 см, частотой 2 Гц и начальной фазой 30 градусов. Полная энергия колеблющейся точки 0.077 Дж. Через какой промежуток времени от начала движения кинетическая энергия станет равной потенциальной? Построить график зависимости $E_K(t)$, $U(t)$ в диапазоне времен от 0 до $2T$.

18.5. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = 3 \sin \pi t$ см и $y = -2 \cos \pi t$ см. Найдите уравнение траектории точки. Определите скорость и ускорение точки в момент времени 0.5 с. Построить траекторию движения точки $y(x)$.

18.6. Частица совершает гармонические колебания вдоль оси x около положения равновесия $x=0$ с частотой 4.00 с^{-1} . В некоторый момент времени координата частицы равна 25 см и ее скорость 100 см/с. Найдите координату и скорость частицы через 2.4 с после этого момента времени. Построить график зависимости $v(x)$ (фазовый портрет)

18.7. Определите амплитуду гармонических колебаний материальной точки, если полная энергия колеблющейся точки 0.04 Дж, а максимальная сила, действующая на точку, равна 2 Н. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

18.8. Частица массы 0.2 кг находится в одномерном силовом поле, где ее потенциальная энергия зависит от координаты x так $U(x) = U_0(1 - \cos kx)$, где $U_0 = 1$ Дж и $k = 0.01 \text{ м}^{-1}$ – постоянные. Найдите циклическую частоту и период малых колебаний частицы около положения равновесия. Построить график зависимости $v(x)$.

18.9. На доске лежит груз массой 10 кг. Доска совершает гармонические колебания по закону косинуса в вертикальном направлении с периодом 0.5 с и амплитудой 2 см. Определите величину давления P груза на доску в момент времени 2 с и полную энергию колеблющегося груза. Начальная фаза колебаний равна нулю. Построить график зависимости $p(t)$.

18.10. Найдите период малых поперечных колебаний шарика массы 40 г, укрепленного на середине натянутой струны длины 1 м. Силу натяжения струны считать постоянной и равной 10 Н. Массой струны и силами тяжести пренебречь. Построить график зависимости $v(x)$.

18.11. Уравнение изменения силы тока в колебательном контуре дано в виде $I = -0.02 \sin(400\pi t)$ А. Индуктивность катушки 1 Гн. Найдите 1) период колебаний, 2) емкость конденсатора, 3) максимальную разность

потенциалов на обкладках конденсатора, 4) максимальную энергию электрического поля, 5) максимальную энергию магнитного поля.

Построить векторную диаграмму напряжений и привести графики $U_C(t)$ и зависимость энергии в L и C от времени.

18.12. Колебательный контур имеет индуктивность 0.23 Гн , емкость конденсатора 7 мкФ . Сопротивление контура 40 Ом . Конденсатор заряжен 0.56 мКл . Найдите: а) период колебаний, б) логарифмический декремент затухания колебаний λ . Напишите уравнение зависимости разности потенциалов на обкладках конденсатора от времени. Построить векторную диаграмму напряжений и привести графики $U_C(t)$ и зависимость энергии в L и C от времени.

18.13. Заряженный конденсатор емкостью 0.35 мкФ подключили к катушке индуктивностью 0.25 мГн . Через какое время после подключения катушки энергия электрического поля станет равной энергии магнитного поля катушки? Построить графики энергий. Активным сопротивлением контура пренебречь.

18.14. В колебательном контуре, состоящем из конденсатора и катушки индуктивностью 2.5 мГн , происходят электромагнитные колебания, при которых максимальная сила тока 10 мА . Определить емкость конденсатора, если максимальная разность потенциалов на его обкладках достигает 50 В , а активным сопротивлением катушки можно пренебречь. Построить векторную диаграмму напряжений и привести графики $U_C(t)$ и зависимость энергии в L и C от времени.

18.15. Определить частоту собственных колебаний колебательного контура, который состоит из конденсатора емкостью 2 мкФ и катушки длиной 10 см и радиусом 1 см , содержащим 500 витков. Учесть, что происходят электромагнитные колебания, при которых максимальная сила тока в контуре 10 мА . Сопротивлением катушки можно пренебречь. Построить векторную диаграмму напряжений и привести графики $U_C(t)$ и зависимость энергии в L и C от времени.

18.16. Колебательный контур имеет индуктивность 1.6 мГн , емкость конденсатора 0.04 мкФ и максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора 200 В . Чему равна максимальная сила тока в контуре? Активное сопротивление контура мало. Построить векторную диаграмму напряжений и привести графики $U_C(t)$ и зависимость энергии в L и C от времени.

19.Затухающие колебания

Пример 19.1. Горизонтальное колебательное движение бруска при наличии сухого трения.

Пружинный маятник представляет собой брусок массой m , лежащий на горизонтальной плоскости, соединенный горизонтальной пружиной с вертикальной стенкой. Брусок в начальный момент времени сместили из положения равновесия $x = 0$ на x_0 , так что пружина растянулась, затем отпустили с нулевой скоростью. Сколько колебаний совершит брусок до момента остановки, если коэффициент сухого трения скольжения равен μ ?

Для численных расчетов принять $m = 0.1$ кг, $k = 10$ Н/м, $\mu = 0.01$, $x_0 = 0.01$ м.

Математическая модель

$$ma = F + N + mg + F_f \quad (19.1)$$

$$A_{n,n-1} = -\mu mg(x_n - x_{n-1}) \quad (19.2)$$

$$A_{n,n-1} = k \frac{x_{n-1}^2}{2} - k \frac{x_n^2}{2} \quad (19.3)$$

Знак минус в (19.2) связан с тем, что сила трения направлена против смещения бруска, x_n, x_{n-1} координаты точек остановки на полупериоде.

Решение

Процесс движения бруска показан на рис.1

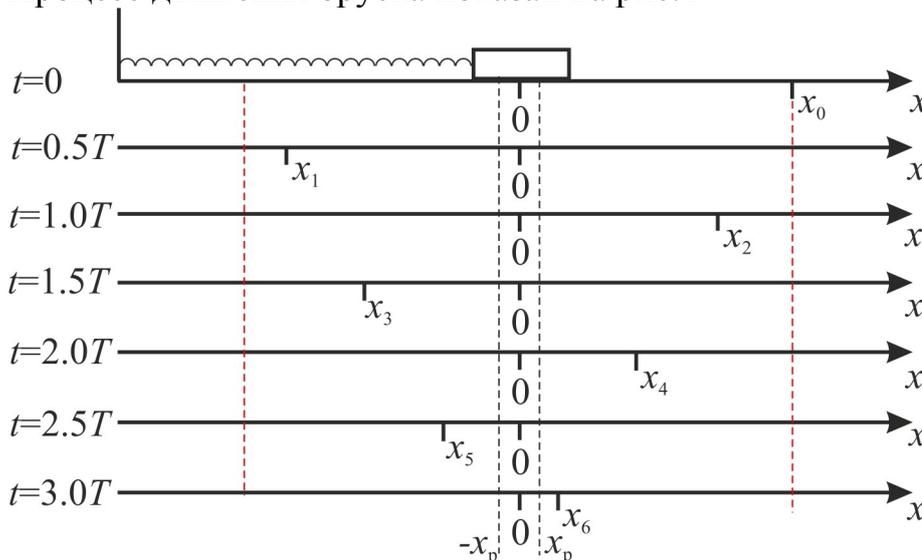


Рис.19.1. Координатно-временная развертка крайних положений бруска

Решение

Из (19.2) и (19.3) следует

$$-\mu mg(x_n - x_{n-1}) = k \frac{x_{n-1}^2}{2} - k \frac{x_n^2}{2} \quad (19.4)$$

Определим область застоя $[-x_p, x_p]$, в которой сила упругости в точности компенсируется силой трения покоя

$$kx_p = \mu mg \rightarrow x_p = \mu g / \omega^2, \quad \omega^2 = k / m, \quad (19.5)$$

Из (19.4) координаты крайних точек остановки равны

$$x_n = -x_{n-1} + 2\mu g / \omega^2, \quad x_{n+1} = -x_n - 2\mu g / \omega^2. \quad (19.6)$$

Колебания продолжаются до тех пор, пока x_n не попадет в область застоя, а именно для данных численных параметров получаем:

$$\begin{aligned} n=1 & \quad x_1 = -x_0 + 2\mu g / \omega^2 & \quad x_1 = -0.01 + 0.002 = -0.008 \\ n=2 & \quad x_2 = -x_1 - 2\mu g / \omega^2 & \quad x_2 = 0.008 - 0.002 = +0.006 \\ n=3 & \quad x_3 = -x_2 + 2\mu g / \omega^2 & \quad x_3 = -0.006 + 0.002 = -0.004 \\ n=4 & \quad x_4 = -x_3 - 2\mu g / \omega^2 & \quad x_4 = -0.004 + 0.002 = -0.002 \\ n=5 & \quad x_5 = -x_4 + 2\mu g / \omega^2 & \quad x_5 = -0.002 + 0.002 = 0 \end{aligned}$$

Время движения равно $5T / 2 = 10\pi / 2\omega = 5\pi / 0.6283 = 1.57$ с.

Для проверки проделаем численный расчет движения бруска на основе модели (19.1), проектируем на горизонтальную ось, получаем уравнение движения

1) Движение справа — налево

$$ma = -kx + \mu mg \quad (19.7)$$

2) Движение слева — налево

$$ma = -kx - \mu mg \quad (19.8)$$

На рис.19.2 представлен результат численного расчета данной модели (текст программы приведен в Приложении)

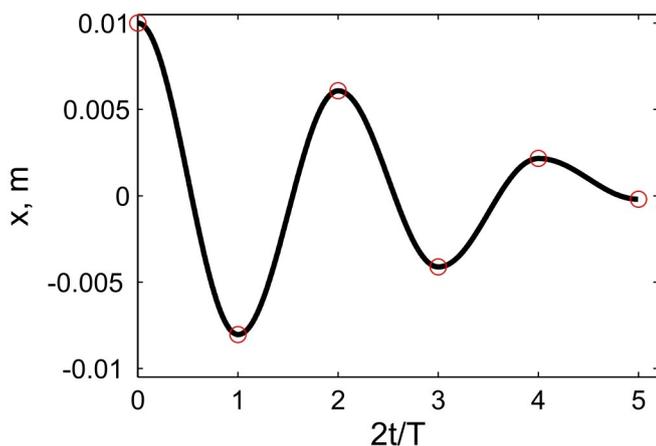


Рис. 19.2. График колебаний бруска, рассчитанный по модели (19.7), (19.8). Кружки отмечают крайние положения x_n бруска, рассчитанные по формуле (19.6)

Несмотря на совпадения крайних положений бруска с положениями бруска, рассчитанными по модели (7.7) и (7.8), мы получили правдоподобный результат, поскольку в решении мы не учли область застоя около положения равновесия. График скорректированного решения приведен на рис.19.3.

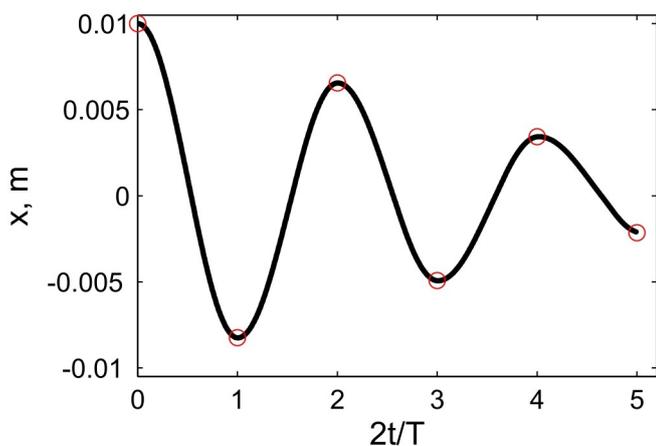


Рис. 19.3. График колебаний бруска, рассчитанный по модели (19.7), (19.8) с учетом области застоя. Кружки отмечают скорректированные крайние положения x_n бруска.

Таким образом, колебания бруска затухают слабее, поскольку в области застоя брусок движется равномерно. Получается парадокс, шероховатость горизонтальной плоскости везде одинакова, а в области застоя работу силы трения не учитываем.

Ответ: Маятник совершил 2.25 колебания в течение 1.57 секунд.

19.1. Груз массой 0.5 кг подвешен к пружине, жесткость которой 32 Н/м, и совершает затухающие колебания. Определите период затухающих колебаний, если за время двух колебаний амплитуда уменьшилась в 3 раза. Построить график зависимости $v(x)$.

19.2. Маятник длиной $l = 5$ м совершает малые колебания, так что амплитуда их уменьшилась в два раза за 100 периодов. Найдите добротность Q колебаний, логарифмический декремент λ и коэффициент затухания β . Построить график зависимости $v(x)$.

19.3. Затухающие колебания частицы были возбуждены путем ее смещения из положения равновесия на расстояние 1 см. Логарифмический декремент затухания 0.0100. При столь слабом затухании можно с большой точностью считать, что максимальные отклонения от положения равновесия достигаются в моменты времени равные $t_n = Tn/2$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. В этом приближении найти путь s , который пройдет частица до полной остановки. Построить график зависимости $v(x)$.

19.4. Чему равен логарифмический декремент затухания колебаний и добротность системы, если амплитуда затухающих колебаний уменьшилась в 10 раз за 50 колебаний? Построить график зависимости $E(t)$.

19.5. К пружине подвесили грузик, и она растянулась на 1 см. С каким периодом будет колебаться грузик в вертикальном направлении? Логарифмический декремент затухания равен 4. Построить график зависимости $v(x)$.

19.6. Частицу сместили из положения равновесия на расстояние 1 см и предоставили самой себе. Какой путь пройдет, колеблясь, эта частица до полной остановки, если логарифмический декремент затухания равен 0.020? Построить график зависимости $v(x)$.

19.7. Энергия затухающих колебаний маятника, происходящих в некоторой среде, за время 2 мин уменьшилась в 100 раз. Определите коэффициент сопротивления, если масса маятника 100 г. Построить график зависимости $E(t)$.

19.8. На колеблющийся шарик массы m на пружинке жесткостью k действует сила трения $f_{fr} = -\lambda v$. Подсчитайте тепло, выделяющееся в среднем за один период колебаний, предполагая, что добротность колебаний велика. На сколько уменьшится амплитуда колебаний за один период колебаний маятника? Построить график зависимости $E(t)$.

19.9. Найти добротность математического маятника длины 0.5 м, если за 5.2 минуты его полная энергия уменьшилась в 4×10^4 раза? Построить график зависимости $E(t)$.

19.10. Измерены три последовательных амплитуды смещения затухающих колебаний пружинного маятника 8.6, -4.1, 4.3 мм. Каково

среднее положение осциллятора и логарифмический декремент затухания колебаний λ ? Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

19.11. Колебательный контур имеет индуктивность 0.005 Гн, емкость конденсатора 0.2 мкФ. При каком логарифмическом декременте и омическом сопротивлении цепи энергия уменьшится на порядок за три полных колебания? Учесть, что в начальный момент времени заряд на конденсаторе был равен 1 нКл. Построить векторную диаграмму напряжений и привести графики $U_C(t)$ и зависимость энергии в L и C от времени.

19.12. Колебательный контур имеет индуктивность 0.1 Гн, емкость конденсатора 0.9 мкФ. Сколько времени проходит от момента, когда конденсатор полностью разряжен, до момента, когда его энергия вдвое превышает энергию катушки? Активное сопротивление контура равно нулю. Построить графическое решение задачи.

19.13. Колебательный контур имеет индуктивность 25 мГн, емкость конденсатора 10 мкФ. Определите сопротивление контура, если амплитуда тока уменьшилась в e раз за 16 колебаний? Учесть, что в начальный момент времени заряд на конденсаторе был равен 1 нКл. Построить векторную диаграмму напряжений и привести графики $U_C(t)$

19.14. Колебательный контур с собственной частотой $\nu_0 = 100$ кГц имеет добротность $Q = 100$. Рассчитайте емкость и индуктивность контура, если сопротивление, включенное в контур $R = 5$ Ом. Учесть, что в начальный момент времени заряд на конденсаторе был равен 1 нКл. Построить векторную диаграмму напряжений и привести графики $U_C(t)$.

20. Вынужденные колебания. Резонанс. Переменный ток

20.1. Найдите усредненные значения кинетической и потенциальной энергии гармонического осциллятора под действием внешней гармонической силы в режиме установившихся колебаний. Как они соотносятся между собой при различных значениях частоты вынуждающих колебаний? Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

20.2. При какой скорости поезда рессоры его вагонов будут особенно сильно колебаться под действием толчков колес о стыки рельс, если длина рельс 12.5 м, нагрузка на рессору 5.5 тонн и если рессора прогибается на 16 мм при нагрузке в 1 тонну? Построить амплитудно-частотную характеристику.

20.3. Человек массой 60 кг качается на качелях. Его движения описывается уравнением $x = 2 \exp(-0.01t) \sin(2\pi t)$ м. На качели начала действовать сила, изменяющаяся по закону $F = 500 \sin(1.2\pi t)$ Н. Построить график зависимости $v(x)$.

20.4. Амплитуды смещений вынужденных гармонических колебаний при частотах 500 Гц и 600 Гц равны между собой. Найдите частоту, при которой амплитуда смещений максимальна. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

20.5. Амплитуды скорости вынужденных гармонических колебаний при частотах вынуждающей силы 500 Гц и 600 Гц равны между собой. Принимая, что амплитуда вынуждающей силы в обоих случаях одна и та же, найдите частоту, соответствующую резонансу скорости. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

20.6. Оценить, через сколько времени установятся колебания в системе с добротностью 10^6 и собственной частотой $\omega_0 = 5000$ рад/с при резонансном воздействии на эту систему вынуждающей гармонической силы. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

20.7. Найти добротность осциллятора, у которого отношение резонансной частоты к частоте затухающих колебаний равно 0.97. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры.

20.8. При изменении частоты ν вынуждающей силы, действующей на маятник, меняется фаза α установившихся колебаний и запасенная энергия E . Пусть при малом сдвиге частоты $\Delta\nu = 1$ Гц от резонансной частоты фаза колебаний α изменилась на $\pi / 4$. Как изменится при этом энергия E ? Каково время релаксации τ в режиме свободных колебаний? Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

20.9. Под действием момента сил $M = M_0 \cos \omega t$ тело совершает вынужденные крутильные колебания по закону $\varphi = A_0 \cos(\omega t + \alpha)$. Найти работу сил трения, действующих на тело, за период колебания. Принять:

$M_0 = 1$ Н·м, $A_0 = 0.01$ рад, $\omega = 10^2$ рад/с, $\alpha(\omega) = \pi / 6$. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

20.10. Шарик массы 50 г подвешен на пружинке жесткостью 20 Н/м. Под действием вынуждающей вертикальной гармонической силы с частотой 25 рад/с шарик совершает установившиеся колебания. При этом смещение шарика отстает по фазе от вынуждающей силы на $3\pi / 4$. Найти добротность осциллятора. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры

20.11. К источнику переменного напряжения последовательно подключили катушку индуктивности 0.16 Гн, конденсатор емкостью 64 мкФ и сопротивление 2 Ом. Определить силу тока в цепи, если напряжение равно 220 В, а частота 200 Гц. При какой частоте наступит резонанс напряжений и каковы будут при этом сила тока и напряжение на зажимах катушки и конденсатора? Построить векторную диаграмму напряжений.

20.12. Для определения индуктивности дросселя его сначала включают в цепь постоянного тока, а затем в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Параллельно к дросселю подключен вольтметр. Определить индуктивность дросселя, если при прохождении через него постоянного тока $I_1 = 3$ А показания вольтметра $U_1 = 15$ В, а при переменном токе $I_2 = 2$ А соответствующее напряжение $U_2 = 120$ В. Привести поясняющий рисунок и указать основные параметры и построить векторную диаграмму напряжений.

20.13. Катушка с индуктивностью 50 мГн и активным сопротивлением 10 Ом подключена к источнику синусоидального напряжения, эффективное (действующее) значение которого равно 120 В, а частота 50 Гц. Определить полное сопротивление катушки и сдвиг фазы между током и напряжением. Построить векторную диаграмму напряжений.

20.14. В цепи переменного тока частотой 50 Гц находится резистор, катушка с индуктивностью 3 Гн и конденсатор с емкостью 4.7 мкФ. Между напряжением и силой тока наблюдается сдвиг фазы $\alpha = \pi / 6$. Чему равно сопротивление резистора и какую емкость надо включить последовательно в цепь, чтобы устранить сдвиг фазы? Построить резонансные кривые (АЧХ и ФЧХ).

20.15. К источнику переменного напряжения частотой 50 Гц и напряжением 220 В последовательно подключили катушку индуктивности 0.25 Гн, конденсатор емкостью 0.47 мкФ и резистор сопротивлением 2 Ом. Определить I, U_C, U_R, U_L . Построить резонансные кривые (АЧХ и ФЧХ).

20.16. К источнику переменного напряжения частотой 50 Гц и напряжением 220 В последовательно подключили катушку индуктивности 0.5 Гн, конденсатор емкостью 0.47 мкФ и резистор

сопротивлением 10 Ом. Определить I, U_C, U_R, U_L . Построить резонансные кривые (АЧХ и ФЧХ).

20.17. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью 6 мкГн и конденсатор емкостью 1.2 нФ. Для поддержания в колебательном контуре незатухающих гармонических колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе 2 В необходимо подводить среднюю мощность 0.2 мВт. Считая затухание малым, определите добротность контура. Построить резонансные кривые (АЧХ и ФЧХ).

20.18. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью 5 мкГн и конденсатор емкостью 0.47 мкФ. Для поддержания в колебательном контуре незатухающих гармонических колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе 10 В необходимо подводить среднюю мощность 5 мВт. Считая затухание малым, определите добротность контура. Построить резонансные кривые (АЧХ и ФЧХ).

20.19. В цепь переменного тока с частотой 50 Гц последовательно включены резистор сопротивлением 100 Ом и конденсатор емкостью 22 мкФ. Определите, какая доля напряжения, приложенного к цепи, приходится на падение конденсатора и на резисторе. Построить векторную диаграмму напряжений.

20.20. К колебательному контуру, содержащему последовательно соединенные конденсатор и катушку с активным сопротивлением, подключено внешнее переменное напряжение, частоту которого можно менять, не меняя его амплитуды. При частотах 80 и 120 Гц амплитуды силы тока в цепи оказались одинаковыми. Определите резонансную частоту тока. Построить резонансные кривые (АЧХ и ФЧХ).

ПРИЛОЖЕНИЕ

А1. Теплопроводность воздуха при атмосферном давлении

Таблица А.1

T, K	$\lambda_T, 10^{-3} \text{ Вт/(м К)}$
100	9.3
150	13.8
200	18.0
300	26.2
400	33.8

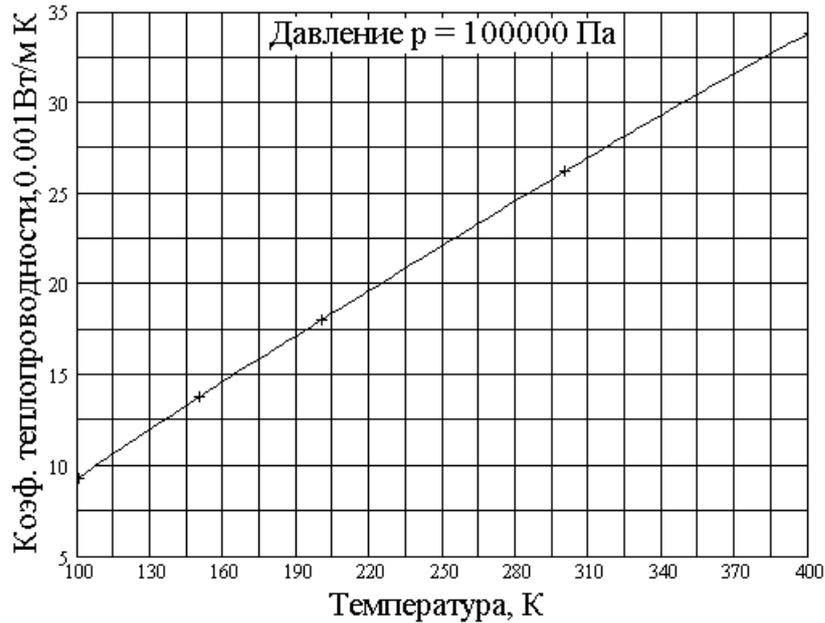


Рис.А.1. Зависимость коэффициента теплопроводности воздуха от температуры

А2. Интерполяционные формулы Лагранжа

1. Линейная интерполяция на интервале $[x_1, x_2]$

(заданы $y(x_1)$ и $y(x_2)$)

$$y(x) = y(x_1) \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} + y(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad (\text{А.1})$$

2. Квадратичная интерполяция на интервале $[x_1, x_3]$

(заданы $y(x_1), y(x_2)$ и $y(x_3)$)

$$y(x) = y(x_1) \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + y(x_2) \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + y(x_3) \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} \quad (\text{А.2})$$

А3. Решение системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса (BASIC)

```
CLS
DIM a(10, 10), b(10)
INPUT "n="; n
FOR i = 1 TO n
FOR j = 1 TO n
PRINT "a("; i; ", "; j; ")=";
INPUT a(i, j)
NEXT j
PRINT "b("; i; ")=";
INPUT b(i)
NEXT i
PRINT "matrix"
FOR i = 1 TO n
FOR j = 1 TO n
PRINT a(i, j); " ";
NEXT j
PRINT b(i)
NEXT i
FOR i = 1 TO n - 1
FOR j = i + 1 TO n
a(j, i) = -a(j, i) / a(i, i)
FOR k = i + 1 TO n
a(j, k) = a(j, k) + a(j, i) * a(i, k)
NEXT k
b(j) = b(j) + a(j, i) * b(i)
NEXT j
NEXT i
x(n) = b(n) / a(n, n)
FOR i = n - 1 TO 1 STEP -1
h = b(i)
FOR j = i + 1 TO n
h = h - x(j) * a(i, j)
NEXT j
x(i) = h / a(i, i)
NEXT i
FOR i = 1 TO n
PRINT "x("; i; ")="; x(i)
NEXT i
END
```

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Наука, Т 1,2.
2. Сивухин Д.В. Курс общей физики. - М.: Наука, Т 1,2,3.
3. Практикум по решению физических задач с применением компьютера. Молекулярная физика и термодинамика / Штыгашев А.А. Новосибирск: НГТУ, 2016. -64 с.
4. Штыгашев А.А. Решение задач на компьютере. Электричество и магнетизм. Новосибирск: НГТУ, 2017. -145 с.
5. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. MatLab 7 СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 1104 с.
6. Штыгашев АА Применение ПЭВМ в решении задач по физике (механика) Новосибирск: НГПУ, 1999. -112 с.
7. Штыгашев А. А., Пейсахович Ю.Г. Задачи по физике. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество : учеб. пособие - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2017. - 160 с.
8. Физические величины: Справочник / Под ред. И.С.Григорьева, Е.З.Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с