

Задача 1

Пусть количество выпускаемой первой продукции – x , а количество второй – y , тогда выручка от продажи всей продукции:

$$F(x) = 12000x + 13000y \rightarrow \max$$

при условиях:

$$y \leq 3$$

$$10x \leq 50$$

$$8x + 14y \leq 56$$

$$7x + 8y \leq 56$$

Неравенства заменяем на равенства. Строим линии ограничений:

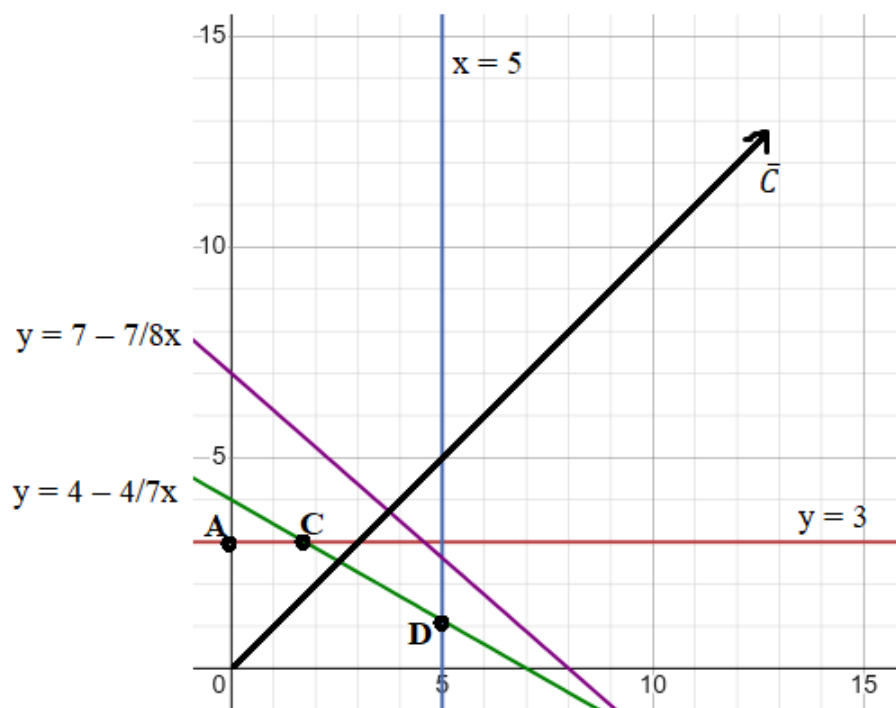
$$y = 3$$

$$x = 5$$

$$y = 4 - 4/7x$$

$$y = 7 - 7/8x$$

Область допустимых значений – выпуклый многоугольник OACD.



Строится направляющий вектор C .

Строится перпендикуляр к вектору C через начало координат.

Точка C является точкой оптимума. Находим координаты точки оптимума. Приравниваем уравнения 1 и 3.

$$3 = 4 - 4/7x$$

$$x = 1,75$$

$$y = 3$$

Координаты точки С (1,75; 3).

Находим значение целевой функции точки оптимума.

$$F(C) = 12000 * 1,75 + 13000 * 3 = 60\ 000$$

Для определения прибыли необходимо вычесть затраты:

$$\Pi_x = 21\ 000 - 120 * 10 * 1,75 - 50 * 8 * 1,75 - 200 * 7 * 1,75 - 4000 = 11\ 750$$

$$\Pi_y = 39\ 000 - 6000 * 1 * 3 - 50 * 14 * 3 - 200 * 8 * 3 - 2700 = 14\ 100$$

$$\text{Прибыль} = 11\ 750 + 14\ 100 = 25\ 850$$

Ответ: необходимо выпускать 1,75 единицы первого вида продукции, 3 единицы второго вида продукции, при этом прибыль будет максимальной, и будет равна 25 850 денежных единиц.

Задача 2

Провести анализ результатов стоимости перевозок однородного груза при решении транспортной задачи согласно методам:

- Северо-западного угла;
- Двойного предпочтения;
- Аппроксимации Ролля.

В качестве исходных данных задачи выступают:

Матрица расстояний:

$$D = \begin{bmatrix} 32 & 20 & 34 & 40 & 24 \\ 28 & 18 & 24 & 34 & 21 \\ 26 & 16 & 22 & 32 & 30 \end{bmatrix}$$

Потребности пунктов назначения:

$$b_1 = 200, b_2 = 40, b_3 = 50, b_4 = 110, b_5 = 50$$

Запасы на пунктах отправления:

$$A_1 = 200, a_2 = 150, a_3 = 100$$

Метод северо-западного угла

Запасы поставщиков: $200 + 150 + 100 = 450$ единиц продукции.

Потребность потребителей: $200 + 40 + 50 + 110 + 50 = 450$ единиц продукции.

Суммарные запасы продукции у поставщиков равны суммарной потребности потребителей.

Начинаем заполнять таблицу от левого верхнего угла и постепенно "двигаемся" к правому нижнему.

От северо-запада к юго-востоку.

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	?	20	34	40	24	200
A ₂	28	18	24	34	21	150
A ₃	26	16	22	32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	200 32	20	34	40	24	200 нет
A ₂	? 28	18	24	34	21	150
A ₃	26	16	22	32	30	100
Потребность	200 0	40	50	110	50	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	200 32	0 20	0 34	0 40	0 24	200 нет
A ₂	0 28	? 18	24	34	21	150 150
A ₃	0 26	16	22	32	30	100
Потребность	200 нет	40	50	110	50	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	200 32	0 20	0 34	0 40	0 24	200 нет
A ₂	0 28	40 18	? 24	34	21	150 150 110
A ₃	0 26	0 16	22	32	30	100
Потребность	200 нет	40 нет	50	110	50	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	200 32	0 20	0 34	0 40	0 24	200 нет
A ₂	0 28	40 18	50 24	? 34	21	150 150 110 60
A ₃	0	0	0	32	30	100

	26	16	22			
Потребность	200 нет	40 нет	50 нет	110	50	
Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	200 32	0 20	0 34	0 40	0 24	200 нет
A ₂	0 28	40 18	50 24	60 34	0 21	150 150 110 60 нет
A ₃	0 26	0 16	0 22	? 32	30	100
Потребность	200 нет	40 нет	50 нет	110 50	50	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	200 32	0 20	0 34	0 40	0 24	200 нет
A ₂	0 28	40 18	50 24	60 34	0 21	150 150 110 60 нет
A ₃	0 26	0 16	0 22	50 32	? 30	100 50
Потребность	200 0 нет	40 нет	50 нет	110 50 нет	50	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	200 32	0 20	0 34	0 40	0 24	200 нет
A ₂	0 28	40 18	50 24	60 34	0 21	150 150 110 60 нет
A ₃	0 26	0 16	0 22	50 32	50 30	100 50 нет
Потребность	200 0 нет	40 нет	50 нет	110 50 нет	50 нет	

Стоимость доставки продукции, для начального решения:

$$200 \cdot 32 + 0 \cdot 28 + 40 \cdot 18 + 50 \cdot 24 + 60 \cdot 34 + 50 \cdot 32 + 50 \cdot 30 = 13460 \text{ ден. ед.}$$

Проверим оптимальность решения

Пусть $u_2 = 0$.

$$A_2B_1: v_1 + u_2 = 28 \quad v_1 = 28 - 0 = 28$$

$$A_2B_2: v_2 + u_2 = 18 \quad v_2 = 18 - 0 = 18$$

$$A_2B_3: v_3 + u_2 = 24 \quad v_3 = 24 - 0 = 24$$

$$A_2B_4: v_4 + u_2 = 34 \quad v_4 = 34 - 0 = 34$$

$$A_3B_4: v_4 + u_3 = 32 \quad u_3 = 32 - 34 = -2$$

$$A_3B_5: v_5 + u_3 = 30 \quad v_5 = 30 - (-2) = 32$$

$$A_1B_1: v_1 + u_1 = 32 \quad u_1 = 32 - 28 = 4$$

Поставщик	Потребитель					U
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	200 32	20	34	40	24	u ₁ = 4
A ₂	0 28	40 18	50 24	60 34	21	u ₂ = 0
A ₃	26	16	22	50 32	50 30	u ₃ = -2

V	$v_1 =$ 28	$v_2 =$ 18	$v_3 =$ 24	$v_4 =$ 34	$v_5 =$ 32
---	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

Найдем оценки незадействованных маршрутов (c_{ij} - стоимость доставки). ?

$$A_1B_2 : \Delta_{12} = c_{12} - (u_1 + v_2) = 20 - (4 + 18) = -2$$

$$A_1B_3 : \Delta_{13} = c_{13} - (u_1 + v_3) = 34 - (4 + 24) = 6$$

$$A_1B_4 : \Delta_{14} = c_{14} - (u_1 + v_4) = 40 - (4 + 34) = 2$$

$$A_1B_5 : \Delta_{15} = c_{15} - (u_1 + v_5) = 24 - (4 + 32) = -12$$

$$A_2B_5 : \Delta_{25} = c_{25} - (u_2 + v_5) = 21 - (0 + 32) = -11$$

$$A_3B_1 : \Delta_{31} = c_{31} - (u_3 + v_1) = 26 - (-2 + 28) = 0$$

$$A_3B_2 : \Delta_{32} = c_{32} - (u_3 + v_2) = 16 - (-2 + 18) = 0$$

$$A_3B_3 : \Delta_{33} = c_{33} - (u_3 + v_3) = 22 - (-2 + 24) = 0$$

Есть отрицательные оценки. Следовательно, возможно получить новое решение, как минимум, не хуже имеющегося.

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	200 32	20	34	40	-12 24	200
A ₂	0 28	40 18	50 24	60 34	21	150
A ₃	26	16	22	50 32	50 30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	200 32	20	34	40	-12 24	200
A ₂	0 28	40 18	50 24	60 34	21	150
A ₃	26	16	22	50 32	50 30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Данное преобразование не изменит баланса, а общая стоимость доставки продукции изменится на величину: $24 * 50 - 32 * 50 + 28 * 50 - 34 * 50 + 32 * 50 - 30 * 50 = (24 - 32 + 28 - 34 + 32 - 30) * 50 = -12 * 50$ ден. ед.

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	200 - 50 32	20	34	40	+50 -12 24	200
A ₂	0 + 50 28	40 18	50 24	60 - 50 34	21	150
A ₃	26	16	22	50 + 50 32	50 - 50 30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Получили новое решение

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	150 32	20	34	40	50 24	200
A ₂	50 28	40 18	50 24	10 34	21	150
A ₃	26	16	22	100 32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Общую сумму доставки продукции:

$$S = 13460 + \Delta_{15} * 50 = 13460 - 12 * 50 = 12860 \text{ ден. ед.}$$

Проверим оптимальность решения

Пусть $u_2 = 0$.

$$\begin{aligned} A_2B_1: v_1 + u_2 = 28 \quad v_1 = 28 - 0 = 28 \\ A_2B_2: v_2 + u_2 = 18 \quad v_2 = 18 - 0 = 18 \\ A_2B_3: v_3 + u_2 = 24 \quad v_3 = 24 - 0 = 24 \\ A_2B_4: v_4 + u_2 = 34 \quad v_4 = 34 - 0 = 34 \\ A_3B_4: v_4 + u_3 = 32 \quad u_3 = 32 - 34 = -2 \\ A_1B_1: v_1 + u_1 = 32 \quad u_1 = 32 - 28 = 4 \\ A_1B_5: v_5 + u_1 = 24 \quad v_5 = 24 - 4 = 20 \end{aligned}$$

Поставщик	Потребитель					U
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	150 32	20	34	40	50 24	$u_1 = 4$
A ₂	50 28	40 18	50 24	10 34	21	$u_2 = 0$
A ₃	26	16	22	100 32	30	$u_3 = -2$
V	$v_1 = 28$	$v_2 = 18$	$v_3 = 24$	$v_4 = 34$	$v_5 = 20$	

Найдем оценки недействующих маршрутов

$$\begin{aligned} A_1B_2: \Delta_{12} = c_{12} - (u_1 + v_2) = 20 - (4 + 18) = -2 \\ A_1B_3: \Delta_{13} = c_{13} - (u_1 + v_3) = 34 - (4 + 24) = 6 \\ A_1B_4: \Delta_{14} = c_{14} - (u_1 + v_4) = 40 - (4 + 34) = 2 \\ A_2B_5: \Delta_{25} = c_{25} - (u_2 + v_5) = 21 - (0 + 20) = 1 \\ A_3B_1: \Delta_{31} = c_{31} - (u_3 + v_1) = 26 - (-2 + 28) = 0 \\ A_3B_2: \Delta_{32} = c_{32} - (u_3 + v_2) = 16 - (-2 + 18) = 0 \\ A_3B_3: \Delta_{33} = c_{33} - (u_3 + v_3) = 22 - (-2 + 24) = 0 \\ A_3B_5: \Delta_{35} = c_{35} - (u_3 + v_5) = 30 - (-2 + 20) = 12 \end{aligned}$$

Есть отрицательная оценка. Следовательно, возможно получить новое решение, как минимум, не хуже имеющегося.

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	150 32	-2 20	34	40	50 24	200
A ₂	50 28	40 18	50 24	10 34	21	150
A ₃	26	16	22	100 32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	150 32	-2 20	34	40	50 24	200
A ₂	50 28	40 18	50 24	10 34	21	150
A ₃	26	16	22	100 32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Данное преобразование не изменит баланса, а общая стоимость доставки продукции изменится на величину $20 * 40 - 32 * 40 + 28 * 40 - 18 * 40 = (20 - 32 + 28 - 18) * 40 = -2 * 40$ ден. ед.

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	150 - 40 32	+40 -2 20	34	40	50 24	200
A ₂	50 + 40 28	40 - 40 18	50 24	10 34	21	150
A ₃	26	16	22	100 32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Получили новое решение

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	110 32	40 20	34	40	50 24	200
A ₂	90 28	18	50 24	10 34	21	150
A ₃	26	16	22	100 32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Общая сумма доставки продукции:

$$S = 12860 + \Delta_{12} * 40 = 12860 - 2 * 40 = 12780 \text{ ден. ед.}$$

Проверим оптимальность решения

Пусть $u_1 = 0$.

$$A_1B_1: v_1 + u_1 = 32 \quad v_1 = 32 - 0 = 32$$

$$A_1B_2: v_2 + u_1 = 20 \quad v_2 = 20 - 0 = 20$$

$$A_1B_5: v_5 + u_1 = 24 \quad v_5 = 24 - 0 = 24$$

$$A_2B_1: v_1 + u_2 = 28 \quad u_2 = 28 - 32 = -4$$

$$A_2B_3: v_3 + u_2 = 24 \quad v_3 = 24 - (-4) = 28$$

$$A_2B_4: v_4 + u_2 = 34 \quad v_4 = 34 - (-4) = 38$$

$$A_3B_4: v_4 + u_3 = 32 \quad u_3 = 32 - 38 = -6$$

Поставщик	Потребитель					U
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	110 32	40 20	34	40	50 24	u ₁ = 0
A ₂	90 28	18	50 24	10 34	21	u ₂ = -4
A ₃	26	16	22	100 32	30	u ₃ = -6
V	v ₁ = 32	v ₂ = 20	v ₃ = 28	v ₄ = 38	v ₅ = 24	

Найдем оценки незадействованных маршрутов

$$A_1B_3 : \Delta_{13} = c_{13} - (u_1 + v_3) = 34 - (0 + 28) = 6$$

$$A_1B_4 : \Delta_{14} = c_{14} - (u_1 + v_4) = 40 - (0 + 38) = 2$$

$$A_2B_2 : \Delta_{22} = c_{22} - (u_2 + v_2) = 18 - (-4 + 20) = 2$$

$$A_2B_5 : \Delta_{25} = c_{25} - (u_2 + v_5) = 21 - (-4 + 24) = 1$$

$$A_3B_1 : \Delta_{31} = c_{31} - (u_3 + v_1) = 26 - (-6 + 32) = 0$$

$$A_3B_2 : \Delta_{32} = c_{32} - (u_3 + v_2) = 16 - (-6 + 20) = 2$$

$$A_3B_3 : \Delta_{33} = c_{33} - (u_3 + v_3) = 22 - (-6 + 28) = 0$$

$$A_3B_5 : \Delta_{35} = c_{35} - (u_3 + v_5) = 30 - (-6 + 24) = 12$$

Нет отрицательных оценок. Следовательно, уменьшить общую стоимость доставки продукции невозможно.

Ответ:

$$X_{opt} = \begin{bmatrix} 110 & 40 & 0 & 0 & 50 \\ 90 & 0 & 50 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_{min} = 12780 \text{ ден. ед.}$$

Метод наименьшей стоимости

В первую очередь, задействуем маршруты с наименьшей стоимостью доставки.

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	32	20	34	40	24	200
A ₂	28	18	24	34	21	150
A ₃	26	? 16	22	32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	32	20	34	40	24	200
A ₂	28	18	24	34	? 21	150
A ₃	26	40 16	22	32	30	100 60
Потребность	200	40 нет	50	110	50	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	32	20	34	40	24	200
A ₂	28	18	24	34	50 21	150 100
A ₃	26	40 16	? 22	32	30	100 60
Потребность	200	40 нет	50	110	50 нет	

Поставщик	Потребитель	Запас
-----------	-------------	-------

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	32	20	34	40	24	200
A ₂	28	18	24	34	50 21	150 100
A ₃	? 26	40 16	50 22	32	30	100 60 10
Потребность	200	40 нет	50 нет	110	50 нет	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	32	20	34	40	24	200
A ₂	? 28	18	24	34	50 21	150 100
A ₃	10 26	40 16	50 22	32	30	100 60 10 нет
Потребность	200 190	40 нет	50 нет	110	50 нет	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	? 32	20	34	40	24	200
A ₂	100 28	18	24	34	50 21	150 100 нет
A ₃	10 26	40 16	50 22	32	30	100 60 10 нет
Потребность	200 190 90	40 нет	50 нет	110	50 нет	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	90 32	20	34	? 40	24	200 110
A ₂	100 28	18	24	34	50 21	150 100 нет
A ₃	10 26	40 16	50 22	32	30	100 60 10 нет
Потребность	200 190 90 нет	40 нет	50 нет	110	50 нет	

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	90 32	20	34	110 40	24	200 110 нет
A ₂	100 28	18	24	34	50 21	150 100 нет

A_3	10 26	40 16	50 22	32	30	100 60 10 нет
Потребность	200 190 90 нет	40 нет	50 нет	110 нет	50 нет	

Стоимость доставки продукции, для начального решения:

$$90*32 + 110*40 + 100*28 + 50*21 + 10*26 + 40*16 + 50*22 = 13130 \text{ ден. ед.}$$

Далее также используется метод потенциалов для нахождения оптимума:

Итерация 1:

Поставщик	Потребитель					Запас
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	90 - 50 32	20	34	110 40	+50 -1 24	200
A_2	100 + 50 28	18	24	34	50 - 50 21	150
A_3	10 26	40 16	50 22	32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Получили новое решение:

Поставщик	Потребитель					Запас
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	40 32	20	34	110 40	50 24	200
A_2	150 28	18	24	34	21	150
A_3	10 26	40 16	50 22	32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Стоимость доставки продукции:

$$S = 13130 + \Delta_{15} * 50 = 13130 - 1 * 50 = 13080 \text{ ден. ед.}$$

Найдем оценки незадействованных маршрутов

$$A_1B_2: \Delta_{12} = c_{12} - (u_1 + v_2) = 20 - (0 + 22) = -2$$

$$A_1B_3: \Delta_{13} = c_{13} - (u_1 + v_3) = 34 - (0 + 28) = 6$$

$$A_2B_2: \Delta_{22} = c_{22} - (u_2 + v_2) = 18 - (-4 + 22) = 0$$

$$A_2B_3: \Delta_{23} = c_{23} - (u_2 + v_3) = 24 - (-4 + 28) = 0$$

$$A_2B_4: \Delta_{24} = c_{24} - (u_2 + v_4) = 34 - (-4 + 40) = -2$$

$$A_2B_5: \Delta_{25} = c_{25} - (u_2 + v_5) = 21 - (-4 + 24) = 1$$

$$A_3B_4: \Delta_{34} = c_{34} - (u_3 + v_4) = 32 - (-6 + 40) = -2$$

$$A_3B_5: \Delta_{35} = c_{35} - (u_3 + v_5) = 30 - (-6 + 24) = 12$$

Есть отрицательные оценки – решение неоптимально.

Итерация 2

Поставщик	Потребитель					Запас
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	

A_1	40 + 110 32	20	34	110 - 110 40	50 24	200
A_2	150 - 110 28	18	24	+110 -2 34	21	150
A_3	10 26	40 16	50 22	32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Получили новое решение

Поставщик	Потребитель					Запас
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	150 32	20	34	40	50 24	200
A_2	40 28	18	24	110 34	21	150
A_3	10 26	40 16	50 22	32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Общая сумма доставки продукции:

$$S = 13080 + \Delta_{24} * 110 = 13080 - 2 * 110 = 12860 \text{ ден. ед.}$$

Найдем оценки не задействованных маршрутов

$$A_1B_2 : \Delta_{12} = c_{12} - (u_1 + v_2) = 20 - (6 + 16) = -2$$

$$A_1B_3 : \Delta_{13} = c_{13} - (u_1 + v_3) = 34 - (6 + 22) = 6$$

$$A_1B_4 : \Delta_{14} = c_{14} - (u_1 + v_4) = 40 - (6 + 32) = 2$$

$$A_2B_2 : \Delta_{22} = c_{22} - (u_2 + v_2) = 18 - (2 + 16) = 0$$

$$A_2B_3 : \Delta_{23} = c_{23} - (u_2 + v_3) = 24 - (2 + 22) = 0$$

$$A_2B_5 : \Delta_{25} = c_{25} - (u_2 + v_5) = 21 - (2 + 18) = 1$$

$$A_3B_4 : \Delta_{34} = c_{34} - (u_3 + v_4) = 32 - (0 + 32) = 0$$

$$A_3B_5 : \Delta_{35} = c_{35} - (u_3 + v_5) = 30 - (0 + 18) = 12$$

Есть отрицательная оценка. Следовательно, возможно получить новое решение, как минимум, не хуже имеющегося.

Итерация 3.

Поставщик	Потребитель					Запас
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	150 - 40 32	+40 -2 20	34	40	50 24	200
A_2	40 28	18	24	110 34	21	150
A_3	10 + 40 26	40 - 40 16	50 22	32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Получили новое решение

Поставщик	Потребитель					Запас
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	110 32	40 20	34	40	50 24	200
A ₂	40 28	18	24	110 34	21	150
A ₃	50 26	16	50 22	32	30	100
Потребность	200	40	50	110	50	

Общая сумма доставки продукции:

$$S = 12860 + \Delta_{12} * 40 = 12860 - 2 * 40 = 12780 \text{ ден. ед.}$$

Найдем оценки незадействованных маршрутов:

$$A_1B_3: \Delta_{13} = c_{13} - (u_1 + v_3) = 34 - (0 + 28) = 6$$

$$A_1B_4: \Delta_{14} = c_{14} - (u_1 + v_4) = 40 - (0 + 38) = 2$$

$$A_2B_2: \Delta_{22} = c_{22} - (u_2 + v_2) = 18 - (-4 + 20) = 2$$

$$A_2B_3: \Delta_{23} = c_{23} - (u_2 + v_3) = 24 - (-4 + 28) = 0$$

$$A_2B_5: \Delta_{25} = c_{25} - (u_2 + v_5) = 21 - (-4 + 24) = 1$$

$$A_3B_2: \Delta_{32} = c_{32} - (u_3 + v_2) = 16 - (-6 + 20) = 2$$

$$A_3B_4: \Delta_{34} = c_{34} - (u_3 + v_4) = 32 - (-6 + 38) = 0$$

$$A_3B_5: \Delta_{35} = c_{35} - (u_3 + v_5) = 30 - (-6 + 24) = 12$$

Нет отрицательных оценок – решение оптимально

Ответ:

$$X_{opt} = \begin{bmatrix} 110 & 40 & 0 & 0 & 50 \\ 90 & 0 & 50 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_{min} = 12780 \text{ ден. ед.}$$

Метод аппроксимации Ролля

1. на каждой итерации находим разности между двумя наименьшими тарифами во всех строках и столбцах, записывая их в дополнительные столбец и строку таблицы;
2. находим максимальную разность и заполняют клетку с минимальной стоимостью в строке (столбце), которой соответствует данная разность.

Сведем все в одну таблицу.

Поставщик	Потребитель					Запас	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅						
A ₁	150 32	20	34	40	50 24	200	4	8	2	8	-
A ₂	40 28	18	24	110 34	21	150	3	3	4	6	6

A_3	10 26	40 16	50 22	32	30	100	6	4	4	6	6
Потребность	200	40	50	110	50						
d_1	2	2	2	2	3						
d_2	2	-	2	2	3						
d_3	2	-	2	2	-						
d_4	2	-	-	2	-						
d_5	2	-	-	2	-						

Значение целевой функции опорного плана равно:

$$S = 32 \cdot 150 + 24 \cdot 50 + 28 \cdot 40 + 34 \cdot 110 + 26 \cdot 10 + 16 \cdot 40 + 22 \cdot 50 = 12860$$