

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЕГАЗОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт геологии и нефтегазодобычи

Кафедра автоматизации и вычислительной
техники

ПРОВЕРКА ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Методические указания для лабораторных занятий
по дисциплине «Моделирование систем»
для студентов, обучающихся по направлению 220700.62
«Автоматизация технологических процессов и производств»

Составитель *Ю.А. Ведерникова*

Тюмень

ТюмГНГУ
2012

УДК 681.5.017

Проверка выборочного распределения: метод. указ. для студентов, обучающихся по напр. 220700.62 «Автоматизация технологических процессов и производств» / сост. Ю.А. Ведерникова; Тюменский государственный нефтегазовый университет.– 2-е изд., испр.– Тюмень: Издательский центр БИК ТюмГНГУ 2012.– 32 с.

Методические указания для лабораторных занятий рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры автоматизации и вычислительной техники
« ____ » _____ 2012 года, протокол № ____.

Аннотация

Методические указания и индивидуальные задания к лабораторной работе «Проверка выборочного распределения» по дисциплине «Моделирование систем» предназначены для студентов, обучающихся по направлению 220700.62 «Автоматизация технологических процессов и производств».

Лабораторная работа посвящена изучению методов обработки данных, полученных в результате научных или производственных экспериментов, путем расчета основных статистических характеристик случайных процессов и проверки выборочного распределения в среде MATLAB. Приведены варианты индивидуальных заданий.

СОДЕРЖАНИЕ

- [1. ГЕНЕРАЛЬНАЯ СОВОКУПНОСТЬ И ВЫБОРКА](#)
 - [2. ГАУССОВЫ ПРОЦЕССЫ](#)
 - [2.1. Плотность вероятности](#)
 - [2.2. Основные статистические характеристики](#)
 - [3. ПРОВЕРКА ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.](#)
 - [3.1. Гистограмма](#)
 - [3.2. Критерии согласия.](#)
 - [3.2.1. Критерий Пирсона.](#)
 - [3.2.2. Критерий Колмогорова.](#)
 - [3.3. Метод непараметрической статистики](#)
 - [4. ЗАДАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ](#)
 - [5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ](#)
 - [6. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА](#)
- [ПРИЛОЖЕНИЕ А](#)
[ПРИЛОЖЕНИЕ Б](#)
[ПРИЛОЖЕНИЕ В](#)
[ПРИЛОЖЕНИЕ Г](#)
[ПРИЛОЖЕНИЕ Д](#)
[ПРИЛОЖЕНИЕ Е](#)
[ПРИЛОЖЕНИЕ Ж](#)
[ПРИЛОЖЕНИЕ И](#)

Цель работы: Изучение методов обработки данных, полученных в результате научных или производственных экспериментов, путем расчета основных статистических характеристик случайных процессов и проверки выборочного распределения в среде MATLAB.

ГЕНЕРАЛЬНАЯ СОВОКУПНОСТЬ И ВЫБОРКА

На практике исследователь всегда располагает лишь ограниченным числом значений случайной величины, представляющим собой некоторую *выборку* из генеральной совокупности. Под *генеральной совокупностью* понимают все допустимые значения случайной величины. При анализе какой-либо технологической случайной величины, непрерывно изменяющейся во времени (например, температура, давление, расход и т.п.), под наблюдаемыми значениями случайной величины понимают значения технологического параметра в дискретные моменты времени, разделенные таким интервалом, при котором соседние значения можно считать полученными из независимых опытов.

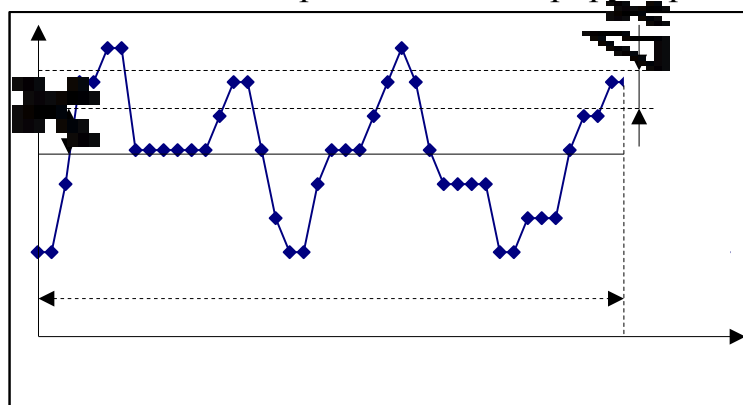
Выборка называется репрезентативной (представительной), если она дает достаточное представление о генеральной совокупности. Если о генеральной совокупности ничего не известно, единственной гарантией репрезентативности может служить случайный отбор значений.

Из случайного характера выборок немедленно вытекает, что любое суждение о генеральной совокупности по выборке само случайно. Предположим, что в результате эксперимента получена выборка x_1, x_2, \dots, x_n значений случайной величины X .

ГАУССОВЫ ПРОЦЕССЫ

Плотность вероятности

Метод статистического анализа процесса иллюстрирует рис. 1.

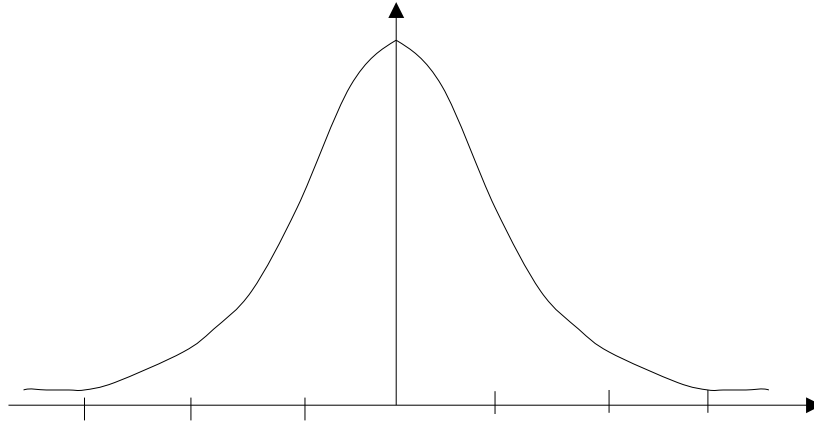


Вероятность того, что значения случайного процесса попадают в интервал, ограниченный значениями x и $x+\Delta x$, после деления на ширину этого интервала Δx называется плотность вероятности $p(x)$. Если обозначить $P(x)$ вероятность того, что значения исследуемого случайного процесса

меньше значения x , то плотность вероятности $p(x)$ можно записать в виде выражения:

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x + \Delta x) - P(x)}{\Delta x}$$

Гауссовы процессы служат моделью большинства встречающихся на практике случайных процессов и имеют нормальное распределение вероятностей. Присущая им функция плотности вероятности в графическом представлении имеет вид показанной на рисунке 2.

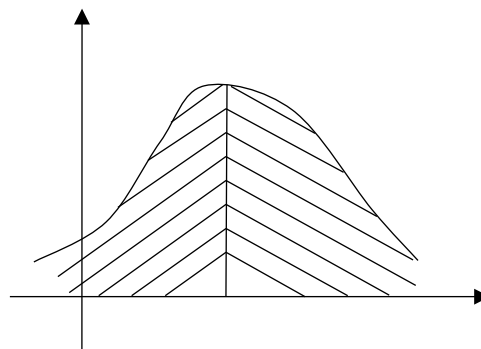


Плотность вероятности, соответствующая Гауссовому (нормальному) закону распределения, имеет вид:

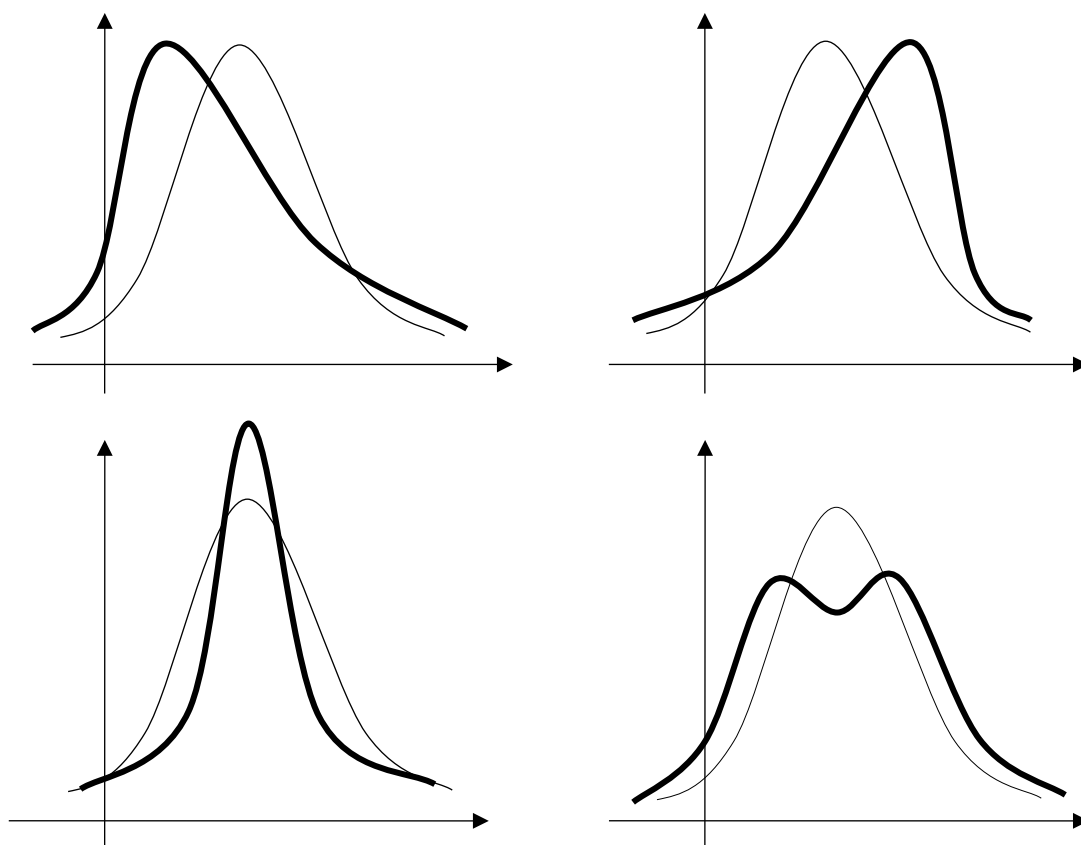
$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

Основные статистические характеристики

1. *Среднее выборочное значение* \bar{x} вычисляется как сумма всех значений, деленная на их число.
2. *Медиана* m представляет собой значение, которое делит выборку пополам: число выборочных значений, меньших m , равно числу выборочных значений, больших m . При симметричном распределении значений переменной выборочное среднее обычно близко к значению медианы.



3. *Среднеквадратичное или стандартное отклонение* показывает насколько сильно выборочные значения разбросаны относительно среднего.
4. *Дисперсия* представляет собой квадрат стандартного отклонения.
5. *Показатели асимметрии и эксцесса* характеризуют степень несимметричности выборочного распределения относительно среднего значения и степень выраженности его центрального пика. Для нормального закона распределения эти показатели имеют следующие значения: асимметрия=0, эксцесс=3.



ПРОВЕРКА ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.

Гипотезу о нормальности изучаемого распределения в математической статистике называют основной гипотезой.

Проверка основной гипотезы может быть проведена несколькими способами, которые дополняют друг друга:

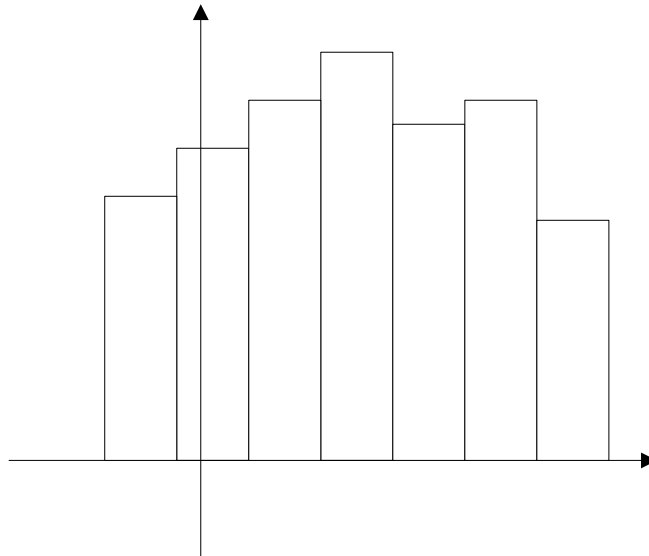
- глазомерный метод в качестве предварительной субъективной оценки может быть осуществлен по рисунку гистограммы выборочного распределения с наложенной кривой плотности вероятности нормального распределения;
- проверка основной гипотезы по критериям согласия;
- проверка соответствия закона распределения с помощью методов непараметрической статистики.

Гистограмма

Гистограмма является общеупотребительной формой представления выборочного распределения. Для её построения диапазон изменения выборочных значений разбивают на k равных интервалов. Число интервалов k берут обычно в зависимости от объема выборки в пределах от 8 до 20. Число интервалов можно определить по полуэмпирической формуле:

$$k = 1 + 3,2 * \lg n \quad (1)$$

Затем подсчитывают число значений, попадающих в каждый интервал. При графическом представлении гистограммы (рисунок 5) на каждом интервале строится прямоугольник, высота которого пропорциональна числу выборочных значений в интервале.



Если устремить объем выборки и число интервалов к бесконечности, то гистограмма будет приближаться к кривой плотности вероятности распределения значений исследуемой случайной величины.

Для расчета статистических характеристик и построения гистограммы в MATLAB имеются стандартные функции, описание которых приведено в таблице 1.

Таблица 1 – Функции MATLAB для расчета статистических характеристик и построения гистограммы

Функция	Значение
mean	Математическое ожидание
var	Дисперсия
std	среднеквадратичное отклонение
skewness	Асимметрия
kurtosis	Экцесс
hist	построение гистограммы.

Пример М-файла для вычисления основных статистических характеристик выборки, сохраненной в векторе $x1$, и построения гистограммы приведен в приложении А.

Критерии согласия.

Проверка статистических гипотез

Под статистическими гипотезами понимают некоторые предположения относительно распределений генеральной совокупности той или иной случайной величины. Проверка гипотез осуществляется при помощи критериев значимости (критериев согласия), предусматривающих сопоставление некоторых статистических показателей, вычисляемых по выборке, со значениями этих показателей, определенными в предположении, что проверяемая гипотеза верна. При проверке гипотез подвергается испытанию H_0 -гипотеза в сравнении с альтернативной гипотезой \bar{H} , которая формулируется или подразумевается. Альтернативных гипотез может быть несколько.

Чтобы принять или отвергнуть гипотезу задаются уровнем значимости q . Наиболее употребительны уровни значимости 0,05; 0,02; 0,01; 0,1; 0,001. Уровню значимости соответствует вероятность $p = 1 - q$. По этой вероятности, используя гипотезу о распределении оценки θ^* , находят квантильные доверительные границы, как правило, симметричные $\theta_{q/2}$ и $\theta_{1-q/2}$. Если найденное по выборке значение θ_0 попадает между $\theta_{q/2}$ и $\theta_{1-q/2}$, H_0 -гипотеза принимается на заданном уровне значимости. Если же найденное значение θ_0 оказывается меньше $\theta_{q/2}$ или больше $\theta_{1-q/2}$, т.е. попадает в критическую область, гипотеза отвергается.

При проверке гипотез можно совершать ошибки двух типов. *Ошибка первого рода* состоит в том, что отвергается гипотеза, которая на самом деле верна. Вероятность такой ошибки не больше принятого уровня значимости. Например, при $q = 0.05$, можно совершить ошибку первого рода в пяти случаях из ста. *Ошибка второго рода* состоит в том, что гипотеза принимается, а на самом деле она не верна. Вероятность ошибки второго рода зависит от характера проверяемой гипотезы, от способов проверки и от многих других причин, что сильно усложняет оценку. Эта вероятность тем меньше, чем выше уровень значимости, так как при этом увеличивается число отвергаемых гипотез.

Одну и ту же статистическую гипотезу можно исследовать при помощи различных критериев значимости.

Критерии согласия применяются для проверки гипотезы о предполагаемом виде закона распределения. Критерии согласия позволяют

определить вероятность того, что при гипотетическом законе распределения наблюдающееся в рассматриваемой выборке отклонение вызывается случайными причинами, а не ошибкой в гипотезе. Если эта вероятность велика, то отклонение от гипотетического закона распределения следует признать случайным и считать, что гипотеза о предполагаемом законе распределения не отвергается.

Вероятностный характер критериев не позволяет однозначно принять или отвергнуть проверяемую гипотезу. Критерий позволяет утверждать, что гипотеза не противоречит опытным данным, если вероятность отклонения от гипотетического закона велика, или что гипотеза не согласуется с опытными данными, если вероятность мала. Чаще всего используется один из двух критериев согласия: критерий Пирсона (χ^2 -критерий) и критерий Колмогорова.

Критерий Колмогорова реагирует на наибольшую разность между распределениями, которая обычно проявляется вблизи максимума функции плотности вероятности, поэтому он плохо предназначен для выявления различий на концах распределений.

Критерий Пирсона достаточно равномерно учитывает различия на всем диапазоне выборочных значений, однако требует большей осторожности применительно к непрерывным распределениям, поскольку результаты существенно зависят от объема выборки и от разбиения выборочного пространства на интервалы.

Критерий Пирсона.

Для применения χ^2 -критерия (хи-квадрат) весь диапазон изменения случайной величины в выборке объема n разбивается на k интервалов (1). Число элементов выборки, попавших в i -й интервал, обозначим через n_i , вероятность попадания случайной величины в i -й интервал – p_i^* .

Результаты расчетов оформляются в виде таблицы

Интервал	Длина интервала	Число точек в интервале	Относительная частота
1	(X_{\min}, X_1)	n_1	p_1^*
2	(X_1, X_2)	n_2	p_2^*
⋮	⋮	⋮	⋮
i	(X_{i-1}, X_i)	n_i	p_i^*
⋮	⋮	⋮	⋮
k	(X_{k-1}, X_{\max})	n_k	p_k^*
Σ		n	1

Построенная гистограмма выборочного распределения или общие соображения о механизме возникновения случайной величины служат основанием для выбора типа закона распределения. Параметры этого закона

могут быть определены из теоретических соображений, или нахождением их оценок по выборке. На основании принятого закона распределения вычисляются вероятности p_i попадания случайной величины X в i -тый интервал. Величина, характеризующая отклонение выборочного распределения от предполагаемого, определяется формулой:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \quad (2)$$

где k - число интервалов; n - объем выборки.

Сумма (2) имеет приближенно χ^2 -распределение с $f=k-c-1$ степенями свободы, где c – число параметров гипотетического закона распределения, определяемых по выборке.

Для нормального распределения $c=2$, если и среднее и дисперсия определяются по данной выборке. Гипотеза о принятом типе закона распределения принимается на данном уровне значимости α , если

$$\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2 \quad (3)$$

, где $\chi_{1-\alpha}^2$ определяется по таблице (Приложение Е) для выбранного уровня значимости и числа степеней свободы f . Если $\chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2$, делается вывод, что гипотеза не согласуется с выборочным распределением.

При использовании χ^2 -критерия желательно, чтобы объем выборки был достаточно велик: $n \geq 50 \div 150$, а количество элементов $n_i \geq 5 \div 8$. Если какое-либо из $n_i < 5$, то два или несколько соседних интервалов должны быть объединены в один. При этом соответственно уменьшается число степеней свободы.

Вероятности p_i попадания значений случайной величины в i -тый интервал для нормального закона распределения можно определить по формуле:

$$P(a \leq X \leq b) = \Phi\left(\frac{b - \bar{x}}{s}\right) - \Phi\left(\frac{a - \bar{x}}{s}\right) \quad (4)$$

где Φ – функция Лапласа.

При подсчете теоретических вероятностей p_i нужно считать, что крайний левый интервал простирается $-\infty$ до , а крайний правый до $+\infty$.

Пример М-файла, позволяющего при помощи MATLAB проверить выборку на соответствие нормальному закону распределения по критерию Пирсона, **приведен в приложении Б.**

Критерий Колмогорова.

Для применения критерия согласия Колмогорова необходимо определить наибольшее абсолютное отклонение выборочной функции распределения $F_n(x)$ от генеральной $F(x)$:

$$D = \max |Fn(x) - F(x)| \quad (5)$$

Затем вычисляется величина λ :

$$\lambda = \sqrt{n} D. \quad (6)$$

Квантили λ_{n-1} распределения Колмогорова приведены в приложении Г.

Если вычисленное значение λ меньше табличного λ_{1-p} , то гипотеза о совпадении теоретического закона распределения $F(x)$ с выборочным $F_n(x)$ не отвергается. При $\lambda \geq \lambda_{1-p}$ гипотеза отклоняется (или считается сомнительной).

Для нормального распределения функция $F(x)$ определяется по формуле

$$F(x) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x - \bar{x}}{s}\right).$$

В MATLAB проверка по критерию согласия Колмогорова может быть проведена с помощью функции `kstest`. Пример M-файла для проверки выборки на соответствие нормальному закону распределения по критерию Колмогорова **приведен в приложении В**. Этот же программный файл позволяет нарисовать на одном графике выборочную функцию распределения $F_n(x)$ и наиболее подходящую теоретическую $F(x)$.

Метод непараметрической статистики

В случае выборок небольшого объема $n < 20$ для проверки гипотезы о законе распределения можно использовать простые критерии, основанные на сравнении генеральных параметров распределения и их оценок, полученных по выборке. В качестве оцениваемых параметров удобнее всего брать моменты.

Нормальное распределение полностью определяется двумя параметрами – математическим ожиданием m_x и стандартом σ_x . Все остальные моменты нормального распределения выражаются через математическое ожидание и стандарт. Для нормального распределения коэффициент асимметрии определяется по формуле:

$$\gamma_1 = \mu_3 / \sigma_x^2 \quad (7)$$

и $\gamma_1 = 0$, так как $\mu_3 = 0$.

Коэффициент эксцесса, определяемый по формуле:

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3 \quad (8)$$

и тоже равен нулю, так как для нормального распределения

$$\mu_4 = 3\sigma_x^4 \quad (9)$$

Выборочные коэффициенты эксцесса и асимметрии определяются по формулам:

$$y_1^* = \frac{\mu_3^*}{s_x^3} = \frac{1}{ns_x^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 \quad (10)$$

$$y_2^* = \frac{\mu_4^*}{s_x^4} = \frac{1}{ns_x^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 - 3 \quad (11)$$

Распределение этих оценок сложны и мало изучены. Однако известны дисперсии этих величин:

$$D(y_1^*) = \frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}, \quad (12)$$

$$D(y_2^*) = \frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)},$$

где n- объем выборки.

Зная дисперсии $D(y_1^*)$ и $D(y_2^*)$, можно оценить, значимо ли выборочные коэффициенты асимметрии и эксцесса отличаются от нуля. Если

$$|y_1^*| \leq 3\sqrt{D(y_1^*)}, \quad (13)$$

$$|y_2^*| \leq 5\sqrt{D(y_2^*)}, \quad (14)$$

то наблюдаемое распределение можно считать нормальным.

Хотя непараметрическая статистика обладает высокой универсальностью, но применять ее нужно осторожно, т.к. достаточно надежные результаты получаются лишь при очень больших n.

Нормальное распределение является наиболее изученным. Поэтому его стараются использовать и при изучении случайных величин, распределение которых отлично от нормального. Здесь могут быть два основных пути.

Первый путь заключается в переходе от заданной величины к другой, имеющей нормальное распределение, по определенной формуле, которую впоследствии можно будет учесть. Например, при изучении свойств случайной величины может оказаться, что нормальное распределение имеет ее логарифм (такое распределение называется логарифмически нормальным). Тогда вместо случайной величины X следует рассматривать случайную величину $\eta = \lg X$, пересчитав все исходные данные применительно к новой величине. Получив с помощью формул нормального распределения все необходимые результаты для η , затем снова можно вернуться к X.

Другой путь заключается в том, чтобы распределение заданной случайной величины заменить приближенно нормальным (если это возможно). Второй путь особенно часто применяется при обработке экспериментальных данных, где обычно нет возможности установить распределение случайной величины с абсолютной точностью. Например, при обработке небольшого цифрового материала (микростатистика) можно, как правило, всегда пользоваться критерием нормального распределения, т.к. отклонения различных распределений друг от друга практически не заметны на малых выборках.

ЗАДАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

1. Получить числовые данные у преподавателя. Полученные значения являются записями трех реализаций одного процесса (три выборки одной генеральной совокупности).
2. Для каждой выборки:
 - построить график процесса и определить основные статистические характеристики (среднее, максимальное и минимальное значения, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, медиану, коэффициенты асимметрии и эксцесса);
 - построить гистограмму;
 - проверить данные на соответствие нормальному закону распределения по критерию указанному преподавателем.
3. Сделать вывод о соответствии изучаемого процесса нормальному закону распределения.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какая гипотеза в математической статистике называется основной и почему?
2. Нормальный закон распределения.
3. Основные статистические характеристики и их значение.
4. Критерии согласия и их назначение.
5. Критерий Колмогорова и его особенности.
6. Критерий Пирсона и его особенности.
7. Метод непараметрической статистики и особенности его применения.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ахназарова С.Л., Кафаров В.В. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии: Учеб. пособие для вузов. - М.: Высш. школа, 1978. – 319 с.

2. Поршнеv С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. – М.: Горячая линия – Телеком, 2003. – 592 с., ил.
3. Иглин С.П. Математические расчеты на базе MATLAB.-СПб.: БХВ-Петербург, 2005.-640 с.: ил.
4. Дьяконов В.П. MATLAB 6/6.1/6.5+Simulink 4/5 в математике и моделировании. Полное руководство пользователя. М.: СОЛОН-Пресс.-2003-576 с.
5. <http://chemstat.com.ru/node/9/> – Лекции по применению мат статистики.
6. <http://www.statsoft.ru/home/textbook/esc.html> – Элементарные понятия статистики.
7. <http://www.statsoft.ru/home/textbook/> – Электронный учебник по статистике.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Текст М-файла, вычисляющего основные статистические характеристики выборки и строящего гистограмму

```
x=sort(x1(:)); % переформатировали столбец и рассортировали
n=length(x); % количество данных
xmin=x(1); % минимальное значение
xmax=x(n); % максимальное значение
Mx=mean(x); % математическое ожидание
f=n-1; % число степеней свободы
Dx=var(x); % дисперсия
Sx=std(x); % среднеквадратичное отклонение
Ax=skewness(x); % асимметрия
Ex=kurtosis(x)-3; % эксцесс
k=round(n^0.5); % число интервалов для построения
гистограммы
d=(xmax-xmin)/k; % ширина каждого интервала
del=(xmax-xmin)/20; % добавки влево и вправо
xl=xmin-del;
xr=xmax+del; % границы интервала для построения графиков
fprintf('Число интервалов k=%d\n',k)
fprintf('Ширина интервала h=%14.7f\n',d)
[nj,xm]=hist(x,k); % число попаданий и середины интервалов
delta=xm(2)-xm(1); % ширина интервала
clear xfv fv xft ft % очистили массивы для f(x)
xfv=[xm-delta/2;xm+delta/2]; % абсциссы для эмпирической
f(x)
xfv=reshape(xfv,prod(size(xfv)),1); % преобразовали в
столбец
xfv=[xl;xfv(1);xfv;xfv(end);xr]; % добавили крайние
fv=nj/(n*delta); % значения эмпирической f(x) в виде 1
строки
fv=[fv;fv]; % 2 строки
fv=[0;0;reshape(fv,prod(size(fv)),1);0;0]; % + крайние, 1
столбец
xft=linspace(xl,xr,1000)'; % абсциссы для теоретической
f(x)
ft=normpdf(xft,Mx,Sx); % значения для теоретической f(x)
col='bgmk'; % цвета для построения графиков
figure
plot(xfv,fv,'-r', xft,ft)%рисуем
set(get(gcf,'CurrentAxes'),...
'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',12)
title('\bфПлотности распределения')
xlim([xl xr]), ylim([0 1.4*max(fv)]) % границы рисунка по
осям
```



```
xlabel('\itx') % метка оси x  
ylabel('\itf\rm(\itx\rm)') % метка оси y
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Текст М-файла для проверки выборки на соответствие нормальному закону распределения по критерию Пирсона

```
qz=0.05; % выбрали уровень значимости
ResTabl=Tabl(1,1:6); % взяли первую строку
for k1=2:k, % берем остальные строки таблицы
    if ResTabl(end,6)<5, % предыдущее  $n_{pj}<5$  - будем
    суммировать
        ResTabl(end,3)=Tabl(k1,3); % новая правая граница
интервала
        ResTabl(end,4:6)=ResTabl(end,4:6)+Tabl(k1,4:6); %
суммируем
    else % предыдущее  $n_{pj}\geq 5$  - будем дописывать строку
        ResTabl=[ResTabl;Tabl(k1,1:6)]; % дописываем строку
    end
end
if ResTabl(end,6)<5, % последнее  $n_{pj}<5$ 
    ResTabl(end-1,3)=ResTabl(end,3); % новая правая
граница
    ResTabl(end-1,4:6)=ResTabl(end-
1,4:6)+ResTabl(end,4:6);
    ResTabl=ResTabl(1:end-1,:); % отбросили последнюю
строку
end
kn=size(ResTabl,1); % число объединенных интервалов
ResTabl(:,1)=[1:kn]'; % новые номера интервалов
ResTabl(:,7)=(ResTabl(:,4)-ResTabl(:,6)).^2./
ResTabl(:,6);
disp('Сгруппированная сводная таблица результатов')
fprintf(' j          aj          bj')
fprintf('          nj          pj          npj      ')
fprintf(['(nj-npj)^2/npj\n'])
fprintf('%2.0f%12.5f%12.5f%6.0f%12.5f%12.5f%12.5f\n',ResTabl')
hi2=sum(ResTabl(:,7)); % сумма элементов последнего
столбца
fprintf(['Статистика Пирсона chi2=%10.5f\n'],hi2)
fprintf('Задаем уровень значимости q=%5.4f\n',qz)
chi2qz=chi2inv(1-qz,k-2-1); % квантиль
fprintf(['Квантиль chi2-распределения Пирсона '...
'chi2(1-q)=%10.5f\n'],chi2qz)
```

```

if hi2<=chi2qz,
    disp('Распределение подобрано верно, т.к.
chi2<=chi2(1-q)')
else
    disp('Распределение подобрано неверно, т.к.
chi2>chi2(1-q)')
end

```

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Текст М-файла для проверки выборки на соответствие нормальному закону
распределения по критерию Колмогорова

```

pp=0.1; %уровень значимости
fprintf('-----\n')
fprintf(['Уровень значимости = %8.5f\n'],pp);
% критерий Колмогорова
[hkolm,pkolm,kskolm,cvkolm]=...
    kstest(x,[x cdf('norm',x,Mx,Sx)],pp,0);
if (hkolm>0)
    fprintf('Нулевая гипотеза принимается\n')
else
    fprintf('Нулевая гипотеза отклоняется\n')
end
fprintf(['Статистика Колмогорова (лямбда) = %8.5f\n
n'],kskolm);% Статистика Колмогорова
fprintf(['Квантиль распределения Колмогорова = %8.5f\n
n'],cvkolm);% Квантиль распределения Колмогорова
fprintf(['Критический уровень значимости = %8.5f\n
n'],pkolm);% критический уровень значимости
figure
cdfplot(x); % эмпирическая функция распределения
xpl=linspace(xl,xr,500); % для графика F(x)
ypl=cdf('norm',xpl,Mx,Sx);
hold on % для рисования на этом же графике
plot(xpl,ypl,'r'); % дорисовали F(x)
hold off
set(get(gcf,'CurrentAxes'),...
    'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',12)
title('\bfЭмпирическая и теоретическая функции
распределения ')
xlabel('\itx') % метка оси x

```

```
ylabel('\itf\rm(\itx\rm)') % метка оси y
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Г
Квантили распределения Колмогорова

p	λ_{1-p}	p	λ_{1-p}	p	λ_{1-p}
0.99	0.44	0.50	0.83	0.15	1.14
0.90	0.57	0.40	0.89	0.10	1.22
0.80	0.64	0.30	0.97	0.05	1.36
0.70	0.71	0.25	1.02	0.02	1.52
0.60	0.77	0.20	1.07	0.01	1.63

ПРИЛОЖЕНИЕ Д
Значения функции Лапласа

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,23	0,0910	0,46	0,1772	0,69	0,2549
0,01	0,0040	0,24	0,0948	0,47	0,1808	0,70	0,2580
0,02	0,0080	0,25	0,0987	0,48	0,1844	0,71	0,2611
0,03	0,0120	0,26	0,1026	0,49	0,1879	0,72	0,2642
0,04	0,0160	0,27	0,1064	0,50	0,1915	0,73	0,2673
0,05	0,0199	0,28	0,1103	0,51	0,1950	0,74	0,2703
0,06	0,0239	0,29	0,1141	0,52	0,1985	0,75	0,2734
0,07	0,0279	0,30	0,1179	0,53	0,2019	0,76	0,2764
0,08	0,0319	0,31	0,1217	0,54	0,2054	0,77	0,2794
0,09	0,0359	0,32	0,1255	0,55	0,2088	0,78	0,2823
0,10	0,0398	0,33	0,1293	0,56	0,2123	0,79	0,2852
0,11	0,0438	0,34	0,1331	0,57	0,2157	0,80	0,2881
0,12	0,0478	0,35	0,1368	0,58	0,2190	0,81	0,2910
0,13	0,0517	0,36	0,1406	0,59	0,2224	0,82	0,2939
0,14	0,0557	0,37	0,1443	0,60	0,2257	0,83	0,2967
0,15	0,0596	0,38	0,1480	0,61	0,2291	0,84	0,2995
0,16	0,0636	0,39	0,1517	0,62	0,2324	0,85	0,3023
0,17	0,0675	0,40	0,1554	0,63	0,2357	0,86	0,3051
0,18	0,0714	0,41	0,1591	0,64	0,2389	0,87	0,3078
0,19	0,0753	0,42	0,1628	0,65	0,2422	0,88	0,3106
0,20	0,0793	0,43	0,1664	0,66	0,2454	0,89	0,3133
0,21	0,0832	0,44	0,1700	0,67	0,2486	0,90	0,3159
0,22	0,0871	0,45	0,1736	0,68	0,2517	0,91	0,3186
0,92	0,3212	1,33	0,4082	1,74	0,4591	2,30	0,4893
0,93	0,3238	1,34	0,4099	1,75	0,4599	2,32	0,4898
0,94	0,3264	1,35	0,4115	1,76	0,4608	2,34	0,4904
0,95	0,3289	1,36	0,4131	1,77	0,4616	2,36	0,4909
0,96	0,3315	1,37	0,4147	1,78	0,4625	2,38	0,4913
0,97	0,3340	1,38	0,4162	1,79	0,4633	2,40	0,4918
0,98	0,3365	1,39	0,4177	1,80	0,4641	2,42	0,4922
0,99	0,3389	1,40	0,4192	1,81	0,4649	2,44	0,4927
1,00	0,3413	1,41	0,4207	1,82	0,4656	2,46	0,4931
1,01	0,3438	1,42	0,4222	1,83	0,4664	2,48	0,4934
1,02	0,3461	1,43	0,4236	1,84	0,4671	2,50	0,4938
1,03	0,3485	1,44	0,4251	1,85	0,4678	2,52	0,4941
1,04	0,3508	1,45	0,4265	1,86	0,4686	2,54	0,4945
1,05	0,3531	1,46	0,4279	1,87	0,4693	2,56	0,4948
1,06	0,3554	1,47	0,4292	1,88	0,4699	2,58	0,4951
1,07	0,3577	1,48	0,4306	1,89	0,4706	2,60	0,4953
1,08	0,3599	1,49	0,4319	1,90	0,4713	2,62	0,4956
1,09	0,3621	1,50	0,4332	1,91	0,4719	2,64	0,4959
1,10	0,3643	1,51	0,4345	1,92	0,4726	2,66	0,4961
1,11	0,3665	1,52	0,4357	1,93	0,4732	2,68	0,4963

1,12	0,3686	1,53	0,4370	1,94	0,4738	2,70	0,4965
1,13	0,3708	1,54	0,4382	1,95	0,4744	2,72	0,4967
x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
1,14	0,3729	1,55	0,4394	1,96	0,4750	2,74	0,4969
1,15	0,3749	1,56	0,4406	1,97	0,4756	2,76	0,4971
1,16	0,3770	1,57	0,4418	1,98	0,4761	2,78	0,4973
1,17	0,3790	1,58	0,4429	1,99	0,4767	2,80	0,4974
1,18	0,3810	1,59	0,4441	2,00	0,4772	2,82	0,4976
1,19	0,3830	1,60	0,4452	2,02	0,4783	2,84	0,4977
1,20	0,3849	1,61	0,4463	2,04	0,4793	2,86	0,4979
1,21	0,3869	1,62	0,4474	2,06	0,4803	2,88	0,4980
1,22	0,3883	1,63	0,4484	2,08	0,4812	2,90	0,4881
1,23	0,3907	1,64	0,4495	2,10	0,4821	2,92	0,4982
1,24	0,3925	1,65	0,4505	2,12	0,4830	2,94	0,4984
1,25	0,3944	1,66	0,4515	2,14	0,4838	2,96	0,48846
1,26	0,3962	1,67	0,4525	2,16	0,4846	2,98	0,49856
1,27	0,3980	1,68	0,4535	2,18	0,4854	3,00	0,49865
1,28	0,3997	1,69	0,4545	2,20	0,4861	3,20	0,49931
1,29	0,4015	1,70	0,4554	2,22	0,4868	3,40	0,49966
1,30	0,4032	1,71	0,4564	2,24	0,4875	3,60	0,49984
1,31	0,4049	1,72	0,4573	2,26	0,4881	3,80	0,499928
1,32	0,4066	1,73	0,4582	2,28	0,4887	4,00	0,499968
						5,00	0,499997

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Квантили распределения Пирсона

Число степеней свободы, f	Уровни значимости p							
	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30
1	0,00016	0,0006	0,0039	0,016	0,064	0,148	0,455	1,07
2	0,02	0,040	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,41
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,66
4	0,30	0,43	0,71	1,06	1,65	2,19	3,36	4,9
5	0,55	0,75	1,14	1,61	2,34	3,00	4,35	6,1
6	0,87	1,13	1,63	2,20	3,07	3,83	5,35	7,2
7	1,24	1,56	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,4
8	1,65	2,03	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,5
9	2,09	2,53	3,32	4,17	5,38	6,39	8,34	10,7
10	2,56	3,06	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,8
11	3,1	3,6	4,6	5,6	7,0	8,1	10,3	12,9
12	3,6	4,2	5,2	6,3	7,8	9,0	11,3	14,0
13	4,1	4,8	5,9	7,0	8,6	9,9	12,3	15,1

14	4,7	5,4	6,6	7,8	9,5	10,8	13,3	16,2
15	5,2	6,0	7,3	8,5	10,3	11,7	14,3	17,3
16	5,8	6,6	8,0	9,3	11,2	12,6	15,3	18,4
17	6,4	7,3	8,7	10,1	12,0	13,5	16,3	19,5
18	7,0	7,9	9,4	10,9	12,9	14,4	17,3	20,6
19	7,6	8,6	10,1	11,7	13,7	15,4	18,3	21,7
20	8,3	9,2	10,9	12,4	14,6	16,3	19,3	22,8
21	8,9	9,9	11,6	13,2	15,4	17,2	20,3	23,9
22	9,5	10,6	12,3	14,0	16,3	18,1	21,3	24,9
23	10,2	11,3	13,1	14,8	17,2	19,0	22,3	26,0
24	10,9	12,0	13,8	15,7	18,1	19,9	23,3	27,1
25	11,5	12,7	14,6	16,5	18,9	20,9	24,3	28,2
26	12,2	13,4	15,4	17,3	19,8	21,8	25,3	29,3
27	12,9	14,1	16,2	18,1	20,7	22,7	26,3	30,3
28	13,6	14,8	16,9	18,9	21,6	23,6	27,3	31,4
29	14,3	15,6	17,7	19,8	22,4	24,6	28,3	32,5
30	15,0	16,3	18,5	20,6	23,4	25,5	29,3	33,5

Число степеней свободы, f	Уровни значимости p							
	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
1	1,64	2,7	3,8	5,4	6,6	7,9	9,5	10,8
2	3,22	4,6	6,0	7,8	9,2	10,6	12,4	13,8
3	4,64	6,3	7,8	9,8	11,3	12,8	14,8	16,3
4	6,0	7,8	9,5	11,7	13,3	14,9	16,9	18,5
5	7,3	9,2	11,1	13,4	15,1	16,3	18,9	20,5
6	8,6	10,6	12,6	15,0	16,8	18,6	20,7	22,5
7	9,8	12,0	14,1	16,6	18,5	20,3	22,6	24,3
8	11,0	13,4	15,5	18,2	20,1	21,9	24,3	26,1
9	12,2	14,7	16,9	19,7	21,7	23,6	26,1	27,9
10	13,4	16,0	18,3	21,2	23,2	25,2	27,7	29,6
11	14,6	17,3	19,7	22,6	24,7	26,8	29,4	31,3
12	15,8	18,5	21,0	24,1	26,2	28,3	31	32,9
13	17,0	19,8	22,4	25,5	27,7	29,8	32,5	34,5
14	18,2	21,1	23,7	26,9	29,1	31,3	34	36,1
15	19,3	22,3	25,0	28,3	30,6	32,8	35,5	37,7
16	20,5	23,5	26,3	29,6	32,0	34,3	37	39,2
17	21,6	24,8	27,6	31,0	33,4	35,7	38,5	40,8
18	22,8	26,0	28,9	32,3	34,8	37,2	40	42,3
19	23,9	27,2	30,1	33,7	36,2	38,6	41,5	43,8
20	25,0	28,4	31,4	35,0	37,6	40,0	43	45,3
21	26,2	29,6	32,7	36,3	38,9	41,4	44,5	46,8
22	27,3	30,8	33,9	37,7	40,3	42,8	46	48,3
23	28,4	32,0	35,2	39,0	41,6	44,2	47,5	49,7
24	29,6	33,2	36,4	40,3	43,0	45,6	48,5	51,2

25	30,7	34,4	37,7	41,6	44,3	46,9	50	52,6
26	31,8	35,6	38,9	42,9	45,6	48,3	51,5	54,1
27	32,9	36,7	40,1	44,1	47,0	49,6	53	55,5
28	34,0	37,9	41,3	45,4	48,3	51,0	54,5	56,9
29	35,1	39,1	42,6	46,7	49,6	52,3	56	58,3
30	36,3	40,3	43,8	48,0	50,9	53,7	57,5	59,7

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

$$Z_u = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{u^2}{2}}$$

Значение функции

u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,3938	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	265
0,9	2661	2637	3613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	100	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2	0540	0529	0519	0508	0498	0478	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0395	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034

ПРИЛОЖЕНИЕ И

Вар № 1			Вар. № 2		
55	57	55	57	53	53
55	55	54	56	54	54
56	55	55	56	56	56
57	54	57	54	60	60
57	54	58	53	61	61
55	55	59	51	59	59
53	56	59	50	56	56
52	56	57	51	53	53
52	54	55	51	53	53
54	52	54	52	56	56
55	51	54	52	58	58
55	51	56	50	60	60
55	53	57	51	59	59
56	54	57	53	59	59
57	54	57	54	60	60
58	54	58	54	62	62
57	55	59	53	61	61
55	56	60	51	59	59
54	57	59	52	56	56
54	56	57	53	55	55
54	54	56	52	56	56
54	53	56	51	57	57
52	53	56	49	55	55
52	53	56	49	55	55
54	53	54	53	55	55
57	51	54	54	60	60
57	51	56	52	62	62
58	53	59	52	64	64
58	56	59	55	61	61
55	56	60	51	59	59
55	57	60	52	58	58
55	57	57	55	55	55
55	54	57	52	58	58
52	54	57	49	55	55
52	54	57	49	55	55
53	54	54	53	53	53
53	51	54	50	56	56
53	51	55	49	57	57
55	52	55	52	58	58
56	52	55	53	59	59
56	52	57	51	61	61
57	54	58	53	61	61
57	55	58	54	60	60
55	55	59	51	59	59
55	56	59	52	58	58
55	56	57	54	56	56
55	54	57	52	58	58
53	54	57	50	56	56
52	54	57	49	55	55
52	54	55	51	53	53

ПРОДОЛЖЕНИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ И

Вар. № 3	Вар. № 4
----------	----------

51	53	51		53	57	52
51	51	50		56	56	54
52	51	51		58	54	57
53	50	53		60	51	61
53	50	54		58	51	63
51	51	55		53	52	63
49	52	55		49	53	60
48	52	53		48	53	56
48	50	51		52	51	55
50	48	50		57	49	56
51	47	50		59	48	59
51	47	52		59	48	60
51	49	53		58	50	61
52	50	53		59	51	60
53	50	53		61	51	61
54	50	54		61	51	63
53	51	55		57	52	64
51	52	56		53	53	63
50	53	55		51	54	59
50	52	53		52	53	57
50	50	52		54	51	58
50	49	52		53	50	59
48	49	52		51	50	59
48	49	52		53	50	58
50	49	50		58	50	55
53	47	50		63	48	59
53	47	52		64	48	64
54	49	55		63	50	65
54	52	55		57	53	63
51	52	56		54	53	64
51	53	56		53	54	60
51	53	53		53	54	57
51	50	53		53	51	60
48	50	53		50	51	60
48	50	53		51	51	57
49	50	50		52	51	54
49	47	50		55	48	58
49	47	51		57	48	59
51	48	51		59	49	58
52	48	51		60	49	60
52	48	53		61	49	63
53	50	54		60	51	62
53	51	54		57	52	62
51	51	55		55	52	63
51	52	55		54	53	60
51	52	53		54	53	58
51	50	53		54	51	60
49	50	53		51	51	60
48	50	53		50	51	58
48	50	51		50	51	56

ПРОДОЛЖЕНИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ И

Вар. № 5			Вар. № 6		
66	66,5	68	125	107	131
67	66,5	67	125	107	131
68,5	65,5	67	125	119	119

68,5	65,5	68		140	122	104
69	66,5	69,5		146	116	110
69	68	69,5		152	116	122
67,5	68	70		143	125	131
67,5	68,5	70		137	113	143
67,5	68,5	68,5		134	116	146
67,5	67	68,5		125	125	137
66	67	68,5		134	116	128
66	67	68,5		119	131	131
66,5	67	67		122	128	122
66,5	65,5	67		128	128	122
66,5	65,5	67,5		140	122	122
67,5	66	67,5		143	119	125
68	66	67,5		137	113	137
68	66	68,5		128	110	146
68,5	67	69		119	113	143
68,5	67,5	69		119	113	131
67,5	67,5	69,5		128	116	116
67,5	68	69,5		134	116	110
67,5	68	68,5		140	110	116
67,5	67	68,5		137	113	125
66,5	67	68,5		137	119	125
66	67	68,5		140	122	122
66	67	67,5		146	122	122
67,5	68,5	67,5		143	119	131
67,5	67,5	67		137	113	141
68	67,5	67,5		128	116	146
68,5	67	68,5		125	119	137
68,5	67	69		128	116	128
67,5	67,5	69,5		131	113	125
66,5	68	69,5		125	107	137
66	68	68,5		125	107	137
66	67	67,5		119	119	125
67	66	67		128	110	116
67,5	65,5	67		131	107	119
67,5	65,5	68		134	116	116
67,5	66,5	68,5		137	119	113
68	67	68,5		143	113	119
68,5	67	68,5		143	119	125
69	67	69		140	122	128
68,5	67,5	69,5		137	113	137
67,5	68	70		134	116	140
67	68,5	69,5		128	122	134
67	68	68,5		134	116	128
67	67	68		128	110	134
67	66,5	68		125	107	137
66	66,5	68		119	113	131

ПРОДОЛЖЕНИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ И

Вар. № 7			Вар. № 8		
63	64,5	69	54,7	55,3	57,3
66	64,5	66	54,7	55,3	57,3
70,5	61,5	66	56	55,3	56
70,5	61,5	69	58	54	56
72	64,5	73,5	58	54	57,3
72	69	73,5	58,7	55,3	59,3
67,5	69	75	58,7	57,3	59,3
67,5	70,5	75	56,7	57,3	60
67,5	70,5	70,5	56,7	58	60
67,5	66	70,5	56,7	58	58
63	66	70,5	56,7	56	58
63	66	70,5	56,7	58	56,7
64,5	66	66	56,7	56,7	56
64,5	61,5	66	57,3	56,7	56,7
64,5	61,5	67,5	58	56	58
67,5	63	67,5	58	56	58,7
69	63	67,5	56,7	56,7	59,3
69	63	70,5	55,3	57,3	59,3
70,5	66	72	54,7	57,3	58
70,5	67,5	72	54,7	56	56,7
67,5	67,5	73,5	56	54,7	56
67,5	69	73,5	56,7	54	56
67,5	69	70,5	56,7	54	57,3
67,5	66	70,5	56,7	55,3	58
64,5	66	70,5	57,3	56	58
63	66	70,5	58	56	58
63	66	67,5	58,7	56	58,7
67,5	70,5	67,5	58	56,7	59,3
67,5	67,5	66	56,7	57,3	60
69	67,5	67,5	56	58	59,3
70,5	66	70,5	56	57,3	58
70,5	66	72	56	56	57,3
67,5	67,5	73,5	56	55,3	57,3
64,5	69	73,5	54,7	56	58
63	69	70,5	54,7	56	58
63	66	67,5	55,3	56	56
66	63	66	55,3	54	56
67,5	61,5	66	55,3	54	56,7
67,5	61,5	69	56,7	54,7	56,7
67,5	64,5	70,5	57,3	54,7	56,7
69	66	70,5	57,3	54,7	58
70,5	66	70,5	58	56	58,7
72	66	72	58	56,7	58,7
70,5	67,5	73,5	56,7	56,7	59,3
67,5	69	75	56,7	57,3	59,3
66	70,5	73,5	56,7	57,3	58
66	69	70,5	56,7	56	58
66	66	69	55,3	56	58
66	64,5	69	54,7	56	58
63	64,5	69	54,7	56	56,7

ПРОДОЛЖЕНИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ И

Вар № 9			Вар. № 10		
26	26,5	28	60,5	61	60

26	26,5	28		60,5	60,8	60
27	26,5	27		60,5	60,5	60
28,5	25,5	27		60,3	60,5	60,3
28,5	25,5	28		60,2	60,4	60,4
29	26,5	29,5		60	60,5	60,5
29	28	29,5		60,1	60,4	60,6
27,5	28	30		60	60,3	60,5
27,5	28,5	30		60	60,7	60,5
27,5	28,5	28,5		60	61	60,8
27,5	27	28,5		59,7	60,9	60,7
27,5	28,5	27,5		59,9	61,1	60,6
27,5	27,5	27		60,3	61	60,5
28	27,5	27,5		60,7	61	60,2
28,5	27	28,5		60,9	61,2	60,2
28,5	27	29		61	61,2	60
27,5	27,5	29,5		61	61,3	60
26,5	28	29,5		61,1	61,3	60,8
26	28	28,5		61	61	60,7
26	27	27,5		60,9	60,4	60,7
27	26	27		61	60,5	60,7
27,5	25,5	27		60,7	60,5	60,7
27,5	25,5	28		60,5	60,5	60,7
27,5	26,5	28,5		60,6	60,3	60,8
28	27	28,5		60,6	60,1	60,9
28,5	27	28,5		60,5	60	60,8
29	27	29		60,3	60	61
28,5	27,5	29,5		60	60	61
27,5	28	30		60,3	60	60,8
27	28,5	29,5		60,2	60	60,7
27	28	28,5		60	60,5	60,7
27	27	28		60	60,5	60,8
27	26,5	28		60,1	60,6	60,6
26	27	28,5		60,3	61,1	60,3
26	27	28,5		60,7	61	60,5
26,5	27	27		60,7	61	60,5
26,5	25,5	27		60,8	61,3	60,5
26,5	25,5	27,5		61,1	61,3	60,6
27,5	26	27,5		61,5	61	60,5
28	26	27,5		61,4	60,9	60,1
28	26	28,5		61,4	60,9	60,2
28,5	27	29		61,2	60,7	60
28,5	27,5	29		61	60,7	60
27,5	27,5	29,5		61,1	60,6	60,1
27,5	28	29,5		60,8	60,5	60,3
27,5	28	28,5		60,7	60,5	60,2
27,5	27	28,5		60,2	60,5	60,7
26,5	27	28,5		60,3	60,5	60,8
26	27	28,5		60,3	60,1	60,8
26	27	27,5		60,3	61	60,5

ПРОДОЛЖЕНИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ И

Вар № 11			Вар № 12		
59,8	60,2	59,4	54,9	55,1	54,6
59,8	60	59,4	54,9	55	54,6
59,8	59,8	59,4	54,8	54,8	54,6
59,6	59,8	59,6	54,7	54,9	54,7
59,5	59,7	59,7	54,7	54,8	54,8
59,4	59,8	59,8	54,6	54,9	54,9
59,5	59,7	59,9	54,6	54,8	54,9
59,4	59,6	59,8	54,6	54,7	54,9
59,4	60	59,8	54,6	55	54,8
59,4	60,2	60	54,6	55,2	55
59,1	60,1	59,9	54,4	55,1	55
59,3	60,3	59,9	54,5	55,2	54,9
59,6	60,2	59,8	54,7	55,1	54,9
60	60,2	59,6	55	55,1	54,7
60,1	60,3	59,5	55,1	55,2	54,7
60,2	60,4	59,4	55,1	55,3	54,5
60,2	60,4	59,4	55,1	55,3	54,6
60,2	60,4	60	55,2	55,3	55
60,2	60,2	60	55,1	55,1	55
60,1	59,7	59,9	55,1	54,8	55
60,2	59,8	60	55,1	54,8	55
60	59,8	60	55	54,8	55
59,8	59,8	60	54,8	54,8	55
59,8	59,6	60	54,9	54,7	55
59,9	59,5	60,1	54,9	54,6	55,1
59,8	59,4	60	54,9	54,6	55
59,6	59,4	60,2	54,7	54,6	55,1
59,4	59,4	60,2	54,6	54,6	55,1
59,6	59,4	60	54,7	54,6	55
59,6	59,4	60	54,7	54,6	55
59,4	59,8	60	54,6	54,8	55
59,4	59,8	60	54,6	54,9	55
59,4	59,8	59,8	54,6	54,9	54,9
59,6	60,2	59,6	54,7	55,2	54,7
60	60,2	59,8	55	55,1	54,8
60	60,2	59,8	55	55,1	54,8
60	60,4	59,8	55	55,3	54,9
60,2	60,4	59,8	55,2	55,3	54,9
60,6	60,2	59,8	55,4	55,1	54,9
60,5	60,1	59,5	55,4	55,1	54,6
60,5	60,1	59,5	55,4	55,1	54,7
60,4	60	59,4	55,3	55	54,5
60,2	60	59,4	55,1	55	54,6
60,3	59,9	59,5	55,2	54,9	54,6
60	59,8	59,6	55	54,9	54,7
60	59,8	59,6	55	54,8	54,7
59,6	59,8	60	54,7	54,8	55
59,6	59,8	60	54,7	54,9	55
59,6	60,2	60	54,7	55,2	55
59,6	60,2	59,8	54,7	55,2	54,9

ПРОДОЛЖЕНИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ И

Вар. № 13			Вар № 14		
60,5	61	60	55,2	55,3	54,9

60,5	60,8	60
60,5	60,5	60
60,3	60,5	60,3
60,2	60,4	60,4
60	60,5	60,5
60,1	60,4	60,6
60	60,3	60,5
60	60,7	60,5
60	61	60,8
59,7	60,9	60,7
59,9	61,1	60,6
60,3	61	60,5
60,7	61	60,2
60,9	61,2	60,2
61	61,2	60
61	61,3	60
61,1	61,3	60,8
61	61	60,7
60,9	60,4	60,7
61	60,5	60,7
60,7	60,5	60,7
60,5	60,5	60,7
60,6	60,3	60,8
60,6	60,1	60,9
60,5	60	60,8
60,3	60	61
60	60	61
60,3	60	60,8
60,2	60	60,7
60	60,5	60,7
60	60,5	60,8
60,1	60,6	60,6
60,3	61,1	60,3
60,7	61	60,5
60,7	61	60,5
60,8	61,3	60,5
61,1	61,3	60,6
61,5	61	60,5
61,4	60,9	60,1
61,4	60,9	60,2
61,2	60,7	60
61	60,7	60
61,1	60,6	60,1
60,8	60,5	60,3
60,7	60,5	60,2
60,2	60,5	60,7
60,3	60,5	60,8
60,3	60,1	60,8
60,3	61	60,5

55,2	55,3	54,9
55,1	55,1	54,9
55,0	55,2	55,0
55,0	55,1	55,1
54,9	55,2	55,2
54,9	55,1	55,2
54,9	55,0	55,2
54,9	55,3	55,1
54,9	55,4	55,3
54,7	55,3	55,3
54,8	55,4	55,2
55,0	55,3	55,2
55,3	55,3	55,0
55,3	55,4	55,0
55,3	55,5	54,8
55,3	55,5	54,9
55,4	55,5	55,3
55,3	55,3	55,3
55,3	55,1	55,3
55,3	55,1	55,3
55,3	55,1	55,3
55,1	55,1	55,3
55,2	55,0	55,3
55,2	54,9	55,3
55,2	54,9	55,3
55,0	54,9	55,3
54,9	54,9	55,3
55,0	54,9	55,3
55,0	54,9	55,3
54,9	55,1	55,3
54,9	55,2	55,3
54,9	55,2	55,2
55,0	55,4	55,0
55,3	55,3	55,1
55,3	55,3	55,1
55,3	55,5	55,2
55,4	55,5	55,2
55,6	55,3	55,2
55,6	55,3	54,9
55,6	55,3	55,0
55,5	55,3	54,8
55,3	55,3	54,9
55,4	55,2	54,9
55,3	55,2	55,0
55,3	55,1	55,0
55,0	55,1	55,3
55,0	55,2	55,3
55,0	55,4	55,3
55,0	55,4	55,2

Учебное издание

ПРОВЕРКА ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Методические указания для лабораторных занятий

Составитель
ВЕДЕРНИКОВА Юлия Александровна

Редактор *В.К. Бородина*

Компьютерная верстка *Т.И. Роцин*

Подписано в печать 17.02.2012. Формат 60x90 1/16. Усл. печ. л. 1,25.
Тираж 30 экз. Заказ № 64.

Библиотечно-издательский комплекс
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего профессионального образования
«Тюменский государственный нефтегазовый университет».
625000, Тюмень, ул. Володарского, 38.

Типография библиотечно-издательского комплекса.
625039, Тюмень, ул. Киевская, 52.

