

Минобрнауки России

Юго-Западный государственный университет

Кафедра космического приборостроения и систем связи

Отчёт по выполнению лабораторной работы №7
по курсу «Основы теории информации и кодирования»
на тему «Построение кода Хэмминга для обнаружения и
исправления одиночных ошибок»

Выполнил:

студент группы ИТ-116
Шульгин Е.А.

(подпись)

«_____»_____2023 г.

Проверил:

ст. препод. Чуев А.А.

(подпись)

«_____»_____2023 г.

Курск 2023 г.

1 Цель работы

приобрести умение строить код Хэмминга для обнаружения и исправления одиночных ошибок в кодовых словах.

2 Индивидуальные задания

Данные для выполнения работы (таблица 1).

Таблица 1 – Данные для получения кодовых слов Хэмминга

Вариант	Передаваемые кодовые слова
17	0001011 1101110 0001000

1. Пусть требуется получить кодовое слово Хэмминга для двоичного кодового слова $x = 0001011$.

Рассматриваемое кодовое слово содержит семь информационных символов, то есть $m = 7$. Число проверочных символов определяется из условия $2^k > m + k + 1$. При этом минимальное число проверочных символов k , при котором выполняется данное условие, будет $k = 4$, так как $2^4 = 16 > 7 + 4 + 1 = 12$.

Следовательно, кодовое слово Хэмминга для слова $x = 0001011$ будет содержать 11 символов, то есть $n = 11$. При этом проверочными символами будут 1, 2, 4, 8, а информационными символами соответственно будут 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11.

Прономеруем и запишем значения информационных символов (таблица 2).

Таблица 2 – Значения информационных символов

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
k_1	k_2	m_1	k_3	m_2	m_3	m_4	k_4	m_5	m_6	m_7
		0		0	0	1		0	1	1

Определим значения проверочных символов. Значение символа $k_1 = X_1$ определяется из условия:

$$S_1 = x_1 \oplus x_3 \oplus x_5 \oplus x_7 \oplus x_9 \oplus x_{11} = 0;$$

$$S_1 = x_1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = x_1 \oplus 0 = 0.$$

Отсюда $k_1 = x_1 = 0$.

Значения символа $k_2 = x_2$ определяется из условия:

$$S_2 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_6 \oplus x_7 \oplus x_{10} \oplus x_{11} = 0;$$

$$S_2 = x_2 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = x_2 \oplus 1 = 0.$$

Отсюда $k_2 = x_2 = 1$.

Значение символа $k_4 = x_4$ определяется из условия:

$$S_4 = x_4 \oplus x_5 \oplus x_6 \oplus x_7 = 0;$$

$$S_4 = x_4 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = x_4 \oplus 1 = 0.$$

Отсюда $k_4 = x_4 = 1$.

Значение символа $k_8 = x_8$ определяется из условия:

$$S_8 = x_8 \oplus x_9 \oplus x_{10} \oplus x_{11} = 0;$$

$$S_8 = x_8 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = x_8 \oplus 0 = 0.$$

Отсюда $k_8 = x_8 = 0$.

В итоге кодовое слово Хэмминга для кодового слова $x = 0 0 0 0 1 1 1$ будет иметь вид $X_H = 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 1$.

2. Пусть требуется получить кодовое слово Хэмминга для двоичного кодового слова $x = 1101110$.

Следовательно, кодовое слово Хэмминга для слова $x = 1101110$ будет содержать 11 символов, то есть $n = 11$.

Прономеруем и запишем значения информационных символов (таблица 3).

Таблица 3 – Значения информационных символов

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
k_1	k_2	m_1	k_3	m_2	m_3	m_4	k_4	m_5	m_6	m_7
		1		1	0	1		1	1	0

Определим значения проверочных символов. Значение символа $k_1 = X_1$ определяется из условия:

$$S_1 = x_1 \oplus x_3 \oplus x_5 \oplus x_7 \oplus x_9 \oplus x_{11} = 0;$$

$$S_1 = x_1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = x_1 \oplus 0 = 0.$$

Отсюда $k_1 = x_1 = 0$.

Значения символа $k_2 = x_2$ определяется из условия:

$$S_2 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_6 \oplus x_7 \oplus x_{10} \oplus x_{11} = 0;$$

$$S_2 = x_2 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = x_2 \oplus 1 = 0.$$

Отсюда $k_2 = x_2 = 1$.

Значение символа $k_4 = x_4$ определяется из условия:

$$S_4 = x_4 \oplus x_5 \oplus x_6 \oplus x_7 = 0;$$

$$S_4 = x_4 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = x_4 \oplus 0 = 0.$$

Отсюда $k_4 = x_4 = 0$.

Значение символа $k_8 = x_8$ определяется из условия:

$$S_8 = x_8 \oplus x_9 \oplus x_{10} \oplus x_{11} = 0;$$

$$S_8 = x_8 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = x_8 \oplus 0 = 0.$$

Отсюда $k_8 = x_8 = 0$.

В итоге кодовое слово Хэмминга для кодового слова $x = 1101110$ будет иметь вид $X_H = 0110101110$.

3. Пусть требуется получить кодовое слово Хэмминга для двоичного кодового слова $x = 0001000$. Следовательно, кодовое слово Хэмминга для слова $x = 0001000$ будет содержать 11 символов, то есть $n = 11$.

Прономеруем и запишем значения информационных символов (таблица 4).

Таблица 4 – Значения информационных символов

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
k_1	k_2	m_1	k_3	m_2	m_3	m_4	k_4	m_5	m_6	m_7
		0		0	0	1		0	0	0

Определим значения проверочных символов. Значение символа $k_1 = X_1$ определяется из условия:

$$S_1 = x_1 \oplus x_3 \oplus x_5 \oplus x_7 \oplus x_9 \oplus x_{11} = 0;$$

$$S_1 = x_1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = x_1 \oplus 1 = 0.$$

Отсюда $k_1 = x_1 = 1$.

Значения символа $k_2 = x_2$ определяется из условия:

$$S_2 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_6 \oplus x_7 \oplus x_{10} \oplus x_{11} = 0;$$

$$S_2 = x_2 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = x_2 \oplus 1 = 0.$$

Отсюда $k_2 = x_2 = 1$.

Значение символа $k_4 = x_4$ определяется из условия:

$$S_4 = x_4 \oplus x_5 \oplus x_6 \oplus x_7 = 0;$$

$$S_4 = x_4 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = x_4 \oplus 1 = 0.$$

Отсюда $k_4 = x_4 = 1$.

Значение символа $k_8 = x_8$ определяется из условия:

$$S_8 = x_8 \oplus x_9 \oplus x_{10} \oplus x_{11} = 0;$$

$$S_8 = x_8 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = x_8 \oplus 0 = 0.$$

Отсюда $k_8 = x_8 = 0$.

В итоге кодовое слово Хэмминга для кодового слова $x = 0 0 0 1 0 0 0$ будет иметь вид $X_H = 1 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0$.

3 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были приобретены навыки построения кода Хэмминга для обнаружения и исправления одиночных ошибок в кодовых словах.