

ЗАДАНИЕ

Разработать алгоритм и программу оценивания спектральной плотности с разрешением по частоте не хуже 0.5 Гц и стандартной ошибкой 20%.
Рассчитать необходимую длину исходного временного ряда, если период дискретизации T равен 0.001с.

РЕШЕНИЕ

По условию задачи необходимо разработать алгоритм и программу оценивания СПМ с разрешением по частоте не хуже 0.5 Гц. Рассчитать необходимую длину исходного временного ряда (ВР), если период дискретизации T равен 0,001 с, а стандартная ошибка оценивания $\varepsilon = 20\%$.

Для разработки алгоритма оценивания спектральной плотности используется формула

$$S_{xx}(k) \approx \frac{T}{N} (X^*(k) \cdot X(k)) ,$$

где N - длина временного ряда;

T - период дискретизации;

Введем обозначения

$$b = \frac{1}{N_y T} - \text{разрешение по частоте;}$$

N_y - длина участка ВР, принимаемого в качестве базы усреднения (по участкам);

$X^*(k)$ - сопряженное значение комплексного спектра.

Определим необходимую длину исходного временного ряда N .

Для этого сначала определим количество участков усреднения, обеспечивающее требуемую точность оценивания, из соотношения

$$\varepsilon = \frac{1}{m} ,$$

где ε - заданная ошибка оценивания;

m - количество участков.

$$\text{Имеем } \varepsilon^2 = \frac{1}{m} \text{ или } m = \frac{1}{\varepsilon^2} .$$

$$\text{В рассматриваемом случае } m = \frac{1}{(0.2)^2} = \frac{1}{0.04} = \frac{100}{4} = 25 .$$

Далее определим длину участка ВР, принимаемую в качестве базы усреднения, из соотношения

$$b = \frac{1}{N_y T} , \text{ откуда следует, что } N_y = \frac{1}{bT} = \frac{1}{0.5 * 0.001} = 2000 .$$

Доводим значение N_y до степени двойки – 2048 и определяем необходимую длину N исходного ВР

$$N = N_y m = 2048 * 25 = 51200 .$$

Теперь можно сформулировать словесный алгоритм оценивания СПМ.
Читается запись, содержащая 2048 элементов, с диска в массив.

Полученные данные центрируются: вычисляется среднее значение, а затем оно вычитается из каждого элемента временного ряда (участка).

Вычисляются комплексные спектры $X^*(k)$ и $X(k)$. Для этой цели применяется стандартная функция FFT, реализующая алгоритм БПФ. Грубая оценка спектральной плотности вычисляется по формуле

$$S_{xx}(k) = \frac{T}{N_y} (\operatorname{Re} X(k))^2 + (\operatorname{Im} X(k))^2.$$

Грубые оценки вычисляются для каждого участка, а затем результаты усредняются. Таким образом, искомая оценка СПМ определится из соотношения

$$\hat{S}_{xx}(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{xx_i}(k),$$

где $\hat{S}_{xx}(k)$ - искомая оценка СПМ;

m - количество участков усреднения;

$S_{xx_i}(k)$ - грубая оценка СПМ, полученная для i - го участка.