



Министерство образования Российской Федерации  
Санкт-Петербургский Государственный Горный Институт им. Г.В. Плеханова  
(технический университет)



## Отчёт по лабораторной работе № 2.

По дисциплине:

Физика

(наименование учебной дисциплины согласно учебному плану)

Тема:

Оценка точности прямых и косвенных измерений.

Выполнил: студент гр. АПМ-03

\_\_\_\_\_ (подпись)

/ Сафонов Д.Н. /

(Ф.И.О.)

ОЦЕНКА: \_\_\_\_\_

Дата: \_\_\_\_\_

ПРОВЕРИЛ:

Ассистент:

\_\_\_\_\_ (подпись)

/ Стоянова Т.В. /

(Ф.И.О.)

Санкт-Петербург  
2004 год.

## Цель работы

Обработать данные прямых и косвенных измерений физических величин.

## Краткие теоретические сведения

### Определения основных физических понятий, объектов, процессов и величин.

**Прямое измерение** — измерение, при котором искомое значение физической величины получают непосредственно.

**Косвенное измерение** — определение искомого значения физической величины на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной.

**Случайная погрешность** — погрешность, меняющаяся (по величине и по знаку) от измерения к измерению. Случайные погрешности могут быть связаны с несовершенством приборов (трение в механических приборах и т. п.), тряской в городских условиях, с несовершенством объекта измерений.

**Систематическая погрешность** — погрешность, изменяющаяся во времени по определенному закону. Систематические погрешности могут быть связаны с ошибками приборов (неправильная шкала, калибровка и т. п.), неучтёнными экспериментатором.

### Погрешности прямых измерений:

- Среднее значение:

Предположим, что мы проводим серию измерений величины  $X$ . Из-за наличия случайных ошибок, получаем  $n$  различных значений:  $X_1, X_2, \dots, X_n$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

- Абсолютная ошибка  $i$  – го измерения называется разность между средним значением и результатом  $i$  – го измерения:

$$X_i - \bar{X} = \Delta X_i$$

- Относительная ошибка – служит для характеристики точности измерений, которую принято выражать в процентах

$$\varepsilon = \frac{\Delta \bar{X}}{\bar{X}} \cdot 100\%$$

- Систематическая погрешность прибора:

$$\Delta X = X_{np} \cdot \frac{K}{100}$$

где  $K$  – класс точности прибора,  $X_{np}$  – предельное значение величины, которое может быть измерено по шкале прибора.

- Квадратичная погрешность:

При ответственных измерениях, когда необходимо знать надежность полученных результатов, используется средняя квадратичная ошибка  $\sigma$  (или стандартное отклонение), которая определяется формулой

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

**Удельное электрическое сопротивление** – это сопротивление однородного куска проводника длиной 1 м и площадью токоведущего сечения 1 м<sup>2</sup>.

Характеризует его способность проводить электрический ток.

$$\rho = \frac{S \cdot R}{l}$$

[R]=Ом - сопротивление проводника;

[S]=м<sup>2</sup> - площадь поперечного сечения проводника

[l]=м - длина проводника

[ρ]= Ом·м

Сопротивление проводника с удельным сопротивлением ρ, длиной l и площадью сечения S может быть рассчитано по формуле:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}$$

**Электрическое сопротивление** — скалярная физическая величина, характеризующая свойства проводника и равная отношению напряжения на концах проводника к силе электрического тока, протекающему по нему.

$$R = U/I$$

где

R — сопротивление проводника;

[R]=Ом

U — разность электрических потенциалов на концах проводника

[U]=В

I — ток, протекающий между концами проводника под действием разности потенциалов

[I]=А

**Законы и соотношения, описывающие изучаемые процессы, на основании которых, получены расчётные формулы. Пояснения к физическим величинам и их единицы измерений.**

По закону Ома для участка цепи сила тока  $I$ , текущего по металлическому проводнику, прямо пропорциональна падению напряжения  $U$  на этом проводнике и обратно пропорциональна сопротивлению проводника:

$$I = \frac{U}{R}$$

где  $R$  - сопротивление проводника, которое зависит от его формы, размеров и свойств материала из которого изготовлен проводник.

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

Удельное сопротивление  $\rho$  характеризует способность вещества проводить электрический ток и зависит от химической природы вещества и условий, в которых находится проводник. В системе СИ удельное сопротивление измеряется в **ом – метрах** ( $Ом \cdot м$ ).

Измерение размеров проволоки следует проводить с помощью линейки или микрометра. Сила тока измеряется амперметром, а напряжение вольтметром.

### Основные расчётные формулы.

Удельное сопротивление  $\rho = \frac{U \cdot \pi \cdot d^2}{I \cdot l}$ ,  $[\rho] = \frac{В \cdot м^2}{А \cdot м} = Ом \cdot м$  ;

Поперечное сечение проводника

$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

d – диаметр проводника  $[d] = м$

S – площадь поперечного сечения  $[S] = м^2$

Среднее значение диаметра проволоки  $\bar{d} = \frac{1}{n}(d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_n)$  ;

Сопротивление проводника  $R = \frac{U}{I}$ ,  $[R] = \frac{В}{А} = Ом$  ;

Графическое вычисление  $\bar{\rho} = \frac{\pi \bar{d}^2}{4} \operatorname{tg} \alpha$  ;

Формулы погрешности.

При прямых измерениях:

Величина средней абсолютной ошибки диаметра  $\Delta d_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\bar{d} - d_i|$  ;

Средняя квадратичная ошибка измерений диаметра  $\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}$  ;

Абсолютная погрешность прибора  $\Delta x = \varepsilon_{np} \cdot x_{np} = x_{np} \cdot K/100$  ;

При косвенных измерениях:

Абсолютная погрешность  $\Delta \rho = \bar{\rho} \left( \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta d}{d} \right) = \bar{\rho} \varepsilon_\rho$  ;

Средняя квадратичная ошибка  $\sigma_\rho = \bar{\rho} \sqrt{\left(\frac{\sigma_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{d}\right)^2}$  ;

Абсолютная погрешность  $\Delta R = \bar{R} \left( \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} \right) = \bar{R} \cdot \varepsilon_R$  ;

Средняя квадратичная ошибка  $\sigma_R = \bar{R} \sqrt{\left(\frac{\sigma_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2}$  ;

Схема установки.

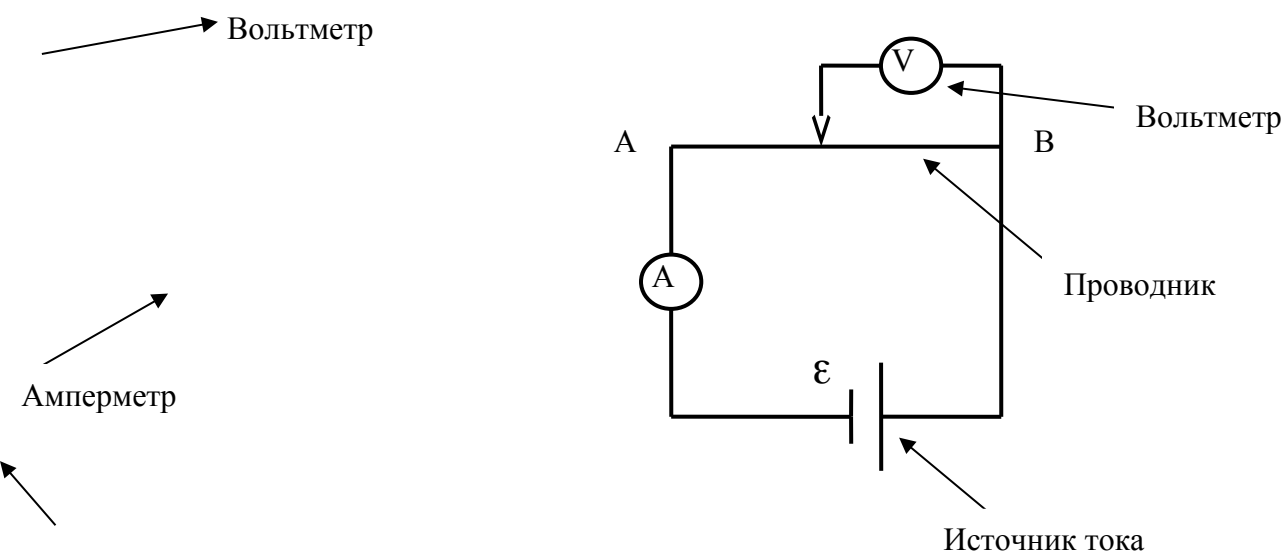


Таблица 1(а).

Физическая величина	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$	$d_7$	$d_8$	$d_9$	$d_{10}$
Ед. изм.	м	м	м	м	м	м	м	м	м	м
Прибор	$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-3}$
Штангель-Циркуль	0,30	0,30	0,30	0,30	0,29	0,25	0,25	0,30	0,30	0,30
Микрометр	0,30	0,29	0,29	0,30	0,26	0,27	0,26	0,29	0,29	0,30

Таблица 1(б).

Физическая величина	$\bar{d}$	$\Delta d$	$\sigma_d$	$\frac{\Delta d}{\bar{d}}$	$\frac{\sigma_d}{\bar{d}}$
Ед. изм.	м	М	м		
Прибор	$\cdot 10^{-4}$	$\cdot 10^{-4}$	$\cdot 10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$
Штангель-циркуль	2,85	0,21	0,24	0,72	0,84
Микрометр	2,85	0,13	0,16	0,51	0,56

Таблица 2.

Физическая величина	$l$	$\Delta l$	$I$	$\Delta I$	$U$	$\Delta U$	$R$	$\Delta R$	$\sigma_R$
Ед. изм.	М $\cdot 10^{-2}$	м	А	А	В	В	Ом	Ом	Ом

№ опыта		$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-3}$	$\cdot 10^{-3}$		$\cdot 10^{-2}$			
1	5	0,5	100	3,73	0,10	2,3	1,0	0,41	0,29
2	10	0,5	100	3,73	0,15	2,3	1,5	0,41	0,29
3	15	0,5	100	3,73	0,20	2,3	2,0	0,41	0,29
4	20	0,5	100	3,73	0,35	2,3	3,5	0,41	0,29
5	25	0,5	100	3,73	0,45	2,3	4,5	0,41	0,29
6	30	0,5	100	3,73	0,50	2,3	5,0	0,41	0,29
7	35	0,5	100	3,73	0,65	2,3	6,5	0,41	0,29
8	40	0,5	100	3,73	0,70	2,3	7,0	0,41	0,29
9	45	0,5	100	3,73	0,75	2,3	7,5	0,41	0,29
10	50	0,5	100	3,73	0,85	2,3	8,5	0,41	0,29

**Таблица 3.**

Физическая величина	$\rho$	$\bar{\rho}$	$\Delta\rho$	$\sigma_{\rho}$
Ед. изм.	$Ом \cdot м \cdot 10^{-6}$	$Ом \cdot м \cdot 10^{-6}$	$Ом \cdot м \cdot 10^{-7}$	$Ом \cdot м \cdot 10^{-7}$
№ опыта				
1	1,91	1,30	2,66	1,74

2	1,53	1,30	2,66	1,74
3	1,36	1,30	2,66	1,74
4	1,27	1,30	2,66	1,74
5	1,22	1,30	2,66	1,74
6	1,17	1,30	2,66	1,74
7	1,15	1,30	2,66	1,74
8	1,13	1,30	2,66	1,74
9	1,12	1,30	2,66	1,74
10	1,11	1,30	2,66	1,74

Примеры расчётов физических величин.

$$R_1 = \frac{0,15}{100 \cdot 10^{-3}} = 1,5 \text{ Ом}$$

$$\rho_1 = \frac{0,10 \cdot 3,14 \cdot (2,85 \cdot 10^{-4})^2}{0,1 \cdot 4 \cdot 0,05} = 1,91 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

Примеры расчётов погрешностей.

$$\bar{d}_1 = \frac{1}{10} (0,30 \cdot 7 \cdot 10^{-3} + 0,25 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 0,29) = 0,285 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\Delta d_1 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} |0,285 \cdot 10^{-3} - d_i| = 0,21 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (d_i - 0,285 \cdot 10^{-3})^2} = 0,24 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$\Delta R = 4,7 \left( \frac{2,3 \cdot 10^{-2}}{0,470} + \frac{3,73 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}} \right) = 0,41 \text{ Ом}$$



$$\bar{\rho} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \rho_i = \frac{1}{10} \cdot 12,98 \cdot 10^{-6} = 1,30 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$\sigma_R = 4,7 \sqrt{\left(\frac{2,3 \cdot 10^{-2}}{0,470}\right)^2 + \left(\frac{3,73 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}}\right)^2} = 0,29 \text{ Ом}$$

$$\Delta I = \frac{250 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5}{100} = 3,75 \cdot 10^{-3} \text{ А}; \quad \Delta U = \frac{1,5 \cdot 1,5}{100} = 0,023 \text{ В}$$

$$\Delta \rho = 1,30 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{2,3 \cdot 10^{-2}}{0,470} + \frac{3,73 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{27,5 \cdot 10^{-2}} + \frac{2 \cdot 0,17 \cdot 10^{-4}}{2,85 \cdot 10^{-4}}\right) = 0,26 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

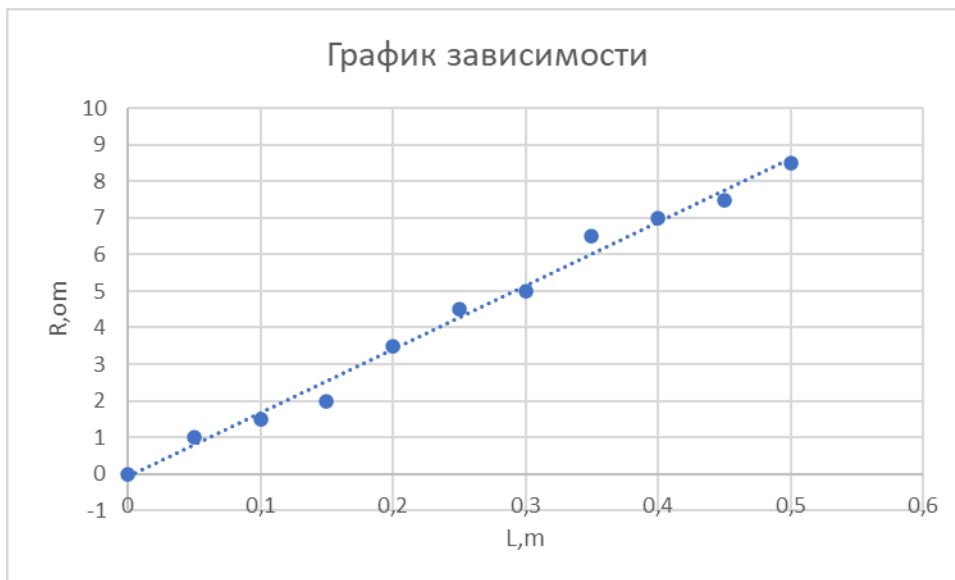
$$\sigma_{\rho} = 1,30 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{\left(\frac{2,3 \cdot 10^{-2}}{0,470}\right)^2 + \left(\frac{3,73 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{27,5 \cdot 10^{-2}}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot 0,24 \cdot 10^{-4}}{0,285 \cdot 10^{-4}}\right)^2} =$$

$$= 0,17 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

График зависимости  $R = f(l)$

Таблица данных для графика:

l, м	R, Ом
0	0
0,05	1,0
0,1	1,5
0,15	2,0
0,2	3,5
0,25	4,5
0,3	5,0
0,35	6,5
0,4	7,0
0,45	7,5
0,5	8,5



Среднее значение удельного сопротивления, вычисленное графически.

Имеем формулу  $\bar{\rho} = \frac{\pi \bar{d}^2}{4} \operatorname{tg} \alpha$ , где  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_2 - R_1}{l_2 - l_1}$ .

Выберем из графика значения  $R_2, R_1, l_2, l_1$  для определения тангенса угла наклона

прямой к оси  $Ox$ .

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2,3 - 0,6}{0,1 - 0} = 17,5$$

$$\bar{\rho} = \frac{3,14 \cdot (2,85 \cdot 10^{-4})^2}{4} \cdot 17,5 = 1,16 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

### Конечные результаты.

Итак, получены следующие результаты для удельного сопротивления:

$$\rho = \bar{\rho} \pm \sigma_{\rho}$$

$$\rho = (1,30 \pm 0,17) \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$\rho = \bar{\rho} \pm \Delta \rho$$

$$\rho = (1,30 \pm 0,27) \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

И для диаметра проволоки:

$$d_{III} = \bar{d} \pm \sigma_d$$

$$d_{III} = (2,85 \pm 0,24) \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$d_M = \bar{d} \pm \sigma_d$$

$$d_{III} = (2,85 \pm 0,16) \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

Значение удельного сопротивления проволоки, вычисленное графически:

$$\rho = 1,16 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

Вывод.

В ходе данной лабораторной работы были проделаны измерения и вычисления для определения значения удельного сопротивления проводника.

Полученная погрешность имеет небольшое значение, что даёт право говорить об отсутствии грубых ошибок при измерениях и вычислениях. Следуя из всего вышесказанного можно сделать вывод, что данный метод вычисления, при данных приборах можно использовать для определения удельного сопротивления.