

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
“ЛЭТИ”

кафедра физики

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторно-практической работе № 1**  
**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ**  
**МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ**

Выполнил Бусаров А.Н  
Факультет КТИ  
Группа № 2305

Преподаватель

Оценка лабораторно-практического занятия					
Выполнение ИДЗ	Подготовка к лабораторной работе	Отчет по лабораторной работе	Коллоквиум		Комплексная оценка

“Выполнено” “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_

Подпись преподавателя \_\_\_\_\_

Санкт-Петербург  
2023

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

*Цель работы:* исследование конфигурации электростатического поля; построение эквипотенциалей и линий напряженности для заданной формы электродов; приобретение навыков в применении теоремы Гаусса на примере определения емкости системы по экспериментально найденному распределению поля.

*Приборы и принадлежности:* пантограф с зондом, измерительная схема, лист чистой бумаги.

### **Общие сведения.**

Электростатическое поле определено, если в каждой точке пространства известны величина и направление вектора напряженности  $E$  или значение потенциала  $\varphi$  этого поля. В первом случае мы имеем дело с векторным представлением поля, во втором - со скалярным. Между этими представлениями существует связь, выражающаяся соотношением:

$$E = - \operatorname{grad} \varphi \quad (1.1)$$

В диэлектриках электростатическое поле характеризуется вектором электрического смещения (электрической индукции)  $D = \varepsilon \varepsilon_0 E$ , который удовлетворяет теореме Гаусса:

$$\oint_S D dS = Q$$

где  $Q$  - суммарный свободный заряд, заключенный в объеме, ограниченном поверхностью  $S$ . Для однородного диэлектрика

$$\oint_S E dS = \frac{Q}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (1.2)$$

Электрическое поле потенциально, т.е. работа электрических сил по перемещению заряда не зависит от формы траектории; работа по замкнутому пути равна нулю. Математически это соответствует тому, что циркуляция вектора напряженности электростатического поля также равна нулю:

$$\oint_L E dl = 0 \quad (1.3)$$

Соотношения (1.2) и (1.3) дают исчерпывающее описание свойств электростатического поля. В данной работе рассматриваются две типичные задачи электростатики: определение  $\varphi$  и  $E$  поля заданного распределения зарядов и вычисление емкости системы проводников.

Во многих случаях прямой расчет электростатического поля заменяют его моделированием. Наиболее удобной моделью является электрическое поле в проводящей среде.

Если электроды, к которым приложена разность потенциалов, помещены в проводящую среду, то в межэлектродном пространстве возникает электрический ток, плотность которого  $j$  связана с напряженностью  $E$  электрического поля, установившегося в среде, законом Ома:

$$j = \gamma E, \quad (1.4)$$

где  $\gamma$  - удельная проводимость среды. Таким образом, линии тока (траектории движения носителей тока в проводящей среде) совпадают с линиями напряженности электрического поля. В отсутствие сторонних сил линии тока будут перпендикулярны поверхностям равного потенциала, следовательно, соотношение (1.1) справедливо и для электрического поля в проводящей среде.

Продолжая аналогию, можно для электрического поля в проводящей среде найти соотношение, подобное теореме Гаусса (1.2). Если не рассматривать перенос заряда сторонними силами, то из очевидного выражения:

$$I = \oint_S j dS,$$

где  $I$  - ток, текущий от электрода;  $S$  - замкнутая поверхность, охватывающая электрод, приходим к соотношению:

$$\oint_S \vec{E}_j dS = \frac{I}{\gamma},$$

подобному (1.2). Потенциальный характер электрического поля в проводящей среде иллюстрируется соотношением:

$$\oint_L j dl = 0,$$

которое легко доказать, вычисляя, например, циркуляцию вектора  $j$  по замкнутому контуру  $L$ , расположенному на эквипотенциальной поверхности. Учитывая (1.4), получим подобное (1.3) выражение

$$\oint_L E_j dl = 0.$$

На основании подобия свойств векторов  $E$  и  $E_j$  можно сделать вывод о возможности моделирования электростатического поля электрическим полем в проводящей среде, если соблюдается подобие формы и расположения электродов в пространстве. Масштабные коэффициенты проводящей модели вычисляются из сопоставления тока  $I$  и заряда  $Q$ , а также удельной проводимости  $\gamma$  и абсолютной диэлектрической проницаемости  $\epsilon\epsilon_0$  модели и электростатического аналога с учетом их размеров.

Электрическое поле проводящей модели определяют, измеряя распределение потенциалов в ней, после чего, используя (1.1), рассчитывают поле вектора напряженности.

Емкость системы электродов можно определить прямым измерением сопротивления проводящей среды между электродами. Можно показать, что

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0}{\gamma \cdot R},$$

где  $R$  - сопротивление проводящей среды. Можно также вычислить емкость электродов с использованием теоремы Гаусса, учитывая, что  $C = \frac{Q}{U}$  ( $U$  - разность потенциалов между электродами). Получаем для определения емкости

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 \cdot \oint_S \vec{E}_j \cdot dS}{U}, \quad (1.5)$$

где поток вектора  $E_j$  вычисляется по поверхности, охватывающей электрод моделируемой системы;  $U$  - напряжение между электродами модели;  $\epsilon$  - проницаемость моделируемого диэлектрика. Соотношение (1.5) удобно тем, что в

качестве поверхности  $S$  берется определенная на модели эквипотенциальная поверхность.

### Методика измерений.

В настоящей работе моделируется плоское поле, т.е. такое, потенциал и напряженность которого зависят от двух координат. Плоским являются, например, поле двухпроводной линии или же поле, образованное заряженной плоскостью и проводником. Для описания таких полей достаточно найти распределение в плоскости, перпендикулярной к электродам, тогда полная картина поля образуется смещением полученного сечения вдоль оси, перпендикулярной к этому сечению.

В экспериментальной установке воспроизводится сечение системы электродов, формирующих один из возможных вариантов плоского поля. В качестве проводящей среды используется проводящая бумага. Электрическая схема измерительной установки приведена на рис.1.1.

Схема представляет собой мост постоянного тока, одно плечо которого образовано сопротивлениями участков  $ab$  и  $bc$  потенциометра  $R1$  между его концевыми и подвижными контактами; другое плечо - сопротивления участков проводящей бумаги (1) между зондом (2) и электродами.

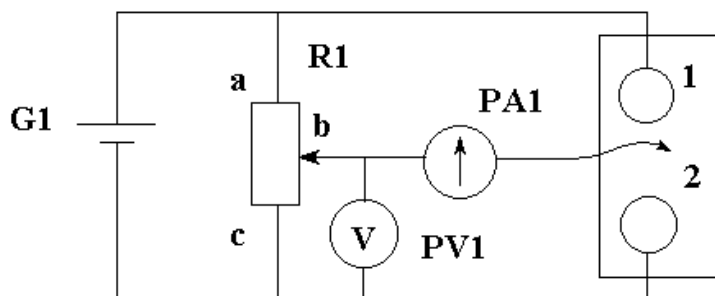
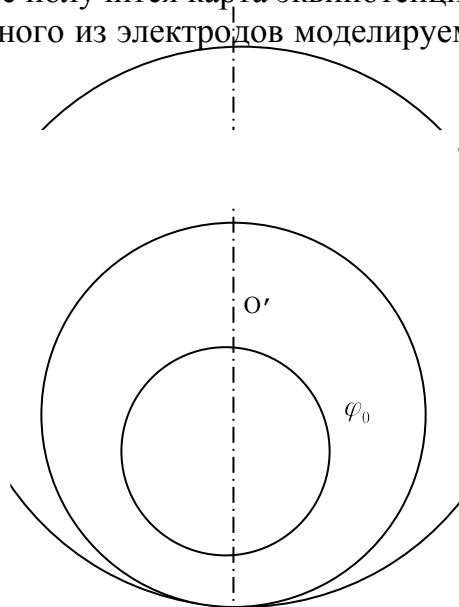


Рис. 1.1.

В диагональ моста включен микроамперметр  $PA1$ . Ток в диагонали моста равен нулю, когда падение напряжения на участке  $bc$  резистора  $R1$  равно разности потенциалов между зондом и нижним по схеме электродом. Потенциал одного электрода принимается равным нулю. Перемещая зонд по листу проводящей бумаги, можно исследовать распределение потенциала на поверхности листа. С помощью пантографа координаты зонда переносятся на чистый лист бумаги, закрепленный под вторым плечом пантографа. Если отмечать точки, соответствующие одному и тому же падению напряжения на участке  $bc$  резистора  $R1$ , а затем менять его с заданным шагом  $\Delta\varphi$ , то в результате получится карта эквипотенциалей с шагом  $\Delta\varphi$ . Примерный вид карты поля около одного из электродов моделируемой системы приведен на рис. 1.2.



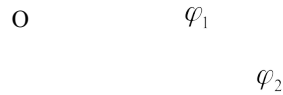


Рис. 1.2.

Для построения линий напряженности (силовых линий) используется следующий прием. Вначале проводят линию  $OO'$  (рис.1.2), соединяющую электроды, так, чтобы она совпадала с осью симметрии поля. От точки  $O$  вдоль контура электрода откладывают отрезок  $O - O_1$ , равный кратчайшему расстоянию  $O1$  от точки  $O$  до эквипотенциали  $\varphi_1$ , и получают точку  $O_1$ .

Затем от точки  $O_1$  откладывают отрезок  $O_1 - O_2$ , равный кратчайшему расстоянию  $O_11_1$  от точки  $O_1$  до эквипотенциали  $\varphi_2$  и получают точку  $O_2$  и т.д. Последней точкой на контуре электрода будет та, от которой откладывается отрезок, накрывающий точку  $O'$ , диаметрально противоположную точке  $O$ . Аналогичное построение проводят от точки  $O$  в другую сторону. Разделив указанным образом ближайшую к электроду эквипотенциаль, через полученные точки  $1_1, 1_2, \dots$  проводят перпендикулярные к ней отрезки до пересечения со следующей эквипотенциалью. Когда будут разделены все эквипотенциали карты поля, полученные точки следует соединить плавными линиями, соблюдая их ортогональность эквипотенциальным линиям в точках пересечения.

Для вычисления емкости, приходящейся на единицу длины рассматриваемых электродов, необходимо с помощью формулы (1.2) рассчитать поток вектора напряженности через поверхность, охватывающую единицу длины электрода. Для этого следует представить, что ближайшая к электроду замкнутая эквипотенциаль является цилиндром, образующая которого перпендикулярна плоскости листа. Полагая напряженность поля в пределах каждого из отрезков  $\Delta l_i$  примерно одинаковой, можно вычислить поток  $\Delta \psi_i$  вектора  $E_i$  через  $i$ -й элемент поверхности цилиндра:

$$\Delta \psi_i = E_i \cdot h \cdot \Delta l_i,$$

где  $h$  - высота цилиндра,  $\Delta l_i$  - длина отрезка эквипотенциали, измеряемая по карте поля  $E_i$  определяется по формуле

$$E_i = \frac{\varphi_0 - \varphi}{\Delta r_i}, \quad (1.6)$$

$\Delta r_i$  - расстояние между соответствующими отрезками электрода и ближайшей к нему эквипотенциалью;  $(\varphi_0 - \varphi)$  - разность потенциалов между электродом и ближайшей к нему эквипотенциалью. Заряд, заключенный внутри замкнутой поверхности цилиндра, вычисляется по теореме Гаусса суммированием потоков  $\Delta \psi_i$  через все элементы поверхности цилиндра:

$$Q = \epsilon \epsilon_0 \sum_i \Delta \psi_i.$$

Последнее соотношение используется для нахождения емкости единицы длины (погонной емкости) моделируемой системы:

$$C_h = \frac{C}{h} = \left( \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \cdot (\varphi_0 - \varphi_1)}{U} \right) \cdot \sum_i \frac{\Delta l_i}{\Delta r_i}. \quad (1.7)$$

№2 Запишите, сформулируйте и объясните закон Кулона. Единица измерения заряда в СИ.

Закон Кулона утверждает, что сила взаимодействия между двумя точечными зарядами пропорциональна произведению их зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Формула закона Кулона выглядит следующим образом:

$$F = k * (q1 * q2) / r^2$$

где F - сила взаимодействия, q1 и q2 - заряды двух точечных зарядов, r - расстояние между ними, k - постоянная Кулона, которая зависит от единиц измерения.

Единица измерения заряда в СИ - это кулон. Она определяется как количество электричества, прошедшее через проводник за одну секунду при силе тока в один ампер.

№32 Чему равна сила, действующая на точечный заряд, помещенный в центр равномерно заряженной сферы?

Если поместить точечный заряд в центр равномерно заряженной сферы, то на него не будет действовать никакая сила, так как электрическое поле в этой точке равно нулю.

Сила, действующая на точечный заряд, помещенный в центр равномерно заряженной сферы, равна нулю.