

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Кафедра компьютерных систем в управлении и проектировании (КСУП)

ИЗМЕРЕНИЕ РЕАКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Отчет по лабораторной работе № 2 по дисциплине
«Метрология и измерительные датчики»

Выполнил:
студент гр. з-М62:
_____ Сулейменова Д.
«__» _____ 2022 г.

Проверил:
доцент каф. КСУП, к.т.н.
_____ В. Ф. Отчалко
«__» _____ 2022 г.

Томск 2022 г.

1 Цель работы

Целью работы является изучение способов определения погрешностей измерения физической величины различными методами на основе измерения электрических параметров катушки индуктивности и конденсаторов постоянной емкости.

2 Результаты эксперимента

1. Измерение индуктивности катушки прибором Е9 - 4 (Е4 - 4) методом непосредственного отсчета

Индуктивность катушки методом непосредственного отсчета прибором Е9-4 на частоте $f = 760 \text{ кГц}$ равна $L_{изм} = 196 \text{ мкГн}$.

Емкость конденсатора: $C_{изм} = 240 \text{ пФ}$.

Вычислим индуктивность $L_{св.}$, свободную от методической погрешности по формуле (2.1):

$$L_{св.} = L_{0i} = L_i \frac{C_i}{C_i + C_0}, \quad (2.1)$$

где C_0 - собственная емкость катушки, пФ;

L_i - найденное значение индуктивности, мкГн;

C_i - значение образцовой емкости при настройке в резонанс, пФ.

Для вычисления собственной емкости катушки индуктивности используется соотношение:

$$C_0 = \frac{C_1 - C_2 \cdot \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2}{\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 - 1}, \quad (2.2)$$

где C_1 и C_2 - значения емкости контура куметра, взятые из данных;

f_1 и f_2 - значения частот соответствующих C_1 и C_2 , кГц.

За истинное значение собственной емкости катушки возьмем среднее арифметическое значение для трех разных случаев:

1) $C_1 = 90 \text{ пФ}, C_2 = 450 \text{ пФ}$;

$$C_{01} = \frac{90 - 450 \cdot \left(\frac{545}{1200}\right)^2}{\left(\frac{545}{1200}\right)^2 - 1} = 3.55 \text{ пФ}$$

2) $C_1 = 30 \text{ пФ}, C_2 = 390 \text{ пФ}$;

$$C_{02} = \frac{30 - 390 \cdot \left(\frac{582}{1950}\right)^2}{\left(\frac{582}{1950}\right)^2 - 1} = 5.2 \text{ нФ}$$

3) $C_1 = 60 \text{ пФ}, C_2 = 420 \text{ пФ};$

$$C_{03} = \frac{60 - 420 \cdot \left(\frac{560}{1450}\right)^2}{\left(\frac{560}{1450}\right)^2 - 1} = 3.1 \text{ нФ}$$

$$C_0 = \frac{3.55 + 5.2 + 3.1}{3} = 3.95 \text{ нФ}$$

По формуле (2.1) вычислим индуктивность $L_{св.}$:

$$L_{св.} = 196 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{240 \cdot 10^{-12}}{240 \cdot 10^{-12} - 3.95 \cdot 10^{-12}} = 199.3 \text{ мкГн}$$

Вычислим относительную погрешность индуктивности:

$$\delta L_{\max} = \frac{\Delta L_{\max}}{L_i} = \sqrt{\left(\frac{\Delta C_{\max}}{C}\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{\Delta f_{\max}}{f}\right)^2}, \quad (2.3)$$

где $\Delta C_{\max}/C$ и $\Delta f_{\max}/f$ – максимальные относительные погрешности определения емкости и частоты ($\Delta C_{\max}/C = 1\%$ и $\Delta f_{\max}/f = 1\%$).

$$\delta L_{\max} = \sqrt{(0.01)^2 + (2 \cdot 0.01)^2} \approx 0.022$$

Определим максимальную абсолютную погрешность измерения:

$$\Delta L_{\max} = \delta L_{\max} \cdot L_{св.} \quad (2.4)$$

$$\Delta L_{\max} = 0.022 \cdot 199.3 \cdot 10^{-6} = 4.38 \text{ мкГн}$$

Результат измерения индуктивности методом непосредственного отсчета с учетом правил метрологии:

$$L = L_{\text{изм}} \pm \Delta L_{\max} = (199.3 \pm 4.4) \text{ мкГн}$$

2. Измерение индуктивности катушки косвенным методом

При измерении индуктивности исследуемой катушки косвенным методом используется для расчета соотношение (2.5):

$$L_i = \frac{1}{4\pi^2 f_i^2 C_i}, \quad (2.5)$$

где f_i – резонансная частота генератора;

C_i – значение образцовой емкости при настройке в резонанс.

Уменьшение погрешности однократного измерения можно достичь путем многократных косвенных измерений индуктивности с последующей статистической обработкой результатов наблюдений, имеющих случайные погрешности.

$$L_{oi} = L_i \cdot \frac{C_i}{C_i + C_0} \quad (2.6)$$

Результаты вычислений по формуле (2.5-2.6) приведены в таблице 2.1

Таблица 2.1 – Результаты измерений

C_i , пФ	f_i , кГц	L_i , мкГн	L_{oi} , мкГн	ε_i , мкГн	ε_i^2 , (мкГн) ²
30	1950	222	196.2	4.16	17.3
60	1450	200.8	188.4	-3.64	13.2
90	1200	195.4	187.2	-4.84	23.4
120	1040	195.2	189	-3.04	9.2
150	925	197.4	192.3	0.26	0.07
180	840	199.4	195.1	3.06	9.4
210	775	200.8	197.1	5.06	25.6
240	725	200.8	197.5	5.46	29.8
270	690	197	194.2	2.16	4.7
300	655	196.8	194.2	2.16	4.7
330	630	193.4	191.1	-0.94	0.9
360	605	192.2	190.1	-1.94	3.8
390	582	191.7	189.8	-2.24	5
420	560	192.3	190.5	-1.54	2.4
450	545	189.5	187.9	-4.14	17

Обработка результатов измерений L_{oi} :

1) Определим среднее арифметическое значение, которое является наиболее достоверным значением индуктивности и принимается за результат измерения, по формуле (2.7):

$$L_{cp} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n L_{oi} \quad (2.7)$$

$$L_{cp} = \frac{1}{15} \cdot (196.2 + 188.4 + 187.2 + 189 + 192.3 + 195.1 + 197.1 + 197.5 + 194.2 + 194.2 + 191.1 + 190.1 + 189.8 + 190.5 + 187.9)$$

2) Определим статистическую оценку среднеквадратической погрешности отдельных результатов измерений индуктивности по формуле (2.8):

$$S = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (L_{0i} - L_{cp})^2} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}, \quad (2.8)$$

где $\varepsilon_i = L_{0i} - L_{cp}$ – отклонения отдельных результатов измерений от среднего арифметического.

$$S = \frac{1}{\sqrt{15-1}} \cdot \sqrt{17.3+13.2+23.4+9.2+0.07+9.4+25.6+29.8+4.7+4.7+0.9+0.9} \\ \sqrt{+3.8+5+2.4+17} \approx 3.45 \text{ мкГн}$$

3) Определим оценку среднеквадратического отклонения результата измерения от истинного значения измеряемой величины:

$$S_{L_{cp}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_{0i} - L_{cp})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n(n-1)}} \quad (2.9) \\ S_{L_{cp}} = \frac{3.45}{\sqrt{15}} \approx 0.89 \text{ мкГн}$$

4) Определим доверительный интервал ($P_D=0.95$; $n=15$; $t_\alpha=2.14$):

$$\Delta L_D = t_\alpha \cdot S_{L_{cp}} \quad (2.10) \\ \Delta L_D = 2.14 \cdot 0.89 \approx 1.9 \text{ мкГн}$$

Результат измерения индуктивности с учетом правил метрологии:

$$L = L_{cp} \pm \Delta L_D; P_D = 0.95; n = 15 \\ L = (192 \pm 2) \text{ мкГн}; P_D = 0.95; n = 15$$

3. Измерение малой и большой емкости прибором Е9-4.

Малая емкость: $C_1=450$ пФ и $C_2=170$ пФ. Тогда значение малой емкости измеряемого конденсатора равно:

$$C_{изм} = C_1 - C_2 = 450 - 170 = 280 \text{ пФ}$$

Определим относительную погрешность измерения:

$$\delta C = \sqrt{\left(\frac{\Delta C_1}{C_1 - C_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C_2}{C_1 - C_2}\right)^2} \quad (2.11) \\ \delta C = \sqrt{\left(\frac{4.5}{450 - 170}\right)^2 + \left(\frac{1.7}{450 - 170}\right)^2} \approx 0.02$$

Абсолютное значение погрешности измерения определим по формуле (2.12):

$$\Delta C = \delta C \cdot C_{изм} \quad (2.12) \\ \Delta C = 0.02 \cdot 280 = 5.6 \text{ пФ}$$

Результат измерения малой емкости с учетом правил метрологии:

$$C_X = C_{изм} \pm \Delta C = (280 \pm 6) \text{ нФ}$$

Измерение большой емкости:

Провели отсчет емкостей конденсаторов C_1 и C_2 . Они оказались равными: $C_1=250$ пФ и $C_2=291$ пФ. Тогда значение большой емкости измеряемого конденсатора равно:

$$C_{изм} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_2 - C_1} = \frac{250 \cdot 291}{291 - 250} = 1774.39 \text{ нФ}$$

Определим относительную погрешность измерения по формуле (2.13):

$$\delta C = \sqrt{\left(\frac{C_2}{C_2 - C_1} \cdot \delta C_1 \right)^2 + \left(\frac{C_1}{C_2 - C_1} \cdot \delta C_2 \right)^2} \quad (2.13)$$

$$\delta C = \sqrt{\left(\frac{291}{291 - 250} \cdot 0.01 \right)^2 + \left(\frac{250}{291 - 250} \cdot 0.01 \right)^2} \approx 0.09 \text{ нФ}$$

Абсолютное значение погрешности измерения определим по формуле (2.12):

$$\Delta C = 0.09 \cdot 1774.39 = 159.7 \text{ нФ}$$

Результат измерения большой емкости с учетом правил метрологии:

$$C_X = C_{изм} \pm \Delta C = (1774.4 \pm 159.7) \text{ нФ}$$

4. Измерение индуктивности катушки и емкостей конденсаторов методом сравнения с мерой на приборе Е12-1.

Значение индуктивности катушки: $L=198$ мкГн. Значения малой и большой емкостей: $C_m=280.8$ нФ и $C_0=1772$ нФ соответственно.

Относительная методическая погрешность δL_m , найденная по графику, составляет 0,5%

Вычислим индуктивность $L_{св.}$, свободную от методической погрешности по формуле (2.14):

$$L_{св.} = L \cdot (1 - \delta L_m), \quad (2.14)$$

$$L_{св.} = 198 \cdot (1 - 0.005) = 197.01 \text{ мкГн}$$

Погрешность измерения свыше 10 мкГн не превышает $\pm 1,5\%$ от измеряемой величины, $\pm 0,2\%$ от предела шкалы соответствующего диапазона. Находим абсолютную погрешность по формуле (2.15):

$$\Delta L = L_{св.} \cdot 0.015 + L_{max} \cdot 0.002 \quad (2.15)$$

$$\Delta L = 197.01 \cdot 0.015 + 0.002 \cdot 100 = 3.16 \text{ мкГн}$$

Результат измерения индуктивности катушки методом сравнения:

$$L = (197.01 \pm 3.16) \text{ мкГн}$$

Погрешность измерения малой емкости составляет $(0.5\% \pm 0.4)$ пФ, в остальном находим абсолютную погрешность:

$$\Delta C = 0.005 \cdot C_{\text{мал.}} + 0.4 \quad (2.16)$$

$$\Delta C = 0.005 \cdot 280.8 + 0.4 = 1.8 \text{ пФ}$$

Результат измерения малой емкости методом сравнения:

$$C_{\text{мал.}} = (280.8 \pm 1.8) \text{ пФ}$$

Погрешность измерения в диапазоне $(1 - 10)$ пФ составляет $\pm 5\% \pm 0.05$ пФ, в остальном диапазоне $- 0.5\% \pm 0.4$ пФ. Вычислим абсолютную погрешность по формуле (2.17):

$$\Delta C = \delta C \cdot C_{\text{бол.}} + 0.4 \quad (2.17)$$

$$\Delta C = 0.005 \cdot 1772 + 0.4 = 9.26 \text{ пФ}$$

Результат измерения большой емкости методом сравнения:

$$C_{\text{бол.}} = (1772 \pm 9) \text{ пФ}$$

5. Измерение индуктивности катушки и емкостей конденсаторов косвенным методом на приборе Е7-21.

1) Значение индуктивности $L = 196.5 \text{ мкГн}$ и тангенс угла потерь $\text{tg } \delta = 0.5$.

Пределы допускаемой основной погрешности рассчитаем по формуле (2.18):

$$\delta L = \pm \left[1 + 0.2 \cdot \left(\frac{L_K}{L} - 1 \right) \right] \cdot \sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta} \delta \% \quad (2.18)$$

$$\delta L = \pm \left[1 + 0.2 \cdot \left(\frac{1600}{196.5} - 1 \right) \right] \cdot \sqrt{1 + 0.5^2} = \pm 2.7 \%$$

Вычислим абсолютную погрешность по формуле (2.19):

$$\Delta L = \delta L \cdot L, \quad (2.19)$$

$$\Delta L = 0.027 \cdot 196.5 = 5.3 \text{ мкГн}$$

Результат измерения индуктивности катушки косвенным методом:

$$L = (196.5 \pm 5.3) \text{ мкГн}$$

2) Значение емкости малого конденсатора $C_{\text{мал.}} = 278 \text{ пФ}$ и тангенс угла потерь $\text{tg } \delta = 0.003$

$$\delta C = \pm \left[0.15 + 0.01 \left(\frac{C_K}{C} - 1 \right) \right] \cdot \sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta} \delta \% \quad (2.20)$$

$$\delta C = \pm \left[0.15 + 0.01 \left(\frac{1600}{278} - 1 \right) \right] \cdot \sqrt{1 + 0.003^2} = 0.2 \%$$

Вычислим абсолютную погрешность:

$$\Delta C = \delta C \cdot C \quad (2.21)$$

$$\Delta C = 0.002 \cdot 278 = 0.6 \text{ нФ}$$

Результат измерения значения емкости малого конденсатора косвенным методом:

$$C_{\text{мал.}} = (278.0 \pm 0.6) \text{ нФ}$$

3) Значение емкости большого конденсатора $C_{\text{бол.}} = 1779 \text{ нФ}$ и тангенс угла потерь $\text{tg } \delta = 0.017$. Вычислим относительную погрешность по формуле (2.20):

$$\delta C = \pm \left[0.15 + 0.01 \left(\frac{1600}{1779} - 1 \right) \right] \cdot \sqrt{1 + 0.017^2} = 0.15 \%$$

Вычислим абсолютную погрешность по формуле (2.21):

$$\Delta C = 0.0015 \cdot 1779 = 2.7 \text{ нФ}$$

Результат измерения значения емкости малого конденсатора косвенным методом:

$$C_{\text{бол.}} = (1779 \pm 3) \text{ нФ}$$

Таблица 2.1 – Сводная таблица полученных значений и их погрешностей.

Параметр	Прибор Е9-4		Прибор Е12-1	Прибор Е7-21
	Метод непосредств. отсчета	Косвенный метод		
Индуктивность, мкГн	199.3 ± 4.4	192 ± 2	197.01 ± 3.16	196.5 ± 5.3
Большая емкость, пФ	1774.4 ± 159.7		1772 ± 9	1779 ± 3
Малая емкость, пФ	280 ± 6		280.8 ± 1.8	278.0 ± 0.6

Заключение

В ходе проделанной лабораторной работы были исследованы способы определения погрешностей измерений физических величин различными методами на основе измерения электрических параметров катушки индуктивности и конденсаторов.

Прибором Е9-4 измерили индуктивность катушки методом непосредственного отсчета на частоте 760 кГц, а также косвенным методом на различных частотах.

Вычислили значения емкостей малого и большого конденсаторов и катушки индуктивности, определили погрешности измерений косвенным методом и методом сравнения с мерой.

Полученные значения приведены в таблице 5.1.

По таблице 5.1 можно сделать вывод, что измерения на приборе Е7-21 являются самыми точными, а на приборе Е9-4 менее точными.