

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина)»

кафедра физики

ОТЧЕТ
по лабораторной работе № 1
«ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ
РЕЗИСТИВНЫХ ЦЕПЕЙ»

Выполнил:

Группа №: 1305

Преподаватель: _____

Вопросы		Задачи ИДЗ					Даты коллоквиума	Итог

Санкт-Петербург, 2023

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина)»

кафедра физики

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 2

«ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ»

Выполнил:

Группа №: 1305

Преподаватель: _____

Вопросы		Задачи ИДЗ					Даты коллоквиума	Итог

Санкт-Петербург, 2023

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Цель работы: изучение связи между видом свободного процесса в электрической цепи и расположением ее собственных частот (корней характеристического уравнения) на комплексной плоскости; экспериментальное определение собственных частот и добротности RLC -контура по осциллограммам.

Подготовка к работе

В работе предлагается исследовать свободные процессы в цепях, схемы которых представлены на рис. 3.1. Цепи возбуждаются короткими импульсами тока $i_0(t)$, заряжающими конденсатор C . В паузах между импульсами конденсатор разряжается; цепь находится в свободном режиме, так как в это время источник возбуждения отключен ($i_0 = 0$). Напряжения на элементах цепи осциллографируются.

Поведение линейных цепей описывается линейными дифференциальными уравнениями; при этом вид свободного процесса определяется корнями p_k характеристического уравнения (собственными частотами цепи).

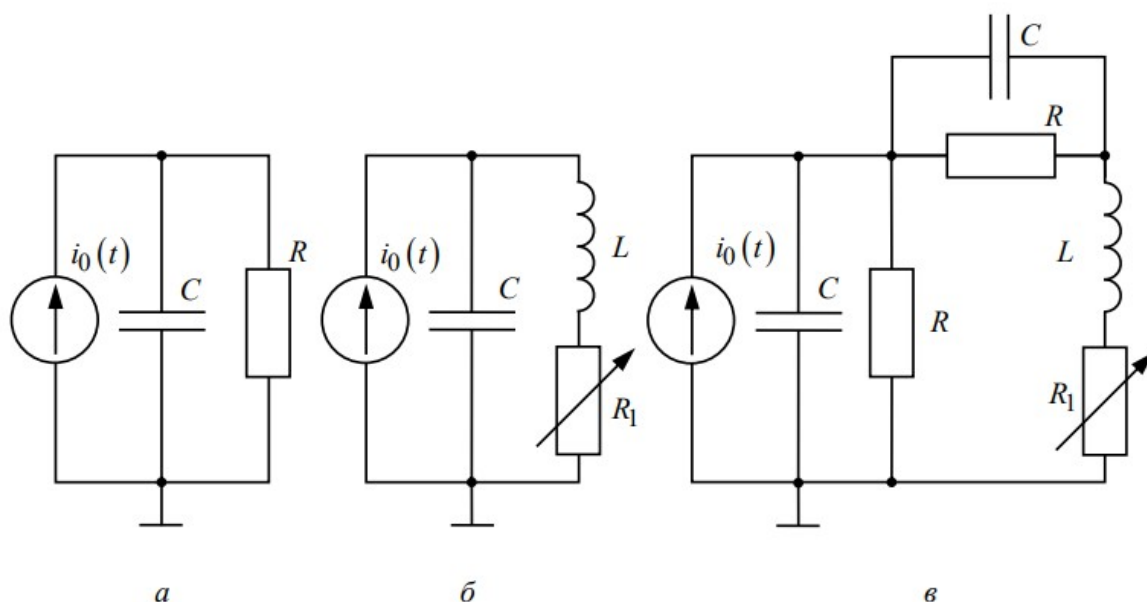


Рис. 3.1

При возбуждении цепи источником тока собственные частоты можно рассчитать как нули входной проводимости цепи $Y(p)$, т. е. как корни уравнения $Y(p) = 0$.

Для цепи первого порядка, представленной на рис. 3.1, а, $Y(p) = pC + 1/R$, откуда

$$p_1 = -\alpha = -1/(RC). \quad (3.1)$$

Для цепи второго порядка, изображенной на рис. 3.1, б, $Y(p) = pC + 1/(pL + R_1)$, откуда

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \quad \alpha = R_1/(2L), \quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC}. \quad (3.2)$$

Для цепи третьего порядка, представленной на рис. 3.1, в,

$$Y(p) = pC + \frac{1}{R} + \frac{(pC + 1/R)/(pL + R_1)}{pC + 1/R + 1/(pL + R_1)},$$

откуда

$$p_1 = -\alpha_1 = -\frac{1}{RC}, \quad p_{2,3} = -\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - \frac{2+R_1/R}{LC}}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{R_1}{L} + \frac{1}{RC} \right). \quad (3.3)$$

У цепи первого порядка одна собственная частота p_1 в (3.1), вещественная и отрицательная; свободный процесс описывается затухающей экспонентой:

$$u(t) = Ae^{p_1 t} = Ae^{-\alpha t} = Ae^{-t/\tau}, \quad (3.4)$$

где u – напряжение на каком-либо элементе цепи; t – время; α – постоянная затухания; τ – постоянная времени; A – постоянная интегрирования. Временная диаграмма свободного процесса приведена на рис. 3.2, а, причем τ – интервал времени, соответствующий любой подкасательной к экспоненте.

У цепи второго порядка две собственные частоты $p_{1,2}$ в (3.2) могут быть вещественными (простыми или кратными) или комплексно-сопряженными.

В случае вещественных простых собственных частот

$$p_1 = -\alpha_1, \quad p_2 = -\alpha_2$$

свободный процесс описывается суммой двух экспонент:

$$u(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t} = A_1 e^{-t/\tau_1} + A_2 e^{-t/\tau_2} \quad (3.5)$$

и называется аperiodическим. Временная диаграмма процесса для случая $A_1 = -A_2$ и $\tau_1 > \tau_2$ приведена на рис. 3.2, б; штрихами показаны отдельные составляющие процесса.

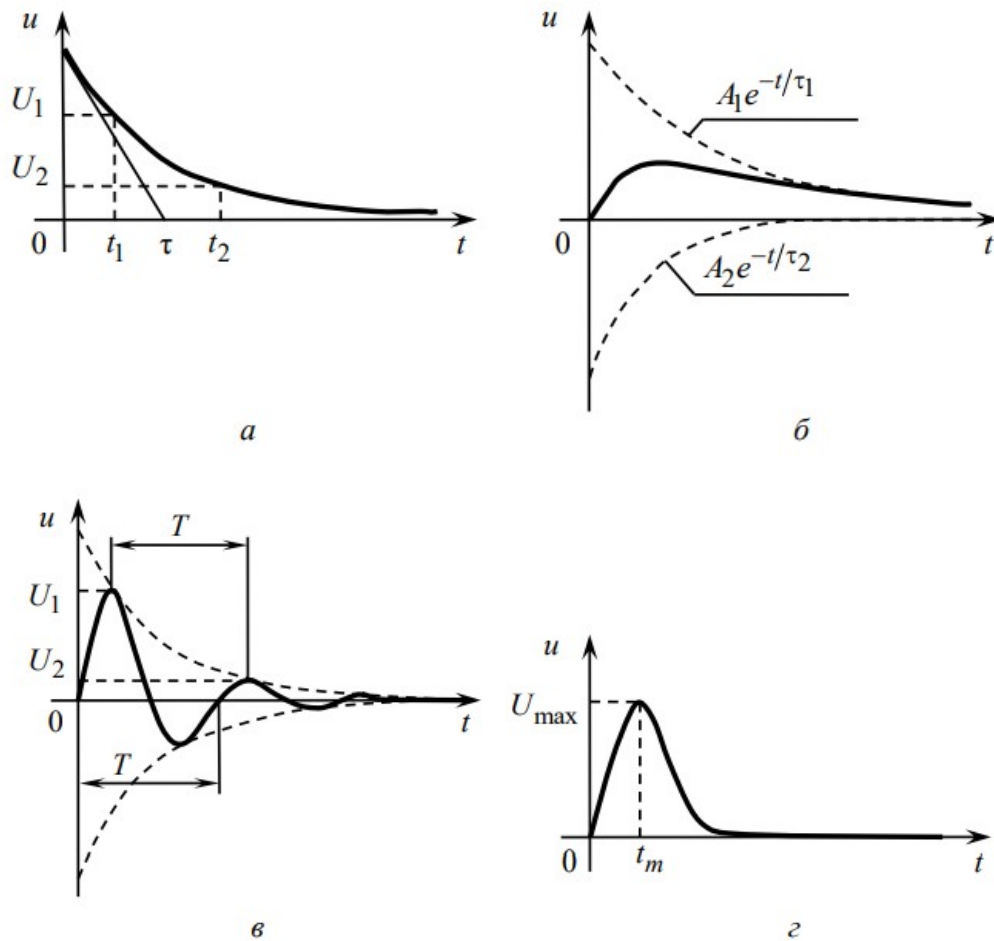


Рис. 3.2

В случае комплексно-сопряженных собственных частот

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$$

свободный процесс описывается выражением

$$u(t) = Ae^{-\alpha t} \cos(\omega t + \beta) \quad (3.6)$$

и называется колебательным; частота затухающих колебаний $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$. Временная диаграмма процесса (в предположении $\beta = -\pi/2$) приведена на рис. 3.2, в.

В случае вещественных кратных собственных частот

$$p_1 = p_2 = -\alpha$$

свободный процесс описывается выражением

$$u(t) = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 t e^{-\alpha t} \quad (3.7)$$

и называется критическим (предельным аperiodическим). Временная диаграмма процесса для случая $A_1 = 0$ приведена на рис. 3.2, *з*, где t_m – момент достижения максимума.

Дальнейшее увеличение порядка цепи к качественно новым явлениям не приводит. Так, согласно (3.3) в схеме, изображенной на рис. 3.1, *в*, собственные частоты могут быть либо все три вещественные, либо одна – вещественная и две – комплексно-сопряженные, например $p_1 = -\alpha_1$ и $p_{2,3} = -\alpha_2 \pm j\omega$.

В некоторых случаях собственные частоты относительно просто рассчитываются по осциллограммам. Например, согласно (3.4) по рис. 3.2, *а* можно вычислить постоянную затухания

$$\alpha = \ln(U_1/U_2)/\Delta t, \quad (3.8)$$

где $\Delta t = t_2 - t_1$, или найти $\tau = 1/\alpha$, проведя касательную, как показано на рисунке. Собственная частота цепи

$$p_1 = -\alpha = -\frac{1}{\tau}.$$

Для случая рис. 3.2, *в* постоянная затухания α также может быть определена по формуле (3.8), но при этом обязательно выполнение условия $\Delta t = T$, что вытекает из (3.6). Собственные частоты цепи

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega = -\alpha \pm j\frac{2\pi}{T}.$$

В случае рис. 3.2, *б* найти собственные частоты можно лишь приближенно, выделив, как показано штрихами, экспоненциальные составляющие процесса (3.5) и определив согласно (3.8) α_1 и α_2 .

Наконец, в случае рис. 3.2, *г* собственная частота цепи

$$p_1 = p_2 = -\alpha = -\frac{1}{t_m}.$$

Это следует из формулы (3.7) при условии $u(0+) = 0$.

Особый интерес представляет определение добротности Q RLC -контуров по виду свободного процесса. Для последовательного RLC -контур

$$Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R} = \frac{L}{R\sqrt{LC}} = \frac{L}{R} \omega_0 = \frac{\omega_0}{2\alpha}, \quad (3.9)$$

где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – частота незатухающих колебаний в идеальном контуре ($R = R_1 = 0$). Согласно (3.2) собственные частоты последовательного RLC -контра можно записать следующим образом:

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \left(1 \pm \sqrt{1 - 4Q^2} \right),$$

причем $Q < 0,5$ соответствует аperiodический режим, $Q = 0,5$ – критический режим, $Q > 0,5$ – колебательный режим, а $Q \rightarrow \infty$ – незатухающий колебательный режим.

При $Q > 10$ с высокой степенью точности можно считать

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0.$$

В этом случае формула, позволяющая определить добротность по осциллограмме на рис. 3.2, в, с учетом (3.8) имеет вид

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{2\pi}{2\alpha T} = \frac{\pi}{\ln(U_1/U_2)}. \quad (3.10)$$

Для повышения точности можно брать отношение напряжений за n периодов колебаний. Тогда

$$Q = \frac{n\pi}{\ln \frac{u(t)}{u(t+nT)}}.$$