

Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций  
Российской Федерации  
(СибГУТИ)

Кафедра ПДС и М

ОТЧЕТ ПО ЛАБАРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1.4  
дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация»  
Упрощенная процедура обработки результатов прямых измерений  
с многократными наблюдениями  
Вариант - 73

Выполнил: студент группы АП-104  
Скибо А. И.  
Проверил преподаватель:

Новосибирск, 2023 г.

## Цель работы:

Ознакомление с упрощенной процедурой обработки результатов прямых измерений с многократными наблюдениями. Получение, применительно к упрощенной процедуре, навыков обработки результатов наблюдений, оценки погрешностей результатов измерений.

## Сведения, необходимые для выполнения работы:

Упрощенная процедура обработки результатов прямых измерений с многократными наблюдениями применяется, если число наблюдений  $n \leq 30$ . За результат измерения принимают среднее арифметическое значение результатов исправленного ряда наблюдений, которое вычисляют по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

где  $x_i$  —  $i$ -й исправленный результат наблюдения,  
 $\bar{x}$  — среднее арифметическое значение исправленного ряда наблюдений,  
 $n$  — количество результатов наблюдений.

Затем вычисляют оценку СКО результата наблюдений  $S$  по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \approx \sigma \quad (2)$$

Для расчета оценки среднего квадратического отклонения результата измерения  $S(\bar{x})$  используют формулу:

$$S(\bar{x}) = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

Доверительные границы случайной составляющей погрешности результата измерения находят с помощью квантилей распределения Стьюдента по формуле:

$$\Delta_{\text{дов}} = \pm t * S(\bar{x}), \quad (4)$$

где  $t$  — квантиль распределения Стьюдента, определенный для доверительной вероятности  $P$ .

Часто имеет место ситуация, когда на результат измерений оказывают влияние две составляющие: погрешность средства измерений  $\Delta_{СИ}$  (инструментальная погрешность) и случайная составляющая погрешности

$\Delta_{\text{дов}}$ , вызванная внешними факторами. Погрешность средства измерений оценивают по его классу точности. В теории измерений показано, если составляющие погрешности независимы, то справедливо следующее соотношение:

$$\Delta_{\Sigma} = \sqrt{\Delta_{\text{дов}}^2 + \Delta_{\text{СИ}}^2}, \quad (5)$$

где  $\Delta_{\Sigma}$  – граница результирующей абсолютной погрешности,  $\Delta_{\text{дов}}$  и  $\Delta_{\text{СИ}}$  – границы отдельных составляющих абсолютных погрешностей.

### Описание лабораторного стенда:

Лабораторный стенд представляет собой LabVIEW компьютерную модель, отображаемую на экране монитора персонального компьютера (рис. 1.).

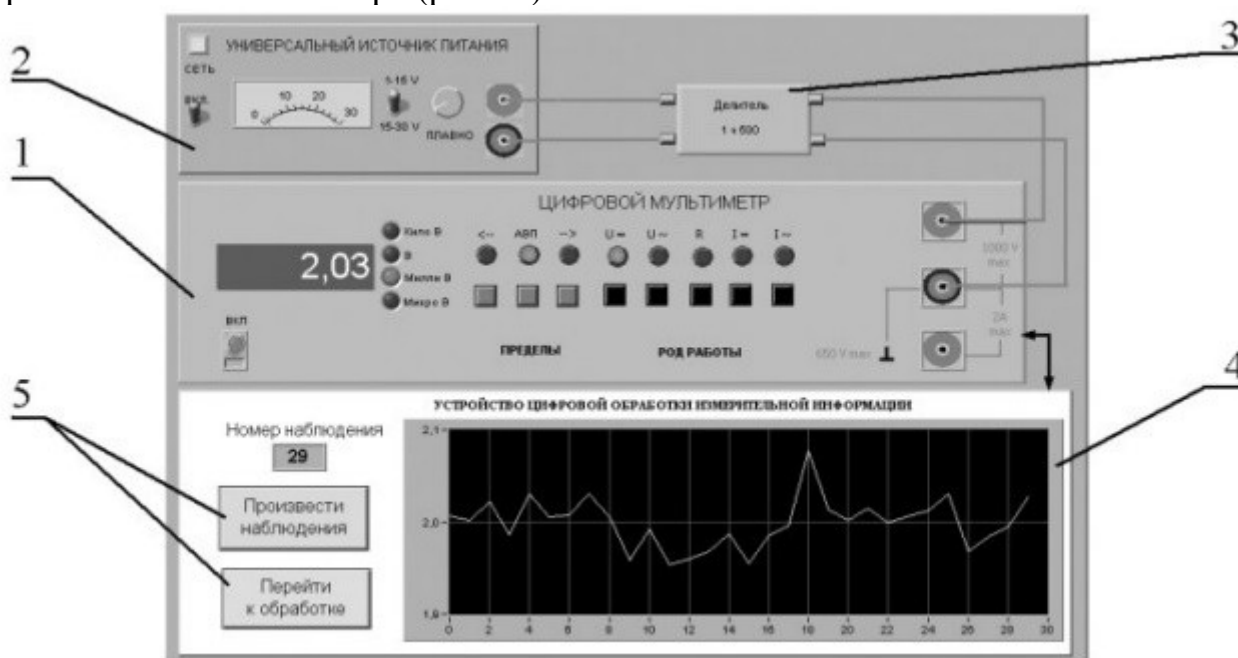


Рис. 1. Вид модели лабораторного стенда на экране монитора компьютера при выполнении лабораторной работы №1.4

- 1 - электронный цифровой мультиметр
- 2 - универсальный источник питания (УИП)
- 3 - делитель напряжения
- 4 - индикатор устройства обработки измерительной информации
- 5 - органы управления устройством обработки измерительной информации

Модель электронного цифрового мультиметра используется для прямых измерений постоянного электрического напряжения методом непосредственной оценки.

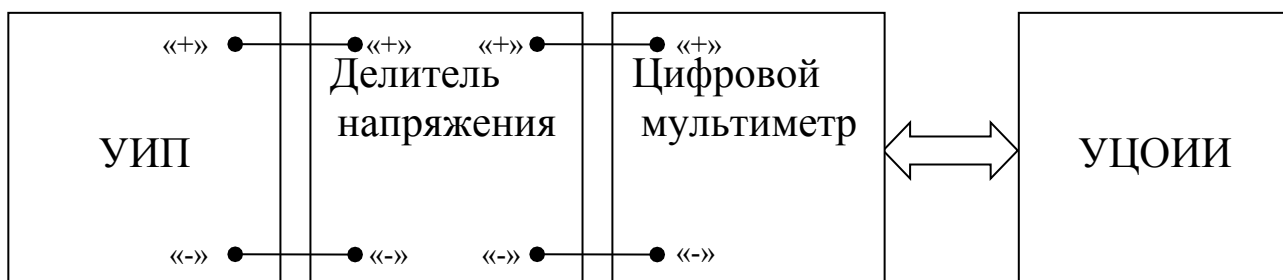
В процессе выполнения работы измеряют постоянное напряжение, значение которого лежит в диапазоне от 20 до 60 мВ. В этом случае для проведения измерений может подойти или цифровой вольтметр, или компенсатор. В данной работе используется цифровой измеритель постоянного напряжения, а для уменьшения трудоемкости измерений выбран режим работы, когда по стандартному интерфейсу осуществляется автоматическая передача результатов наблюдений от модели цифрового мультиметра к устройству цифровой обработки измерительной информации (УЦОИИ).

УЦОИИ выполняет следующие функции:

- Автоматический сбор измерительной информации от цифрового мультиметра;
- Цифровая обработка собранной измерительной информации по заданному алгоритму;
- Отображение результатов обработки измерительной информации на экране индикатора УЦОИИ.

Модель делителя напряжения осуществляет ослабление напряжения с коэффициентом деления  $K = 1:500$  ( $U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}}/500$ ).

Схема соединения приборов:



### Метрологические характеристики приборов

Цифровой мультиметр:

В режиме измерения постоянного и переменного напряжения пределы измерения могут выбираться в диапазоне от 1,0 мВ до 200 В. При измерении напряжения могут быть установлены следующие поддиапазоны: от 0,0 мВ до 199,9 мВ; от 0,000 В до 1,999 В; от 0,00 В до 19,99 В; от 0,0 В до 199,9 В. Диапазон рабочих частот от 20 Гц до 100 кГц. Пределы допускаемых значений основной относительной погрешности при измерении напряжения равны:

$$\delta = \pm \left[ 0.05 + 0.02 \left( \frac{U_k}{U} - 1 \right) \right], \%$$

- при измерении переменного напряжения во всем диапазоне частот, где  $U_k$  - конечное значение установленного предела измерений.  $U$  - значение измеряемого напряжения на входе мультиметра.

Универсальный источник питания:

Диапазон регулировки выходного напряжения от 0 В до 30 В с двумя поддиапазонами, первый - от 0 В до 15 В и второй - от 15 В до 30 В. Максимальная величина выходного тока до 2 А. Внутреннее сопротивление не более 0,3 Ом.

### Задача для контроля готовности к работе.

5.1 условие задачи:

В нормальных условиях произведено пятикратное измерение частоты. Класс точности измерителя частоты  $\gamma$  задан в таблице 1. Предельное (конечное) значение шкалы частотомера 150 Гц. Используя результаты наблюдений, определить:

- результат многократных наблюдений;
- оценку СКО результата наблюдения;
- оценку СКО результата измерения;
- доверительные границы случайной составляющей погрешности результата измерения для заданной доверительной вероятности;
- предел допускаемой абсолютной погрешности средства измерений (СИ) (оценку инструментальной погрешности);
- доверительные границы суммарной (случайной и инструментальной) погрешности.

Записать результат измерения частоты согласно МИ 1317-2004.

Результаты расчетов по задаче свести в таблицу.

Таблица №1- Исходные данные к задаче лабораторной работы .

i, № наблюдения	1	2	3	4	5
f, Гц	114,28	114,25	114,30	114,27	114,24
P - доверительная вероятность	0,980				
Класс точности средства измерения (СИ) $\gamma$ , %	0,05				

5.2 расчет задачи:

5.2.1 среднее арифметическое значение результатов  $\bar{x}$ :

$$\bar{f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i = \frac{1}{5} (114.28 + 114.25 + 114.30 + 114.27 + 114.24) = 114.268 \text{ Гц}$$

5.2.2 оценка СКО результата наблюдений S:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2}{n-1}} = 0.05207686 \approx 0.05 \text{ Гц}$$

Погрешность округления:

$$\delta_{\text{окр}} = \frac{S_{\text{окр}} - S}{S} * 100\% = \frac{0.05 - 0.05207686}{0.05207686} * 100\% = 0.39\% (\leq 5\%)$$

5.2.3 оценка среднего квадратического отклонения результата измерения  $S(\bar{f})$ :

$$S(\bar{f}) = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{0.05207686}{\sqrt{5}} = 0.023289 \approx 0.023 \text{ Гц}$$

Погрешность округления:

$$\delta_{\text{окр}} = \frac{S(\bar{f})_{\text{окр}} - S(\bar{f})}{S(\bar{f})} * 100\% = \frac{0.023 - 0.023289}{0.023289} * 100\% = 1.24\% (\leq 5\%)$$

5.2.4 граница доверительного интервала случайной составляющей погрешности результата измерений  $\Delta_{\text{доп}}$ :

t- взято из таблицы коэффициентов Стьюдента

$$\Delta_{\text{доп}} = t * S(\bar{f}) = 3.649 * 0.023289 = 0.08498156 \approx 0.085 \text{ Гц}$$

Погрешность округления:

$$\delta_{\text{окр}} = \frac{0.085 - 0.08498156}{0.08498156} * 100\% = 0.02\% (\leq 5\%)$$

5.2.5 предел допускаемой абсолютной погрешности средства измерений (инструментальная погрешность)  $\Delta_{\text{СИ}}$ :

$$\Delta_{\text{СИ}} = \frac{\gamma * F_{\text{max}}}{100\%} = \frac{0.05 * 150}{100\%} = 0.075 \text{ Гц}$$

5.2.6 отношение предела допускаемой абсолютной погрешности средства измерения к доверительной границе случайной составляющей погрешности результата измерений

$$\frac{\Delta_{\text{СИ}}}{\Delta_{\text{доп}}} = \frac{0.075}{0.08498156} = 0.8825444$$

5.2.7 границы абсолютной погрешности результата измерений  $\Delta_{\Sigma}$  :

$$\Delta_{\Sigma} = \sqrt{\Delta_{\text{доп}}^2 + \Delta_{\text{СИ}}^2} = \sqrt{0.08498156^2 + 0.075^2} = 0.11334401 \approx 0.1 \text{ Гц}$$

Погрешность округления:

$$\delta_{\text{окр}} = \frac{\Delta_{\Sigma \text{окр}} - \Delta_{\Sigma}}{\Delta_{\Sigma}} * 100\% = \frac{0.1 - 0.11334}{0.11334} * 100\% = 1.33\% (\leq 5\%)$$

5.2.8 границы относительной погрешности результата измерений  $\delta_{\Sigma}$

$$\delta_{\Sigma} = \frac{\Delta_{\Sigma}}{\bar{f}} * 100\% = \frac{0.11334}{114.268} * 100\% = 0.00099187 \approx 0.001\%$$

Погрешность округления:

$$\delta_{\text{окр}} = \frac{0.001 - 0.00099187}{0.00099187} * 100\% = 0,8\% (\leq 5\%)$$

5.2.9 результаты измерения согласно МИ1317-2004:

$$f = 114.268 \text{ Гц} \pm 0.1 \text{ Гц};$$

$$f = 114.268 \text{ Гц} \pm 0.001\%;$$

$n=5$ ;  $P=0.980$ ; условия измерения нормальные.

Таблица №2 Результаты расчетов по задаче

Упрощенная процедура обработки результатов прямых измерений с многократными наблюдениями	
Наименование	Значение
Число многократных наблюдений	5
Среднее арифметическое результатов наблюдений, Гц	114.268
Оценка СКО ряда наблюдений, Гц	$0.05207686 \approx 0.05 \text{ Гц}$ $\delta_{окр} = 0.39\%$
Оценка СКО результата измерения, Гц	$0.05207686 \approx 0.05 \text{ Гц}$ $\delta_{окр} = 0.39\%$
Вычисление доверительных границ погрешности результата измерения	
Доверительная вероятность	0.980
Квантиль распределения Стьюдента	3.649
Доверительные границы случайной составляющей погрешности результатов измерений, Гц	$0.08498156 \approx 0.085 \text{ Гц}$ $\delta_{окр} = 0.02\%$
Предел допускаемой абсолютной погрешности средства измерений (инструментальная погрешность), Гц	$0.075 \text{ Гц}$
Отношение предела допускаемой абсолютной погрешности средства измерения к доверительной границе случайной составляющей погрешности результата измерений	0.8825444
Доверительные границы абсолютной погрешности результата измерений, Гц	$0.11334 \approx 0.1$ $\delta_{окр} = 1.33\%$
Результаты измерений	$f = 114.268 \text{ Гц} \pm 0.1 \text{ Гц}$ ; $f = 114.268 \text{ Гц} \pm 0.001\%$ ; $n=5$ ; $P=0.980$ ; условия измерения нормальные.

Таблица №3 Результаты наблюдений

Упрощенная процедура обработки результатов прямых измерений с многократными наблюдениями			
Наименование	Значение $U=30\text{мВ}$		
Число многократных наблюдений	11	20	29
Среднее арифметическое результатов наблюдений, мВ	30,0047	29,9690	29,9710
Оценка СКО ряда наблюдений, мВ	0,0437	0,0716	0,0635
Оценка СКО результата измерения, мВ	0,0132	0,0160	0,0118
Вычисление доверительных границ погрешности результата измерения			
Доверительная вероятность	0.990		
Квантиль распределения Стьюдента	3,1693	2,8609	2,7632
Доверительные границы случайной составляющей погрешности результата измерений, мВ	0,0417	0,0458	0,0326
Предел допускаемой абсолютной погрешности средства измерений (инструментальная погрешность), мВ Расчетное значение:	0,0490	0,0490	0,0490
Отношение предела допускаемой абсолютной погрешности средства измерения к доверительной границе случайной составляющей погрешности результата измерений	1,1739	1,0691	1,5030
Доверительные границы абсолютной погрешности результата измерений, мВ	0,0644	0,0671	0,0589
Результаты измерений	30,0047 0	29,9690 0	29,9710 0

### Ответы на контрольные вопросы:

1. При многократных опытах для обнаружения грубых погрешностей используют статистические критерии, т. е. «подозрительные» значения сравнивают с некоторым статистическим критерием.

$$\beta = \dots$$



где  $\delta$  – максимально возможное отклонение от среднего;  $\sigma$  – среднеквадратичное значение ряда наблюдений.

Последовательность оценки по данному методу:

- упорядочить значения наблюдений;
- найти отклонения:

$$S_n = \frac{x_n - \bar{x}}{\sigma}, \quad S_1 = \frac{\bar{x} - x_1}{\sigma}$$

- результаты сравниваются с предельным отклонением  $\beta$  для данного распределения случайной величины, которое берется из справочных данных для конкретного числа наблюдений и принятого уровня значимости  $\alpha$ . При  $S_n \geq \beta$  ( $S_1 \geq \beta$ ) результат считают аномальным и исключают.

**2.** Исправленный результат измерений – значение физической величины, полученное при помощи средства измерений и уточненное путем введения в него необходимых поправок.

**3.** Абсолютная погрешность – это разность между показанием прибора и действительным значением. Действительное значение – значение, полученного прибором более высокого класса точности.

Относительной погрешностью – это отношение абсолютной погрешности измерения к показанию прибора. Обычно выражается в процентах.

Приведенная погрешность — это относительная погрешность, выраженная отношением абсолютной погрешности к условно принятому значению нормирующей величины ( $x_n$ ). Нормирующее значение – конечное значение шкалы (предел измерений).

**4.** Систематической погрешностью измерения называют погрешность, которая при повторных измерениях одной и той же величины в одних и тех же условиях остаётся постоянной или закономерно меняется. Не исключенная систематическая погрешность результата образуется из не исключенных систематических погрешностей: погрешности метода, или теоретические погрешности, проистекающие от ошибочности или недостаточной разработки принятой теории метода измерений в целом или от допущенных упрощений при проведении измерений, инструментальные погрешности, зависящие от погрешностей применяемых средств измерений, погрешности, обусловленные неправильной установкой и взаимным расположением средств измерения, личные погрешности, обусловленные индивидуальными особенностями наблюдателя. По характеру своего поведения в процессе измерения систематические погрешности подразделяются на постоянные и переменные.

*Постоянные систематические погрешности* возникают, например, при

неправильной установке начала отсчета, неправильной градуировке и юстировке средств измерения и остаются постоянными при всех повторных наблюдениях. Поэтому, если уж они возникли, их очень трудно обнаружить в результатах наблюдений.

Среди *переменных систематических погрешностей* принято выделять прогрессивные и периодические.

*Прогрессивная погрешность* возникает, например, при взвешивании, когда одно из коромысел весов находится ближе к источнику тепла, чем другое, поэтому быстрее нагревается и удлиняется. Это приводит к систематическому сдвигу начала отсчета и к монотонному изменению показаний весов.

*Периодическая погрешность* присуща измерительным приборам с круговой шкалой, если ось вращения указателя не совпадает с осью шкалы.

При равномерном распределении не исключенных составляющих систематической погрешности, границы вычисляются по формуле:

$$\Theta = k * \sqrt{\sum_{j=1}^m \Theta_j^2}$$

где  $\Theta_j$  – граница j-ой составляющей не исключенной систематической погрешности; k – коэффициент, определяемый доверительной вероятностью (при P=0.95 k=1.1, при P=0.99 k=1.4).

Случайной погрешностью измерения называют погрешность, которая при повторных измерениях одной и той же величины в одних и тех же условиях изменяется случайным образом. Оценку случайных погрешностей осуществляют путем определения границ интервала, накрывающего с заданной вероятностью случайные погрешности. Границы такого интервала называют доверительными границами, а сам интервал – доверительным интервалом. Вероятность попадания случайной погрешности в доверительный интервал называют доверительной вероятностью или надежностью измерений в данных границах.

Если закон распределения случайных погрешностей известен, то доверительная вероятность P находится:

$$P = P(\varepsilon_1 < \Delta^\circ < \varepsilon_2) = \int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} P(\Delta^\circ) d\Delta^\circ,$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – нижняя и верхняя границы доверительного интервала погрешностей;

$\Delta^\circ$  – случайная погрешность;  
 $P(\Delta^\circ)$  – плотность вероятности случайных погрешностей (закон распределения).

**5.** Анализируя работы измерительной установки, могут быть выявлены систематические погрешности. Систематические погрешности определяются либо при создании средств измерений и комплектации измерительной аппаратуры, либо непосредственно при подготовке

измерительного эксперимента и в процессе его проведения.

6. При равномерном распределении не исключенных составляющих систематической погрешности, границы вычисляются по формуле:

$$\Theta = k * \sqrt{\sum_{j=1}^m \Theta_j^2}$$

где  $\Theta_j$  – граница j-ой составляющей не исключенной систематической погрешности; k – коэффициент, определяемый доверительной вероятностью (при P=0.95 k=1.1, при P=0.99 k=1.4).

7. Доверительные границы случайной погрешности результата измерения в соответствии с настоящим стандартом устанавливаются для результатов наблюдений, принадлежащих нормальному распределению. Если это условие не выполняется, методы вычисления доверительных границ случайной погрешности должны быть указаны в методике выполнения конкретных измерений.

При числе результатов наблюдений  $n > 50$  для проверки принадлежности их к нормальному распределению по НТД предпочтительным является один из критериев:  $\chi^2$  Пирсона или  $\omega^2$  Мизеса - Смирнова.

При числе результатов наблюдений  $50 > n > 15$  для проверки принадлежности их к нормальному распределению предпочтительным является составной критерий.

При числе результатов наблюдений  $n \leq 15$  принадлежность их к нормальному распределению не проверяют. При этом нахождение доверительных границ случайной погрешности результата измерения по методике, предусмотренной настоящим стандартом, возможно в том случае, если заранее известно, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению.

Доверительные границы  $\varepsilon$  (без учета знака) случайной погрешности результата измерения находят по формуле

$$\varepsilon = tS(\check{A}),$$

где t - коэффициент Стьюдента, который в зависимости от доверительной вероятности P и числа результатов наблюдений n находят по таблице.

8. Оценка СКО ряда наблюдений характеризует разброс результатов, полученных в различных наблюдениях из-за случайных погрешностей. Оценка СКО результата измерения характеризует погрешность определения среднего значения измеряемой величины.

9. Результат эксперимента представляется с указанием единиц измерения. Также должны быть указаны характеристики погрешностей измерения:

1) указываются границы суммарной погрешности и доверительная вероятность, с которой погрешность находится в этих границах;

- 2) отдельно указываются характеристики случайной и систематической составляющих погрешности.
- 3) Погрешность измерения должна выражаться не более чем двумя значащими цифрами. Можно указать одну значащую цифру, если погрешность округления не превышает 5 % (погрешность округляют в большую сторону).
- 4) Критерий округления результата измерения: последний разряд результата должен быть таким же, как у округленного значения абсолютной погрешности.
- 5) Результат измерения должен включать в себя условия проведения измерения.