

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Кафедра компьютерных систем в управлении и проектировании (КСУП)

ОТЧЕТ

Лабораторная работа № 1

ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Выполнил:  
Студент гр. 510-1  
«07» мая 2023 г.

Проверил:  
К.т.н., доцент  
\_\_\_\_\_ А. Г.Карпов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 г.

## 1 Введение

Целью данной работы является изучение моделей и характеристик основных типовых звеньев и ознакомление с моделирующей установкой РВЛ ТАУ.

## 2 Основные соотношения

Дифференциальное уравнение второго порядка имеет вид:

$$a_0 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_2 y(t) = b_0 \frac{dr(t)}{dt} + b_1 r(t),$$

где  $y(t)$  – выход звена, а  $r(t)$  – вход звена.

Названия наиболее часто используемых звеньев и их параметры приведены в таблицы 2.1.

Таблица 2.1 - Наиболее часто используемые типовые звенья и их параметры

№	Название звена	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$	Примечание
1	Безынерционное (усилительное)	0	0	1	0	10	
2	Апериодическое 1-го порядка	0	0.1	1	0	10	
3	Апериодическое 2-го порядка	0.0016	0.1	1	0	10	$a_1^2 \geq 4a_0a_2$
4	Колебательное	0.04	0.1	1	0	10	$a_1^2 < 4a_0a_2$
5	Идеальное интегрирующее	0	1	0	0	10	
6	Интегрирующее с замедлением	0.1	1	0	0	10	
7	Идеальное дифференцирующее	0	0	1	10	0	
8	Дифференцирующее с замедлением	0	0.1	1	10	0	

### 3 Ход работы

Дифференциальные уравнения для соответствующих звеньев:

1) безынерционное звено:  $y(t) = 10r(t)$ ;

2) апериодическое звено первого порядка:  $0,1y' + y = 10r(t)$ ;

3) апериодическое звено второго порядка:

$$0,0016y'' + 0,1y' + y = 10r(t);$$

4) колебательное звено:  $0,04y'' + 0,1y' + y = 10r(t)$ ;

5) идеальное интегрирующее:  $y' = 10r(t)$ ;

6) интегрирующее звено с замедлением:  $0,1y'' + y' = 10r(t)$ ;

7) идеальное дифференцирующее:  $y = 10r'(t)$ ;

8) дифференцирующее с замедлением звено:  $0,1y' + y = 10r'(t)$ .

Согласно имеющемуся заданию, произведем расчет простейших звеньев.

#### 3.1. Безынерционное (усилительное) звено

Произведем замену  $\frac{d}{dt} = p$ , чтобы перейти к операторному уравнению, получим:

$$F(p) = 10F_1(p)$$

Передаточная функция:  $W(p) = \frac{F(p)}{F_1(p)} = K = \frac{1}{10} = 10$

Весовая (импульсная переходная) функция:  $h(t) = K \cdot 1(t) = 10 \cdot 1(t)$

На рис. 3.1 представлен график весовой функции.  $w(t) = h'(t) = 0$

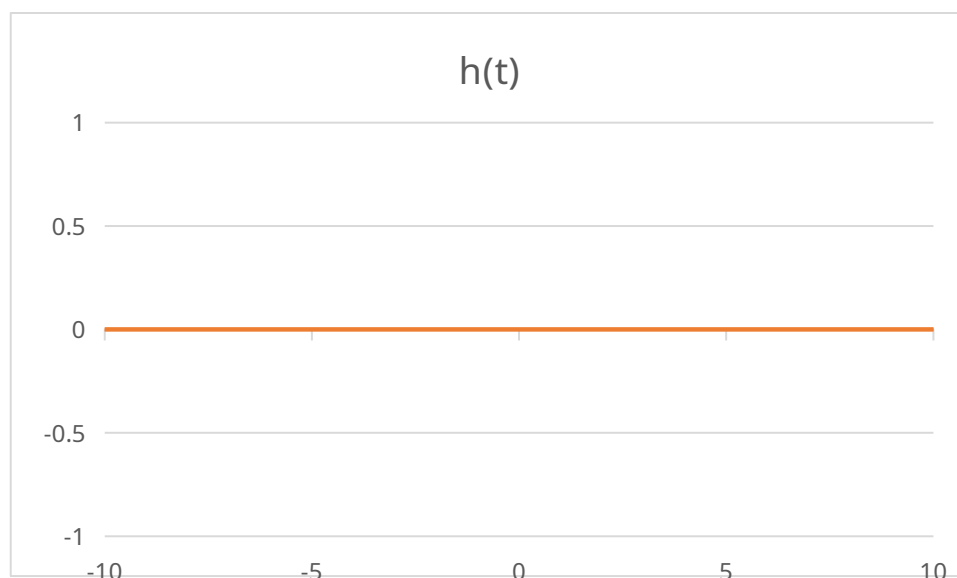


Рис. 3.1 – График весовой функции

На рис. 3.2 представлен график переходной характеристики.

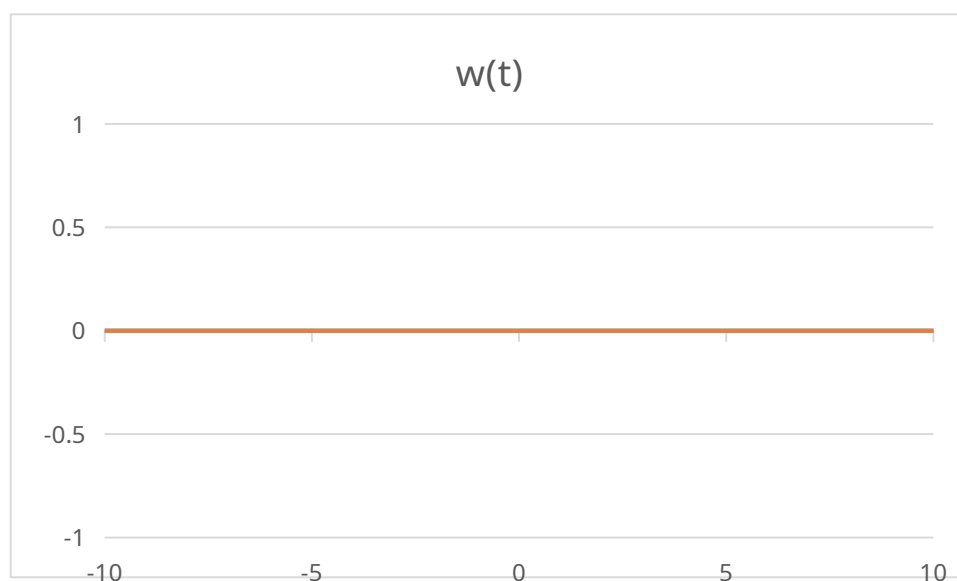


Рис. 3.2 – График переходной характеристики

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ):

$$A(\omega) = W(j\omega) = 10 .$$

На рисунке 3 представлен график АЧХ

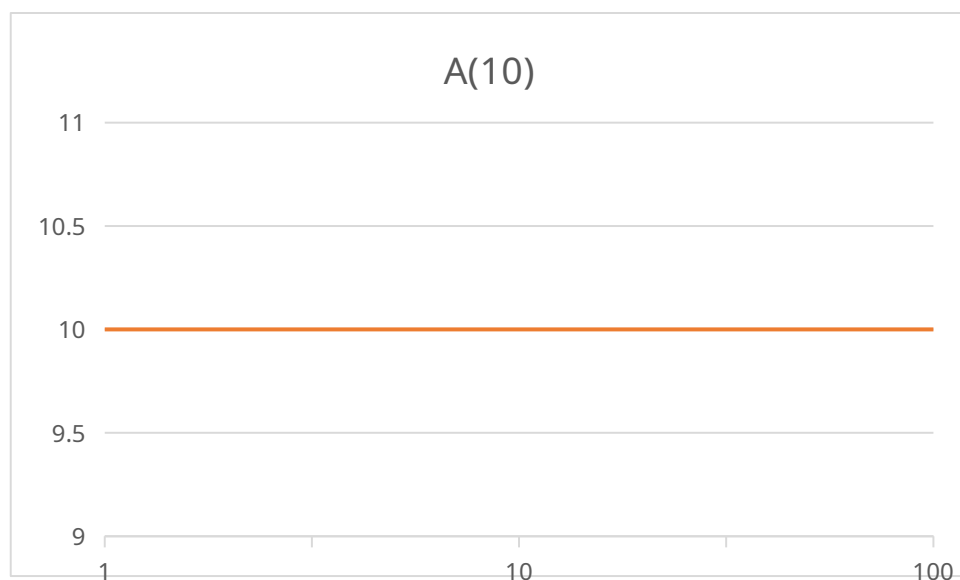


Рис. 3.3 – График АЧХ.

Фазовая частотная характеристика (ФЧХ):

$$\Phi(\omega) = \arg(W(i\omega)) = 0$$

На рис. 3.3 представлен график ФЧХ.

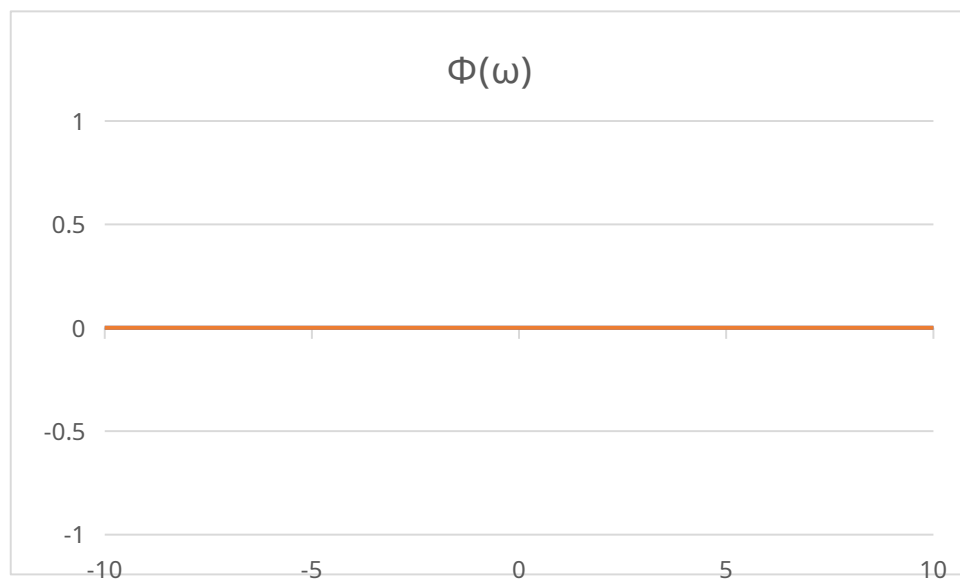


Рис. 3.4 – График ФЧХ

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ):

$$L(\omega) = 20 \log A(\omega) = 20 \log |W(i\omega)| = 10$$

На рис. 3.4 представлен график ЛАЧХ.

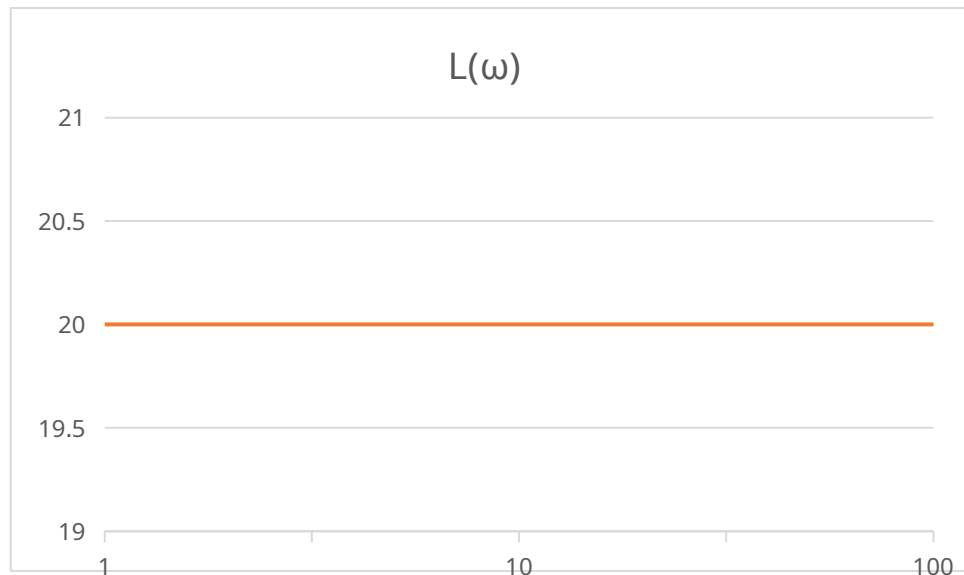


Рис. 3.5 – График ЛАЧХ

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ):

$$P(\omega) = 10 ; Q(\omega) = 0$$

На рис. 3.5 представлен график АФЧХ.

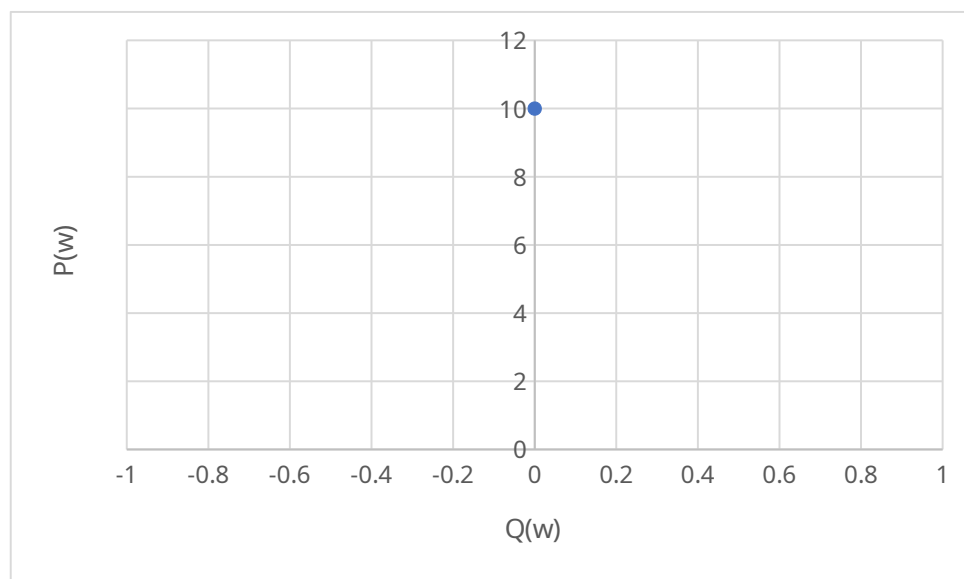


Рис. 3.6 – График АФЧХ

### 3.2. Аперидическое звено 1-го порядка

Произведем замену  $\frac{d}{dt} = p$ , чтобы перейти к операторному уравнению,

получим:

$$(0.1p + 1)F_1(p) = 10F(p).$$

Передаточная функция:

$$W(p) = \frac{F(p)}{F_1(p)} = \frac{10}{0,1p+1}$$

Переходная функция:

$$h(t) = 10(1 - e^{-10t})$$

Весовая функция:

$$w(t) = 10 * e^{-10t}$$

На рис. 3.6 представлена весовая функция.

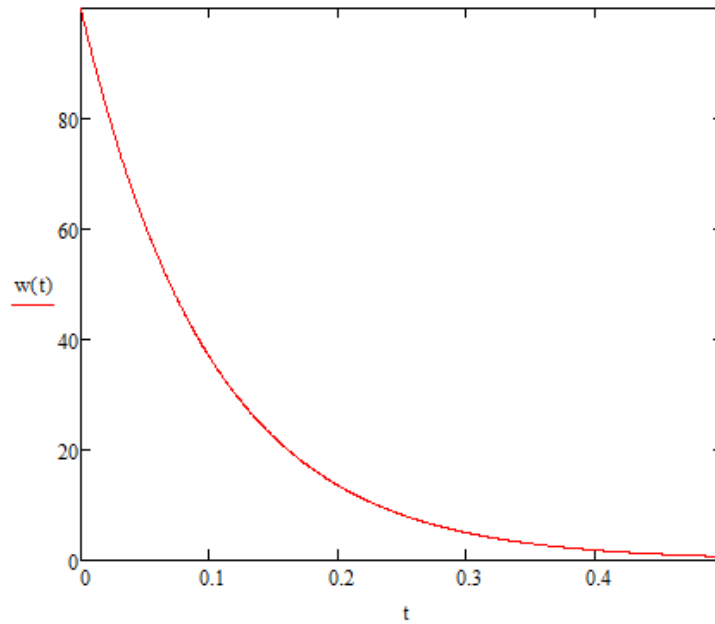


Рис. 3.7 – График весовой функции

На рис. 3.7 представлена переходная характеристика.

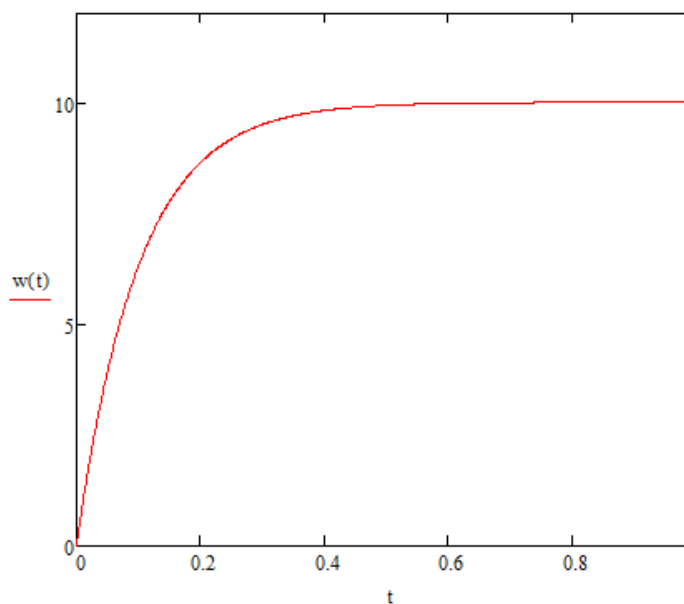


Рис. 3.8 – График переходной характеристики

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ):

$$A(\omega) = \frac{10}{\sqrt{1+0.1^2\omega^2}}$$

На рис. 3.8 представлен график АЧХ.

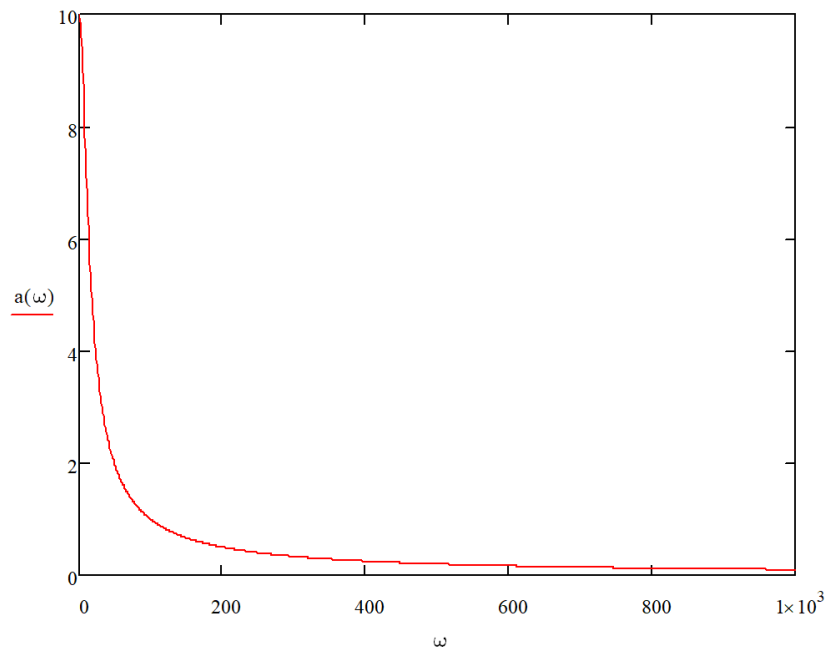


Рис. 3.9 – График АЧХ

Фазовая частотная характеристика (ФЧХ):

$$\Phi(\omega) = \arg(W(i\omega)) = -\text{arctg}(0,1\omega)$$

На рис. 3.9 представлен график ФЧХ.



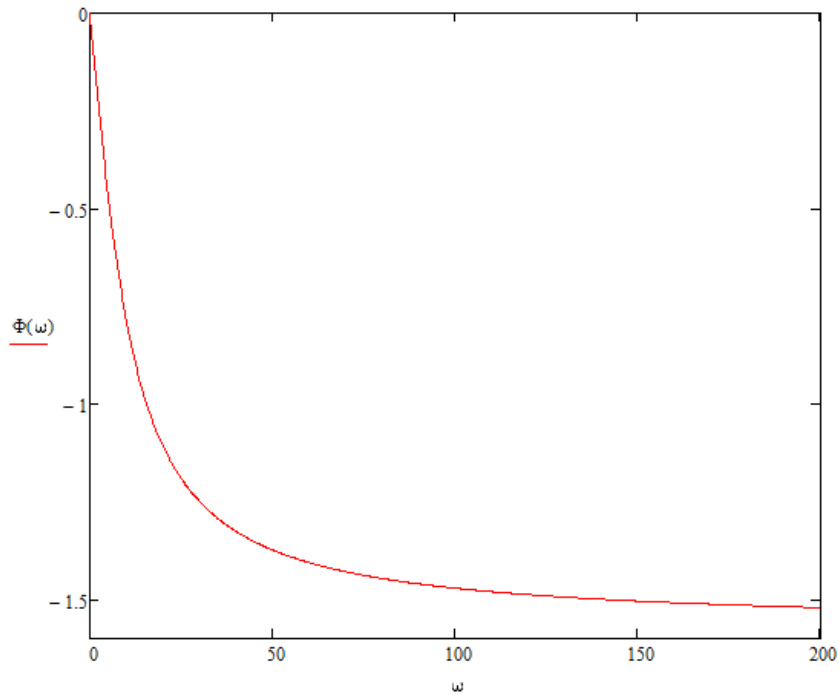


Рис. 3.10 – График ФЧХ

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ):

$$L(\omega) = 20 \log 10 - 20 \cdot \log \sqrt{1 + 0.1^2 \cdot \omega^2}$$

На рис. 3.10 представлен график ЛАЧХ.

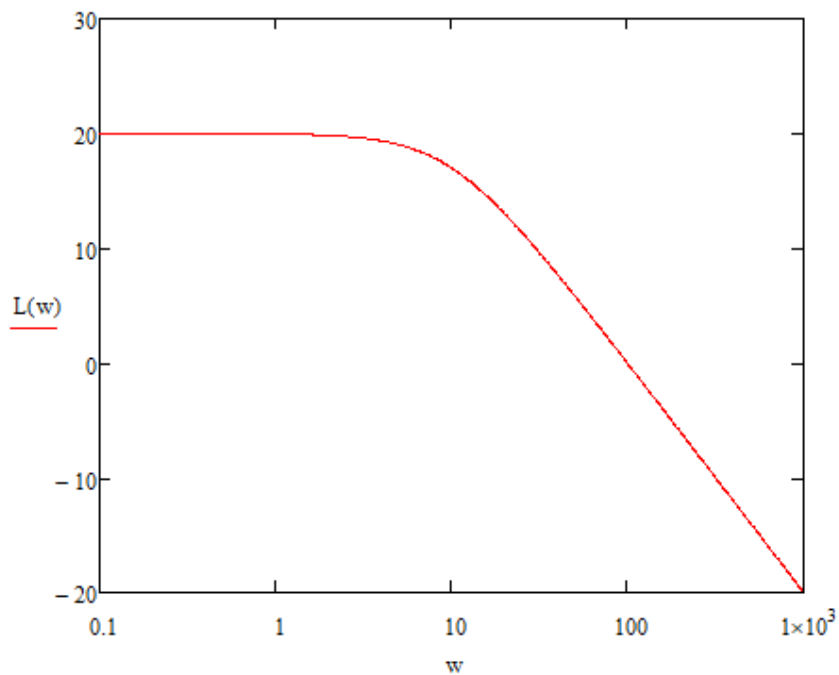


Рис. 3.11 – График ЛАЧХ

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ):

$$A(\omega) = -\sqrt{25 - (\omega - 5)^2}$$

На рис. 3.11 представлен график АФЧХ.

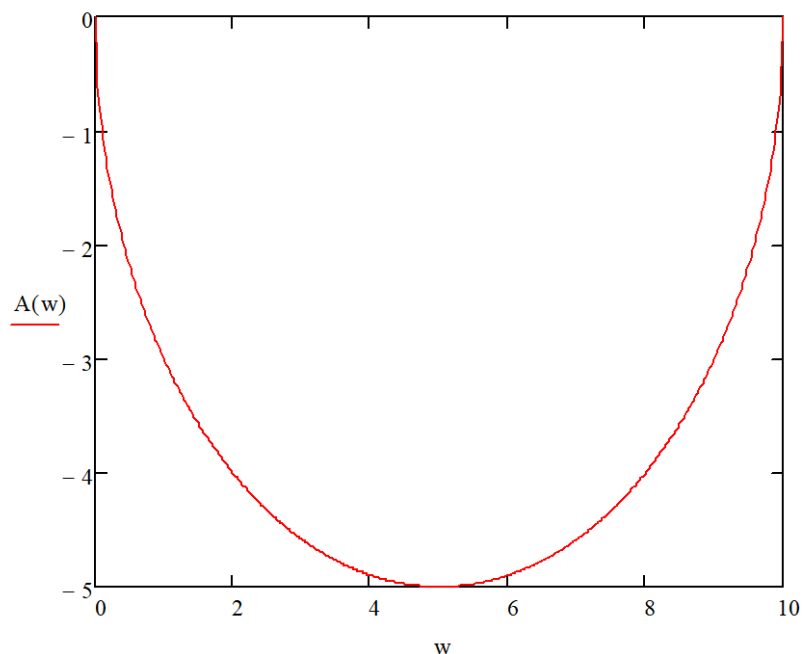


Рис. 3.12 – График АФЧХ

### 3.3. Аперриодическое звено 2-го порядка (инерционное)

Произведем замену  $\frac{d}{dt} = p$ , чтобы перейти к операторному уравнению,

получим:

$$(0.0016p^2 + 0.1p + 1)F_1(p) = 10F(p)$$

Передаточная функция:

$$W(p) = \frac{10}{0.0016p^2 + 0.1p + 1}$$

Весовая функция:  $W(t)$ :

$$W(t) = \frac{k}{T_3 - T_4} * (e^{-\frac{t}{T_3}} - e^{-\frac{t}{T_4}})$$

$$W(t) = \frac{10}{0.08 - 0.02} * (e^{-\frac{t}{0.08}} - e^{-\frac{t}{0.02}})$$

График весовой функции представлен на рисунке 3.12.

Переходная характеристика  $h(t)$ :

$$h(t) = k \left( 1 - \frac{T_3}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_3}} + \frac{T_4}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_4}} \right)$$

$$h(t) = 10 \left( 1 - \frac{0,08}{0,08 - 0,02} e^{\frac{-t}{0,08}} + \frac{0,02}{0,08 - 0,02} e^{\frac{-t}{0,02}} \right)$$

График переходной функции представлен на рисунке 3.13.

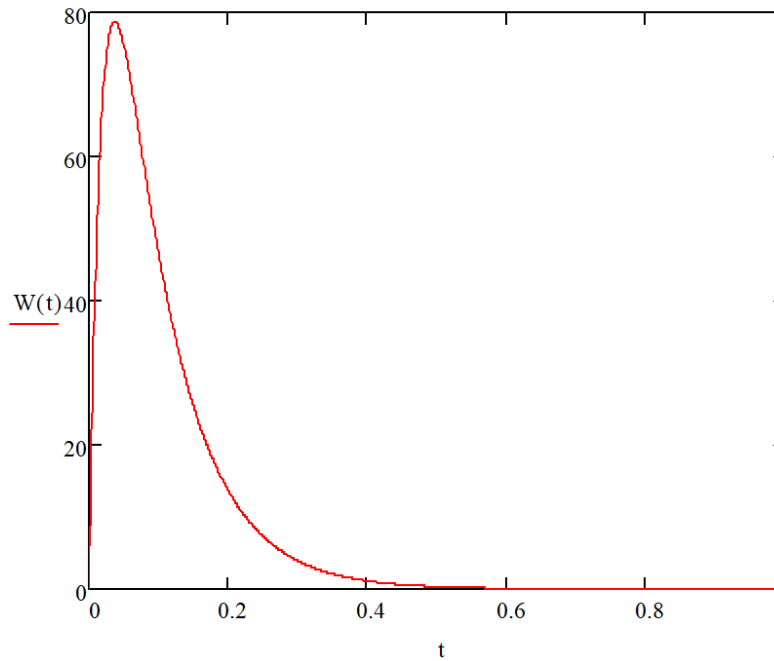


Рисунок 3.13 – График весовой функции

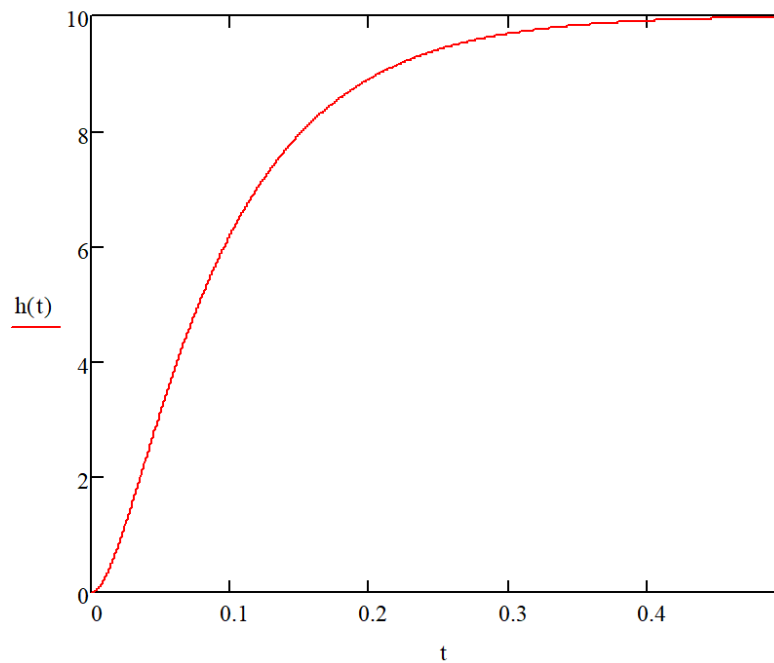


Рисунок 3.14 - График переходной функции

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ):

$$A(\omega) = \frac{10}{\sqrt{0.08^2 \omega^2 + 1} * \sqrt{0.02^2 \omega^2 + 1}}$$

На рисунке 3.14 представлен график АЧХ.

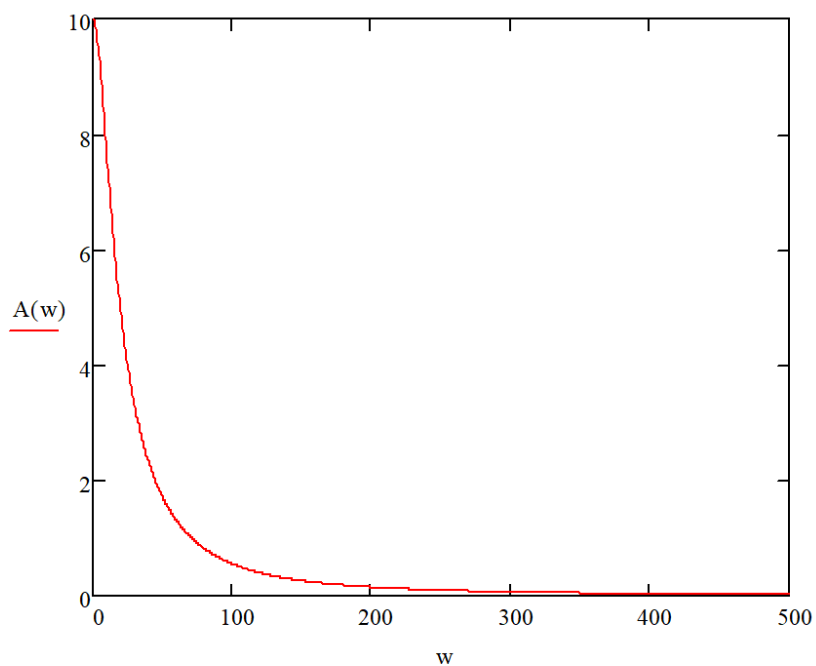


Рисунок 3.15 - график АЧХ.

Фазовая частотная характеристика (ФЧХ):

$$\Phi(\omega) = -\arctg(0.08 \omega) - \arctg(0.02 \omega)$$

На рис. 3.16 представлен график ФЧХ.

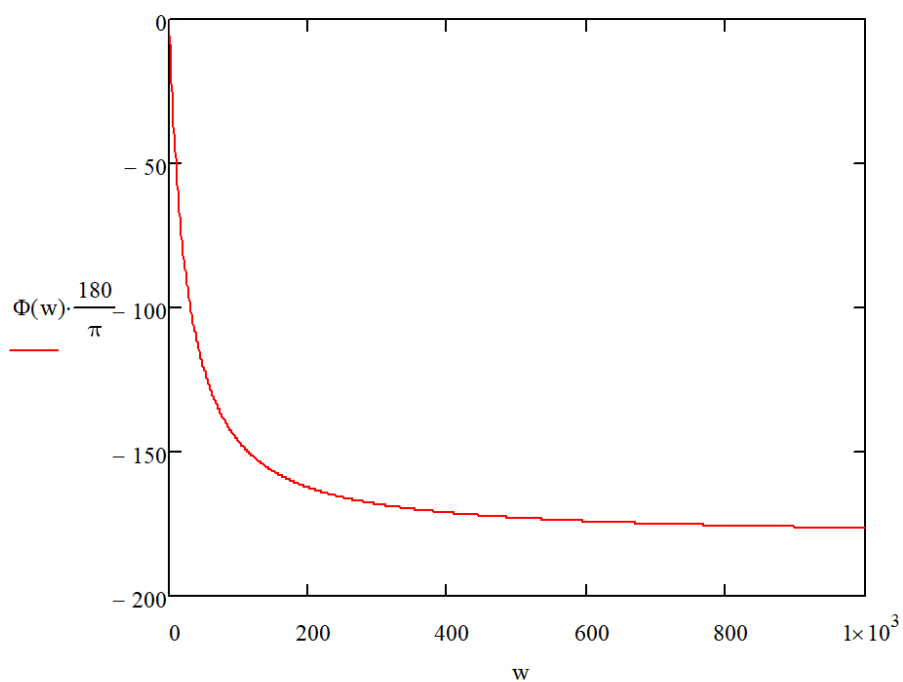


Рисунок 3.16 - график ФЧХ.

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ):

$$L(\omega) = 20 \log(A(\omega))$$

На рис. 3.16 представлен график ЛАЧХ.

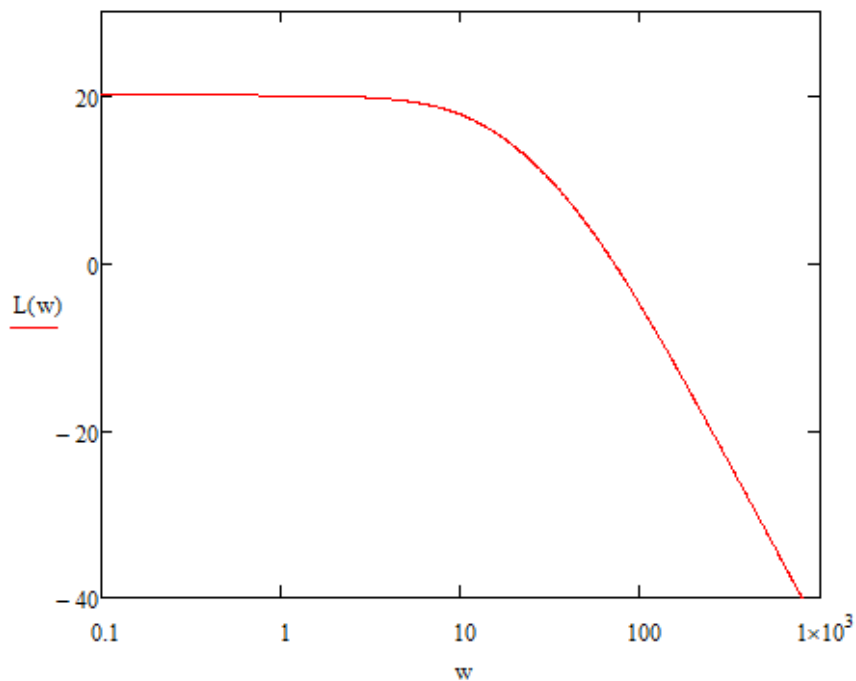


Рисунок 3.17 - график ЛАЧХ.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ):

$$Q(\omega) = \frac{-10 * 0.08 * 0.02 \omega^2 + 10}{(0.08^2 \omega^2 + 1) * (0.02^2 \omega^2 + 1)}$$

$$P(\omega) = \frac{-10 * (0.08 \omega * 0.02 \omega)}{(0.08^2 \omega^2 + 1) * (0.02^2 \omega^2 + 1)}$$

На рис. 3.18 представлен график ЛАЧХ.

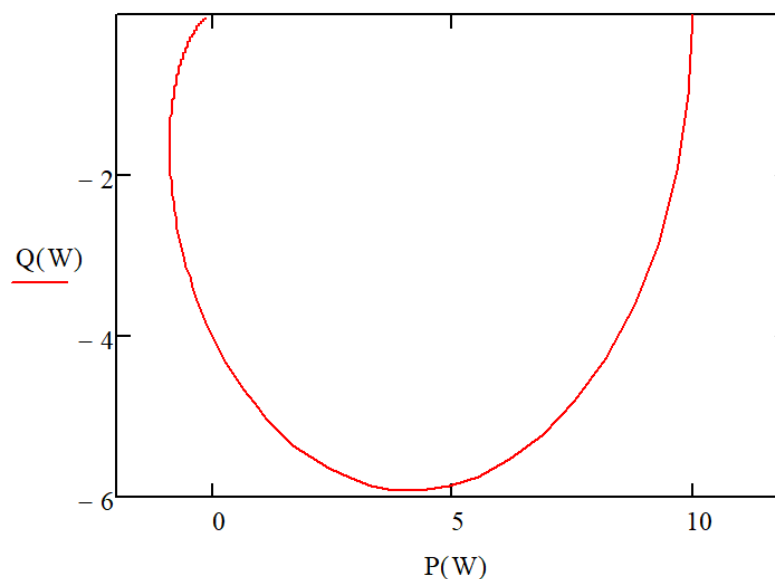


Рисунок 3.18 - график АФЧХ.

### 3.4. Колебательное звено

Произведем замену  $\frac{d}{dt} = p$ , чтобы перейти к операторному уравнению, получим:

$$(0.04p^2 + 0.1p + 1) * F1(p) = 10F(p)$$

Передаточная функция:

$$W(p) = \frac{F1(p)}{F(p)} = \frac{10}{0.2^2 p^2 + 2 * 0.25 * 0.2 + 1}$$

Весовая функция:

$$w(t) = 10 * \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - 0.25^2}} e^{\frac{-0.25}{0.2} t} * \sin \left( \frac{\sqrt{1 - 0.25^2}}{0.2} t + \arctg \frac{\sqrt{1 - 0.25^2}}{0.25} \right) \right)$$

На рис. 3.19 представлен график весовой функции.

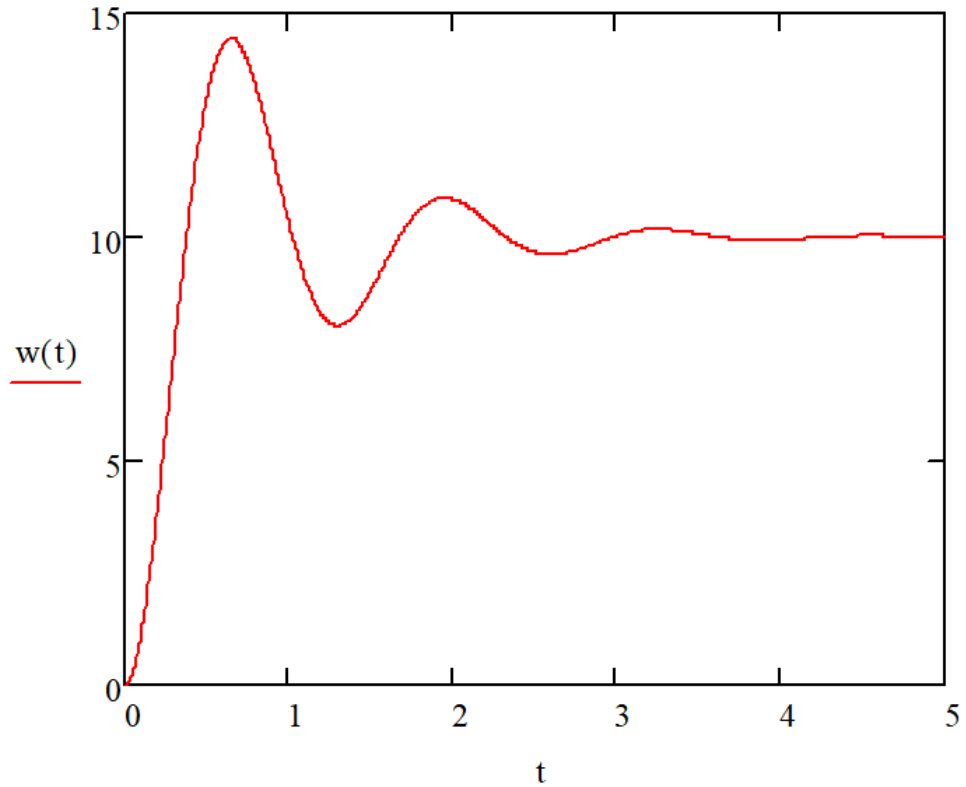


Рисунок 3.19 - график весовой функции.

Переходная функция:

$$h(t) = \frac{10}{\sqrt{1-0.25^2}} e^{\frac{-0.25}{0.2}t} * 0.25 * \sin\left(\frac{\sqrt{1-0.25^2}}{0.2}t + \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1-0.25^2}}{0.25}\right) - i$$

$$\frac{10}{\sqrt{1-0.25^2}} e^{\frac{-0.25}{0.2}t} * \sqrt{1-0.25^2} * \cos\left(\frac{\sqrt{1-0.25^2}}{0.2}t + \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1-0.25^2}}{0.25}\right)$$

На рис. 3.20 представлен график переходной функции.

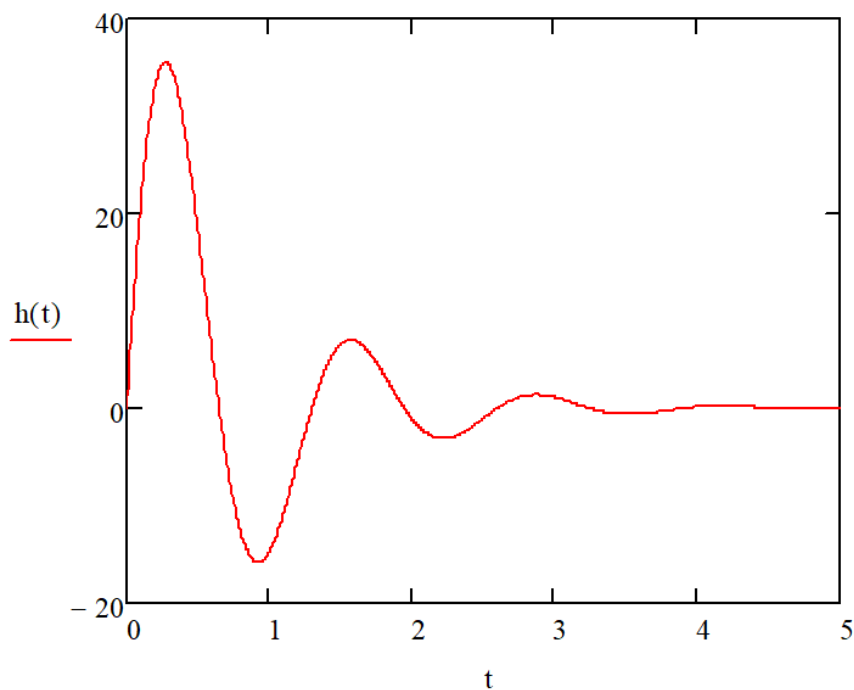


Рисунок 3.20 - график переходной функции.

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ):

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{10}{\sqrt{(1 - 0.2^2 \omega^2)^2 + (2 * 0.25 * 0.2 \omega)^2}}$$

На рисунке 3.21 представлен график АЧХ.

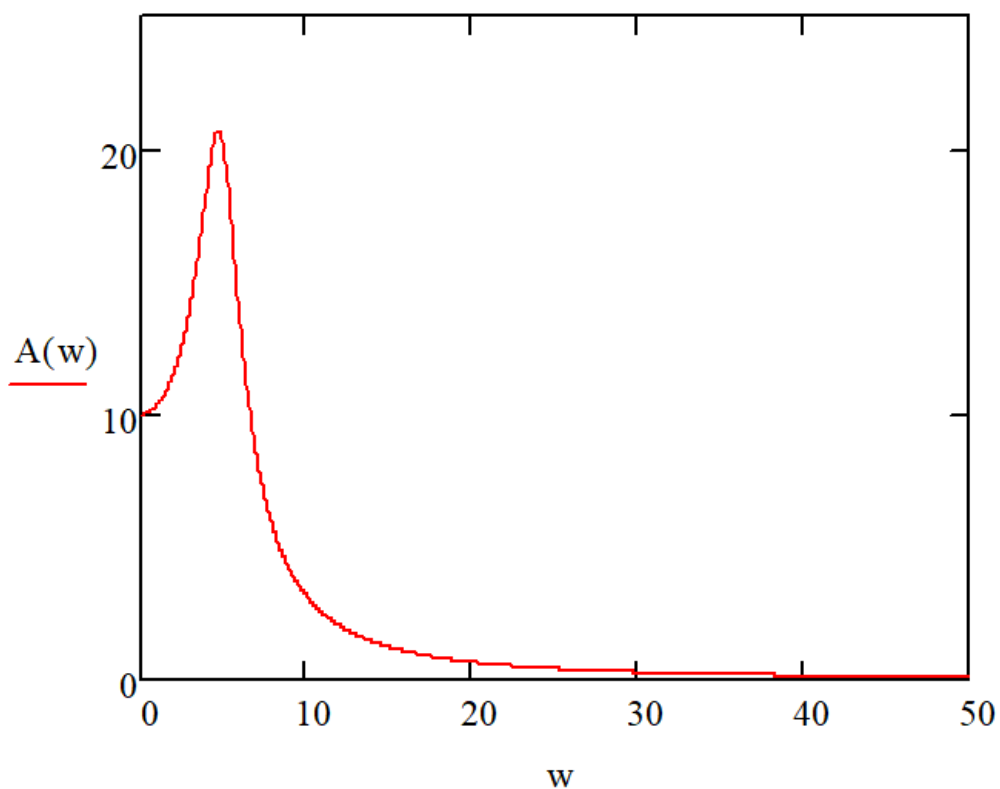


Рисунок 3.21 - график АЧХ.



Фазовая частотная характеристика (ФЧХ):

$$\phi(\omega) = \arg(W(j\omega)) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{2 \cdot 0.25 \cdot 0.2 \cdot \omega}{1 - 0.2^2 \omega^2}\right)$$

На рисунке 3.22 представлен график ФЧХ.

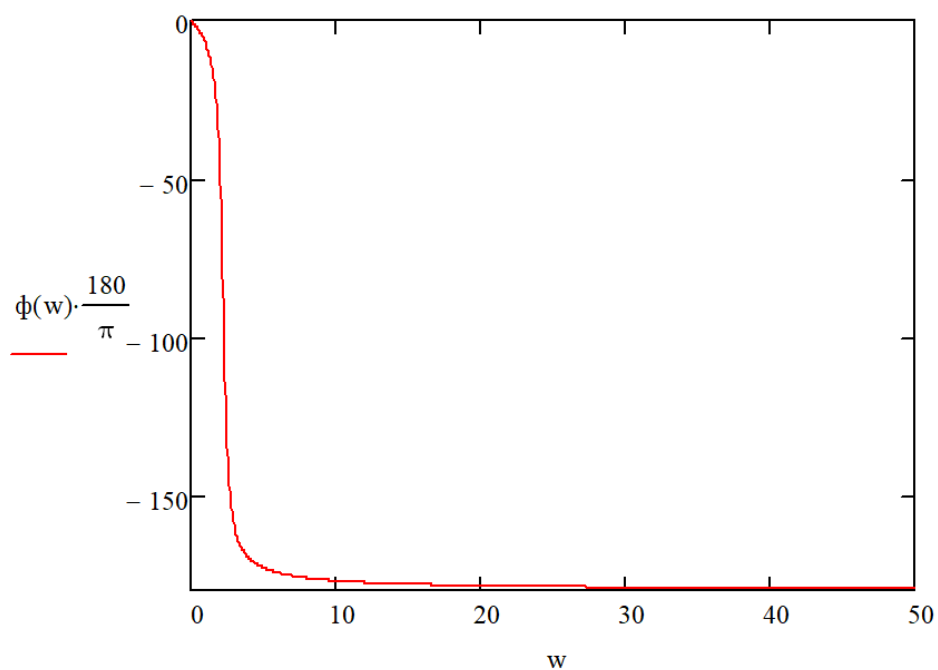


Рисунок 3.22 - график ФЧХ.

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ):

$$L(\omega) = 20 \log(A(\omega)) = 20 \log(10) - 20 \log \omega$$

На рисунке 3.23 представлен график ЛАЧХ.

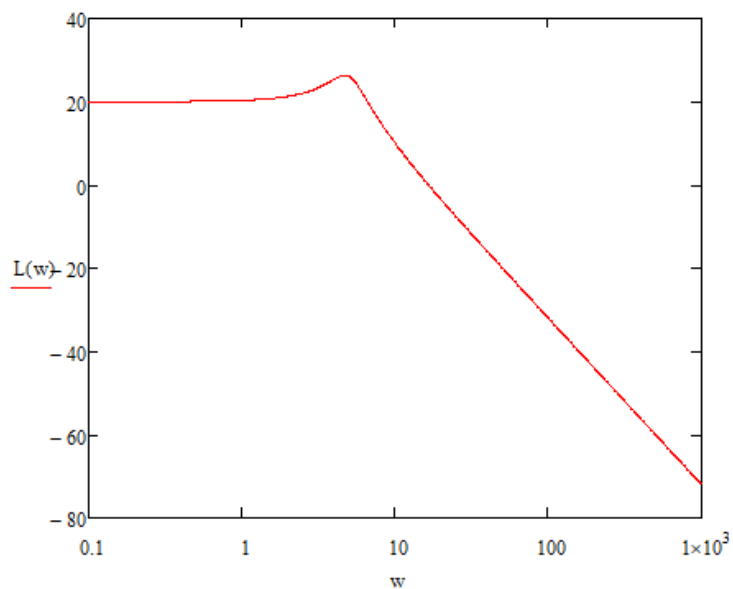


Рисунок 3.23 - график ЛАЧХ.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ):

$$P(w) = \frac{10 \cdot (1 - 0.2^2 w^2)}{(1 - 0.2^2 w^2)^2 + (2 \cdot 0.25 \cdot 0.2 \cdot w)^2}$$

$$Q(w) = \frac{-10 \cdot 2 \cdot 0.25 \cdot 0.2 \cdot w}{(1 - 0.2^2 w^2)^2 + (2 \cdot 0.25 \cdot 0.2 \cdot w)^2}$$

На рисунке 3.24 представлен график АФЧХ.

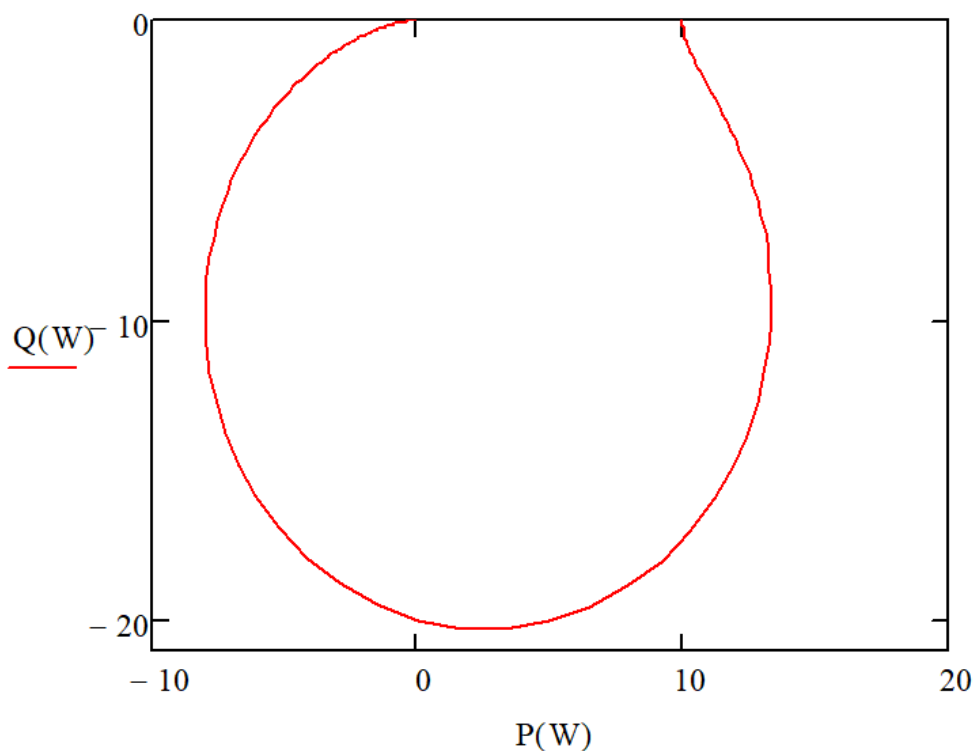


Рисунок 3.24 - график АФЧХ.

### 3.5. Идеальное интегрирующее звено

Произведем замену  $\frac{d}{dt} = p$ , чтобы перейти к операторному уравнению,

получим:

$$pF1(p) = 10F(p).$$

Передаточная функция:

$$W(p) = \frac{F1(p)}{F(p)} = \frac{10}{p}$$

Переходная и весовая функции:

$$h(t) = 10t.$$

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = 10$$

На рисунке 3.25 представлен график весовой функции

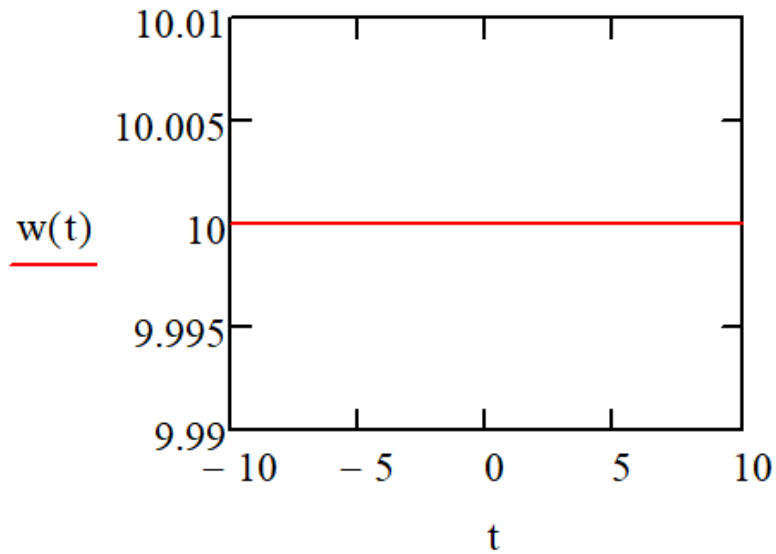


Рисунок 3.25 - график весовой функции.

На рисунке 3.26 представлен график переходной характеристики

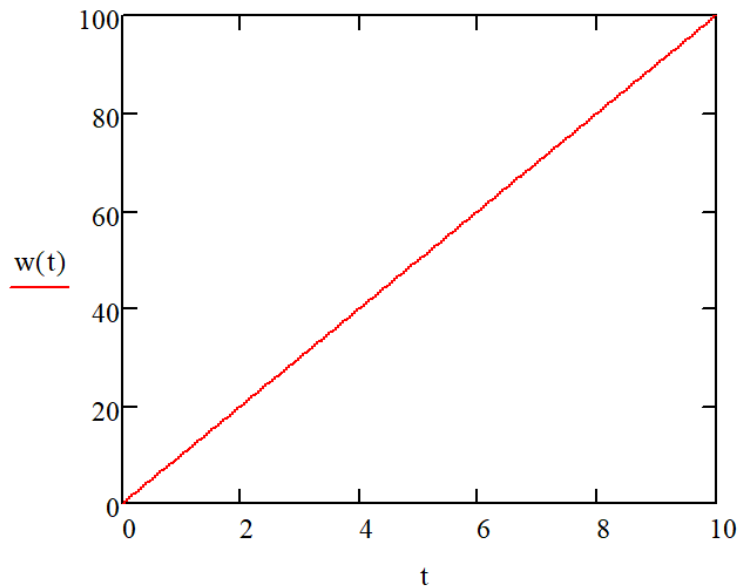


Рисунок 3.26 - график переходной характеристики.

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ):

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{10}{\omega}$$

На рисунке 3.27 представлен график АЧХ

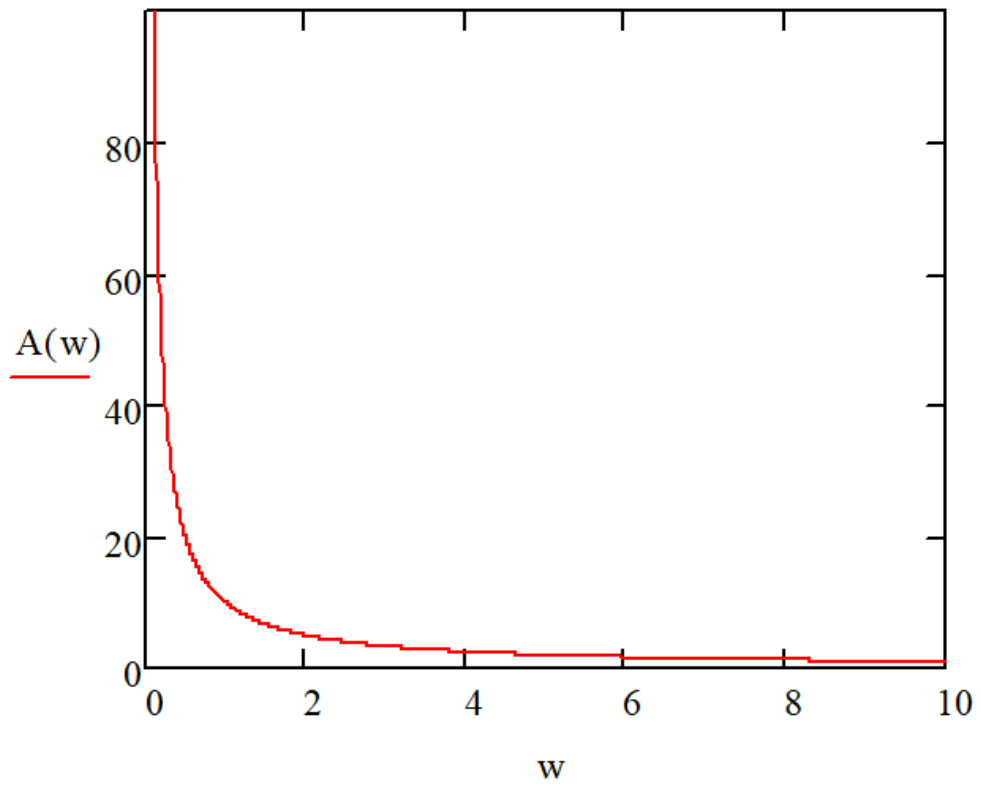


Рисунок 3.27 – График АЧХ

Фазовая частотная характеристика (ФЧХ)

$$\phi(\omega) = \arg \dot{i}$$

На рисунке 3.28 представлен график ФЧХ

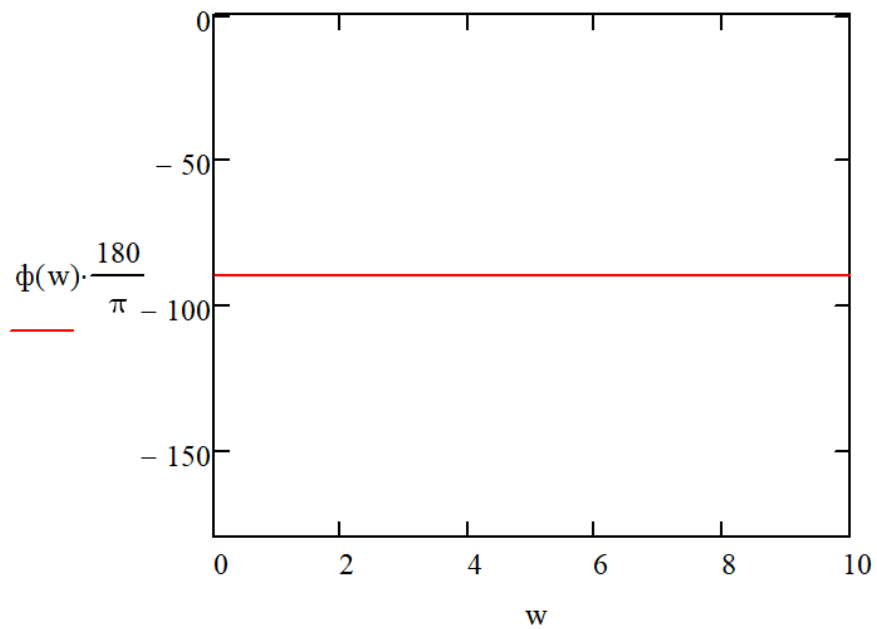


Рисунок 3.28 – График ФЧХ

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ):

$$L(\omega) = 20\lg(A(\omega)) = 20\lg 10 - 20\lg \omega$$

На рисунке 3.29 представлен график ЛАЧХ

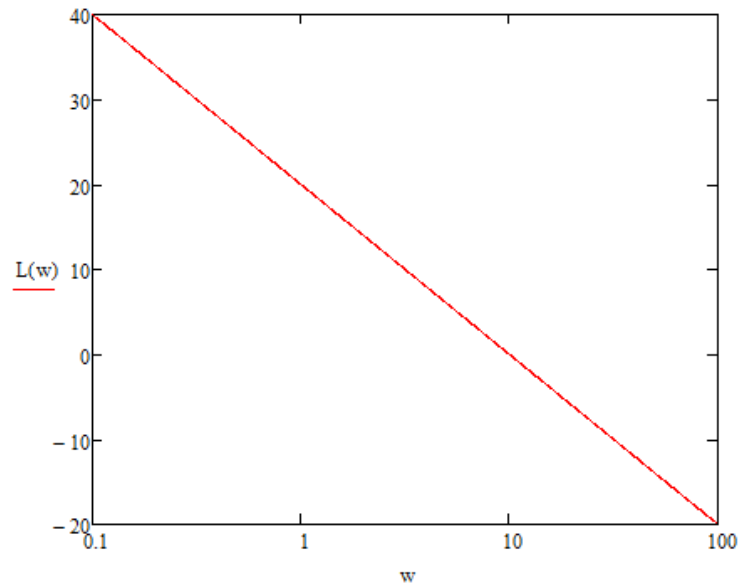


Рисунок 29 – График ЛАЧХ

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ):

$$P(\omega) = 0$$

$$Q(\omega) = \frac{-10}{\omega}$$

На рисунке 3.30 представлен график АФЧХ

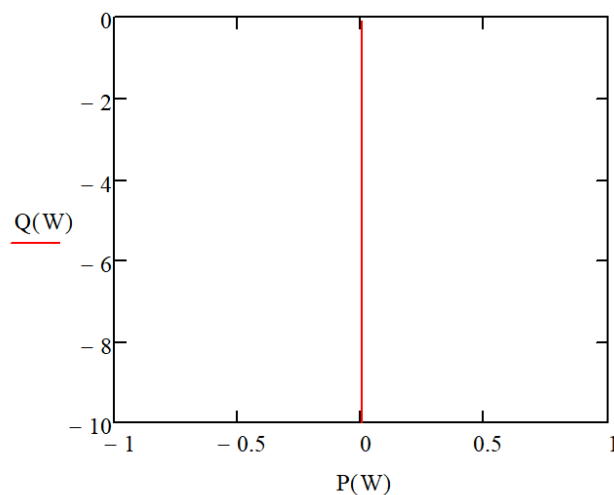


Рисунок 3.30 – График АФЧХ

### 3.6. Интегрирующее звено с замедлением

Произведем замену  $\frac{d}{dt}=p$ , чтобы перейти к операторному уравнению, получим:

$$(0.1p^2+p)F1(p)=10F(p)$$

Передаточная функция:

$$W(p)=\frac{F1(p)}{F(p)}=\frac{10}{0.1p^2+p}=\frac{10}{p(0.1p+1)}$$

Переходная и весовая функции:

$$h(t)=10\left(t-0.1\left(1-e^{-\frac{t}{0.1}}\right)\right)$$

$$w(t)=\frac{dh(t)}{dt}=10\left(1-e^{-\frac{t}{0.1}}\right)$$

На рисунке 3.31 представлен график весовой функции

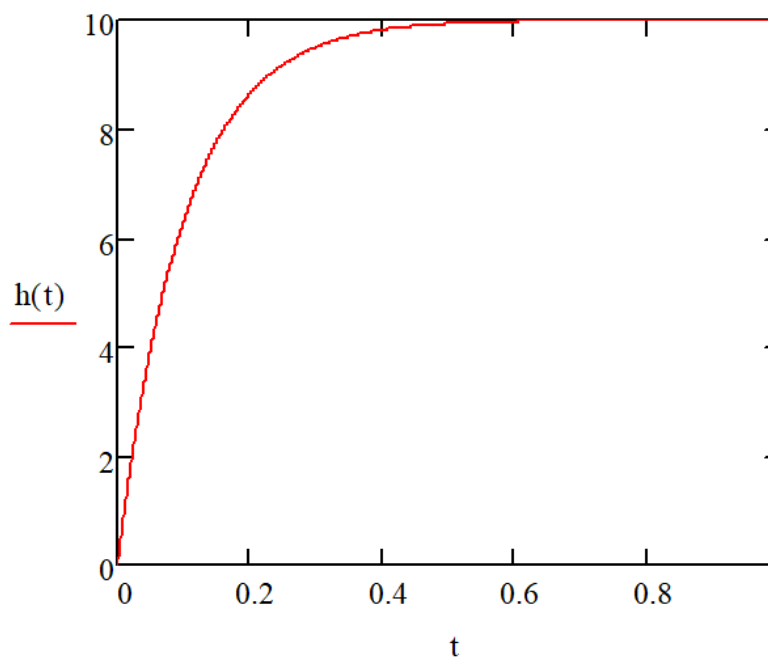


Рисунок 3.31 – График весовой функции

На рисунке 3.32 представлен график переходной характеристики

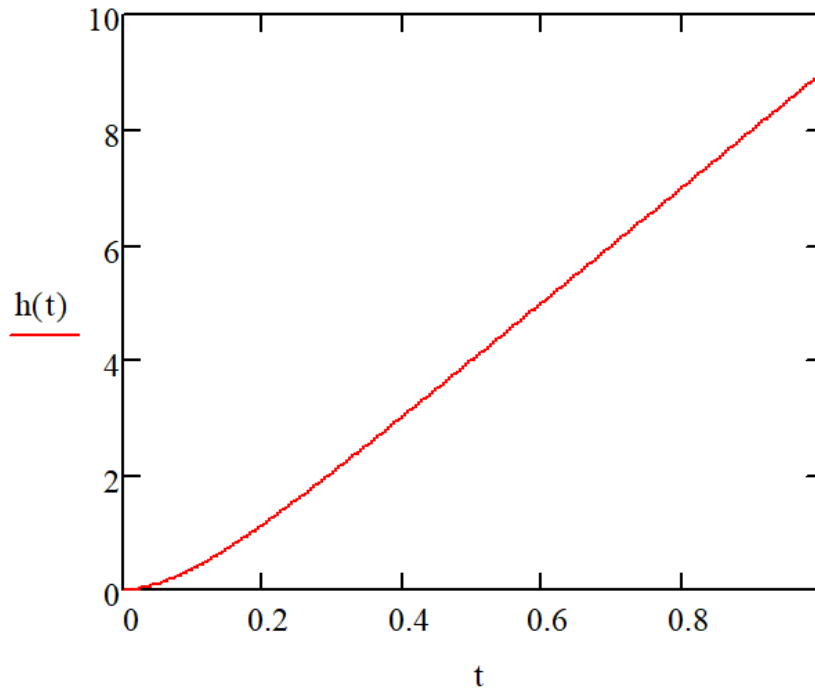


Рисунок 3.32 – График переходной характеристики

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ):

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{10}{\sqrt{0.1^2 \omega^2 + 1}}$$

На рисунке 3.33 представлен график АЧХ

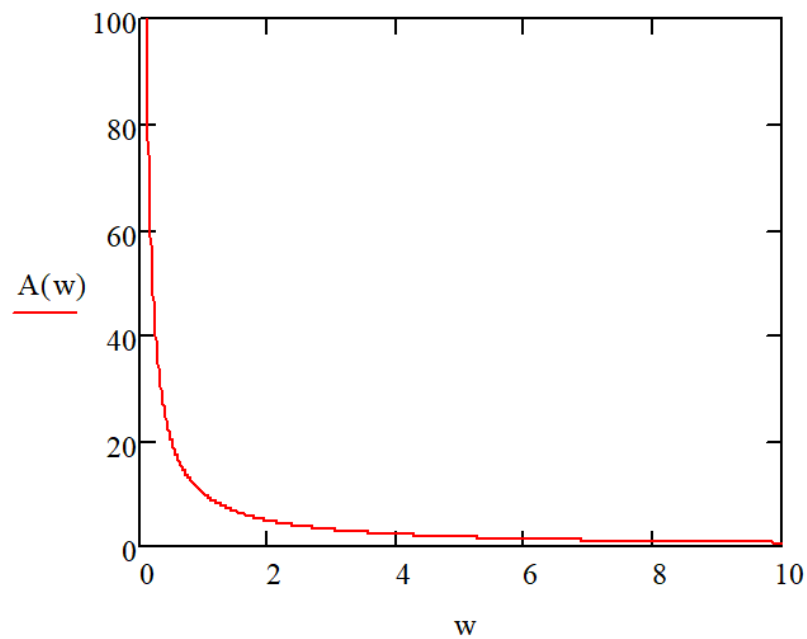


Рисунок 3.33 – График АЧХ

Фазовая частотная характеристика (ФЧХ)

$$\phi(\omega) = \arg(W(j\omega)) = \frac{-\pi}{2} - \arctg(0.1\omega)$$

На рисунке 3.34 представлен график ФЧХ

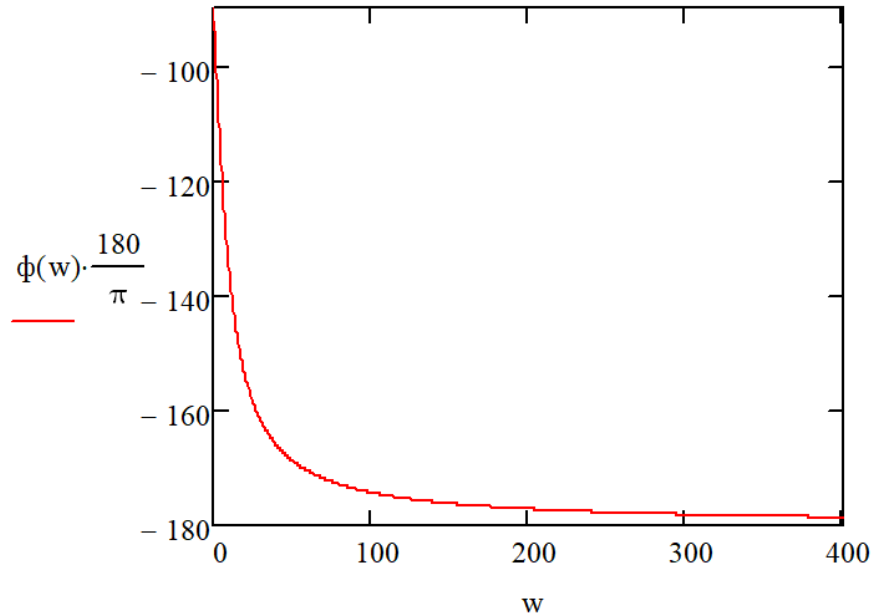


Рисунок 3.34 – График ФЧХ

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ):

$$L(\omega) = 20 \log(A(\omega)) = 20 \log 10 - 20 \log \sqrt{0.1^2 \omega^2 + 1}$$

На рисунке 3.35 представлен график ЛАЧХ

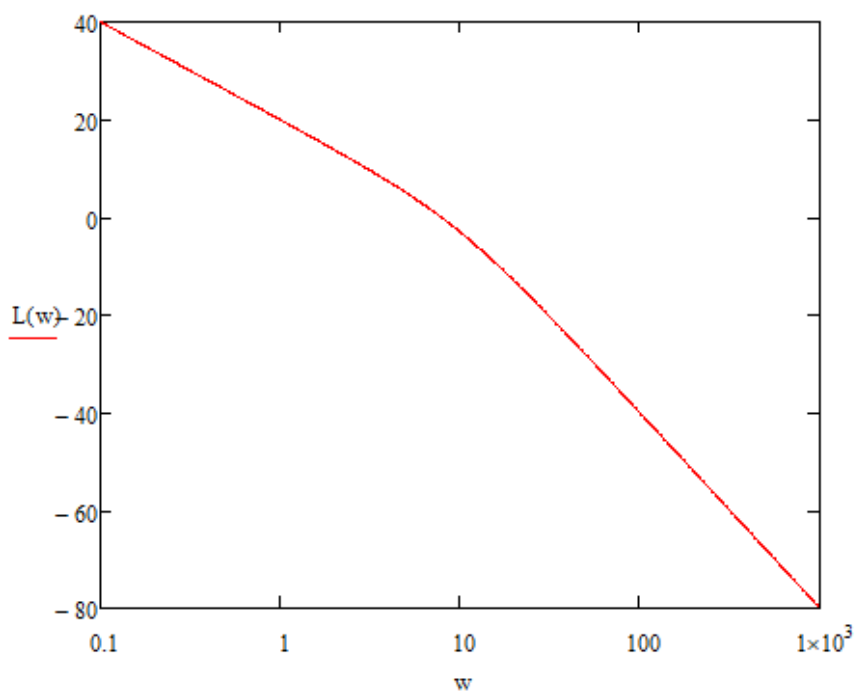


Рисунок 3.35 – График ЛАЧХ



Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ):

$$P(\omega) = \frac{-10 * 0.1 \omega^2}{\omega^2 * (0.1^2 \omega^2 + 1)}$$

$$Q(\omega) = \frac{10}{\omega^2 * (0.1^2 \omega^2 + 1)}$$

На рисунке 3.36 представлен график АФЧХ

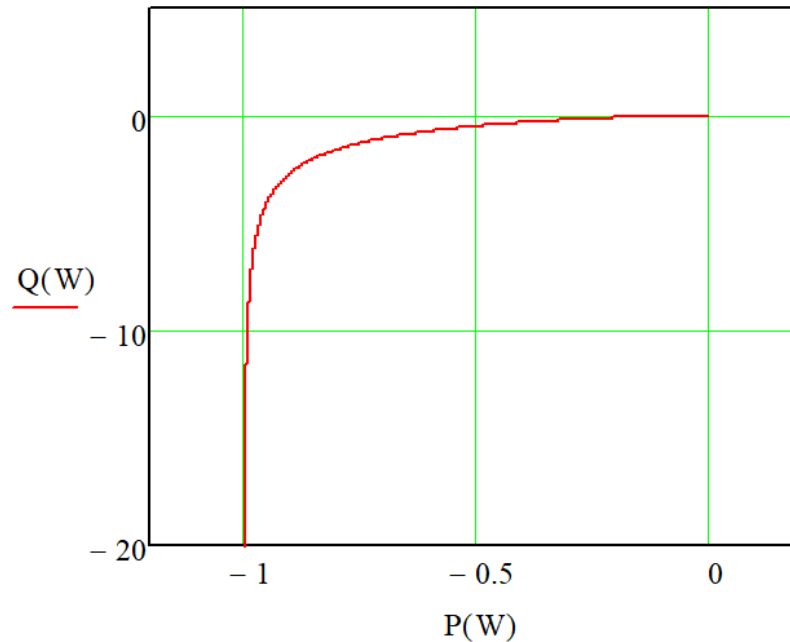


Рисунок 3.36 – График АФЧХ

### 3.7. Идеальное дифференцирующее

Произведем замену  $\frac{d}{dt} = p$ , чтобы перейти к операторному уравнению, получим:

$$F1(p) = 10pF(p)$$

Передаточная функция:

$$W(p) = \frac{F1(p)}{F(p)} = 10p$$

Переходная и весовая функции:

$$h(t) = 10 * \delta(t)$$

$$w(t) = 10 * \delta'(t)$$

На рисунке 3.37 представлен график весовой функции

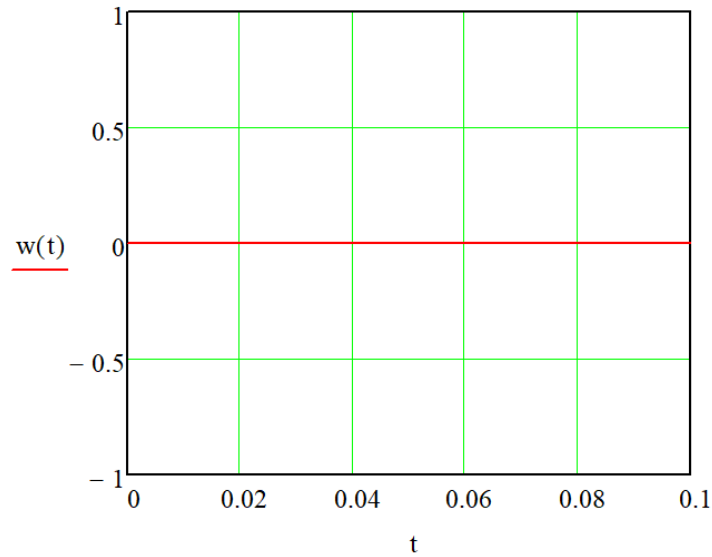


Рисунок 3.37 – График весовой функции

На рисунке 3.38 представлен график переходной характеристики

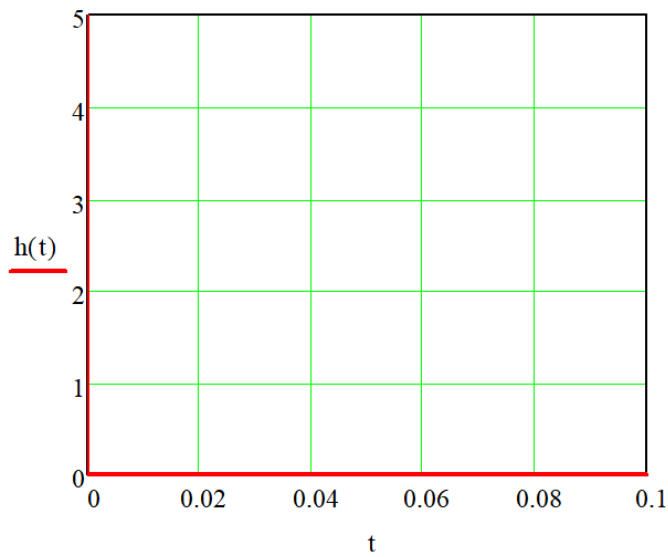


Рисунок 3.38 – График переходной характеристики

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ)

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = 10\omega.$$

На рисунке 3.39 представлен график АЧХ

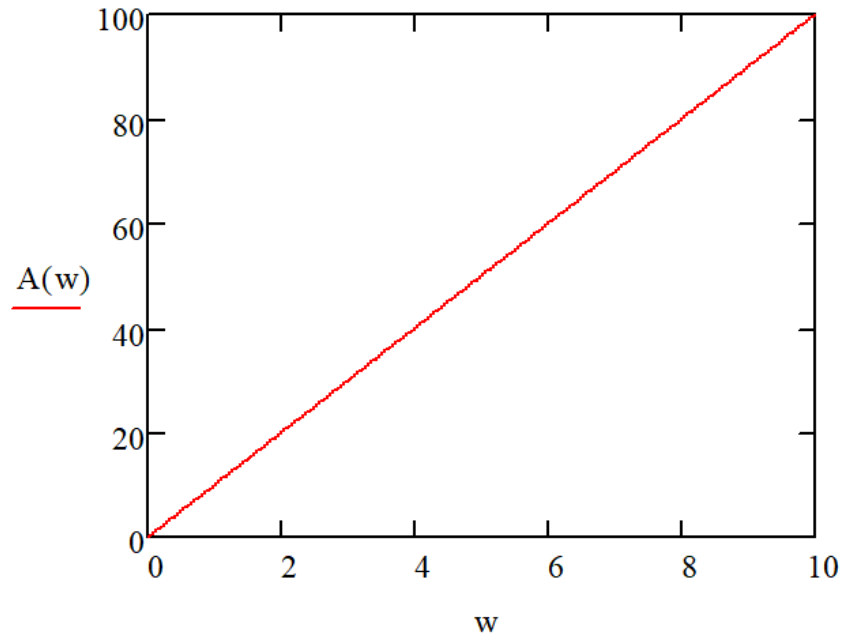


Рисунок 39 – График АЧХ

Фазовая частотная характеристика (ФЧХ):

$$\phi() = \arg(W(j)) = \frac{\pi}{2}$$

На рисунке 3.40 представлен график ФЧХ

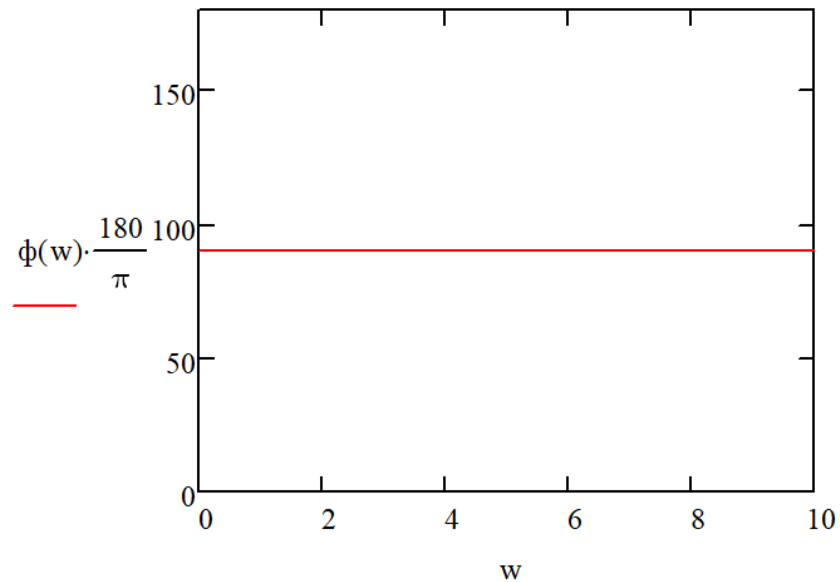


Рисунок 3.40 – График ФЧХ

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ):

$$L() = 20\lg(A()) = 20\lg 10 + 20\lg w$$

На рисунке 3.41 представлен график ЛАЧХ

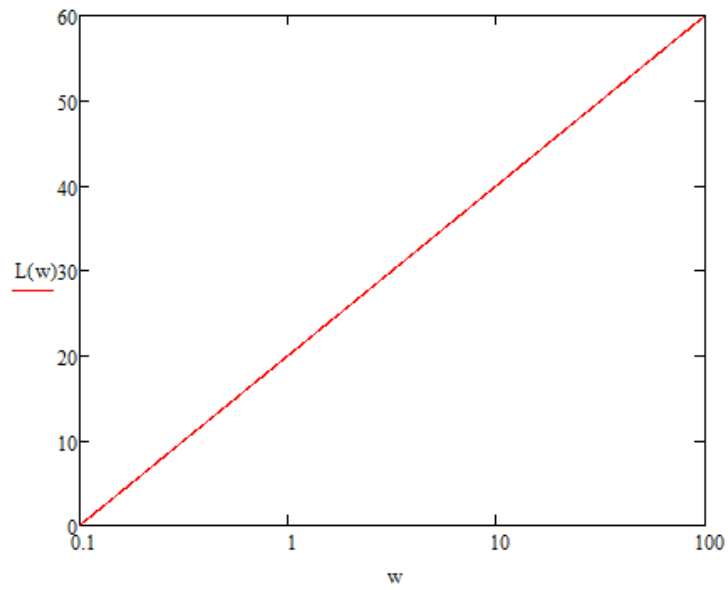


Рисунок 3.41 – График ЛАЧХ

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ):

$$P(\omega) = 0$$

$$Q(\omega) = 10\omega$$

На рисунке 3.42 представлен график АФЧХ

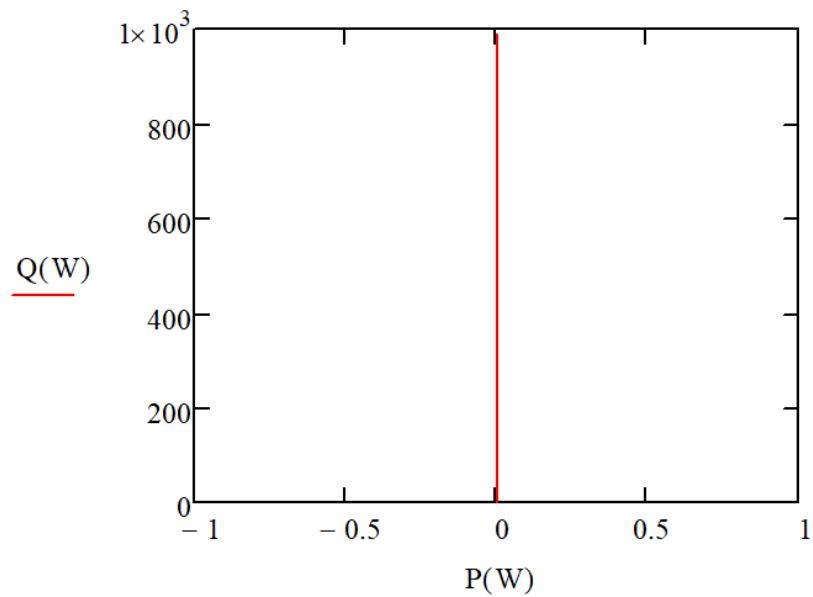


Рисунок 42 – График АФЧХ

### 3.8. Дифференцирующее звено с замедлением

Произведем замену  $\frac{d}{dt} = p$ , чтобы перейти к операторному уравнению, получим:

$$(0.1p + 1)Y(p) = 10Rp(p)$$

Передаточная функция:

$$W(p) = \frac{F1(p)}{F(p)} = \frac{10p}{0.1p + 1}$$

Переходная и весовая функции:

$$h(t) = \frac{10}{0.1} e^{\frac{-t}{0.1}}$$

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{-10}{0.1^2} e^{\frac{-t}{0.1}}$$

На рисунке 3.43 представлен график весовой функции

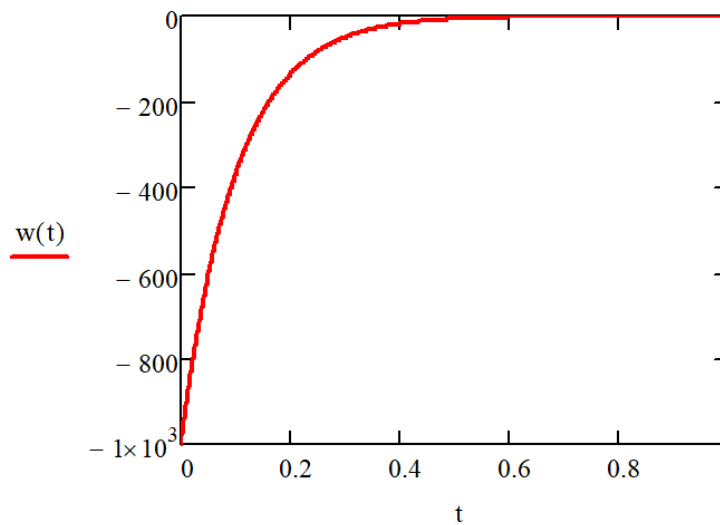


Рисунок 3.43 – График весовой функции

На рисунке 3.44 представлен график переходной характеристики

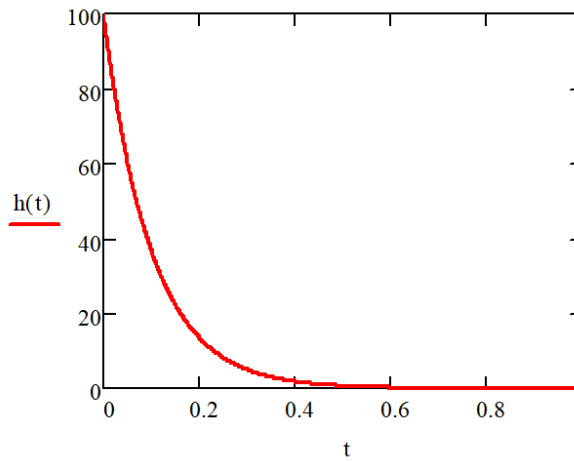


Рисунок 3.44 – График переходной характеристики

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ):

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{10 * \zeta}{\sqrt{0.1^2 \omega^2 + 1}} \zeta$$

На рисунке 3.45 представлен график АЧХ

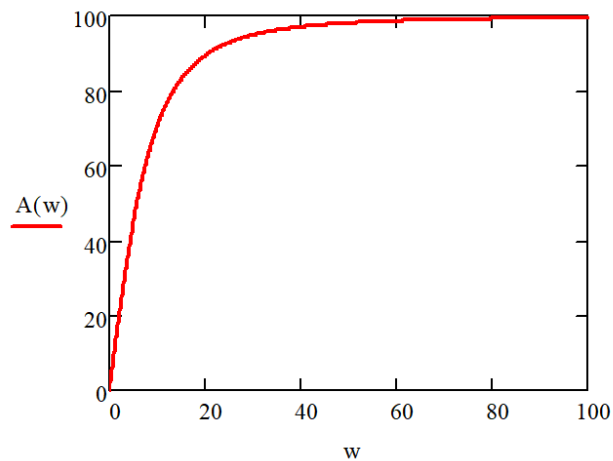


Рисунок 3.45 – График АЧХ

Фазовая частотная характеристика (ФЧХ)

$$\phi(\omega) = \arg \zeta$$

На рисунке 3.46 представлен график ФЧХ

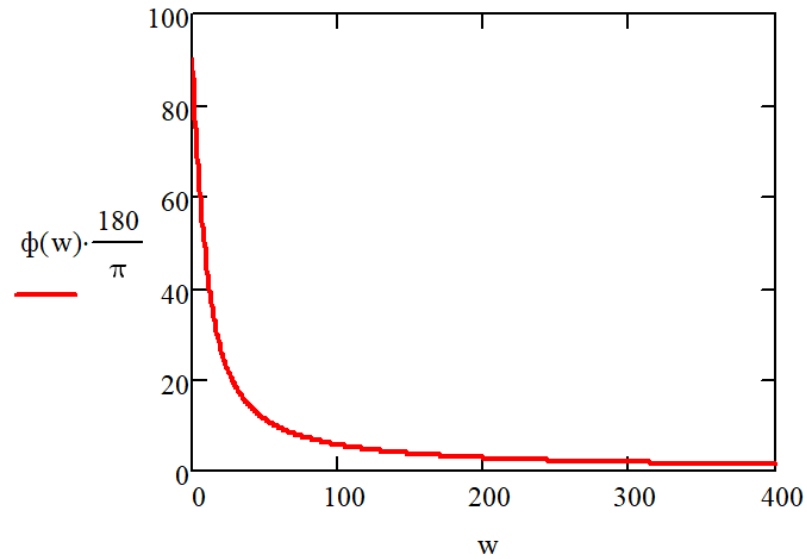


Рисунок 3.46 – График ФЧХ

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ):

$$L(\omega) = 20 \log(A(\omega)) = 20 \log 10 + 20 \log \omega - 20 \log \sqrt{0.1^2 \omega^2 + 1}$$

На рисунке 3.47 представлен график ЛАЧХ

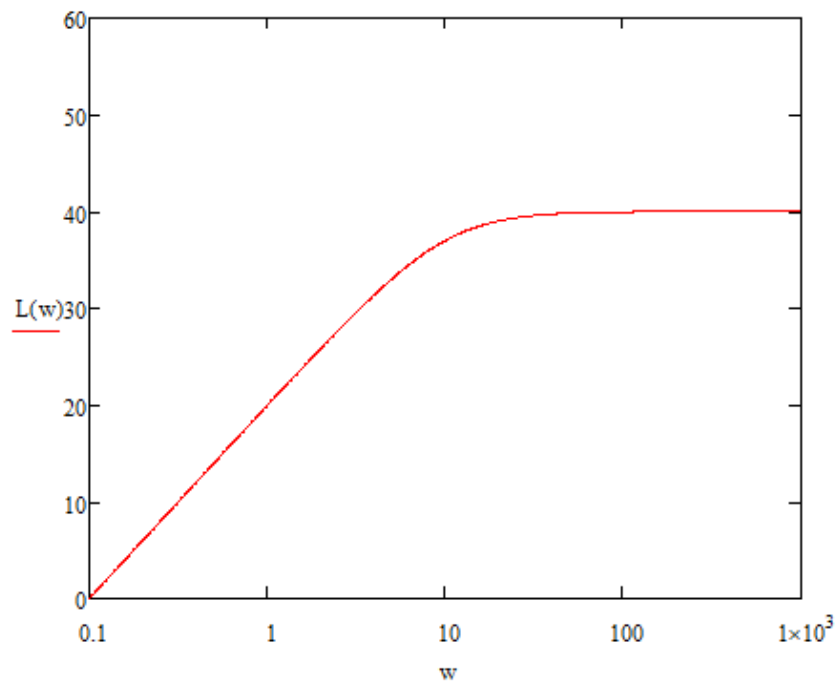


Рисунок 3.47 – График ЛАЧХ

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ)

$$P(\omega) = \frac{10 \cdot 0.1 \omega^2}{0.1^2 \omega^2 + 1}$$

$$Q(\omega) = \frac{10}{0.1^2 \omega^2 + 1}$$

На рисунке 3.48 представлен график АФЧХ

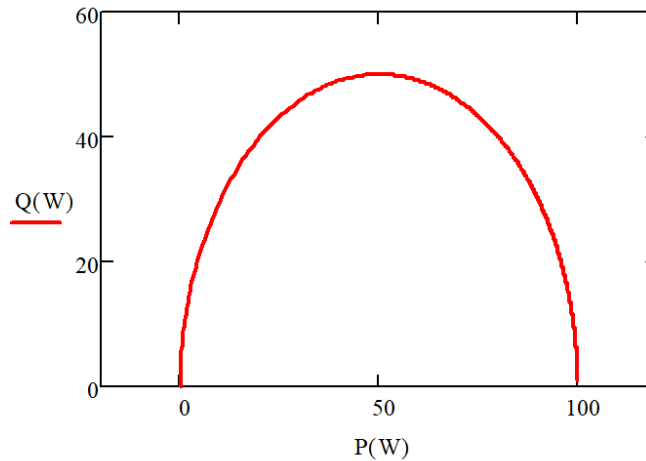


Рисунок 48 – График АФЧХ

#### 4. Частоты сопряжения и среза

Для инерционных звеньев по логарифмическим частотным характеристикам определяем частоты сопряжения и среза.

1) Инерционное 1-го порядка (апериодическое) звено:

$$\omega_{\text{сопр}} = 10 \text{ рад/с};$$

$$\omega_{\text{ср}} = 99.5 \text{ рад/с}.$$

Инерционное 2-го порядка (апериодическое) звено:

$$\omega_{\text{сопр}_1} = 12.5 \text{ рад/с};$$

$$\omega_{\text{сопр}_2} = 50 \text{ рад/с};$$

$$\omega_{\text{ср}} = 70.928 \text{ рад/с}.$$

2) Колебательное звено:

$$\omega_{\text{сопр}} = 5 \text{ рад/с};$$

$$\omega_{\text{ср}} = 16.48 \text{ рад/с}.$$

3) Идеально интегрирующее звено:

$$\omega_{\text{ср}} = 10 \text{ рад/с};$$

4) Идеально интегрирующее звено с замедлением:

$$\omega_{\text{сопр}} = 0.1 \text{ рад/с};$$

$$\omega_{\text{ср}} = 7.862 \text{ рад/с}.$$



5) Идеальное дифференцирующее звено:

$$\omega_{cp} = 0.1 \text{ рад/с.}$$

6) Дифференцирующее звено с замедление:

$$\omega_{conp} = 10 \text{ рад/с;}$$

$$\omega_{cp} = 0.1 \text{ рад/с.}$$

## 5 Заключение

В процессе выполнения лабораторной работы были изучены восемь основных типовых звеньев. При использовании системы Mathcad были построены графики этих звеньев. Также были составлены и решены дифференциальные уравнения для этих типовых звеньев.

Для каждого из звеньев были найдены функции: передаточная, весовая, переходная. Были построены и найдены характеристики: амплитудно-частотная, фазовая частотная и логарифмическая амплитудно-частотная.