

Определение корня одномерного уравнения методом простой итерации

Решение нелинейного одномерного уравнения вида

$$F(x)=0 \quad (1)$$

заключается в нахождении корня или корней этого уравнения на отрезке $[a,b]$. Если представить уравнение (1) в виде $x=f(x)$, где $f(x)=F(x)+x$, тогда при $x=x_c$, где x_c - корень уравнения (1) - $f(x_c)=x_c$.

Формула $x = f(x)$ – является основой метода итераций.

Алгоритм метода итераций состоит в следующем:

Задаем начальное значение корня x_n .

Вычисляем по нему с помощью итерационной формулы $x_{n+1}=f(x_n)$ следующее приближение корня.

Проверяем точность определения корня $|x_{n+1} - x_n| < e$, где e – заданная точность вычисления корня. Если условие не выполняется, то выполняем вышеописанные действия.

Условие сходимости этого метода: $(x_n \rightarrow x_c \text{ при } n \rightarrow \infty), f'(x) < 1 \text{ при } a < x < b$.

Промер алгоритма нахождения корня нелинейного одномерного уравнения методом простой итерации на естественном языке:

1. Задаем точность вычисления корня по оси абсцисс и по оси ординат: e_x и e_y .
2. Задаем максимальное количество итераций нахождения корня – max_i .
3. Задаем начальное значение x_0 .
4. Начало цикла по i от 1 до max_i .
5. В цикле вычисляем следующее приближение корня: $x_1=f(x_0)+x_0$.
6. В цикле вычисляем изменение значений x и $f(x)$ на данной итерации: $dx=ABS(x_1-x_0)$, $df=abs(f(x_1)-f(x_0))$.
7. Проверяем условие сходимости алгоритма. Задаем ветвление: если $dx < e_x$ и $df < e_y$, то корень найден, вывод на экран значения $x_i, f(x_i)$ и номера итерации i . Выход из программы. Конец ветвления.
8. Копируем значение x_1 в x_0 для следующей итерации: $x_0=x_1$.
9. Конец цикла.

10. Вывод сообщения: "Корень не найден за i итераций !!!"

11. Конец программы.

Пример реализации алгоритма нахождения корня одномерного нелинейного уравнения методом простой итерации на VFP:

```
CLEAR

dec=3

ex=1/(10^dec)

ey=1/(10^(dec/2))

maxi=100

x0=1

FOR i=1 TO maxi

x1=f(x0)+x0

dx=ABS(x1-x0)

df=abs(f(x1)-f(x0))

IF dx<ex AND df<ey then

?" Корень найден за "+ALLTRIM(STR(i))+ " итераций"

?" x= "+STR(x1,dec*2,dec)+" f(x)= "+STR(f(x1),dec*2,dec)

?

?" Конец итераций"

RETURN

ENDIF

x0=x1
```

```
endfor
```

```
? "Решение не найдено за", maxi, "итераций"
```

```
FUNCTION f
```

```
PARAMETERS x
```

```
RETURN 3*x-EXP(x)
```

```
ENDFUNC
```

Пример реализации алгоритма нахождения корня одномерного нелинейного уравнения методом простой итерации на VBA:

```
Sub Simple_Iteration()
```

```
ex = 0.0001
```

```
ey = 0.0001
```

```
maxi = 100
```

```
x0 = 1
```

```
bfind = False
```

```
For i = 1 To maxi
```

```
x1 = f(x0) + x0
```

```
df = Abs(f(x1) - f(x0))
```

```
If Abs(x1 - x0) < ex And df < ey Then
```

```
Debug.Print " Корень найден за " & i & " итераций"
```

```
Debug.Print " x= " & x1 & " f(x)= " & f(x1)
```

```
bfind = True

Debug.Print "    Конеч итераций"

Exit For

End If

x0 = x1

Next i

If Not bfind Then Debug.Print "Решение не найдено за",
maxi, "итераций"

End Sub

Function f(x)

f = 3 * x - Exp(x)

End Function
```