

Основы теории управления

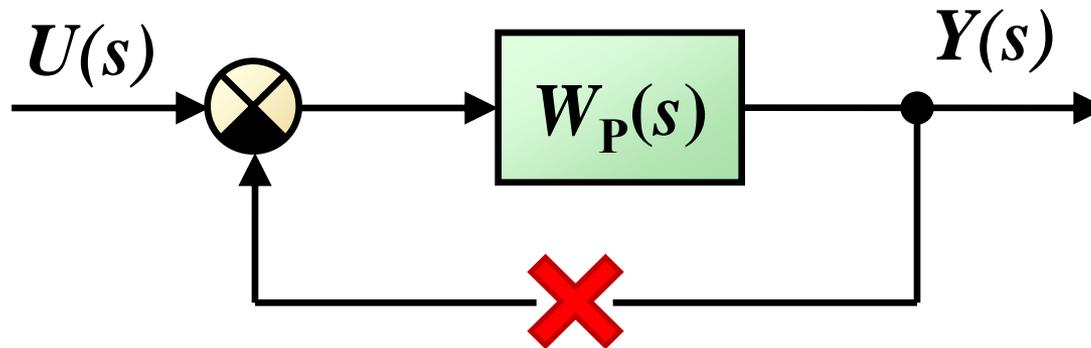
Лекция 7

Критерий Найквиста

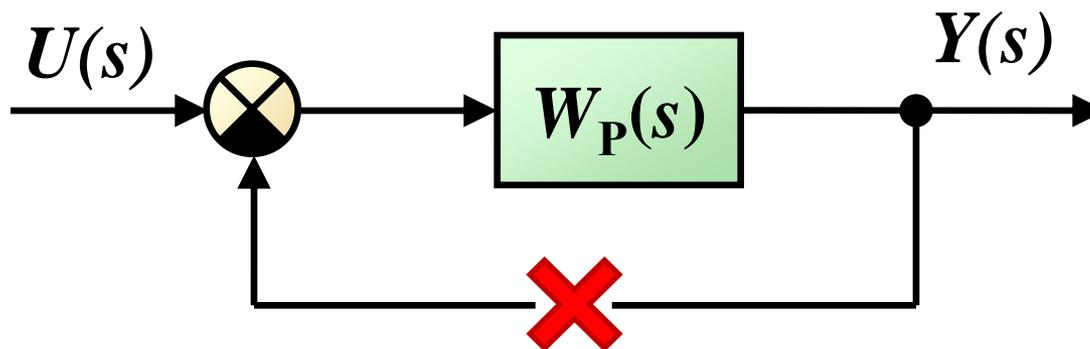
Критерий Г. Найквиста

Критерий применим для систем с отрицательной обратной связью.

Критерий позволяет определить устойчивость замкнутой системы по амплитудно-фазовой характеристике и устойчивости разомкнутой системы.



Критерий Г. Найквиста



Передаточная функция разомкнутой системы:

$$W_P(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$$

Заменяя s на $j\omega$, переходим в частотную область:

$$W_P(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)}$$

Критерий Г. Найквиста

Передаточная функция замкнутой системы:

$$W_3(s) = \frac{W_P(s)}{1 + W_P(s)}$$

Заменяя s на $j\omega$, переходим в частотную область:

$$W_3(j\omega) = \frac{W_P(j\omega)}{1 + W_P(j\omega)}$$

Вычислим знаменатель:

$$1 + W_P(j\omega) = 1 + \frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)} = \frac{P(j\omega) + Q(j\omega)}{Q(j\omega)} \quad (1)$$

Критерий Г. Найквиста

Передаточная функция замкнутой системы:

$$W_3(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{P(j\omega) + Q(j\omega)}$$

Таким образом, годограф Михайлова для разомкнутой системы строится по формуле:

$$M_P(j\omega) = Q(j\omega)$$

а для замкнутой системы – по формуле:

$$M_3(j\omega) = P(j\omega) + Q(j\omega)$$

Критерий Г. Найквиста

Вернемся к формуле (1)

$$1 + W_P(j\omega) = 1 + \frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)} = \frac{P(j\omega) + Q(j\omega)}{Q(j\omega)} \quad (1)$$

В числителе - уравнение годографа Михайлова для замкнутой системы, а в знаменателе - для разомкнутой системы.

1. Предположим, что разомкнутая система устойчива.

При изменении частоты от 0 до $+\infty$ фаза $Q(j\omega)$ будет равна:

$$\varphi_Q = \pi \frac{n}{2}$$

Критерий Г. Найквиста

Порядок характеристического уравнения замкнутой системы такой же, как для разомкнутой, поскольку степень $P(j\omega)$ меньше степени $Q(j\omega)$.

При изменении частоты от 0 до $+\infty$ фаза $P(j\omega) + Q(j\omega)$ будет равна:

$$\varphi_{P+Q} = \frac{\pi}{2}(n - 2k)$$

k – количество правых частей характеристического уравнения разомкнутой системы.

Критерий Г. Найквиста

Изменение фазы вектора (1) при возрастании частоты от 0 до $+\infty$ будет равно разности

$$\varphi_{1+W_P} = \varphi_{P+Q} - \varphi_Q = \frac{\pi}{2}(n - 2k) - \frac{\pi}{2}n = -\pi k$$

Для устойчивости замкнутой системы необходимо, чтобы правых корней не было, тогда

$$\varphi_{1+W_P} = 0$$