

## Вариант 20.

Задачи 1...9. Найдите общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если есть начальные условия.

1.  $x^2 y dx = (x^3 + y^3) dy$ ;  $y|_{x=\sqrt[3]{3}} = 1$ .
2.  $(x^2 + 1)y' + xy = (x^2 + 1)^{3/2}$ ;  $y|_{x=0} = 0$ .
3.  $xy' + 2y = x^5 y^2$ ;  $y(1) = 1$ .
4.  $x \sin(x + y)(dx + dy) + \cos(x + y)dy = 0$ .
5.  $xy'' - y' + x^3 \sin x = 0$ ;  $y(\pi) = -3\pi$ ,  $y'(\pi) = -\pi^2$ .
6.  $y'' + 10y' + 25y = \frac{6e^{-5x}}{x^4}$ .
7.  $y^{(4)} - 6y''' + 9y'' = 54x - 18$ .
8.  $y'' - 6y' + 13y = e^{2x}(15x^2 - 2x - 18)$ ,  $(x; y; y') = (0; 0; 10)$ .
9.  $y'' + 2y' - 8y = e^{4x}(95 \cos 3x - 136 \sin 3x)$ .

Задача 10. Решите систему линейных однородных дифференциальных уравнений первого

порядка с постоянными коэффициентами  $X' = MX$ , где  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ ,  $X' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ ,  $x, y, z$  –

функции от  $t$ .  $M$  – матрица коэффициентов при начальных условиях  $X_{(t=0)} = X_0$ .

$$M = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 6 & 9 & -1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad X_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

Задачи 11...12. Составьте дифференциальные уравнения по условиям задач и решите их.

**11.** Найдите кривые, для которых сумма катетов треугольника, образованного касательной, ординатой точки касания и осью абсцисс, есть величина постоянная и равная  $b$ .

**12.** По закону Бойля-Мариотта плотность газа пропорциональна давлению. Определите атмосферное давление на вершине Эвереста ( $H = 8848$  м), если на уровне моря давление равно  $p_0 = 1$  кг/см<sup>2</sup>, а на высоте 500 м давление равно  $p_1 = 0,92$  кг/см<sup>2</sup>.