

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский
политехнический университет**
Чайковский филиал

Кафедра автоматизации, информационных и инженерных технологий

МП.12.8-2017

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРЕДПИСАНИЯ

к выполнению контрольной работы
по дисциплине
«Теория оптимизации»

для студентов заочной формы обучения

Направление подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

2017

Методические предписания к выполнению контрольной работы по дисциплине «Теория оптимизации».

Составитель: ст. преподаватель кафедры автоматизации, информационных и инженерных технологий ЧФ ПНИПУ Лабутина Т.В.

Методические предписания к выполнению контрольной работы по дисциплине «Теория оптимизации» предназначены для студентов заочной формы обучения направления подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника. В методических предписаниях содержатся рекомендации по выполнению контрольной работы, требования к оформлению работы, рассмотрены теоретические основы с примерами решения аналогичных задач.

Методические предписания обсуждены и одобрены на заседании кафедры «Автоматизации, информационных и инженерных технологий» ЧФ ПНИПУ « ____ » _____ 20__ г., протокол № ____.

И.о. зав. кафедрой, ст. преп.

М.А. Шергина

Содержание

Цели и задачи	4
Порядок выполнения работы	4
Постановка задачи	4
Методические указания	4
Теоретические основы	5
<i>Численные методы минимизации функций</i>	5
1 Унимодальные функции	5
2 Выпуклые функции	6
3 Численные методы минимизации функции одной переменной	7
3.1 Метод перебора	7
3.2 Метод деления отрезка пополам	7
3.3 Метод золотого сечения	9
3.4 Метод касательных	10
3.5 Метод Ньютона	11
Варианты заданий на контрольную работу	13
Список рекомендуемой литературы	15

Цели и задачи

Контрольная работа по дисциплине «Теория оптимизации» выполняется в соответствии с Учебным планом для студентов заочной формы обучения направления подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника.

Цель контрольной работы – закрепление и углубление знаний, полученных студентами в процессе изучения раздела «Основные понятия и определения. Методы безусловной минимизации функций» и темы «Классификация задач математического программирования» курса «Теория оптимизации», развитие навыков самостоятельной работы при решении конкретных задач с использованием методов минимизации функций

Порядок выполнения работы

Задание на контрольную работу является индивидуальным, выдается студенту лично во время установочной сессии. При работе над заданием студент может систематически получать консультации преподавателя. Выполненная контрольная работа с вложенным листом рецензии должна быть сдана в деканат не позднее, чем за месяц до начала следующей сессии.

Контрольная работа оформляется в отдельной тетради (12-18 листов) аккуратно, разборчивым почерком. Возможно оформление в печатном виде на листах формата А4 с титульным листом. В работе должны быть отражены все необходимые объяснения выполняемых действий, процесс решения и ответы.

Постановка задачи

Вариант контрольной работы состоит из двух частей. Первая часть включает ответы на два теоретических вопроса по темам: «Постановка задачи оптимизации» и «Классификация задач математического программирования».

Вторая часть включает в себя пять заданий по нахождению минимальных значений функций:

1. методом перебора;
 2. методом деления отрезка пополам;
 3. методом золотого сечения;
 4. методом касательных;
 5. методом Ньютона.
1. решение задачи симплексным и графическим методами.

Методические указания

Первая часть – ответы на теоретические вопросы:

Ответы на вопросы должны быть четкими, полными и аргументированными, при этом ответ на каждый вопрос должен занимать не более двух страниц печатного текста (шрифт Times New Roman №12 с междустрочным интервалом 1,5, параметры страницы (поля): верхнее – 2 см, нижнее – 2 см, левое – 3 см, правое – 1 см).

Вторая часть – «Численные методы минимизации функций»:

При выполнении контрольной работы необходимо привести все промежуточные вычисления в виде таблиц. Рекомендуется выполнение заданий в электронных таблицах MS Excel, что значительно облегчает вычисления. В этом случае необходимо вложить в контрольную работу скриншоты или переписать решение в тетрадь.

При решении четвертого задания (метод касательных) необходимо проверить функцию на выпуклость.

При решении задачи методом Ньютона значение x_0 рекомендуется найти методом перебора на интервале $[-10; 10]$ с шагом 1.

В методах с использованием производных (метод касательных и метод Ньютона) нахождение производных необходимо расписать.

Теоретические основы

Численные методы минимизации функций

1 Унимодальные функции

Число $f(\tilde{x})$ или $f(x^\circ)$ есть *локальный минимум*, если $f(\tilde{x}) \leq f(x)$ в некоторой δ -окрестности точки \tilde{x} .

Число x^* называется *точкой глобального (абсолютного) минимума*, если $f(x^*) \leq f(x) \quad \forall x \in U$, $f(x^*)$ - *глобальный минимум* (рисунок 1).

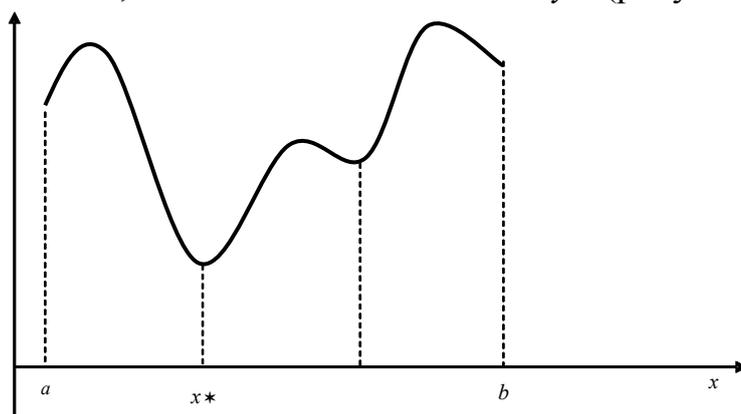


Рисунок 1

Под *минимизацией* $f(x)$ на множестве U будем понимать решение задачи найти хотя бы одну точку минимума x^* и $f = f(x^*)$ этой функции на U . Такое решение называется *оптимальным* или *глобальным минимумом*.

Всякая точка глобального оптимума является точкой локального оптимума, обратное же неверно.

Многие приближенные методы минимизации применимы только тогда, когда любой локальный минимум является и глобальным. Один из классов функций, удовлетворяющих этому условию, составляют унимодальные функции.

Унимодальная функция обладает свойством, что она имеет единственный локальный минимум, но не обязана быть дифференцируемой и даже непрерывной.

Множество функций, унимодальных на отрезке $[a, b]$, будем обозначать $Q[a; b]$.

Для проверки унимодальности $f(x)$ используют следующий критерий: если $f(x)$ дважды дифференцируема на $[a; b]$ и $f''(x) \geq 0$, то $f(x) \in Q[a; b]$, т.е. унимодальна.

Если вычислить значения унимодальной функции в четырех точках a, b, c, d интервала $[a; d]$, то всегда существует подинтервал, который не содержит оптимума и может, таким образом, быть удалён. Получаем уменьшенный интервал, на котором эту операцию можно повторить (рисунок 2).

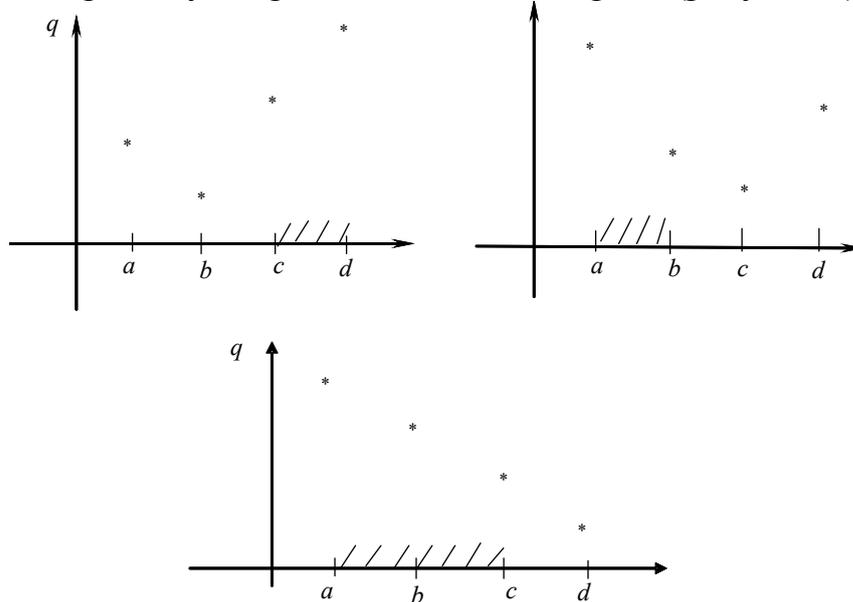


Рисунок 2

2 Выпуклые функции

Множество U называется *выпуклым*, если вместе с любыми двумя точками $x^{(1)}$ и $x^{(2)}$, принадлежащими U , оно содержит отрезок, соединяющий эти точки.

Пример.

$U = \{(x_1; x_2) | x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$ - выпуклое множество (рисунок 3).

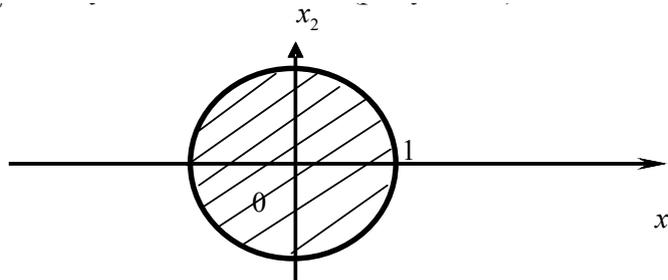


Рисунок 3

Если $f(x)$ дважды дифференцируема на выпуклом множестве U и матрица её вторых производных положительно определена при всех $x \in U$, то $f(x)$ является *выпуклой* на U .

Замечание.

Для выпуклых функций всякий локальный минимум является одновременно и глобальным.

3 Численные методы минимизации функции одной переменной

3.1 Метод перебора

Метод перебора является простейшим из прямых методов минимизации. Пусть $f(x) \in Q[a; b]$ и требуется найти точку x^* на $[a; b]$ с абсолютной погрешностью ε , в которой функция $f(x)$ принимает минимальное значение.

Разобьём $[a; b]$ на n равных частей точками деления $x_i = a + i \frac{b-a}{n}$; $(i = \overline{1, n})$, $n \geq \frac{b-a}{\varepsilon}$.

Вычислим значения $f(x)$ в этих точках и путём сравнения найдём x_m , в которой $f(x_m) = \min f(x_i)$, $0 \leq i \leq n$. Тогда $x^* \approx x_m$; $f^* \approx f(x_m)$.

Пример.

Найти минимальное значение функции $f(x) = x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 72x$ на отрезке $[1,5; 2]$ с заданной точностью $\varepsilon = 0,05$.

Решение:

$$n = \frac{2 - 1,5}{0,05} = 10, \quad x_i = 1,5 + 0,05i, \quad i = \overline{0, 10}.$$

x	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,0
$f(x)$	-89,4	-90,2	-91,2	-91,8	-92,08	-92,12	-91,9	-91,4	-90,5	-89,4	-88

Ответ: $x^* \approx 1,75$; $f^* \approx -92,12$.

3.2 Метод деления отрезка пополам

Метод деления отрезка пополам (*дихотомии*) позволяет для любой функции $f(x) \in Q[a; b]$ построить последовательность вложенных отрезков $[a; b] \supset [a_1, b_1] \supset [a_2, b_2] \supset \dots \supset [a_n, b_n]$, каждый из которых содержит точку x^* .

Пусть $\varepsilon > 0$ - требуемая точность определения x^* . Выбрав $\rho \leq \varepsilon / 2$, построим последовательность $\{a_n\}, \{b_n\}, \{x_1^{(n)}\}, \{x_2^{(n)}\}, n = 0, 1, \dots$, используя рекуррентные формулы (рис. б):

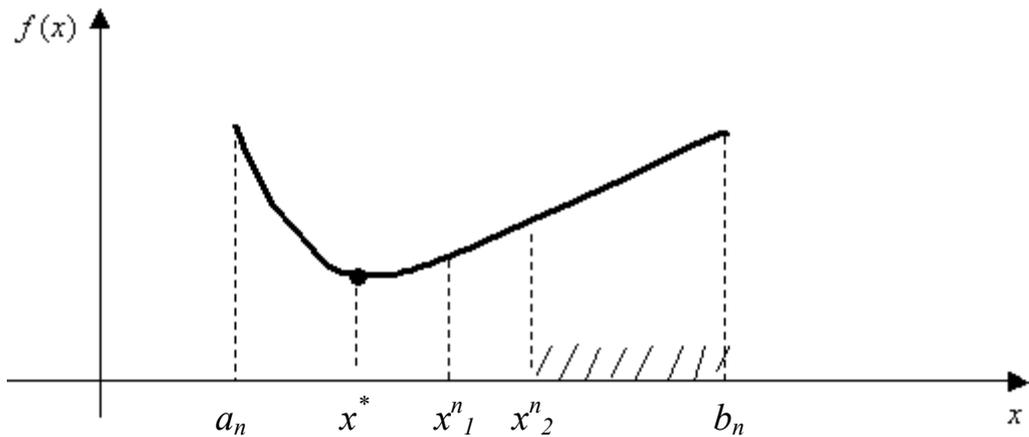
$$x_1^n = \frac{a_n + b_n - \rho}{2}; \quad x_2^n = \frac{a_n + b_n + \rho}{2}.$$

При этом вычисляем точность на каждом шаге $\varepsilon_n = \frac{b_n - a_n}{2}$. Как только $\varepsilon_n < \varepsilon$, выписывают ответ:

$$x^* \approx \frac{b_n + a_n}{2}, f^* = f(x^*).$$

Используя значения функции в точках x_1^n и x_2^n , можно уменьшить рассматриваемый интервал (рисунок 4).

$$a) \text{ если } f(x_1^n) \leq f(x_2^n), \text{ то } a_{n+1} = a_n; b_{n+1} = x_2^n,$$



б) если $f(x_1^n) > f(x_2^n)$, то $a_{n+1} = x_1^n$, $b_{n+1} = b_n$,

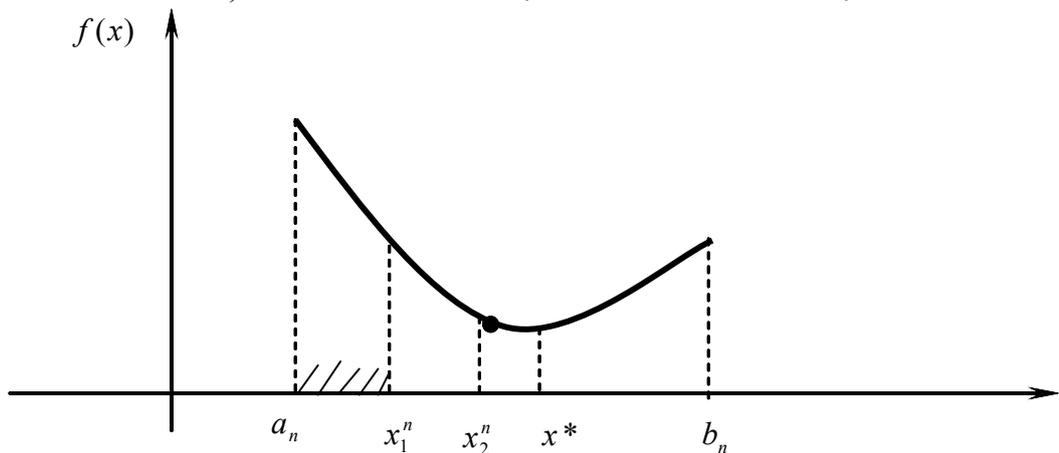


Рисунок 4.

Пример.

$f(x) = x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 72x$, $\varepsilon = 0,05$. Найти: x^* ; f^* .

Решение. Пусть $\rho \leq \frac{0,05}{2}$, $\rho = 0,02$; $n = 0, 1, 2, \dots$

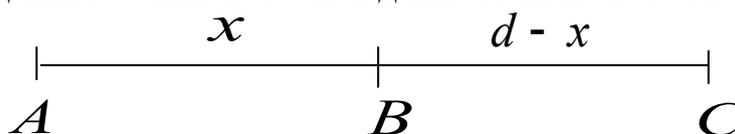
n	a_n	b_n	ε_n	$x_1^{(n)}$	$x_2^{(n)}$	$f(x_1^{(n)})$	$f(x_2^{(n)})$	Примечание
0	1,5	2	0,25	1,74	1,76	-92,135	-92,096	$f(x_1^{(0)}) < f(x_2^{(0)}) \Rightarrow$ $a_1 = a_0$; $b_1 = x_2^{(0)}$
1	1,5	1,76	0,13	1,62	1,64	-91,486	-91,696	$f(x_1^{(1)}) > f(x_2^{(1)}) \Rightarrow$ $a_2 = x_1^1$; $b_2 = b_1$
2	1,62	1,76	0,07	1,68	1,70	-91,995	-92,084	$f(x_1^{(2)}) > f(x_2^{(2)}) \Rightarrow$ $a_3 = x_1^2$; $b_3 = b_2$
3	1,68	1,76	0,04	-	-	-	-	0,04 < 0,05 точность достигнута

$$x^* = \frac{1,68 + 1,76}{2} = 1,72; \quad f^* = f(1,72) = -92,13.$$

Ответ: $x^* \approx 1,72$; $f^* \approx -92,13$.

3.3 Метод золотого сечения

Золотым сечением отрезка d называется деление его на две неравные части так, что отношение длины всего отрезка к длине большей его части равно отношению длины большей части к длине меньшей части.



$$\frac{d}{x} = \frac{x}{d-x},$$

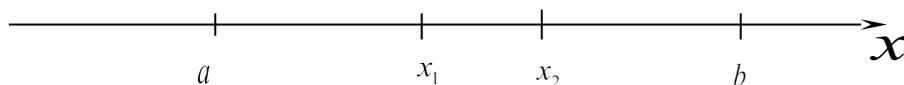
$$d^2 - dx - x^2 = 0,$$

$$x^2 + dx - d^2 = 0,$$

$$D = d^2 + 4d^2 = 5d^2,$$

$$x = \frac{-d + d\sqrt{5}}{2}; \quad x = d \cdot \frac{\sqrt{5} - 1}{2}; \quad x \approx 0,62d,$$

т.е. $AB = 0,62d$; $BC = 0,38d$.



Пусть дан отрезок $[a; b]$. Найдём координаты точек золотого сечения x_1 и x_2 ; $d = b - a$; $x_2 = a + \frac{\sqrt{5} - 1}{2}(b - a)$.

Заметим, что $x_1 - a = b - x_2$, откуда $x_1 = a + b - x_2$.

Пусть $f(x) \in Q[a; b]$, требуется найти x^* , в которой функция $f(x)$ имеет минимум. Построим последовательность $\{a_n\}, \{b_n\}$ и $\{\bar{x}_n\}$, $n = 1, 2, \dots$, следующим образом:

- если $f(x_1^n) \leq f(x_2^n)$, то $a_{n+1} = a_n$, $b_{n+1} = x_2^n$, $\bar{x}_n = x_1^n$,
- если $f(x_1^n) > f(x_2^n)$, то $a_{n+1} = x_1^n$, $b_{n+1} = b_n$, $\bar{x}_n = x_2^n$,

$n = 1, 2, \dots$, где $a_1 = a$, $b_1 = b$, x_1^n и x_2^n — первая и вторая точки золотого сечения на $[a_n; b_n]$.

Вместо того, чтобы вычислять ε_n на каждом шаге, удобнее вычислить число шагов, при этом на последнем шаге точность ε будет достигнута.

Выразим n через ε :

$$n \geq -2,1 \ln \frac{\varepsilon}{b - a}.$$

Пример.

$$f(x) = x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 72x; \quad [1,5; 2], \quad \varepsilon = 0,05.$$

Решение. Вычислим $n \geq 4,79$; т.е. $n = 5$. Т.о. точность будет достигнута на пятом шаге.

n	a_n	b_n	$x_1^{(n)}$	$x_2^{(n)}$	$f(x_1^{(n)})$	$f(x_2^{(n)})$	Примечание
1	1,5	2	1,691	1,809	-92,049	-91,814	$f(x_1^{(1)}) < f(x_2^{(1)}) \Rightarrow a_2 = a_1; b_2 = x_2^{(1)};$ $\bar{x}_2 = x_1^{(1)}$

2	1,5	1,809	1,618	1,691	-91,464	-92,049	$f(x_1^{(2)}) > f(x_2^{(2)}) \Rightarrow a_3 = x_1^{(2)}; b_3 = b_2;$ $\bar{x}_3 = x_2^{(2)}$
3	1,618	1,809	1,691	1,736	-92,049	-92,138	$f(x_1^{(3)}) > f(x_2^{(3)}) \Rightarrow a_4 = x_1^{(3)}; b_4 = b_3;$ $\bar{x}_4 = x_2^{(3)}$
4	1,691	1,809	1,736	1,764	-92,138	-92,083	$f(x_1^{(4)}) < f(x_2^{(4)}) \Rightarrow a_5 = a_4; b_5 = x_2^{(4)};$ $\bar{x}_5 = x_1^{(4)}$
5	1,691	1,764	1,719	1,736	-92,109	-92,138	$f(x_1^{(5)}) > f(x_2^{(5)}) \Rightarrow \bar{x} = x_2^{(5)}$

Ответ: $x^* = \bar{x} \approx 1,736; f^* \approx -92,138$.

3.4 Метод касательных

Для нахождения минимума $f(x)$ рассматриваем функции, выпуклые вниз на $[a; b]$, а для этого необходимо, чтобы $f''(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a; b]$, причём $f'(a) \cdot f'(b) < 0$ (рис. 5).

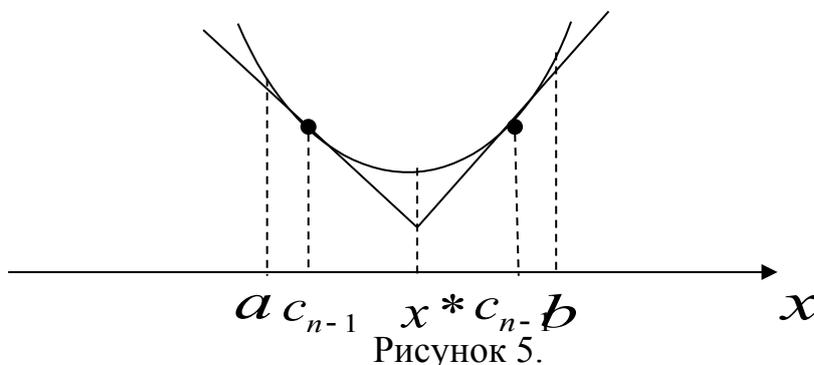


Рисунок 5.

Если $f'(c_{n-1}) > 0$, то $c_{n-1} > x^*$.

Если $f'(c_{n-1}) < 0$, то $c_{n-1} < x^*$.

Отсюда, алгоритм нахождения f^* . Построим последовательности $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ в соответствии с рекуррентными формулами:

$$c_{n-1} = \frac{b_{n-1} \cdot f'(b_{n-1}) - a_{n-1} \cdot f'(a_{n-1}) + f(a_{n-1}) - f(b_{n-1})}{f'(b_{n-1}) - f'(a_{n-1})},$$

$a_n = a_{n-1}; b_n = c_{n-1}$ при $f'(c_{n-1}) \geq 0$,

$a_n = c_{n-1}; b_n = b_{n-1}$ при $f'(c_{n-1}) < 0$.

Требуемая точность минимизации считается достигнутой, если $f'(c_n) \approx 0$, т.е. $|f'(c_n)| \leq \varepsilon$. Выписываем решение $x^* \approx c_n$.

Пример. Доказать, что $f(x) = x^2 + e^x$ выпукла на $[-1; 1]$, и минимизировать её методом касательных с точностью $\varepsilon = 0,05$.

Решение:

$$f'(x) = 2x + e^x; \quad f'(-1) = -2 + \frac{1}{e} < 0; \quad f'(1) = 2 + e > 0;$$

$$f''(x) = 2 + e^x > 0, \quad \forall x \Rightarrow f(x) \text{ - выпукла.}$$

$$a_0 = a = -1; \quad b_0 = b = 1;$$

n	a_n	b_n	c_n	$f'(c_n)$	Примечание
0	-1	1	0,11620	1,356	$f' > 0, a_1 = a_0, b_1 = c_0$
1	-1	0,11620	-0,41637	-0,173	$f' < 0, a_2 = c_1, b_2 = b_1$
2	-0,41637	0,11620	-0,14313	0,58	$f' > 0, a_3 = a_2, b_3 = c_2$
3	-0,41637	-0,14313	-0,27806	0,02	$f'(c_3) < \varepsilon$ - точность достигнута

Ответ: $x^* \approx -0,278; f(c_3) = 0,835 = f^*$.

Замечания: а) при $f'(a) > 0, f'(b) > 0$ $x^* = a$;
б) при $f'(a) < 0, f'(b) < 0$ $x^* = b$;
в) при $f'(a) = 0$ $x^* = a$,
при $f'(b) = 0$ $x^* = b$.

3.5 Метод Ньютона

Этот метод обеспечивает более высокую скорость сходимости к x^* .

Пусть $f(x)$ - выпуклая, дважды дифференцируемая функция. Выбрав начальное приближение x_0 , построим последовательность

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f'(x_{n-1})}{f''(x_{n-1})}, \quad n = 1, 2, \dots$$

При $|f'(x_n)| \leq \varepsilon$ получим ответ $x^* \approx x_n, f^* \approx f(x_n)$.

Пример. $f(x) = (x - 2)^4 - \ln x$, где $\varepsilon = 10^{-7}$. По области определения $x > 0$.

Пусть $x_0 = 3$, проведем вычисления по формуле

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f'(x_{n-1})}{f''(x_{n-1})}, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$f(3) = 1 - \ln 3 = -0,0986 = -9,86 \cdot 10^{-2},$$

$$f'(x) = 4(x - 2)^3 - \frac{1}{x},$$

$$f''(x) = 12(x - 2)^2 + \frac{1}{x^2},$$

$$f'(3) = 4 \cdot 1 - \frac{1}{3} = 3\frac{2}{3} \approx 3,67,$$

$$f''(3) = 12 + \frac{1}{9} \approx 12,1,$$

$$x_1 = 3 - \frac{3,67}{12,1} = 2,6972477$$

и т. д.

Заполним таблицу:

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$
0	3	-0,0986	3,67
1	2,6972477	-0,7558859	0,985
2	2,5322701	-0,8488508	0,208
3	2,4736906	-0,8553636	$2,1 \cdot 10^{-2}$
4	2,4663735	-0,8554408	$3 \cdot 10^{-4}$
5	2,4662656	-0,8554408	$5 \cdot 10^{-8} < 10^{-7}$ точность достигнута

Ответ: $x^* \approx 2,47$; $f^* \approx -0,855$.

Замечания:

1. При неудачном выборе x_0 последовательность $x_n = x_{n-1} - \frac{f'(x_{n-1})}{f''(x_{n-1})}$, $n = 1, 2, \dots$, может расходиться. Если же x_0 достаточно близко к x^* , то последовательность $x_n = x_{n-1} - \frac{f'(x_{n-1})}{f''(x_{n-1})}$, $n = 1, 2, \dots$, сходится быстро.

2. Метод Ньютона часто используется на завершающем этапе минимизации, когда точка минимума x^* грубо найдена другим, менее трудоёмким, методом и требуется найти x^* с большей точностью.

Варианты заданий на контрольную работу

1. Ответить на теоретический вопрос по теме «Постановка задачи оптимизации».

Вариант	Вопрос
1	Постановка и структура задач поисковой оптимизации
2	Множества (пространства), подмножества (подпространства), свойства множеств
3	Линейные множества. Выпуклые множества
4	Классификация функций. Непрерывные, разрывные, дискретные, монотонные, унимодальные.
5	Классификация функций. Выпуклые, вогнутые, псевдовыпуклые, псевдовогнутые функции
6	Постановка обобщенной задачи оптимизации
7	Критерии (целевые функции) оптимизации
8	Однокритериальные и многокритериальные задачи оптимизации
9	Условная и безусловная оптимизация. Локальный и глобальный экстремум
10	Условия оптимальности

2. Ответить на теоретический вопрос по теме «Классификация задач математического программирования».

Вариант	Вопрос
1	Линейное программирование
2	Нелинейное программирование
3	Целочисленное программирование
4	Стохастическое программирование
5	Дискретное программирование
6	Дробно-линейное программирование
7	Теория игр
8	Линейное программирование
9	Дискретное программирование
10	Стохастическое программирование

3. Найти минимальное значение функции на заданном отрезке с заданной точностью методом перебора.

Вариант	Задание
1	$f(x) = x^2 - 2x + e^{-x}$, $[1; 1,5]$, $\varepsilon = 0,05$.
2	$f(x) = \operatorname{tg}(x) - 2 \sin(x)$, $[0; \pi/4]$, $\varepsilon = 0,03$.
3	$f(x) = \sqrt{1+x^2} + e^{-2x}$, $[0; 1]$, $\varepsilon = 0,02$.
4	$f(x) = x^4 + 4x^2 - 32x + 1$, $[1,5; 2]$, $\varepsilon = 0,05$.
5	$f(x) = \frac{1}{7}x^7 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x$, $[1; 1,5]$, $\varepsilon = 0,05$.
6	$f(x) = x^3 - 3 \sin x$, $[0,5; 1]$, $\varepsilon = 0,05$.
7	$f(x) = 5x^2 - 8x^{5/4} - 20x$, $[3; 3,5]$, $\varepsilon = 0,02$.

8	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + x \ln x, [1,5; 2], \varepsilon = 0,02.$
9	$f(x) = 3x - x^2 - e^{-x}, [1; 1,5], \varepsilon = 0,02.$
10	$f(x) = 2 \operatorname{tg}(x) - 3 \cos(x), [0; \pi/4], \varepsilon = 0,03.$

4. Найти минимальное значение функции на заданном отрезке с заданной точностью методом деления отрезка пополам.

Вариант	Задание
1	$f(x) = x \cdot \sin x + 2 \cos x, [-5; -4], \varepsilon = 0,02.$
2	$f(x) = x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 72x + 90, [1,5; 2], \varepsilon = 0,05.$
3	$f(x) = x^6 + 3x^2 + 6x - 1, [-1; 0], \varepsilon = 0,05.$
4	$f(x) = 10x \cdot \ln x - \frac{x^2}{2}, [0,5; 1], \varepsilon = 0,05.$
5	$f(x) = x^2 + 2 \left(x \cdot \ln \left(\frac{x}{e} \right) - 2 \right), [1,5; 2], \varepsilon = 0,01.$
6	$f(x) = 3x^4 - 10x^3 + 21x^2 + 12x, [0; 0,5], \varepsilon = 0,01.$
7	$f(x) = \frac{2x}{\ln 2} - 2x^2, [3,5; 4,5], \varepsilon = 0,02.$
8	$f(x) = e^x - \frac{x^3}{3} + 2x, [-1,5; -1], \varepsilon = 0,01.$
9	$f(x) = x \cos x + 2 \sin x, [-5; -4], \varepsilon = 0,02.$
10	$f(x) = x^4 - 5x^3 + 16x^2 + 10x, [0; 0,5], \varepsilon = 0,01.$

5. Найти минимальное значение функции на заданном отрезке с заданной точностью методом золотого сечения.

Вариант	Задание
1	$f(x) = x^4 + 2x^2 + 4x + 1, [-1; 0], \varepsilon = 0,05.$
2	$f(x) = x^5 - 5x^3 + 10x^2 - 5x, [-3; -2], \varepsilon = 0,05.$
3	$f(x) = x^3 + 3x(\ln x - 1), [0,5; 1], \varepsilon = 0,02.$
4	$f(x) = x^2 - 2x - 2 \cos x, [0,5; 1], \varepsilon = 0,05.$
5	$f(x) = (x+1)^4 - 2x^2, [-3; -2], \varepsilon = 0,05.$
6	$f(x) = 3(5-x)^{4/3} + 2x^2, [1,5; 2], \varepsilon = 0,025.$
7	$f(x) = -x^3 + 3(1+x) \ln(x+1) - 1, [-0,5; 0,5], \varepsilon = 0,02.$
8	$f(x) = 2 + x^2 + x^{2/3} - \ln(1+x^{2/3}) - 2x, \varepsilon = 0,025.$
9	$f(x) = x^2 - 3x - \sin x, [0,5; 1], \varepsilon = 0,02.$
10	$f(x) = (x+2)^3 - 3x^2, [-2; -1], \varepsilon = 0,05.$

6. Найти минимальное значение функции на заданном отрезке с заданной точностью методом касательных, предварительно убедившись в выпуклости функций.

Вариант	Задание
1	$f(x) = x - \ln x, [0,1; 2], \varepsilon = 0,01.$
2	$f(x) = x^2 - \sin x, [0; \pi/2], \varepsilon = 0,01.$

3	$f(x) = x^4 + x^2 + x + 1, [-1; 2], \varepsilon = 0,01.$
4	$f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x, [0; 3], \varepsilon = 0,01.$
5	$f(x) = \sqrt{1+x^2} + e^{-2x}, [0; 1], \varepsilon = 0,01.$
6	$f(x) = e^x + \frac{1}{x}, [0,1; 2], \varepsilon = 0,01.$
7	$f(x) = (x-4)^2 + \ln x, [3; 5], \varepsilon = 0,01.$
8	$f(x) = x^4 + e^{-x}, [0; 1], \varepsilon = 0,01.$
9	$f(x) = \sqrt{1+x^2} + e^{-3x}, [0; 1], \varepsilon = 0,01.$
10	$f(x) = 2x^4 - e^{-x}, [0; 1], \varepsilon = 0,01.$

7. Найти минимальное значение функции с заданной точностью $|f'(x)| \leq 10^{-4}$ методом Ньютона.

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$f(x) = x^2 + e^{-x}$	2	$f(x) = 2x + e^{-x}$
3	$f(x) = x^2 + x + \sin x$	4	$f(x) = e^x + e^{-2x} + 2x$
5	$f(x) = 2x^2 + x + \cos^2 x$	6	$f(x) = x^2 - x + e^{-x}$
7	$f(x) = x^2 + 2e^{-x}$	8	$f(x) = 3x + e^{-x}$
9	$f(x) = x^2 + 2x + \cos x$	10	$f(x) = 2x^2 - x + \sin^2 x$

Список рекомендуемой литературы

1. Акулич, И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учебное пособие / И.Л. Акулич. – 3-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2011. – 352 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
2. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях: Учебное пособие / С.А. Ашманов, А.В. Тимохов. – 2-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2012. – 352 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
3. Интернет-ресурсы.