

Об ошибках измерений

Как известно, никакое измерение не может быть выполнено абсолютно точно, его результата всегда содержит некоторую ошибку. Измеряя какую-либо величину, мы не можем сделать ошибку меньшей, чем та, которая определяется погрешностью 0,1% на каждый метр. Применяя такую линейку, нельзя пытаться измерить длину с точностью, скажем, до 0,01%.

Различают три типа ошибок измерений:

- а) *систематическая ошибка*, величина которой одинакова во всех измерениях, проводящих одним и тем же методом с помощью одних и тех же измерительных приборов. Для выявления систематических ошибок обычно заранее отлаживают аппаратуру на эталонных объектах с хорошо известными свойствами;
- б) *случайные ошибки*, величина которых различна для разных измерений и обусловлена большим числом факторов, действие которых неодинаково при каждом акте измерения и не может быть учтено;
- в) *грубые ошибки* (промахи) – это результат невнимательности или низкой квалификации наблюдателя. Математическую модель измерений отражает действие именно случайных ошибок. Обнаружение и устранение ошибок других видов – это не предмет математической статистики.

Случайную ошибку можно выявить, повторяя измерения одной и той же величины несколько раз. Если каждое измерение дает отличны друг от друга результаты, то это как раз и означает, что случайные ошибки играют

существенную роль, многократное повторение измерений и правильная статистическая обработка позволяют, во-первых, оценить величину случайной ошибки и, во-вторых, уменьшить ее до разумного знания. Если случайная ошибка оказывается меньше систематической, то нет смысла пытаться уменьшить ее дальше – все равно результаты измерений не станут точнее. Желая в этом случае получить большую точность, нужно совершенствовать аппаратуру, чтобы уменьшить систематическую ошибку. Наоборот, если случайная ошибка больше систематической, то нужно именно случайную ошибку уменьшать в первую очередь до тех пор, пока общая погрешность измерений не будет полностью определяться систематической ошибкой.

В математической модели измерений точность отдельного измерения характеризуется средним квадратичным отклонением σ . Оно, в принципе, может быть оценено с большой точностью выборочным средним квадратичным отклонением при большом числе контрольных измерений во время отладки и калибровки аппаратуры на эталонных объектах. Величина σ - это характеристика измерительного прибора. Уменьшение случайной ошибки при повторных измерениях основано на соотношении $D\bar{x} = \sigma^2/n$, из которого следует, что средне квадратичное отклонение среднего арифметического результатов n измерений в \sqrt{n} раз меньше погрешности единичного измерения. Во многих случаях, располагая уже отлаженной аппаратурой с известными характеристиками, нет возможности повторять

измерения достаточно много раз, чтобы можно было ограничиться точечной оценкой истинного значения измеряемой величины в виде выборочного среднего. При малом числе измерений среднее выборочное \bar{x} может сильно отличаться от истинного значения, поэтому необходимо указывать доверительный интервал, который с заданной вероятностью содержит истинные значения. Ширина доверительного интервала определяет величину случайной ошибки. Она уменьшается обратно пропорционально корню квадратному из числа.

Часто возникает вопрос, сколько нужно провести измерений, чтобы получить нужную точность при заданной надежности. Ответ получается из

формулы $\delta = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \lambda_{1-\alpha/2}$:

$$n \geq \frac{\sigma^2}{\delta^2} \lambda_{1-\alpha/2}^2 \quad (1)$$

Пример. Измеряется диаметр шарика с помощью микрометра, имеющего погрешность 1 мк. Средняя квадратичная погрешность единичного измерения равна 2,3 мк. Сколько измерений нужно сделать, чтобы получить ошибку не более 1,5 мк с надежностью 95%?

Решение. Имеем $\sigma = 2,3$ мк; $\delta = 1,5$ мк; $1 - \alpha = 0,95$; $1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975$;

$$\alpha = 0,05; \lambda_{1-\frac{\alpha}{2}} = \lambda_{0,975} = 1,96; n \geq \left(2,3 \cdot \frac{1,96}{1,5}\right)^2 = 9,03,$$

т.е. нужно выполнить не менее 9 измерений.

Пример. Коэффициент вариации W для некоторого измерения составляет 1%. Систематическая ошибка измерений 0,1%. Сколько измерений нужно проделать, чтобы случайная ошибка практически не играла роли?

Решение. Здесь все ошибки выражены в относительных единицах – процентах. Коэффициент вариации – это отношение среднего квадратического отклонения к среднему, т.е. $W = \frac{\sigma}{x} = 0,01$, отсюда $\sigma = 0,01$

\bar{x} . подставляя все в (19.1) при той же надежности, получим

$$n \geq (0,01\bar{x} \cdot 1,96 / (0,001\bar{x}))^2 = 384,16,$$

т.е. нужно выполнить не менее 385 измерений, практически такое число измерений проделать нельзя. Этот пример показывает, что на практике есть пределы уменьшения случайной ошибки за счет увеличения числа измерений, продиктованные технологическими и экономическими причинами (стоимость измерений). В каждом конкретном случае нужно находить разумный компромисс.

