

Использование Microsoft Excel для решения задач линейного программирования.

Для того чтобы решить задачу ЛП в табличном процессоре Microsoft Excel, необходимо выполнить следующие действия:

1. Ввести условие задачи:

а) создать экранную форму для ввода условия задачи:

- переменных,
- целевой функции (ЦФ),
- ограничений,
- граничных условий;

б) ввести исходные данные в экранную форму:

- коэффициенты ЦФ,
- коэффициенты при переменных в ограничениях,
- правые части ограничений;

в) ввести зависимости из математической модели в экранную форму:

- формулу для расчета ЦФ,
- формулы для расчета значений левых частей ограничений;

г) задать ЦФ (в окне «Поиск решения»):

- целевую ячейку,
- направление оптимизации ЦФ;

е) ввести ограничения и граничные условия (в окне «Поиск решения»):

- ячейки со значениями переменных,
- граничные условия для допустимых значений переменных,
- соотношения между правыми и левыми частями ограничений.

2. Решить задачу:

- а) установить параметры решения задачи (в окне «Поиск решения»);
- б) запустить задачу на решение (в окне «Поиск решения»);
- в) выбрать формат вывода решения (в окне «Результаты поиска решения»).

Рассмотрим подробно использование MS Excel на примере решения следующей задачи.

Задача.

Фабрика «GRM pic» выпускает два вида каш для завтрака - «Crunchy» и «Chewy». Используемые для производства обоих продуктов ингредиенты в основном одинаковы и, как правило, не являются дефицитными. Основным ограничением, накладываемым на объем выпуска, является наличие фонда рабочего времени в каждом из трех цехов фабрики.

Управляющему производством Джою Дисону необходимо разработать план производства на месяц. В приведенной ниже таблице указаны общий фонд рабочего времени и число человеко-часов, требуемое для производства 1 т продукта.

Цех	Необходимый фонд рабочего времени чел.-ч/т		Общий фонд рабочего времени чел.-ч. в месяц
	“Crunchy”	“Chewy”	
А. Производство	10	4	1000
В. Добавка приправ	3	2	360
С. Упаковка	2	5	600

Доход от производства 1 т «Crunchy» составляет 150 ф. ст., а от производства «Chewy» - 75 ф, ст. На настоящий момент нет никаких ограничений на возможные объемы продаж. Имеется возможность продать всю произведенную продукцию.

Требуется:

- Сформулировать модель линейного программирования, максимизирующую общий доход фабрики за месяц.
- Решить ее с помощью MS Excel.

Формальная постановка данной задачи имеет вид:

$$\begin{cases}
 150x_1 + 75x_2 \rightarrow \max \\
 10x_1 + 4x_2 \leq 1000 \\
 3x_1 + 2x_2 \leq 360 \\
 2x_1 + 5x_2 \leq 600 \\
 x_1 \geq 0 \\
 x_2 \geq 0
 \end{cases}
 \quad (1)$$

Ввод исходных данных

Создание экранной формы и ввод исходных данных

	A	B	C	D
1		ПЕРЕМЕННЫЕ		
2				
3		X1	X2	
4	Значение			
5	Ограничение снизу	0	0	Значение целевой функции
6	Целевая функция	150	75	
7				
8		ОГРАНИЧЕНИЯ		
9				
10		Необходимый фонд рабочего времени		Общий фонд рабочего времени
11		чел.-ч/т		чел.-ч. в месяц
12	Цех	“Crunchy”	“Chewy”	
13	А. Производство	10	4	1000
14	В. Добавка приправ	3	2	360
15	С. упаковка	2	5	600
16				
17		лев. часть	знак	правая часть
18			<=	1000
19			<=	360
20			<=	600

Рисунок 1.

В экранной форме на рисунке 1 каждой переменной и каждому коэффициенту задачи поставлена в соответствие конкретная ячейка на листе Excel. Имя ячейки состоит из буквы, обозначающей столбец, и цифры, обозначающей строку, на пересечении которых находится объект задачи ЛП. Так, например, переменным задачи 1 соответствуют ячейки **B4** (x_1), **C4** (x_2), коэффициентам ЦФ соответствуют ячейки **B6** ($c_1 = 150$), **C6** ($c_2 = 75$),

правым частям ограничений соответствуют ячейки **D18** ($b_1 = 1000$), **D19** ($b_2 = 360$), **D20** ($b_3 = 600$) и т.д.

Ввод зависимостей из формальной постановки задачи в экранную форму

Для ввода зависимостей определяющих выражение для целевой функции и ограничений используется функция MS Excel **СУММПРОИЗВ**, которая вычисляет сумму попарных произведений двух или более массивов.

Одним из самых простых способов определения функций в MS Excel является использование режима **«Вставка функций»**, который можно вызвать из меню **«Вставка»** или при нажатии кнопки **« f_x »** (рисунок 2) на стандартной панели инструментов.

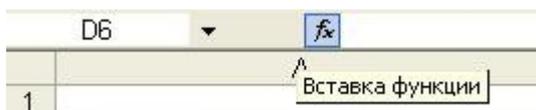


Рисунок 2

Так, например, выражение для целевой функции из задачи 1 определяется следующим образом:

- курсор в поле **D6**;
- нажав кнопку **« f_x »**, вызовите окно **«Мастер функций – шаг 1 из 2»**;
- выберите в окне «Категория» категорию **«Математические»**;
- в окне **«Функция»** выберите функцию **СУММПРОИЗВ** (рис. 3);

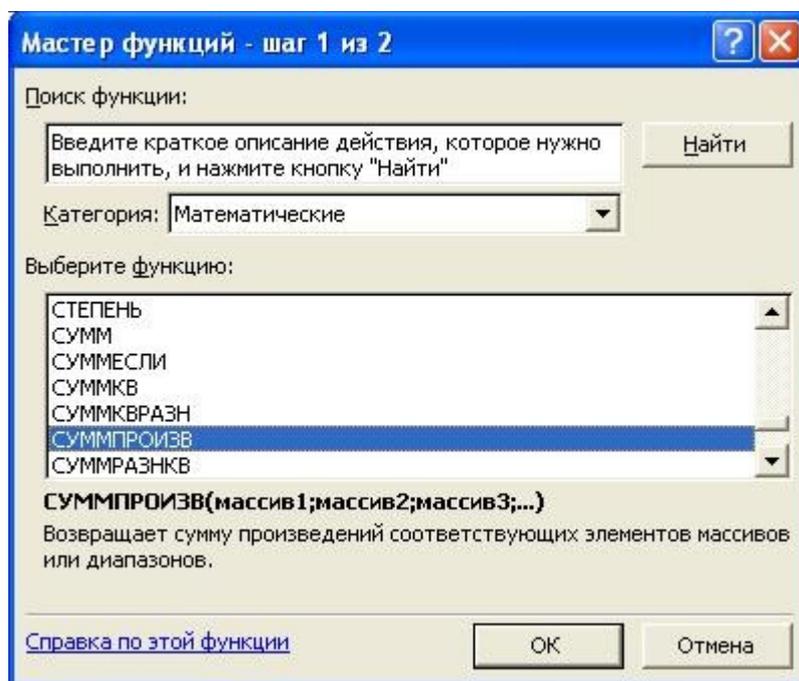


Рисунок 3

- в появившемся окне **«СУММПРОИЗВ»** в строку **«Массив 1»** введите выражение **B\$4:C\$4**, а в строку **«Массив 2»** – выражение **B6:C6** (рис. 4);

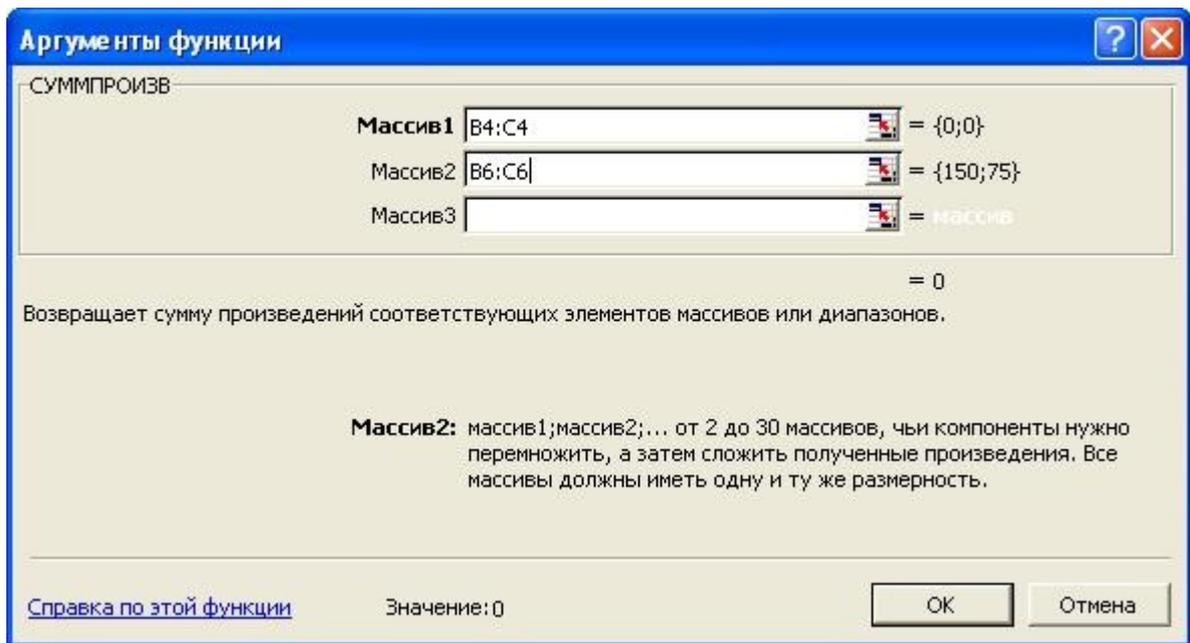


Рисунок 4

Левые части ограничений задачи (1) представляют собой *сумму произведений* каждой из ячеек, отведенных для значений переменных задачи (**B3, C3**), на соответствующую ячейку, отведенную для коэффициентов конкретного ограничения (**B13, C13** – 1-е ограничение; **B14, C14** – 2-е ограничение и **B15, C15** – 3-е ограничение). Формулы, соответствующие левым частям ограничений, представлены в табл. 1.

Таблица 1.

Формулы, описывающие ограничения модели (1)

Левая часть ограничения	Формула Excel
$10x_1 + 4x_2$ или $B3 \times B13 + C3 \times C13$	=СУММПРОИЗВ(B4:C4;B13:C13))
$3x_1 + 2x_2$ или $B3 \times B14 + C3 \times C14$	=СУММПРОИЗВ(B4:C4;B14:C14))
$2x_1 + 5x_2$ или $B3 \times B15 + C3 \times C15$	=СУММПРОИЗВ(B4:C4;B15:C15)

Задание ЦФ

Дальнейшие действия производятся в окне «Поиск решения», которое вызывается из меню «Сервис» (рис.5):

- поставьте курсор в поле «Установить целевую ячейку»;
- введите адрес целевой ячейки **\$D\$6** или сделайте одно нажатие левой клавиши мыши на целевую ячейку в экранной форме – это будет равносильно вводу адреса с клавиатуры;
- введите направление оптимизации ЦФ, щелкнув один раз левой клавишей мыши по селекторной кнопке «**максимальному значению**».

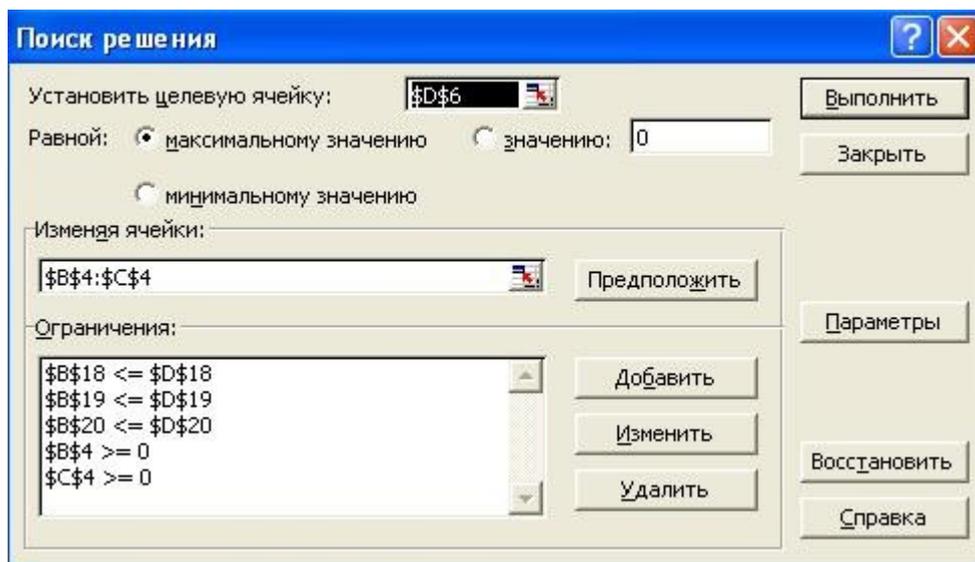


Рисунок 5

Ввод ограничений и граничных условий

Задание ячеек переменных

В окно «Поиск решения» в поле «Изменяя ячейки» впишите адреса **\$B\$4:\$C\$4**. Необходимые адреса можно вносить в поле «Изменяя ячейки» и автоматически путем выделения мышью соответствующих ячеек переменных непосредственно в экранной форме.

Задание граничных условий для допустимых значений переменных

В нашем случае на значения переменных накладывается только граничное условие неотрицательности, то есть их нижняя граница должна быть равна нулю (см. рис. 1).

- Нажмите кнопку «Добавить», после чего появится окно «Добавление ограничения» (рис.6).
- В поле «Ссылка на ячейку» введите адреса ячеек переменных **\$B\$4:\$C\$4**. Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью всех ячеек переменных непосредственно в экранной форме.
- В поле знака откройте список предлагаемых знаков и выберите \geq .
- В поле «Ограничение» введите 0.

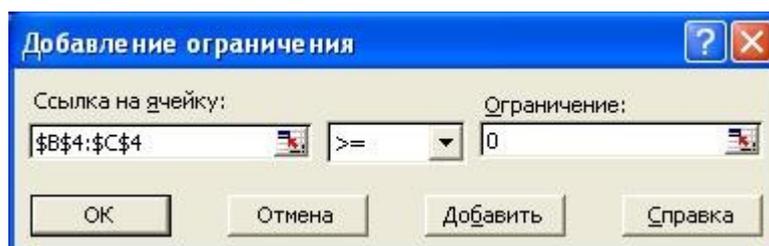


Рис.6 - Добавление условия неотрицательности переменных задачи (1)

Задание знаков ограничений \leq , \geq , $=$

- Нажмите кнопку «Добавить» в окне «Добавление ограничения».
- В поле «Ссылка на ячейку» введите адрес ячейки левой части конкретного ограничения, например **\$B\$18**. Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью нужной ячейки непосредственно в экранной форме.
- В соответствии с условием задачи (1) выбрать в поле знака необходимый знак, например, \leq .
- В поле «Ограничение» введите адрес ячейки правой части рассматриваемого ограничения, например **\$D\$18**.
- Аналогично введите ограничения: **\$B\$19 \leq \$D\$19**, **\$B\$20 \leq \$D\$20**.
- Подтвердите ввод всех перечисленных выше условий нажатием кнопки **ОК**.

Окно «Поиск решения» после ввода всех необходимых данных задачи (1) представлено на рис. 5.

Если при вводе условия задачи возникает необходимость в изменении или удалении внесенных ограничений или граничных условий, то это делают, нажав кнопки «Изменить» или «Удалить» (см. рис. 5).

Решение задачи

Установка параметров решения задачи

Задача запускается на решение в окне «Поиск решения». Но предварительно для установления конкретных параметров решения задач оптимизации определенного класса необходимо нажать кнопку «Параметры» и заполнить некоторые поля окна «Параметры поиска решения» (рис. 7).

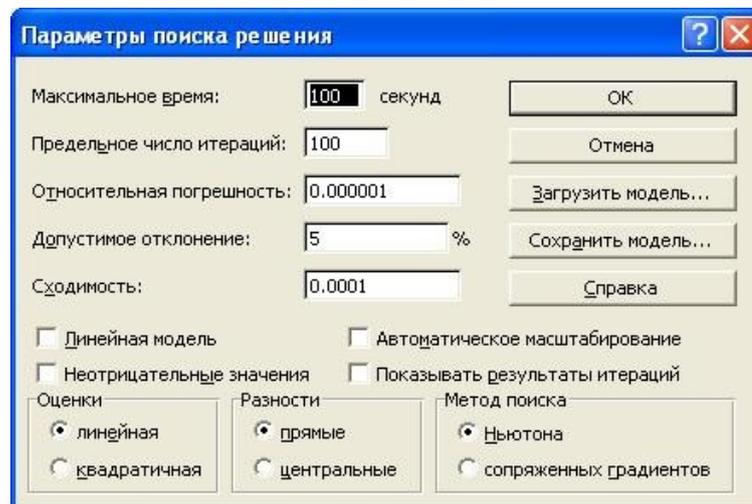


Рис. 7 - Параметры поиска решения, подходящие для большинства задач ЛП

Параметр «Максимальное время» служит для назначения времени (в секундах), выделяемого на решение задачи. В поле можно ввести время, не превышающее 32 767 секунд (более 9 часов).

Параметр «**Предельное число итераций**» служит для управления временем решения задачи путем ограничения числа промежуточных вычислений. В поле можно ввести количество итераций, не превышающее 32 767.

Параметр «**Относительная погрешность**» служит для задания точности, с которой определяется соответствие ячейки целевому значению или приближение к указанным границам. Поле должно содержать число из интервала от 0 до 1. Чем *меньше* количество десятичных знаков во введенном числе, тем *ниже* точность. Высокая точность увеличит время, которое требуется для того, чтобы сошелся процесс оптимизации.

Параметр «**Допустимое отклонение**» служит для задания допуска на отклонение от оптимального решения в целочисленных задачах. При указании большего допуска поиск решения заканчивается быстрее.

Параметр «**Сходимость**» применяется только при решении нелинейных задач. Установка флажка «**Линейная модель**» обеспечивает ускорение поиска решения линейной задачи за счет применения симплекс-метода.

Подтвердите установленные параметры нажатием кнопки «**ОК**».

Запуск задачи на решение

Запуск задачи на решение производится из окна «**Поиск решения**» путем нажатия кнопки «**Выполнить**».

После запуска на решение задачи ЛП на экране появляется окно «**Результаты поиска решения**» с сообщением об успешном решении задачи, представленном на рис. 8.

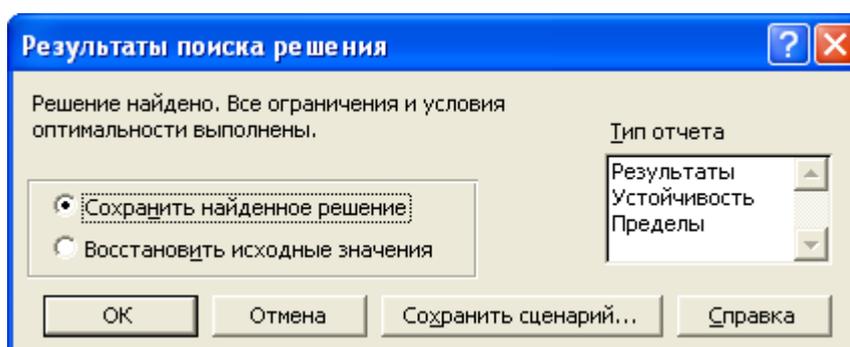


Рис. 8 - Сообщение об успешном решении задачи

Появление иного сообщения свидетельствует не о характере оптимального решения задачи, а о том, что при вводе условий задачи в Excel были допущены **ошибки**, не позволяющие Excel найти оптимальное решение, которое в действительности существует.

Если при заполнении полей окна «**Поиск решения**» были допущены ошибки, не позволяющие Excel применить симплекс-метод для решения задачи или довести ее решение до конца, то после запуска задачи на решение на экран будет выдано соответствующее сообщение с указанием причины, по которой решение не найдено. Иногда слишком малое значение параметра «**Относительная погрешность**» не позволяет найти оптимальное решение. Для исправления этой ситуации увеличивайте погрешность поразрядно, например от 0,000001 до 0,00001 и т.д.

В окне «**Результаты поиска решения**» представлены названия трех типов отчетов: «**Результаты**», «**Устойчивость**», «**Пределы**». Они необходимы при анализе полученного решения на чувствительность. Для получения же ответа (значений переменных, ЦФ и левых частей ограничений) прямо в экранной форме просто нажмите кнопку «**ОК**». После этого в экранной форме появляется оптимальное решение задачи (рис. 9).

	A	B	C	D	E
1		ПЕРЕМЕННЫЕ			
2					
3		X1	X2		
4	Значение	70	75		
5	Ограничение снизу	0	0	Значение целевой функции	
6	Целевая функция	150	75	16125	
7					
8		ОГРАНИЧЕНИЯ			
9					
10		<i>Необходимый фонд рабочего времени</i>		<i>Общий фонд рабочего времени</i>	
11		<i>чел.-ч/т</i>		<i>чел.-ч. в месяц</i>	
12	<i>Цех</i>	<i>“Спинку”</i>	<i>“Шеву”</i>		
13	A. Производство	10	4	1000	
14	B. Добавка приправ	3	2	360	
15	C. упаковка	2	5	600	
16					
17		лев. часть	знак	правая часть	
18		1000	<=	1000	
19		360	<=	360	
20		515	<=	600	

Рис.9 - Экранная форма задачи (1) после получения решения

Задача: Небольшая обувная фабрика выпускает два изделия – кроссовки и домашние тапочки. Для производства используются три типа ресурсов: кожа, ткань и труд. Доход от реализации одной пары кроссовок составляет 100 ден. ед., пары тапочек – 50 ден. ед. Удельные расходы ресурсов, необходимых для пошива одной пары обуви каждого типа, приведены в таблице 3. Там указаны недельные запасы ресурсов, которыми располагает фабрика.

Таблица 3.

Необходимые ресурсы	Кроссовки	Тапочки	Недельные запасы ресурсов
Кожа (кв. ед.)	7	2	700
Ткань (кв. ед.)	2	4	480
Труд (ч/час)	2	2	300
Доход от продажи одной пары обуви (ден.ед)	100	50	

Требуется сформировать недельную производственную программу, при которой доход от реализации будет максимальным.