

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Смоленский областной казачий институт промышленных технологий и бизнеса  
(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования «Московский  
государственный университет технологий и управления  
имени К. Г. Разумовского (Первый казачий университет)»

Рассмотрено  
на заседании кафедры  
«Информатизации и управления»  
Протокол № 2 от 16.10.2015 г.  
Заведующий кафедрой «И и У»  
\_\_\_\_\_ к.э.н., доцент Г. В. Кораблёва  
«16» октября 2015 г.

УТВЕРЖДАЮ  
Зам. директора по УМ и ВР  
\_\_\_\_\_ д.и.н., доцент Д. Е. Комаров  
Протокол НМС № \_\_\_\_  
от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

**Методические указания  
и варианты заданий контрольных работ**

**по дисциплине: «Компьютерное моделирование:  
моделирование систем»**

Направление: 09.03.01 (230100) «Информатика и вычислительная  
техника»

Курс: 3, 2

Форма обучения: очно-заочная, заочная

Составитель: к.э.н., доцент Кораблёва Г. В.

Г. В. Кораблёва

Методические указания и варианты заданий контрольных работ по дисциплине: «Компьютерное моделирование: моделирование систем». – Вязьма: СОКИПТБ (филиал) ФГБОУ ВО «МГУТУ имени К. Г. Разумовского (ПКУ)». - 91 с.

Настоящее пособие разработано для оказания методической поддержки студентам направления 09.03.01 (230100) «Информатика и вычислительная техника» при выполнении контрольных работ по дисциплине «Компьютерное моделирование: моделирование систем», самостоятельному изучению дисциплины. В учебно-методическом пособии представлены примеры решения задач с применением современных прикладных программ, инструментов и методов компьютерного моделирования. В методическом пособии рассмотрены методы и технологии построения динамических, функциональных, имитационных моделей систем. Учебное пособие предназначено для студентов третьего курса направления 09.03.01 (230100) «Информатика и вычислительная техника», в нём содержатся варианты заданий практических заданий контрольной работы по дисциплине «Компьютерное моделирование: моделирование систем».

Рецензент: д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой «Информационные технологии» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет технологий и управления имени К. Г. Разумовского (ПКУ)»

Краснов Андрей Евгеньевич

© СОКИПТБ (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет технологий и управления имени К. Г.

## Оглавление

1. Введение.....	3
2. Порядок выбора варианта задания контрольной работы, сдачи и защиты контрольных работ.....	6
3. Требования к оформлению и содержанию контрольных работ.....	7
4. Задания контрольной работы и методические рекомендации для их выполнения.....	10
ЗАДАНИЕ 1.....	10
<i>Варианты заданий</i> .....	10
<i>Краткие теоретические сведения для выполнения задания контрольной работы № 1</i> .....	18
<i>Q</i> .....	21
<i>ПРИМЕР выполнения и оформления задания № 1 контрольной работы</i> .....	21
ЗАДАНИЕ 2.....	23
<i>Краткие теоретические сведения по теме задания</i> .....	31
<i>Примеры задач с СМО</i> .....	34
ЗАДАНИЕ 3.....	51
<i>Варианты заданий</i> .....	51
<i>Краткие теоретические сведения</i> .....	55
ЗАДАНИЕ 4.....	62
<i>Варианты заданий</i> .....	62
<i>Краткие теоретические сведения</i> .....	62
<i>Пример выполнения задания</i> .....	64
ЗАДАНИЕ 5.....	68
<i>Варианты заданий</i> .....	68
<i>Краткие теоретические сведения</i> .....	78
5. Список литературы, рекомендуемой к изучению.....	87
Приложение 1.....	89

## 1. Введение

Лица, ответственные за принятие решений, касающихся проектирования и создания сложных систем, могут оценить их эффективность одним из трех следующих способов. Во-первых, есть возможность (по крайней мере, теоретическая) проводить управляемые эксперименты с реальной системой (если такая существует). Однако принятие неоптимальных решений может причинить ущерб системе.

Во-вторых, если есть данные о развитии системы за некоторый период времени в прошлом, то можно провести мысленный эксперимент на этих данных. Однако для этого нужно знать точно, какие изменения каких входных переменных привели к наблюдаемому изменению выходных переменных, характеризующих эффективность функционирования системы. Иногда причинами изменений могут оказаться случайные возмущения. Поэтому нельзя слишком доверять оценкам решений, полученным на основе данных о развитии системы в прошлом.

В-третьих, можно построить математическую модель рассматриваемой системы, связывающую входные (независимые) переменные с выходными (зависимыми) переменными и со способом управления системой. Если есть основания для того, чтобы считать разработанную математическую модель адекватной рассматриваемой системе, то с помощью модели можно производить расчеты или машинные эксперименты (если модель реализована на ЭВМ). По результатам этих экспериментов можно выработать рекомендации по повышению эффективности существующей или проектируемой системы.

Следовательно, разрабатывать модель имеет смысл только в том случае, если объект-оригинал еще недостаточно изучен или вообще не существует в природе и только проектируется.

Физическое моделирование позволяет получить достоверные результаты для достаточно простых систем. Сложные по внутренним связям и большие по количеству элементов системы трудно поддаются прямым способам моделирования и зачастую для построения и изучения переходят к имитационным методам. Появление новейших информационных технологий увеличивает не только возможности моделирующих систем, но и позволяет применять большее многообразие моделей и способов их реализации.

Совершенствование вычислительной и телекоммуникационной техники привело к дальнейшему развитию методов машинного моделирования, без которых невозможно изучение процессов и явлений, а также построение больших и сложных систем. Поэтому дисциплина «Компьютерное моделирование: моделирование систем» стала базовой при подготовке различных специалистов инженерных

специальностей, в том числе и по направлению «Информатика и вычислительная техника».

*Целью* преподавания дисциплины «Компьютерное моделирование: моделирование систем» является ознакомление студентов с моделированием как методом исследования и проектирования сложных объектов, процессов, систем и целесообразностью применения для моделирования средств вычислительной техники. В этой связи в рамках данного курса студентам предлагается рассмотреть виды моделирования и моделей сложных систем, типовые математические схемы, методы и методики разработки имитационных моделей, проведения экспериментов на ЭВМ.

Задачами преподавания дисциплины «Компьютерное моделирование: моделирование систем» являются:

- ознакомление с моделированием как методом научного познания;
- изучение основных видов моделирования сложных систем;
- рассмотрение математических схем моделирования сложных систем;
- освоение методики построения имитационных моделей, систем и способов проведения экспериментов на ЭВМ с имитационными моделями;
- развитие и совершенствование практических навыков разработки имитационных моделей экономических и производственных систем средствами современных инструментов создания программного обеспечения (VBA for Excel, Borland DELPHI 8, Borland JBuilder 7 и др.).

*Объектом* изучения дисциплины «Компьютерное моделирование: моделирование систем» являются основные классы моделей сложных систем и процессов, в том числе характерные для пищевой промышленности.

*Предметом* изучения дисциплины «Компьютерное моделирование: моделирование систем» являются типовые математические схемы, методы и методики, инструментальные средства построения моделей систем и процессов.

Студент, изучивший дисциплину «Компьютерное моделирование: моделирование систем» должен знать:

- особенности моделирования - метода изучения и проектирования сложных систем;
- характеристики моделей сложных систем;
- основные виды моделирования сложных систем;
- математические схемы моделирования сложных систем;
- методику построения имитационных моделей и проведение экспериментов с их использованием;
- прикладные модели производственных систем предприятий пищевой промышленности.

Студент, изучивший дисциплину «Компьютерное моделирование» должен уметь:

- подбирать типовую математическую схему, подходящую для построения модели исследуемого объекта, процесса, явления;
- применять методы и/ или средства реализации имитационной модели на ЭВМ в соответствии с выбранной математической схемой;
- проводить статистические эксперименты с построенной имитационной моделью;
- выполнять анализ результатов машинного эксперимента;
- оценивать адекватность построенной модели;
- применять инструментальные средства (CASE – средства, СУБД, интегрированные среды разработки программного обеспечения, прикладные программы для построения имитационных моделей сложных систем.

Студент, изучивший дисциплину «Компьютерное моделирование» должен овладеть навыками:

- разработки имитационных моделей с помощью современных инструментальных средств (интегрированных сред разработки, CASE – средств, прикладных программ);
- проектирования функциональных моделей сложных систем в виде SADT (IDEF0) – диаграмм с помощью CASE – средства BPwin v4.1 Computer Associates;
- моделирования состояния и поведения сложных динамических систем с применением диаграмм состояний (STD), UML – диаграмм деятельности, взаимодействия с помощью CASE – средства Pacesar UML Diagrammer;
- построения дискретно – детерминированных моделей систем (автоматов Мура, Мили);
- построения непрерывно – стохастических моделей сложных систем (различных классов систем массового обслуживания);
- проведения статистических экспериментов с применением имитационных моделей и обработки их результатов.

В соответствии с учебным планом направления 230100 «Информатика и вычислительная техника» для закрепления полученных знаний и навыков необходимо выполнить контрольную работу. Задания контрольной работы и методические рекомендации по их выполнению размещены в настоящем методическом пособии.

После изучения дисциплины «Компьютерное моделирование» студенты приобретут следующие профессиональные компетенции:

- владеет культурой мышления, способен к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения (ОК-1),
- использовать основные законы естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК -10),
- имеет навыки работы с компьютером как средством управления информацией (ОК-12),

- осваивать методики использования программных средств для решения практических задач (ПК - 2),
- разрабатывать модели компонентов информационных систем, включая модели баз данных (ПК-4),
- разрабатывать компоненты программных комплексов и баз данных, использовать современные инструментальные средства и технологии программирования (ПК - 5).

При выполнении заданий контрольной работы необходимо следовать методическим рекомендациям по их оформлению. Также студентам следует внимательно ознакомиться с порядком сдачи и защиты работ.

## **2. Порядок выбора варианта задания контрольной работы, сдачи и защиты контрольных работ**

Выбор варианта контрольной работы осуществляется студентом в соответствии со *своим номером* в списке академической группы. Его следует уточнить у методиста в деканате заочного отделения.

Если студент не может (не хочет) по какой – либо причине выполнять задания контрольной работы варианта, соответствующего своему номеру, он *с разрешения преподавателя* может произвести замену на любой из незадействованных студентами группы номеров вариантов. Без согласия преподавателя подобные замены не выполняются.

Если студент выполнил задания контрольной работы не своего варианта, но работа считается *недействительной*.

Готовая контрольной работа сдается в деканат заочного отделения в сроки, установленные графиком учебного процесса, для регистрации. Сотрудники деканата или студент передают работу преподавателю на рецензирование. Для этого в начало (вторым листом после титульного листа) контрольной работы студент помещает бланк рецензии, образец заполнения которой представлен в приложении 2. Студент самостоятельно заполняет в бланке рецензии поля «Студент», «Специальность», «Рецензент», «Номер варианта», оставляя пустые строки для заполнения рецензенту. Преподаватель после прочтения вкладывает рецензию в работу и возвращает студенту через деканат заочного отделения или лично.

В рецензии преподаватель отражает соответствие текста контрольной работы требованиям, предъявляемым к оформлению и содержанию, а также правильность выполнения заданий контрольной работы.

В конце рецензии преподавателем дается оценка контрольной работе:

- если работа выполнена в соответствии с предъявляемыми требованиями к содержанию и оформлению, она может быть допущена к защите без дополнительной доработки;

- если в работе существуют небольшие недоработки, она возвращается с соответствующими пометками студенту, дорабатывается и приносится студентом на защиту для дальнейшей оценки;
- если работа не соответствует по содержанию или по форме настоящим методическим указаниям, студенту назначается срок, в течение которого он должен исправить его, затем работа будет рассматриваться и рецензироваться преподавателем дополнительно.

Для получения положительной оценки по контрольной работе достаточно абсолютно правильно выполнить *три задания*, одно из которых должно быть задачей № 1 или № 5.

### **3. Требования к оформлению и содержанию контрольных работ**

Контрольная работа представляется в сброшюрованном виде. Контрольная работа может быть отпечатан на машинке с минимальной высотой букв не менее 2,5 мм, либо с помощью ЭВМ в редакторе MS Word чёрным шрифтом Times New Roman, размером 14, с полуторным интервалом. Форматирование текста выполняется *по ширине*.

Структура материалов контрольной работы следующая:

- титульный лист;
- лист «Рецензия»;
- лист «Содержание»;
- введение;
- основная часть контрольной работы – теоретические сведения по заданиям контрольной работы и результаты выполнения заданий контрольной работы;
- заключение;
- приложения.

Размер параграфа *не должен быть менее одной печатной страницы*, если он имеет меньший объём, то его не следует выделять в тексте работы. В тексте контрольной работы *не должно* быть каких - либо других заголовков кроме тех, что определены в её содержании. Пример оформления листа «Содержание» контрольной работы.

<b>СОДЕРЖАНИЕ</b>
-------------------



ВВЕДЕНИЕ .....	3
ЗАДАНИЕ № 1 .....	5
ЗАДАНИЕ № 2 .....	9
ЗАДАНИЕ № 3 .....	13
ЗАДАНИЕ № 4 .....	17
ЗАДАНИЕ № 5 .....	22
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	24
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ .....	26
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	27

Во введении контрольной работы указываются цель, объект, предмет и информационная база выполнения работы.

*Примеры формулировок* цели, объекта, предмета и информационной базы исследования для введения контрольной работы по дисциплине «Компьютерное моделирование: моделирование систем».

*Целью контрольной работы* является изучение моделей и видов моделирования сложных систем, получение практических навыков построения статических и динамических моделей сложных систем.

*Объектом исследования* настоящей контрольной являются социально-экономические, технические, технологические и другие системы.

*Предметом* настоящего исследования являются методы и инструменты моделирования систем.

Текст работы, необходимые таблицы и иллюстративный материал следует располагать на листах формата А4, соблюдая следующие размеры полей: левое поле 25 мм, правое – 10 – 15 мм, верхнее – 15 - 20 мм, нижнее –15 – 20 мм. Абзацы в тексте начинаются отступом, равным 15-17 мм.

Каждый рисунок или таблица размещается после первого упоминания о нем в тексте и имеет свое название и порядковый номер. Все рисунки и таблицы имеют сквозную нумерацию в тексте работы, начиная с номера 1.

Иллюстрации обозначаются словом «Рис.» и нумеруются последовательно арабскими цифрами в пределах всей работы. Например, запись «Рис. 1» обозначает первый рисунок контрольной работы.

Таблицы нумеруются последовательно арабскими цифрами в пределах всей работы. В правом верхнем углу таблицы над соответствующим ее заголовком помещают надпись «Таблица» с указанием номера таблицы. Например, четвертая таблица контрольной работы будет обозначена «Таблица 4». Каждая таблица должна иметь заголовок.

Если в пояснительной записке более одной формулы, то их нумеруют арабскими цифрами в пределах контрольной работы. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках. Например, запись (3) обозначает третью формулу в тексте контрольной работы. Пояснение значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой в той же последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента следует давать с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия.

Страницы контрольной работы необходимо нумеровать только арабскими цифрами. Нумерации подлежат все имеющиеся в работе страницы, начиная с титульного листа. Непосредственно на титульном листе номер не ставится. Последующие номера страниц, проставляются в правом нижнем углу или сверху по середине страницы.

В тексте контрольной работы не следует применять условные обозначения и сокращения слов. Также не следует использовать в тексте математические знаки без цифр (например,  $>$ ,  $=$  и т.д.). Вместо знаков необходимо писать соответственно слова «больше», «равно».

Титульный лист контрольной работы оформляется в соответствии с приложением 1 настоящего методического пособия. Лист рецензии контрольной работы оформляется в соответствии с приложением 2 настоящего методического пособия.

Приложения контрольной работы должны содержать листинги текста имитационных моделей, разработанных в процессе выполнения контрольной работы, результаты тестирования и выполнения статистических экспериментов с построенными моделями.

#### **4. Задания контрольной работы и методические рекомендации для их выполнения**

##### **ЗАДАНИЕ 1**

**Тема:** Дискретно – детерминированные модели (F - схемы).

##### **Варианты заданий**

**Вариант 1.** Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 2, 3, 1, 0, 2 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать D-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

**Вариант 2.** Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 2, 3, 1, 0, 2 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать T-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

**Вариант 3.** Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на

последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 2, 3, 1, 0, 2 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать Т- триггер. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 4. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 2, 3, 1, 0, 2 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать D- триггер. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 5. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 2, 3, 1, 0, 2 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать D-триггер. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 6. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д. Сигналы

$X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать D-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 7. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать T-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 8. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать T-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 9. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать T-триггер. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 10. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать D- триггер. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 11. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать T- триггер. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 12. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать D-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 13. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые

входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать Т-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 14. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать Т-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 15. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать Т- триггер. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 16. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать D- триггер. Для построения схемы выбрать

логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 17. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 1, 2, 3, 0, 1 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать Т-триггер. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 18. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 1, 3, 0, 2, 1, 3 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать D-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 19. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 1, 3, 0, 2, 1, 3 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать Т-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 20. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных



цифровых автоматов 1, 3, 0, 2, 1, 3 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать Т-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 21. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 1, 3, 0, 2, 1, 3 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать Т- триггер. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 22. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 1, 3, 0, 2, 1, 3 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать D- триггер. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 23. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 1, 3, 0, 2, 1, 3 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 3, 2, 1, 0, 3, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве

элементарных автоматов использовать Т- триггер. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 24. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 1, 3, 0, 2, 1, 3 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 2, 1, 3, 0, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать D-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

Вариант 25. Разработать структурную схему цифрового устройства, которое на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_1=1$  выдаёт последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 1, 3, 0, 2, 1, 3 и т. д., а на последовательно подаваемые входные сигналы  $X_2=1$  выдаёт последовательность 0, 2, 1, 3, 0, 2 и т. д. Сигналы  $X_1=X_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременная подача сигналов  $X_1=1$  и  $X_2=1$  исключается. В качестве модели принять автомат Мура. В качестве элементарных автоматов использовать Т-триггеры. Для построения схемы выбрать логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ», описание которых приводится ниже.

### Краткие теоретические сведения для выполнения задания контрольной работы № 1

В терминах абстрактной алгебры алгебру логики можно определить как следующий объект:  $V = \langle M; S \rangle$ , где  $M$  – множество-носитель,  $S$  – сигнатура алгебры. Объектами алгебры логики (алгебры Буля или алгебры высказываний – всё это эквивалентные понятия) являются высказывания – повествовательные предложения, которые в зависимости от конкретных условий могут принимать истинные или ложные значения. Истинные значения высказываний обозначаются логической «1», ложные значения высказываний обозначаются логическим «0». Поэтому множество-носитель алгебры логики можно записать следующим образом:  $M = \{0(\text{ложь}), 1(\text{истина})\}$ .  $S$  – сигнатура алгебры представляет собой операции, которые можно выполнять над высказываниями, эти операции называются логическими и определяются следующими таблицами истинности.

1. Операция «Дизъюнкция», она ещё называется логическим сложением и

обозначается « $\vee$ », задаётся таблицей истинности:

A	B	$Y=A\vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

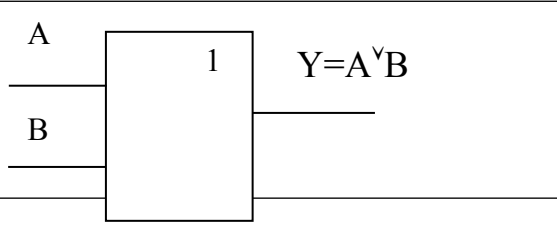


Рис. 1. Логический элемент «ИЛИ»

2. Операция «Конъюнкция», она ещё называется логическим умножением и обозначается « $\wedge$ », задаётся таблицей истинности:

A	B	$Y=A\wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

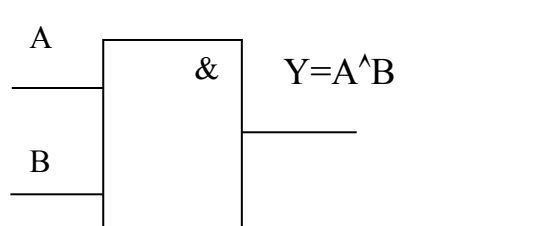


Рис. 2. Логический элемент «И»

3. Операция «Отрицание», она ещё называется логическим отрицанием или логическим «НЕ», операция отрицания переменной обозначается вертикальной чертой над этой переменной, задаётся таблицей истинности:

A	$Y = \bar{A}$
0	1
1	0

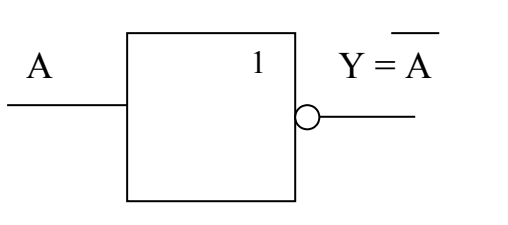


Рис. 3. Логический элемент «НЕ»

Для построения комбинационных схем (схем без памяти), а также схем с памятью используются определённые выше логические элементы. Для синтеза автоматов с памятью кроме логических элементов ещё необходимо использовать элементы памяти.

В качестве элементов памяти в ЭВМ нашли широкое применение триггеры – электронные схемы с двумя устойчивыми состояниями. Эти элементы являются автоматами Мура и удовлетворяют следующим требованиям: 1) имеют два внутренних состояния, одно из которых кодируется цифрой 1, другое – 0; 2) каждому внутреннему состоянию соответствует свой выходной сигнал, позволяющий отличить одно состояние элементарного автомата от другого. Для

удобства будем обозначать выходные сигналы элементарного автомата теми же буквами, что и состояние автомата. Для определения функций переходов элементарных автоматов введем следующие обозначения:  $q(t)$  – выходной сигнал,  $Q(t)$ ,  $Q(t+1)$  – состояние автомата в момент времени  $t$  и  $t+1$  соответственно.

Асинхронный RS – триггер представляет собой триггер с одним (или несколькими

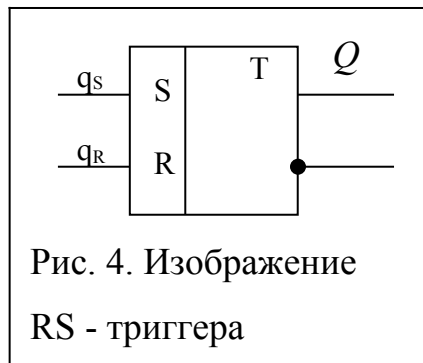


Рис. 4. Изображение RS - триггера

равноценными) входом сброса триггера в нуль R (Reset – сброс) и одним (или несколькими равноценными) входом установки триггера в единицу S (Set – установка), меняющий свое состояние асинхронно, вслед за изменением состояний входных сигналов. Среди множества возможных структур RS – триггеров

выделяют структуры триггеров на элементах ИЛИ-НЕ и на элементах И-НЕ.

Таблица 1

Состояния и переходы RS – триггеров

$q_S(t)$	$q_R(t)$	$Q(t)$	$Q(t+1)$	Примечание
0	0	0	0	Хранение
0	0	1	1	
0	1	0	0	Сброс в «0»
0	1	1	0	
1	0	0	1	Установка в «1»
1	0	1	1	
1	1	0	----	Запрещено
1	1	1	----	

На базе двухступенчатого RS – триггера путем замыкания обратных связей строится асинхронный T – триггер (Toggle – кувыркаться), т. е. триггер со счетным входом. С приходом каждого импульса на счетный вход триггер меняет свое состояние на противоположное.



Рис. 5. Изображение T-триггера

Таблица 2  
Переходов

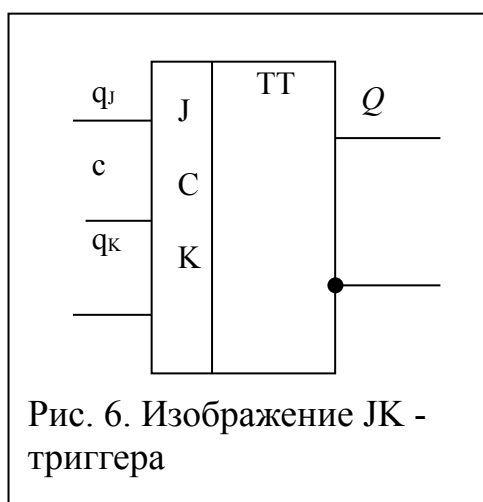
$q_T(t)$	$Q(t)$	$Q(t+1)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

T - триггера

Наибольшее применение нашел JK – триггер. J – вход установки триггера в единичное состояние (Jark – внезапное включение ), К – вход установки триггера в нулевое состояние (Kill – внезапное отключение). Функционирование триггера описывается таблицей.

Таблица 3

Таблица состояний и переходов JK - триггера

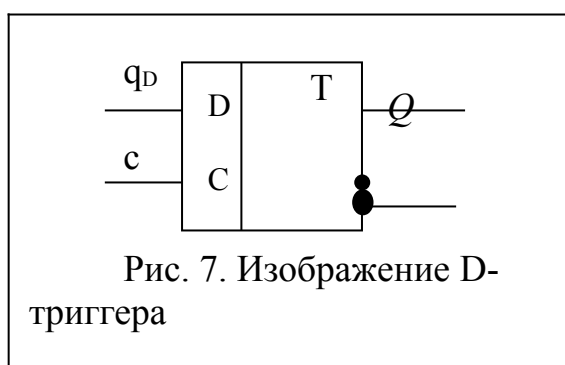


$q_j(t)$	$q_k(t)$	$Q(t+1)$	Примечание
0	0	$Q(t)$	Хранение
0	1	0	Запись «0»
1	0	1	Запись «1»
1	1	$\bar{Q}(t)$	Режим Т - триггера

При создании узлов ЭВМ широкое применение находят D – триггеры, которые принимают информацию с входа D (Delay – задержка) по разрешающему сигналу синхронизации. D – триггер реализует задержку входного сигнала на один такт, т. е.  $Q(t+1)=q_D(t)$ .

Таблица 4

Таблица состояний и переходов D - триггера



$Q(t) - Q(t+1)$	$q_D(t)$
0 - 0	0
0 - 1	1
1 - 0	0
1 - 1	1

### ПРИМЕР выполнения и оформления задания № 1 контрольной работы

Разработать структурную схему цифрового устройства, который на последовательно подаваемые входные сигналы  $x_1=1$  выдает последовательность двоичных чисел, совпадающих с двоичным кодом состояний элементарных цифровых автоматов 0, 2, 3, 1, 0, 2 и т. д. а на последовательно подаваемые входные сигналы  $x_2=1$  выдает последовательность 0, 3, 1, 2, 0, 3 и т. д.

Сигналы  $x_1=x_2=0$  не изменяют состояние автомата. Одновременно подача сигналов  $x_1=1$  и  $x_2=1$  исключается. Так как выходные сигналы автомата зависят только от его состояния, то в качестве модели цифрового устройство принимаем автомат Мура. Число состояний автомата равно четырем, поэтому для его построения достаточно двух элементарных автоматов с полной системой переходов с выходов. В качестве элементарных автоматов принимаем Т – триггеры. Обозначим состояние и выходной сигнал первого триггера через  $Q_1$ , а второго – через  $Q_2$ . Т – триггеры имеют один функциональный вход, поэтому обозначим  $q_1=q_{T1}$   $q_2=q_{T2}$

#### РЕШЕНИЕ

Исходя из условий работы автомата, построим его кодированную таблицу переходов (колонки 1-6 таблицы).

Найдем функции возбуждения элементарных автоматов  $q_1$  и  $q_2$ . Для этой цели воспользуемся матрицей переходов Т – триггера. Учитывая, что  $q_{T1}=1$   $q_{T2}=1$  только в случае перехода соответствующего триггера из нулевого состояния в единичное и наоборот, заполним последние две колонки таблицы 5.

Таблица 5

$x_1(t)$	$x_2(t)$	$Q_1(t)$	$Q_2(t)$	$Q_1(t+1)$	$Q_2(t+1)$	$q_{T1}(t)$	$q_{T2}(t)$
0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0

Запишем функции возбуждения триггеров с применением конститuent «1»:

$$q_{T_1} = \overline{x_1}x_2(\overline{Q_1}Q_2 \vee \overline{Q_1}Q_2 \vee \overline{Q_1}Q_2 \vee \overline{Q_1}Q_2) \vee x_1\overline{x_2}(\overline{Q_1}Q_2 \vee \overline{Q_1}Q_2)$$

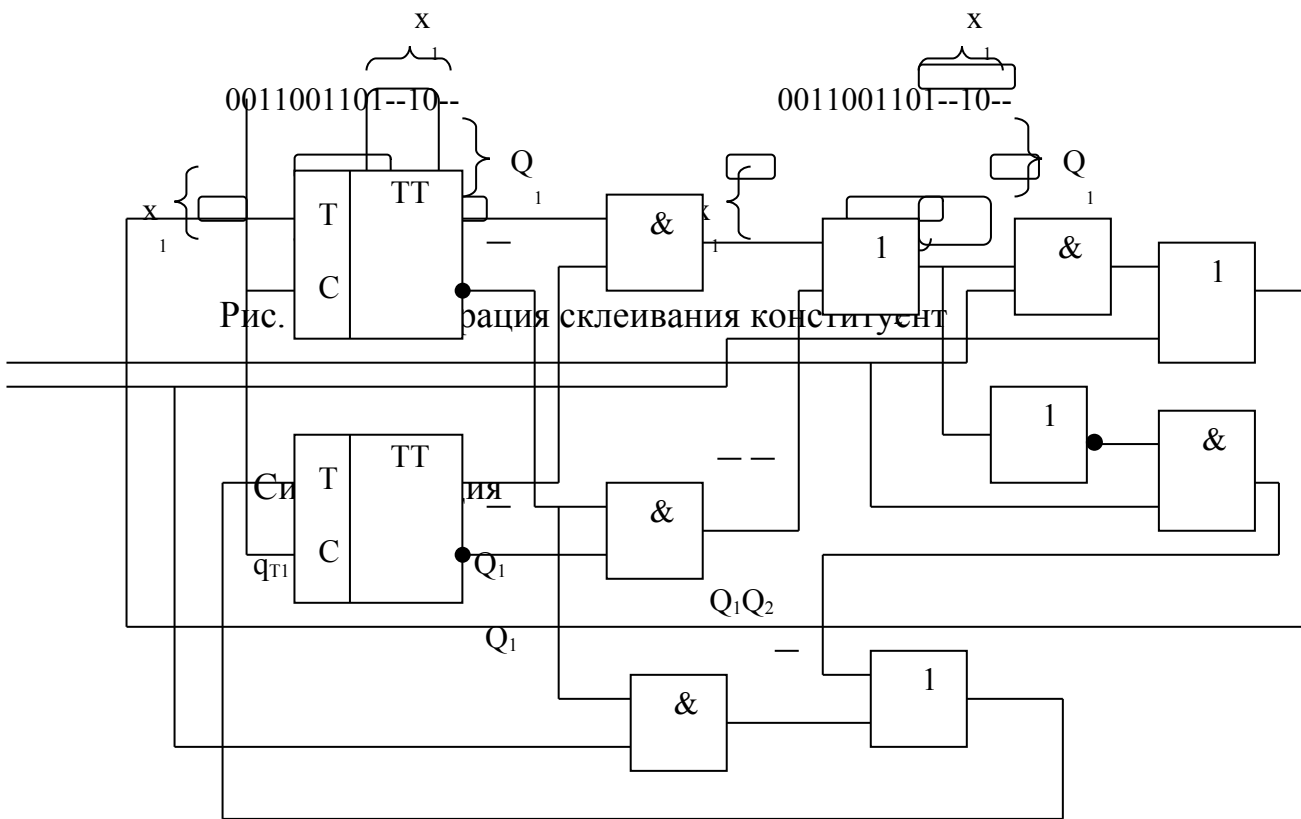
$$q_{T_2} = \overline{x_1}x_2(\overline{Q_1}Q_2 \vee \overline{Q_1}Q_2) \vee x_1\overline{x_2}(\overline{Q_1}Q_2 \vee \overline{Q_1}Q_2)$$

Функции возбуждения триггеров для данного автомата не полностью определенные, так как набор входных сигналов  $x_1=1$  и  $x_2=1$  никогда не поступает. Учитывая это обстоятельство, используем для минимизации функций возбуждения триггеров диаграммы Вейча (см. рис. 8), из которых следует:

$$q_{T_1} = x_2 \vee x_1(Q_1Q_2 \vee \overline{Q_1}Q_2) = x_2 \vee x_1p$$

$$q_{T_2} = x_2\overline{Q_1} \vee x_1(Q_1\overline{Q_2} \vee \overline{Q_1}Q_2) = x_2\overline{Q_1} \vee x_1\overline{p}$$

$$p = Q_1Q_2 \vee \overline{Q_1}Q_2$$



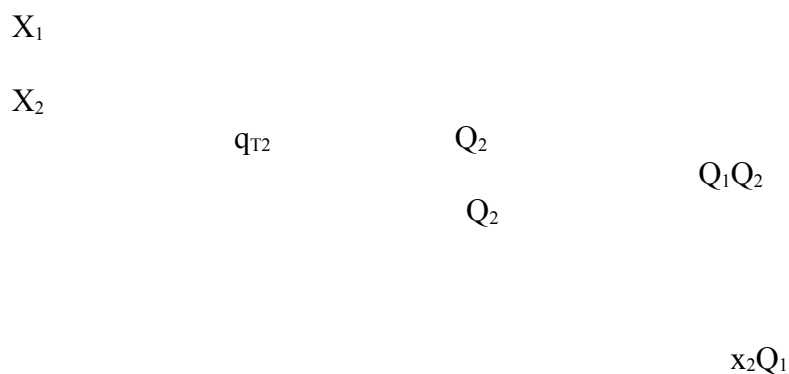


Рис. 9. Схема синтезированного автомата с памятью

## ЗАДАНИЕ 2

**Тема:** Непрерывно – стохастические модели (Q - схемы). Системы массового обслуживания.

### Варианты заданий

Существуют следующие типы систем массового обслуживания (СМО), встречающиеся в реальных предметных областях:

- одноканальные СМО с отказами;
- многоканальные СМО с отказами;
- одноканальные СМО с ожиданием;
- многоканальные СМО с ожиданиями.

#### Вариант 1.

Рассчитать вероятности состояний, абсолютную и относительную пропускную способность, вероятность отказа СМО с отказами, если количество каналов  $n=3$ .

#### Вариант 2.

Рассчитать вероятности состояний, абсолютную и относительную пропускную способность, вероятность отказа СМО с отказами, если количество каналов  $n=4$ .

#### Вариант 3.

Рассчитать вероятности состояний, абсолютную и относительную пропускную способность СМО с отказами, если количество каналов  $n=5$ .



Вариант 4.

Рассчитать вероятности состояний, абсолютную и относительную пропускную способность, вероятность отказа СМО с отказами, если количество каналов  $n=6$ .

Вариант 5.

Рассчитать вероятности состояний, абсолютную и относительную пропускную способность СМО с отказами, если количество каналов  $n=7$ .

Вариант 6.

Рассчитать вероятности состояний, абсолютную и относительную пропускную способность, вероятность отказа СМО с отказами, если количество каналов  $n=8$ .

Вариант 7.

Рассчитать вероятности состояний, абсолютную и относительную пропускную способность СМО с отказами, если количество каналов  $n=9$ .

Вариант 8.

Рассчитать вероятности состояний, абсолютную и относительную пропускную способность, вероятность отказа СМО с отказами, если количество каналов  $n=10$ .

Вариант 9.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=2$ , длина очереди  $l=3$ .

Вариант 10.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=2$ , длина очереди  $l=4$ .

Вариант 11.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=2$ , длина очереди  $l=5$ .

Вариант 12.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=2$ , длина очереди  $l=6$ .

Вариант 13.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=3$ , длина очереди  $l=1$ .

Вариант 14.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=3$ , длина очереди  $l=2$ .

Вариант 15.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=3$ , длина очереди  $l=3$ .

Вариант 16.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=3$ , длина очереди  $l=4$ .

Вариант 17.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=3$ , длина очереди  $l=4$ .

Вариант 18.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=3$ , длина очереди  $l=5$ .

Вариант 19.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=3$ , длина очереди  $l=6$ .

Вариант 20.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество

каналов  $n=4$ , длина очереди  $l=1$ .

Вариант 21.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=4$ , длина очереди  $l=2$ .

Вариант 22.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=4$ , длина очереди  $l=3$ .

Вариант 23.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=4$ , длина очереди  $l=4$ .

Вариант 24.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=4$ , длина очереди  $l=5$ .

Вариант 25.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=5$ , длина очереди  $l=1$ .

Вариант 26.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=5$ , длина очереди  $l=2$ .

Вариант 27.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=5$ , длина очереди  $l=3$ .

Вариант 28.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину

очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=5$ , длина очереди  $l=4$ .

#### Вариант 29.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=6$ , длина очереди  $l=2$ .

#### Вариант 9.

Рассчитать вероятности состояний, среднее число заявок в системе, среднюю длину очереди, вероятность обслуживания заявок в СМО с ожиданиями, если количество каналов  $n=6$ , длина очереди  $l=3$ .

Изучив размещённые ниже теоретические сведения, студент должен выполнить задание выбранного варианта. Решение задания на расчёт параметров СМО начинается с описания состояний системы массового обслуживания и построения её графа. Далее студентом составляется система уравнений Колмогорова, по которой строится имитационная модель.

Методика расчёта показателей СМО и вероятностей её состояний для разных видов СМО приводится ниже в настоящем пособии. Для любой СМО обязательно необходимо составить систему уравнений Колмогорова и рассчитать вероятности состояний системы.

Рекомендуется разрабатывать имитационную модель на VBA for Excel. Это условие не является обязательным. Студент может разрабатывать имитационную модель, используя любое инструментальное средство, например, Borland DELPHI 6 (7), Borland JBuilder 7, Visual Basic, CBuilder и т.д.

По результатам выполнения данного задания контрольной работы должны быть представлены следующие материалы:

- указание типа СМО, её описание;
- изображение графа СМО, описание её состояний;
- запись системы уравнений Колмогорова;
- внешний вид интерфейса разработанной имитационной модели;
- структуру программного обеспечения имитационной модели с указанием средства разработки;

- описание функций модулей (классов) и других элементов программного обеспечения имитационной модели;
- порядок использования имитационной модели.

**ПРИМЕР выполнения и оформления задания № 1 контрольной работы**

СМО представляет собой техническое устройство, состоящее из двух узлов, которые могут независимо друг от друга выходить из строя. Граф системы массового обслуживания представлен на рис. 10.

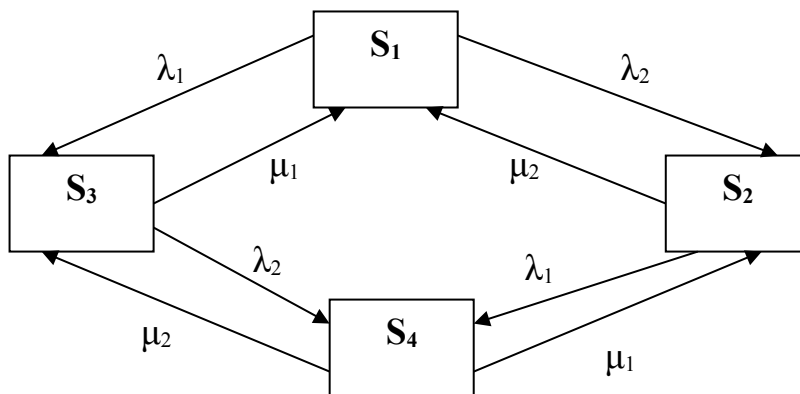


Рис. 10.

СМО может находиться в следующих состояниях:

$S_1$  – оба узла исправны, техническое устройство выполняет свои функции;

$S_2$  – первый узел исправен и работает, второй – неисправен;

$S_3$  – первый узел неисправен, второй узел исправен;

$S_4$  – оба узла неисправны, техническое устройство ремонтируется.

$\lambda_1$  – поток неисправностей первого узла;  $\mu_1$  – поток ремонтов первого узла;

$\lambda_2$  – поток неисправностей второго узла;  $\mu_2$  – поток ремонтов второго узла.

Каждому из состояний можно поставить в соответствие вероятность нахождения СМО в данном состоянии:

- $S_1$  соответствует вероятность  $p_1$ ;
- $S_2$  соответствует вероятность  $p_2$ ;
- $S_3$  соответствует вероятность  $p_3$ ;
- $S_4$  соответствует вероятность  $p_4$ .

По графу системы массового обслуживания составляем систему уравнений Колмогорова (1), по которой можно определить вероятности состояний системы. Для этого следует исключить одно из уравнений системы, затем решить

полученную неоднородную систему линейных уравнений любым методом (Крамера, Гаусса).

(1)

Рассмотрим пример имитационной модели, позволяющей исследовать описанную выше СМО. Имитационная модель разработана средствами VBA for Excel и табличного процессора MS Excel. Интерфейс имитационной модели представлен на рис. 11.

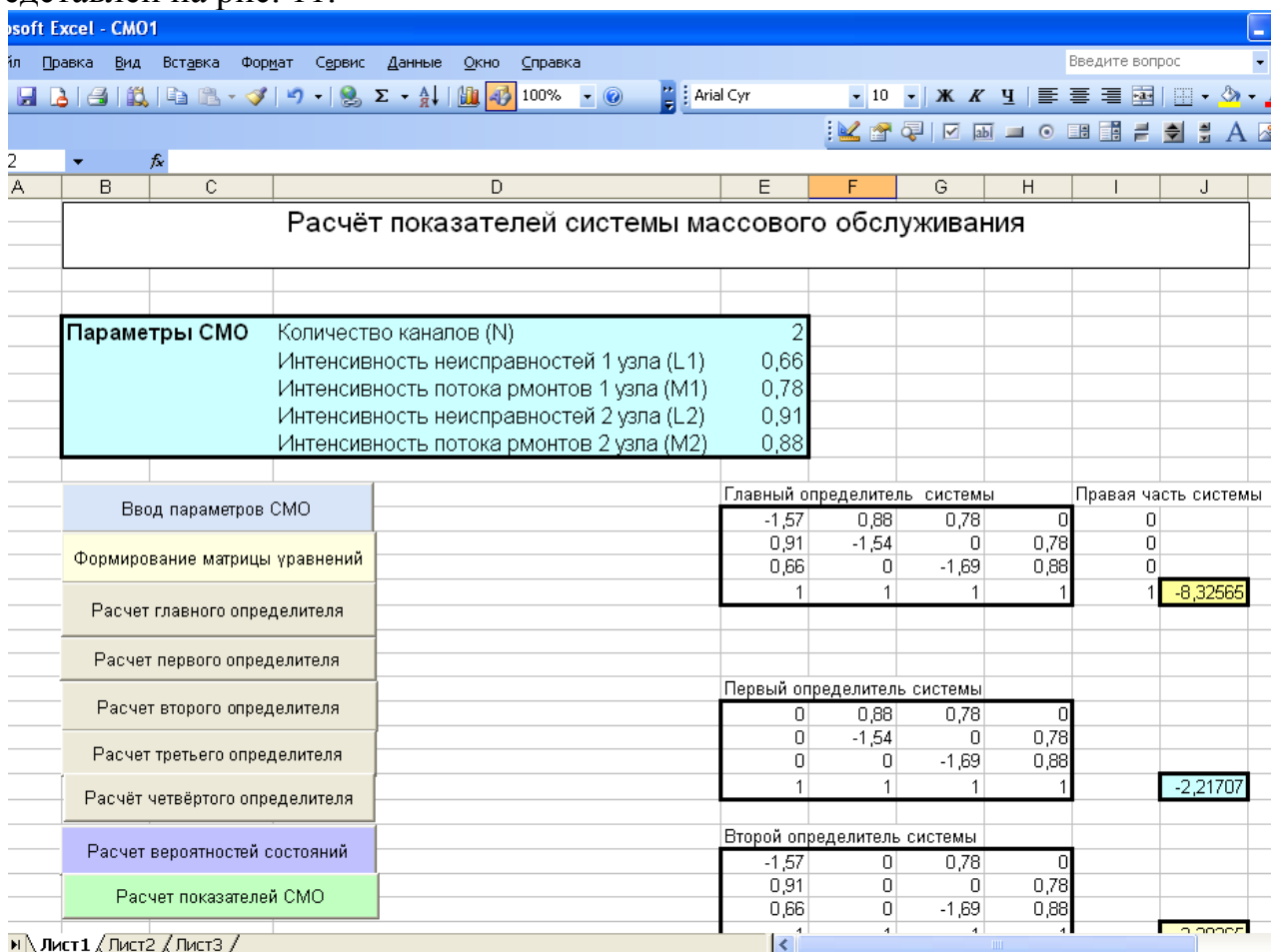


Рис. 11. Интерфейс имитационной модели

Основными элементами управления имитационной модели исследования параметров СМО являются кнопки, с которыми связаны соответствующие макросы.

Основные функции и операции, реализованные в имитационной модели СМО:

- ввод показателей СМО (количества каналов обслуживания, интенсивности потоков неисправностей узлов технического устройства, интенсивности потоков ремонтов узлов технического устройства);
- формирование системы уравнений Колмогорова (см. систему уравнений 1);
- расчёт главного определителя системы уравнений Колмогорова;

- расчёт первого определителя системы уравнений Колмогорова;
- расчёт второго определителя системы уравнений Колмогорова;
- расчёт третьего определителя системы уравнений Колмогорова;
- расчёт четвёртого определителя системы уравнений

Для ввода параметров СМО используется объект UserForm1, который вызывается по нажатию одноимённой кнопки (см. рис. 12).

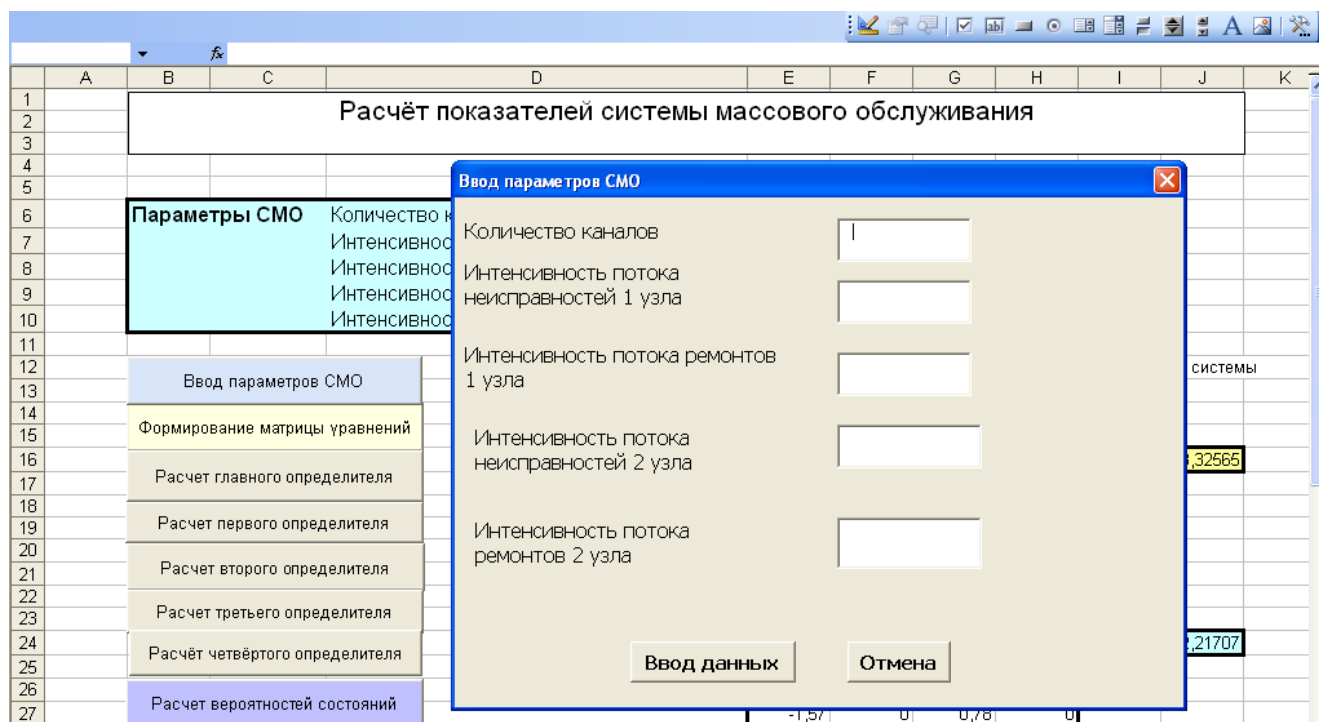


Рис. 12. Форма ввода параметров СМО

Для выполнения все указанных выше функций имитационной модели записываются макросы в автоматическом режиме. Для этого выбирают пункт меню «Сервис», закладку «Макрос» - «Начать запись». Именуют макрос, затем выполняют требуемую для расчётов последовательность действий, после чего нажимают кнопку или закладку «Макрос» - «Остановить запись». Для расчёта определителей используется математическая функция МОПРЕД(), которая в режиме макроса вычисляет нужный определитель.

Статические эксперименты в построенной модели двухканальной СМО с отказами можно выполнять, варьируя параметры СМО (интенсивности потоков неисправностей узлов технического устройства и потоков их ремонтов). Можно наблюдать как изменение параметров СМО влияет на результаты её функционирования – на вероятности состояний, относительную пропускную

способность.

### **Краткие теоретические сведения по теме задания**

В повседневной жизни к системам массового обслуживания относятся телефонные и автозаправочные станции, билетные кассы, торговые предприятия, парикмахерские, мастерские и т.п. В таких системах два основных потока: входной — поток заявок и выходной поток обслуживания. *Поток заявок* образуют клиенты (покупатели), желающие приобрести какой-либо товар. *Выходной поток* образуют продавцы, обслуживающие покупателей. Если интенсивность обслуживания мала, то образуется очередь. Последнюю можно ликвидировать или быстро сократить, используя несколько каналов обслуживания (несколько телефонных аппаратов, билетных касс, торговых точек и т.д.).

Для того, чтобы понять, как решаются такие задачи массового обслуживания, рассмотрим сначала основные понятия и определения.

Теория систем массового обслуживания (СМО) впервые была разработана датским математиком А. К. Эрлангом применительно к запросам, поступающим на телефонную станцию. Поэтому основные понятия и определения сохраняются из практики обеспечения телефонной связи независимо от фактического назначения конкретной СМО.

Системы массового обслуживания предназначены для обслуживания потока заявок или требований, поступающих на вход в случайные моменты времени. Каждая СМО состоит из некоторого числа каналов обслуживания, в качестве которых в зависимости от вида системы могут выступать: линии связи, приемные пункты, рабочие точки, подъездные пути, испытательные стенды, технологические агрегаты, ремонтные бригады и т.д. Выполнение поступившей заявки, т.е. ее обслуживание, продолжается некоторое время (тоже случайное), после чего канал освобождается и готов принять следующую заявку.

Поступающие на вход системы массового обслуживания требования-заявки следуют одно за другим и образуют непрерывный поток событий. Конечно, невозможно заранее предсказать, например, когда какому-то абоненту вздумается позвонить по телефону своему партнеру, но если рассматривать всех абонентов



телефонной станции, то несмотря на случайный характер каждого отдельного события, за 1 час (60 мин) было, например, 30 телефонных вызовов, то в среднем одна заявка приходится на интервал в 2 мин. Следовательно, среднее число событий в единицу времени — интенсивность потока  $\lambda$  — будет равна 0.5.

В простейшем потоке интенсивность является постоянной величиной, т.е.  $\lambda = \text{const}$  во времени. Такие простейшие потоки называются стационарными.

Системы массового обслуживания могут быть двух типов: СМО с отказами, в которых заявка, поступившая в тот момент, когда все каналы заняты, получает отказ и не обслуживается; СМО с ожиданием, в которых каждая заявка, прибывшая в систему, когда в ней нет свободных каналов, остается и ожидает, пока освободится какой-нибудь канал и ее возьмут на обслуживание. По аналогии с системами обслуживания населения ожидающие заявки называют очередью.

Основы теории СМО рассмотрим на примере. Пусть производственная система состоит из двух устройств, каждое из которых производит одну и ту же продукцию. Устройства в ходе работы могут выйти из строя (отказаться). Отказавшее устройство немедленно начинают ремонтировать.

Граф состояний такой производственной системы будет следующим (рис. 13):

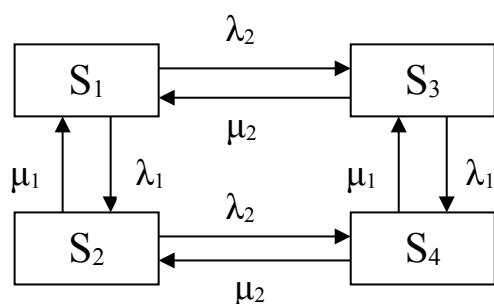


Рис. 13. Граф состояний производственной системы

Рассматриваемая система имеет четыре состояния:

$S_1$  — оба устройства работают;

$S_2$  — первое устройство ремонтируется (после отказа), второе работает;

$S_3$  — второе ремонтируется, первое работает;  $S_4$  — оба ремонтируются.

Переходы  $S_1 - S_2$ ;  $S_2 - S_4$ ;  $S_1 - S_3$ ;  $S_3 - S_4$  совершаются в результате происходящих в системе отказов. Обратные переходы являются следствием ремонтных работ. Отказы и окончания — являются случайными величинами.

Пусть  $\lambda_1$  — интенсивность потока отказов первого устройства;  $\lambda_2$  — интенсивность потока отказов второго устройства;  $\mu_1$  — интенсивность потока окончаний ремонтов первого устройства;  $\mu_2$  — интенсивность потока окончаний ремонтов второго устройства.

Рассмотрим конкретное состояние, например  $S_1$ . Из этого состояния возможны переходы в состояния  $S_2$  и  $S_3$  — с суммарной вероятностью  $\lambda_1 + \lambda_2$ , отнесенной к единице времени. В стационарном режиме интенсивность потока событий равна вероятности за конечный промежуток времени, деленной на этот промежуток времени. Таким образом, число уходов из состояния  $S_1$ , в единицу времени в рассматриваемом коллективе систем равно:  $N p_1 (\lambda_1 + \lambda_2)$ .

Здесь видно общее правило: совершаемое в единицу времени число переходов  $S_i$  в  $S_j$  равно произведению числа систем в состоянии  $S_i$  (в исходном состоянии) на вероятность перехода, отнесенную к единице времени. Мы рассмотрели уходы из состояния  $S_1$ .

Приходы в это состояние совершаются из  $S_2$  и  $S_3$ . Поскольку рассматривается стационарный режим, то числа уходов и приходов для каждого состояния должны быть сбалансированы. Следовательно:  $N p_1 (\lambda_1 + \lambda_2) = N p_2 \mu_1 + N p_3 \mu_2$ .

Это уравнения Колмогорова, записанные для системы, граф состояний которой показан на рис. 13. Рассуждая аналогичным образом, можно составить уравнения Колмогорова и для других СМО.

Рассматривая баланс уходов и приходов для каждого из четырех состояний и сокращая в уравнениях общий множитель  $N$ , получаем следующие уравнения относительно вероятностей  $p_1, p_2, p_3, p_4$ :

$$\begin{aligned} S_1: (\lambda_1 + \lambda_2) p_1 &= \mu_1 p_2 + \mu_2 p_3 \\ S_2: (\lambda_2 + \mu_1) p_2 &= \lambda_1 p_1 + \mu_2 p_4 \\ S_3: (\lambda_1 + \mu_2) p_3 &= \lambda_2 p_1 + \mu_1 p_4 \\ S_4: (\mu_1 + \mu_2) p_4 &= \lambda_2 p_2 + \lambda_1 p_3 \end{aligned}$$

Нетрудно убедиться, что четвертое уравнение может быть получено сложением первых трех. Вместо этого уравнения воспользуемся уравнением:  $p_1 +$

$p_2 + p_3 + p_4 = 1$ , которое означает, что система с достоверностью находится в каком-либо из четырех состояний. Таким образом, приходим к системе уравнений:

$$\left. \begin{aligned} (\lambda_1 + \lambda_2) p_1 &= \mu_1 p_2 + \mu_2 p_3; \\ (\lambda_2 + \mu_1) p_2 &= \lambda_1 p_1 + \mu_2 p_4; \\ (\lambda_1 + \mu_2) p_3 &= \lambda_2 p_1 + \mu_1 p_4; \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 &= 1. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 3p_1 &= 2p_2 + 3p_3, \\ 4p_2 &= p_1 + 3p_4, \\ 4p_3 &= 2p_1 + 2p_4, \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 &= 1. \end{aligned} \right\}$$

### Примеры задач с СМО

Задача № 1. Имеется производственная система, производящая некоторую продукцию. Граф

состояний такой системы показан на рис. 13. Предположим, что второе устройство в данной системе более современное и имеет производительность вдвое более высокую, чем первое устройство. Первое устройство приносит в единицу времени доход, равный 5 условным единицам, а второе — 10 единицам. Отказы второго устройства происходят в среднем вдвое чаще, чем первого; поэтому положим, что  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 2$ . Интенсивности потоков окончаний ремонтов примем равными  $\mu_1 = 2$ ,  $\mu_2 = 3$ . Используя заданные интенсивности отказов и потоков окончаний ремонтов, перепишем уравнения Колмогорова в виде:

Решая эту систему уравнений, находим:  $p_1 = 0.4$ ;  $p_2 = 0.2$ ;  $p_3 = 0.27$ ;  $p_4 = 0.13$ . Это означает, что в среднем 40% времени оба устройства работают одновременно (состояние  $S_1$  на рис. 13); 20% времени работает только первое устройство, а второе при этом ремонтируется (состояние  $S_2$ ); 21% времени работает только второе устройство, а первое при этом ремонтируется (состояние  $S_3$ ); 13% времени оба устройства одновременно находятся в состоянии ремонта (состояние  $S_4$ ). Нетрудно подсчитать доход, который дает система из двух рассматриваемых устройств в единицу времени:  $(5 + 10) \times 0.4 + 5 \times 0.2 + 10 \times 0.27 = 9.7$  усл. ед.

Предположим, что предлагается некоторая рационализация, позволяющая вдвое сократить время ремонта либо первого, либо второго устройства. По ряду причин рационализацию можно применить только к одному из устройств. Спрашивается, какое устройство следует выбрать, первое или второе? Это

конкретный пример практической ситуации, когда пользуясь теорией массового обслуживания, надо обосновать принятие решения.

Допустим, что выбирается первое устройство. В результате рационализации интенсивность потока окончаний ремонтов этого устройства увеличивается вдвое, так что теперь  $\mu_1 = 4$ , а остальные интенсивности остаются прежними:  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 2$ ,  $\mu_2 = 3$ . Уравнения Колмогорова принимают теперь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} 3p_1 &= 4p_2 + 3p_3, \\ 6p_2 &= p_1 + 3p_4, \\ 4p_3 &= 2p_1 + 4p_4, \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Решая эту систему, находим:  $p_1 = 0.48$ ;  $p_2 = 0.12$ ;  $p_3 = 0.32$ ;  $p_4 = 0.08$ . С учетом полученных вероятностей определим доход, который теперь будет давать рассматриваемая система:

$$(5 + 10) \times 0.48 + 5 \times 0.12 + 10 \times 0.32 = 11 \text{ усл. ед.}$$

Если же мы выберем второе устройство, то в результате рационализации удвоится интенсивность  $\mu_2$ . В этом случае:  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 2$ ,  $\mu_1 = 2$ ,  $\mu_2 = 6$ . Уравнения Колмогорова примут вид:

$$\left. \begin{aligned} 3p_1 &= 2p_2 + 6p_3, \\ 4p_2 &= p_1 + 6p_4, \\ 7p_3 &= 2p_1 + 2p_4, \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Решая эту систему уравнений, находим:  $p_1 = 0.5$ ;  $p_2 = 0.25$ ;  $p_3 = 0.17$ ;  $p_4 = 0.08$ . Подсчитываем доход:

$$(5 + 10) \times 0.5 + 5 \times 0.25 + 10 \times 0.17 = 10.45 \text{ усл. ед.}$$

Таким образом, мы видим, что выгоднее применить, рационализацию к первому устройству.

Теперь рассмотрим систему массового обслуживания с отказами. Самый простой пример СМО с отказами — это автоматическая телефонная станция. Если

вызываемый абонент занят, то даются короткие гудки и ожидать бесполезно. В зависимости от степени необходимости в обслуживании заявки либо покидают систему, либо обращаются повторно. *Одноканальная система массового обслуживания* — это самая простая СМО, на которой можно рассмотреть основные закономерности ее работы.

На вход системы поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ . Заявка, поступившая в момент, когда система свободна, сразу же берется на обслуживание. Следующая заявка, прибывшая в момент, когда канал обслуживания занят, получает отказ. Время обслуживания заявки имеет случайную продолжительность, но имеется какое-то среднее значение, в результате чего на выходе образуется поток обслуживания с интенсивностью  $\mu$ . Наглядно поток обслуживания можно представить таким образом, что если бы канал обслуживания был непрерывно загружен, то из него выходил бы поток обслуженных заявок (рис. 14).

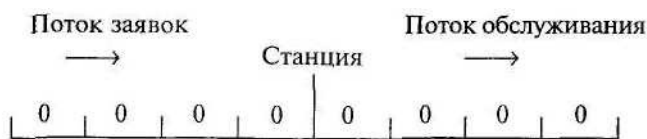


Рис 14. Поток заявок и поток обслуживания в системе массового обслуживания

Если среднее время обслуживания одной заявки (в примере с телефонной станцией это средняя продолжительность одного разговора) составляет 0.5 мин, то интенсивность потока обслуживания  $\mu = 1/0.5 = 2$ . Одноканальная СМО может находиться только в одном из двух состояний:  $S_0$  — свободна,  $S_1$  — занята. Граф состояний, показывающий возможные переходы из одного состояния в другое, изображен на рис. 15.

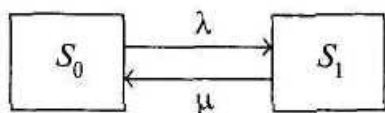


Рис. 15. Граф одноканальной СМО с отказами

Возможность нахождения СМО в свободном состоянии  $S_0$  определяется какой-то, пока нам неизвестной вероятностью  $p_0$ . Соответственно  $p_1$  — это вероятность

того, что система находится в занятом состоянии  $S_1$ . Так как система может находиться только в одном из двух состояний, то в каком-то из них она всегда находится, поэтому сумма вероятностей равна единице:  $p_0 + p_1 = 1$ .

Чтобы система могла пребывать в этих двух состояниях, воздействия, выводящие ее из состояния  $S_0$ , должны уравновешиваться воздействиями, возвращающими систему обратно в это состояние. Величина каждого воздействия определяется произведением интенсивности потока на соответствующую

вероятность, т.е.  $\lambda p_0 = \mu p_1$ . Из этого выражения определяем:  $p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0$ .

Учитывая, что сумма вероятностей всегда равна единице, получим:

$$p_0 = \frac{1}{1 + \lambda/\mu} = \frac{\mu}{\lambda + \mu}.$$

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}.$$

$$p_0 + \frac{\lambda}{\mu} p_0 = 1.$$

Основные параметры СМО с отказами: относительная пропускная способность и абсолютная пропускная способность, а также вероятность получения отказа. *Относительная пропускная способность  $q$*  определяется вероятностью того, что в момент заявки канал свободен и она будет обслужена, т.е. для одноканальной системы  $q = p_0$ . В пределе, когда процесс уже установился значение относительной пропускной способности СМО будет равно

$$q = \frac{\mu}{\lambda + \mu}.$$

*Абсолютная пропускная способность  $A$*  определяется произведением относительной пропускной способности на интенсивность потока требований:  $A = q \lambda$ . В пределе она становится равной  $A = \lambda \mu / (\lambda + \mu)$ .

Вероятность того, что заявка будет обслужена, определяется  $p_0$ , а *вероятность отказа* —  $p_1$ . Таким образом, вероятность того, что канал будет занят:

$$p_{\text{отк.}} = p_1 = \lambda / (\lambda + \mu) .$$

Другой пример. Сборочный участок производит в один час 90 блоков, т.е. интенсивность потока  $\lambda = 1.5$  блоков в 1 мин. На этом участке работает контролер, который выборочно проверяет изготовленные блоки аппаратуры, средняя продолжительность контрольных операций  $s = 1.25$  мин. Если в момент прибытия очередного блока контролер занят, то этот блок сразу же передается на дальнейшие операции без промежуточного контроля. Производство непрерывное и продолжается до обнаружения дефекта в одном из блоков, в этом случае технологический процесс останавливается и выясняются причины неисправности.

Необходимо определить, какая часть выпускаемой продукции в таких условиях подвергается контролю и какая часть пропускается на дальнейшие операции без контроля (т.е. какая часть получает отказ от прохождения контрольных операций).

Определим параметр  $\mu$  потока обслуживания  $\mu = 1/1.25 = 0.8$ . Относительная пропускная способность  $q = 0.8 : (1.5 + 0.8) = 0.348$ . Таким образом, контрольным операциям будет подвергаться менее 35% продукции участка. Абсолютная пропускная способность  $A = 1.5 * 0.348 = 0.52$ . Вероятность отказа в обслуживании, т.е. пропуска на дальнейшую обработку без контроля, равна  $(1 - 0.35) = 0.65$ .

Интересно, что если увеличить производительность труда контролера и таким образом снизить продолжительность контрольных операций, то пропускная способность системы, конечно, повысится, однако далеко не до такой степени, как может показаться на первый взгляд. Допустим, что с оснащением контроля новым, более производительным оборудованием  $s$  снизилось в 2 раза и соответственно в 2 раза увеличилась интенсивность потока обслуживания, т.е.  $\mu = 1.6$ . Тогда при той же интенсивности потока заявок получим:

$q = 1.6 / (1.5 + 1.6) = 0.516$ , т.е. контролироваться будет около 52% всех изделий, а не 70%, как можно было бы ожидать.

Рассмотрим теперь *многоканальные системы массового обслуживания*.

Для повышения пропускной способности СМО надо увеличить число каналов обслуживания, т.е. число линий связи в телефонной системе, количество контролеров на производстве и т.д. Для потребителя это будет удобно, но общая эффективность системы при этом может снизиться, так как каждый новый канал требует дополнительных затрат на установку и обслуживание.

Граф двухканальной системы массового обслуживания с отказами будет иметь вид, показанный на рис. 16.

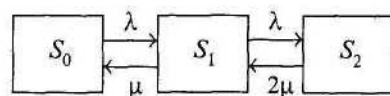


Рис. 16. Граф двухканальной системы массового обслуживания

Состояние  $S_1$  — это состояние, когда в СМО имеется одна заявка и один канал занят, а второй свободен. Из состояния  $S_0$  в состояние  $S_1$  систему переводит поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ . Как только приходит первая заявка, один канал становится занятым, тот же поток переводит СМО из первого состояния во второе, когда заняты оба канала и следующим заявкам будет даваться отказ.

Если в системе занят один канал, то этот канал производит  $\mu$  обслуживания в единицу времени. Теперь пусть система находится в состоянии  $S_2$ , т.е. в ней работают два канала. В состоянии  $S_1$  система будет переходить, если обслуживание закончил либо первый, либо второй канал. Таким образом, суммарная интенсивность потока обслуживания будет равна 2.

Для состояния  $S_0$  баланс воздействий будет,  $\lambda p_0 = \mu p_1$  откуда получим:

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0.$$

Воздействия, выводящие из состояния  $S_1$  (стрелки, направленные из  $S_1$ ), будут равны  $\lambda p_1 + \mu p_1$ . Они компенсируются воздействиями, приводящими в это состояние (стрелки, направленные внутрь  $S_1$ ):

$$\lambda p_0 + 2 \mu p_2.$$



$$2 \mu p_2 + \lambda p_0 = \mu p_1 + \lambda p_1.$$

Баланс воздействий будет равен:

$$2 \mu p_2 = \lambda p_1$$

или иначе

С учетом того, что  $\lambda p_0 = \mu p_1$  получим:

$$p_2 = \frac{\lambda}{2\mu} p_1 = \frac{\lambda}{2\mu} \frac{\lambda}{\mu} p_0 = \frac{\lambda^2}{2\mu^2} p_0.$$

Так как сумма всех вероятностей по-прежнему должна равняться единице,

$$p_0 + \frac{\lambda}{\mu} p_0 + \frac{\lambda^2}{2\mu^2} p_0 = 1.$$

получаем:

Откуда следует:

$$p_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{2\mu^2}}; \quad p_2 = \frac{\lambda^2}{2\mu^2} p_0.$$

Произведя по полученным формулам соответствующие расчеты из предыдущего примера, получим  $q = 62\%$ . Таким образом, производительность двух контролеров больше, чем одного, работающего в 2 раза быстрее.

Граф трехканальной системы массового обслуживания с отказами имеет вид, как на рис. 17.

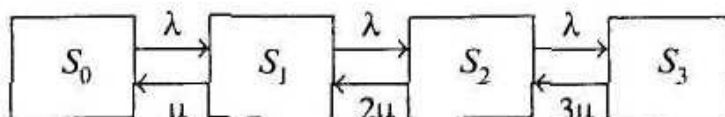


Рис. 17. Граф трехканальной СМО с отказами

Повторяя рассуждения, аналогичные предыдущим, можно получить:

$$p_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{2\mu^2} + \frac{\lambda^3}{3\mu^3}}; \quad p_3 = \frac{\lambda^3}{2 \times 3 \mu^3} p_0.$$

Проделав расчеты с данными для предыдущего примера, в случае трехканальной системы получим  $q = 81\%$ . Для многоканальных СМО вводится

еще один параметр — среднее число занятых каналов  $k_{cp} = A/\mu = \lambda q/\mu$ .

Для системы контроля с тремя контролерами получим  $k_{cp} = 1.52$ . Таким образом, работы не хватает для загрузки даже двух контролеров, но все три не обеспечивают 100%-ную проверку всей выпускаемой продукции. Причина такого положения заключается в случайном характере поступления изделий на контроль.

Можно проверить, что получится, если увеличить число контролеров. Хотя, наверное, уже очевидно, что подобный подход явно нельзя назвать эффективным.

На рис. 18 изображен граф  $n$ -канальной системы массового обслуживания с отказами.

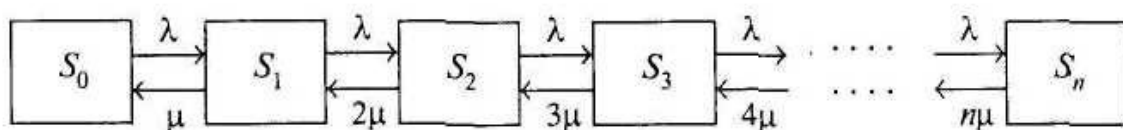


Рис. 18. Потoki в многоканальной системе массового обслуживания

Такой же процедурой, которая применялась для 2- и 3-канальных СМО, можно

$$p_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{2\mu^2} + \dots + \frac{\lambda^n}{n! \mu^n}}; \quad p_n = \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} p_0.$$

получить:

$$\text{где } n! = 1 \times 2 \times 3 \dots n.$$

Вероятность отказа равна  $p_n$ , а относительная пропускная способность:  $q = 1 - p_n$ .

В производственной системе с четырьмя контролерами и при тех же интенсивностях потоков, которые указаны в этом примере, получим  $q = 92\%$ , а среднее число занятых каналов  $k = 1.75$ .

Теперь должно быть ясно, что 100% - ной проверки всей продукции таким путем не добиться. Следовательно, необходимо изменить систему обслуживания и перейти к СМО с ожиданием.

#### *Системы массового обслуживания СМО с ожиданием*

Рассмотрим СМО с одним каналом, на вход которого требования поступают с интенсивностью  $\lambda$ . Заявка, поступившая в момент, когда канал занят, не покидает

систему, а становится в очередь и ожидает. Граф состояний такой системы показан на рис. 19.

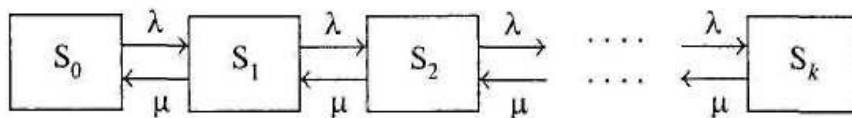


Рис. 19. Граф системы массового обслуживания с ожиданием

Состояние  $S_0$  соответствует свободному каналу;  $S_1$  означает, что канал занят, но очереди нет;  $S_2$  - канал занят и одна заявка стоит в очереди;  $S_3$  - в очереди две заявки и т.д. В состоянии  $S_k$  например, канал занят и  $(k - 1)$  заявок ожидают обслуживания. По стрелкам слева направо систему из одного состояния в другое переводит поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ , а по стрелкам справа налево переводит поток обслуживания, имеющий интенсивность  $\mu$ . Всякий раз при переходе из одного состояния в другое очередь изменяется на единицу.

Для получения вероятности начального состояния можно использовать уравнение  $\lambda p_0 = \mu p_1$ , откуда  $p_1 = (\lambda/\mu) p_0$ . Величину  $\lambda/\mu$  называют интенсивностью нагрузки СМО. в дальнейшем будем обозначать ее  $\rho$ . Для устойчивой работы СМО с ожиданием необходимо, чтобы средняя интенсивность потока обслуживания была больше интенсивности потока заявок, т.е  $\mu > \lambda$  и, следовательно,  $\rho < 1$ . Если же  $\lambda > \mu$ , то система не справится с обслуживанием и очередь будет расти до бесконечности.

Используя введенные обозначения, вероятность состояния  $S_1$  можно записать в виде:  $p_1 = \rho p_0$ . Чтобы получить вероятности  $p_2$  и  $p_3$  можно использовать полученные ранее выражения:  $p_2 = \rho^2 p_0$ ,  $p_3 = \rho^3 p_0$ . Аналогично можно получить выражение для произвольного члена:  $p_k = \rho^k p_0$ .

Для определения  $p_0$  напишем выражение для суммы вероятностей:

$$p_0 + \rho p_0 + \rho^2 p_0 + \dots + \rho^k p_0 = 1.$$

Величина  $1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^k$  представляет собой сумму членов геометрической прогрессии, она равна  $1/(1 - \rho)$ . Поэтому  $p_0 = 1 - \rho$ , откуда получаем  $p_k = \rho^k (1 - \rho)$ .

Используя это выражение, можно определить характеристики системы массового обслуживания с ожиданием, существенные для ее функционирования: среднюю длину очереди, среднее число заявок в системе, среднее время пребывания в системе и вероятность образования очереди.

С вероятностью  $p_2$  в очереди стоит одна заявка, с вероятностью  $p_3$  — две заявки и с вероятностью  $p_k$  в очереди находится  $(k - 1)$  заявок.

$$L_{\text{ср}} = 1p_2 + 2p_3 + \dots + (k - 1) p_k = \\ = \rho^2 (1 - \rho) (1 + 2\rho + 3\rho^2 + \dots + k \rho^{k-1}) .$$

Следовательно,

Сумма геометрической прогрессии  $1 + 2\rho + 3\rho^2 + \dots$  равна  $1/(1 - \rho)^2$ , поэтому

$$L_{\text{ср}} = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = \frac{\lambda}{\mu (\mu - \lambda)} .$$

Среднее число заявок, находящихся в системе обслуживания, состоит из среднего числа находящихся в очереди и среднего числа находящихся на обслуживании, включая интервалы, когда очереди не было. Эта величина ей принимает значение 0, если канал свободен. Вероятность такого состояния равна  $p_0 = 1 - \rho$ . Если канал занят, значит заявки обслуживаются, и  $\omega$  принимает значение 1. Вероятность этого равна  $1 - p_0 = \rho$ . Следовательно,

$$\omega = L_{\text{ср}} + p_0 = \frac{\rho^2}{1 - \rho} + \rho = \frac{\rho}{1 - \rho} .$$

Среднее время ожидания в очереди равно среднему числу заявок в очереди, деленному на интенсивность потока обслуживания в одной или в другой форме:

$$T_{\text{ож}} = \frac{1}{\mu} \frac{\rho}{1 - \rho} . \\ T_{\text{ож}} = \frac{\rho^2}{\lambda (1 - \rho)} .$$

Вероятность образования очереди равна вероятности того, что в системе будет более одного требования, т.е.

$$p_k = 1 - p_0 - p_1 = 1 - (1 - \rho) - \rho (1 - \rho) = \rho^2 .$$

Рассмотрим такую же систему контроля продукции, которая была в СМО с отказами, но теперь установим такой порядок, при котором контролер проверяет всю

продукцию. Если контролер будет занят, блоки ожидают, пока он освободится.

Интенсивность нагрузки в первом случае будет:  $\rho = \lambda/\mu = 1.5/0.8 = 1.87 > 1$ .

При указанных условиях данный режим контроля невозможен, поскольку будет непрерывно возрастать. Во втором случае, т.е. после модернизации

контрольного оборудования:  $\rho = 1.5/1.6 = 0.9375 < 1$ .

В системе будут проверяться все 100% изделий, поэтому прежние параметры (относительная и абсолютная пропускная способность) теперь теряют смысл. Интерес представляет средняя длина очереди, т.е. среднее число изделий, ожидающих, пока контролер освободится и возьмет их на проверку. Для ее определения используем формулу для  $L_{cp} = 0.8789/(1 - 0.9375) = 14.06$ . Среднее число изделий, находящихся в системе, рассчитывается по формуле для  $\omega_{cp} = 0.9375/0.0625 = 15$ . Среднее округленное время ожидания в системе контроля определяется по формуле для  $T_{ож} = 0.9375^2/(1.5 \times 0.0625) = 10$  мин.

Время ожидания находится в допустимых пределах, и систему технического контроля с ожиданием можно считать вполне приемлемым вариантом системы технического контроля, обеспечивающей 100%-ную проверку всех блоков. Вероятность образования очереди при заданных выше интенсивностях потока изделий и производительности контроля  $p_k = 0,88$ .

### *Задача № 2*

Фирма организует у себя телефонную связь. Аналитически известны интенсивность потока заявок  $\lambda$ . и интенсивность потока обслуживания  $\mu$ . Необходимо обосновать оптимальное количество каналов обслуживания. Очевидно, что чем больше количество каналов, тем вероятность обслуживания (вероятность связи) выше, но при этом может снизиться эффективность работы станции из-за простоев в этих каналах и лишних затрат на обслуживание.

### *Решение*

Данную задачу можно описать n-канальной системой с отказами. Граф состояний такой системы показан на рис. 20.

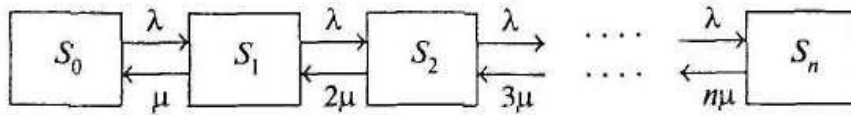


Рис. 20.

Состояния системы:

$S_0$  — все каналы свободны;

$S_1$  , — занят один канал, остальные свободны;

$S_2$  — заняты два канала, остальные свободны;

$S_n$  — заняты все  $n$  каналов.

Уравнения Колмогорова для такой системы:

$$\begin{aligned}
 \lambda p_0 &= \mu p_1; \\
 (\lambda + \mu) p_1 &= \lambda p_0 + 2\mu p_2; \\
 (\lambda + 2\mu) p_2 &= \lambda p_1 + 3\mu p_3; \\
 \dots \dots \dots \\
 (\lambda + k\mu) p_k &= \lambda p_{k-1} + (k+1)\mu p_{k+1}; \\
 \dots \dots \dots \\
 (\lambda + (n-1)\mu) p_{n-1} &= \lambda p_{n-2} + n\mu p_n; \\
 p_0 + p_1 + p_2 + \dots + p_n &= 1.
 \end{aligned}$$

Решая эту систему уравнений, легко можно получить значения  $p_0, p_1, p_2$  и т.д.

Предположим, что на телефонную станцию поступает в среднем 1.5 заявки в минуту, а поток обслуживания имеет интенсивность, равную 0.5 заявки в минуту. Следовательно,

$$\lambda / \mu = 3. \text{ Вероятность обслуживания поступившей заявки}$$

для  $n$  каналов:

$$Q = 1 - p_n = 1 - \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} p_0,$$

$$p_0 = \left( 1 + \lambda/\mu + \frac{(\lambda/\mu)^2}{2!} + \frac{(\lambda/\mu)^3}{3!} + \dots + \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \right)^{-1}.$$

где

$$p_k = \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} p_0, \quad (k = 1, 2, 3, \dots, n).$$

Среднее число занятых каналов:

$$N = (\lambda/\mu) (1 - (\lambda/\mu)^n/n! p_0)$$

Для трех каналов ( $n = 3$ ) получим следующие результаты. Вероятность обслуживания заявки  $Q = 0.65$ , что составляет 65%. При этом среднее число занятых каналов  $N = 1.96$ , что составляет 65% от всех трех каналов. Соответственно 35% поступающих в систему заявок получают отказ.

Увеличим число каналов обслуживания до 4. Получим вероятность обслуживания заявки  $Q = 0.79$ , что составляет 79%. Вероятность отказа уменьшается до 21%. Вместе с тем число занятых каналов становится равным 2.38, что составляет 60% от всего числа каналов. Мы видим, что при сравнительно небольшом снижении процента занятых каналов (с 65% до 60%) происходит существенное увеличение вероятности обслуживания — с 65 до 79%.

В случае 5 каналов  $Q$  — 89%, процент занятых каналов — 53%.

В случае 6 каналов  $Q = 94\%$ , процент занятых каналов — 47%.

Подведем итоги.

При увеличении каналов с 3 до 4:

- количество занятых каналов снижается на 5 %;
- вероятность обслуживания возрастает на 14 %.

При увеличении каналов с 4 до 5:

- количество занятых каналов снижается на 7%;
- вероятность обслуживания возрастает на 10%.

При увеличении каналов с 5 до 6:

- количество занятых каналов снижается на 6%;
- вероятность обслуживания возрастает на 5%.

Таким образом, в динамике мы видим, что увеличение каналов с 3 до 4 является оптимальным, так как при минимальном снижении числа занятых каналов наблюдается максимальный прирост вероятности обслуживания. Дальнейшее увеличение каналов невыгодно из-за простоев в них.

### *Задача № 3*

На автозаправочной станции имеется одна колонка и площадка, на которой могут находиться одновременно не более  $m$  автомашин. Если все места на площадке заняты, то очередная машина, прибывшая к станции, не

останавливается, а проезжает мимо. Аналитически было выявлено, что на автозаправочную станцию в среднем в минуту прибывает поток машин с интенсивностью  $\lambda_1$ , а поток обслуживания с интенсивностью  $\mu$  определяется длительностью заправки.

Менеджеров интересуют вероятность отказа в обслуживании и среднее время ожидания в очереди в зависимости от мест в очереди  $m$ .

### Решение

Данную задачу можно представить в виде одноканальной системы с ограниченной очередью. Число мест в очереди  $m$ . Если все места заняты, то очередная заявка, поступающая в систему, получает отказ. Граф состояний такой системы показан на рис. 21.

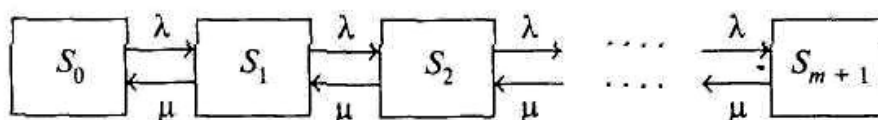


Рис. 21

Состояния системы:

$S_0$  — канал свободен;

$S_1$  — канал занят, идет обслуживание, но очереди нет;

$S_2$  — канал занят, одна заявка стоит в очереди;

$S_3$  — канал занят, в очереди стоят две заявки;

$S_{m+1}$  — канал занят, в очереди стоят  $m$  заявок. Уравнения Колмогорова для такой системы:

$$\left. \begin{aligned} \lambda p_0 &= \mu p_1; \\ (\lambda + \mu) p_1 &= \lambda p_0 + \mu p_2; \\ \dots &\dots \\ (\lambda + \mu) p_m &= \lambda p_{m-1} + \mu p_{m+1}; \\ p_0 + p_1 + p_2 + \dots + p_m + p_{m+1} &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Решая эту систему и вводя  $\rho = \lambda/\mu$ , получаем: вероятность свободного канала

где  $k = (1, 2, 3, \dots, m+1)$

$$p_0 = \frac{1}{1 + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots + \rho^{m+1}} = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{m+2}};$$

$$p_k = \rho^k p_0,$$



Вероятность отказа  $p_{m+1}$ .

Среднее число заявок в очереди:

$$r = \sum_{k=1}^m k p_{k+1}$$

где  $p_{k+1}$  — вероятность того, что в очереди стоят  $k$  заявок.

Среднее время ожидания в очереди:  $r/\lambda$ .

Предположим, что на автозаправочную станцию прибывает в минуту в среднем одна машина. Следовательно,  $\lambda = 1$ .

Предположим, что длительность заправки составляет в среднем 2 мин. Следовательно,  $\mu = 1/2$ .

Таким образом,  $\rho = \lambda/\mu = 2$ .

Если число мест в очереди  $m = 3$ , то вероятность отказа  $p_{m+1} = 51,6\%$ , а среднее время ожидания в очереди равно 2,1 мин.

Если число мест в очереди  $m = 6$ , то вероятность отказа  $p_{m+1} = 50,2\%$ , а среднее время ожидания в очереди равно 5 мин.

Видно, что если  $\rho > 1$ , то при больших  $m$  вероятность отказа стабилизируется, становясь равной  $(\rho - 1) / \rho$ . Чтобы существенно снизить вероятность отказа, необходимо (если нельзя уменьшить  $\rho$ ) переходить к многоканальным системам.

#### Задача № 4

В порту с одним причалом выгружаются прибывающие суда. Аналитически известны интенсивность потока заявок  $\lambda$  и интенсивность потока обслуживания (разгрузка судов)  $\mu$ . При этом может образоваться очередь.

Менеджеров, организующих работу порта, интересуют вероятности очередей размером  $k$  и вероятность отсутствия очереди.

#### Решение

Данную задачу можно представить в виде одноканальной системы с неограниченной очередью. Граф состояний такой системы показан ниже.

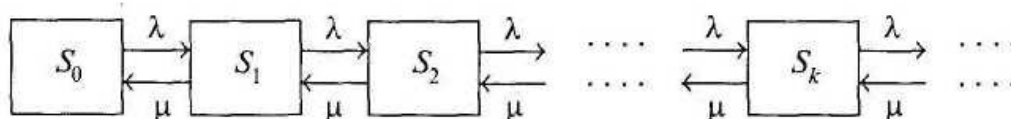


Рис. 22.

Состояния системы:

$S_0$  — канал свободен (очереди нет);

$S_1$  — канал занят (идет выгрузка одного судна), но очереди нет;

$S_2$  — канал занят, в очереди стоит одна заявка;

$S_3$  — канал занят, в очереди стоят две заявки;

...

$S_k$  — канал занят, в очереди стоят  $(k - 1)$  заявок. Эта система характеризуется бесконечным числом дискретных состояний.

Вероятность обслуживания без очереди (состояние  $S_0$ ):

$$p_0 = 1 - \rho$$

Вероятность очереди из  $(k - 1)$  заявок:

Если условие  $\rho < 1$  не выполняется, то стационарный режим в рассматриваемой системе не устанавливается: очередь при  $t \rightarrow \infty$  растет неограниченно.

#### *Задача № 5*

Имеется инструментальный склад, обслуживающий несколько цехов фирмы. Аналитически известны интенсивность потока требований на инструмент  $\lambda$  и интенсивность потока обслуживания  $\mu$  за смену. Известны также потери в единицу времени: от простоя в очереди —  $n$  усл. ед., на содержание кладовщика —  $m$  усл. ед.

Менеджеров, организующих производственный процесс, интересует среднее время ожидания обслуживания и среднее время обслуживания при разном количестве кладовщиков  $s$  инструментального склада. Также важно найти оптимальное количество кладовщиков с учетом затрат в единицу времени на простой в очереди и на содержание кладовщика.

#### *Решение*

При работе одного кладовщика данную задачу можно представить в виде одноканальной системы обслуживания с неограниченной очередью:  $\rho = \lambda/\mu$ .

При  $\rho > 1$  очередь растёт неограниченно.

При  $\rho < 1$  имеем следующие показатели.

Вероятность отсутствия очереди:

$$p_0 = 1 - \rho.$$

Вероятность очереди из  $(k - 1)$  заявок:

$$p_k = \rho^k (1 - \rho) \text{ или } p_k = \rho^k p_0.$$

Среднее время ожидания в системе  $T_c = 1/\mu (1/(1 - \rho)).$

$$T_c = T_{\text{ож}} + T_{\text{обс.}}$$

Среднее время ожидания обслуживания:

$$T_{\text{ож}} = 1/\mu (1/(1 - \rho)).$$

Среднее время обслуживания:

$$T_{\text{обс}} = 1/\mu.$$

При работе  $s$  кладовщиков задачу можно описать как многоканальную систему с неограниченной очередью.

Если  $\rho/s < 1$ , то существуют финальные вероятности.

Если  $\rho/s \geq 1$ , то очередь растёт до бесконечности.

При этом  $\rho$  может быть больше 1.

Предположим, что условие  $(\rho/s) < 1$  выполнено. Тогда вероятность

$$p_0 = \left( 1 + \rho/1! + \rho^2/2! + \dots + \rho^s/s! + \frac{\rho^{s+1}}{s! (s - \rho)} \right)^{-1}.$$

Среднее число заявок в очереди:

$$L_{\text{оч}} = \frac{\rho^{s+1} p_0}{s \times s! (1 - \rho/s)^2}.$$

Среднее число заявок в системе (с учетом уже обслуживающихся заявок):

$$L_c = L_{\text{оч}} + \rho.$$

Среднее время пребывания заявки в очереди:

$$T_{\text{оч}} = (1/\lambda) \times L_{\text{оч}}.$$

Среднее время пребывания заявки в системе:

$$T_c = (1/\lambda) \times L_c.$$

Предположим, что затраты в единицу времени на простой составляют 7 усл. ед., а на содержание одного кладовщика 5 усл. ед. Тогда получим следующие результаты при разном количестве кладовщиков (полагаем, что  $\lambda = 1.6$ ,  $\mu = 0.9$ ,  $\rho = 1.77$ ).

При  $s = 2$ :  $T_c = 5.11$ , общие затраты  $7 \times 5.11 + 5 \times 2 = 45.77$  усл. ед.

При  $s = 3$ :  $T_c = 1.42$ , общие затраты  $7 \times 1.42 + 5 \times 3 = 24.94$  усл. ед.

При  $s = 4$ :  $T_c = 1.17$ , общие затраты  $7 \times 1.17 + 5 \times 4 = 28.19$  усл. ед.

Видно, что с экономической точки зрения выгодно держать на складе трех кладовщиков.

### **ЗАДАНИЕ 3**

**Тема:** Применение метода декомпозиции при исследовании и проектировании сложных систем. Функциональные модели систем.

#### **Варианты заданий**

**Задание:** Применить методику декомпозиции, выделить основные функции системы, указанной в задании соответствующего варианта. Результаты декомпозиции представить в виде SADT (IDEF0) – диаграмм не менее двух иерархических уровней. Выполнить задание курсовой работы можно с помощью CASE – средства BPwin Computer Associates (взять инсталляцию можно в лабораториях кафедры «Информатизации и управления ВФ МГУТУ»), или построение SADT – диаграмм можно выполнить с помощью MS Visio или MS Word, соблюдая нотации указанного типа диаграмм.

**Вариант № 1.** Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления маркетингом на предприятии.

**Вариант № 2.** Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления вычислительной системой и телекоммуникациями предприятия или организации.

**Вариант № 3.** Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления производственными запасами

предприятия или организации.

Вариант № 4. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления основными производственными фондами предприятия.

Вариант № 5. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы учёта и управления транспортными средствами предприятия или организации.

Вариант № 6. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления движением денежных средств в Сберегательном (коммерческом) банке.

Вариант № 7. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы ведения документооборота на предприятии или в организации.

Вариант № 8. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы ведения государственного учёта автотранспорта (органами дорожно – транспортной службы РФ).

Вариант № 9. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы ведения документооборота регистратуры городской поликлиники.

Вариант № 10. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы ведения документооборота, сопровождающего учебный процесс в высшем учебном заведении.

Вариант № 11. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы ведения документооборота по страховой деятельности в страховой компании.

Вариант № 12. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления персоналом некоторого предприятия (организации).

Вариант № 13. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы ведения документооборота,

сопровождающего оказание услуг организацией, предоставляющей услуги мобильной связи.

Вариант № 14. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы ведения документооборота, сопровождающего оказание услуг организацией, предоставляющей услуги связи и телекоммуникации.

Вариант № 15. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы планирования строительных и других виды работ, разработки соответствующей документации.

Вариант № 16. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления технологическими процессами предприятия.

Вариант № 17. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы ведения документооборота, сопровождающего учёт предоставления и оплаты коммунальных услуг.

Вариант № 18. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы учёта товарно – материальных ценностей на предприятии оптово – розничной торговли.

Вариант № 19. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления издержками производства определённого вида продукции.

Вариант № 20. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы ведения документооборота, сопровождающего учёт реализованной электроэнергии предприятием энергосбыта.

Вариант № 21. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления качеством продукции предприятия.

Вариант № 22. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления основным (вспомогательным) производством некоторого предприятия.

Вариант № 23. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода,

выделить основные функции системы управления финансовыми потоками предприятия.

Вариант № 24. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления сбытом продукции предприятия.

Вариант № 25. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления оперативным планированием деятельности предприятия.

Вариант № 26. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы разработки управленческих решений по вопросам кредитования клиентов в коммерческом банке.

Вариант № 27. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления стратегическим планированием деятельности предприятия.

Вариант № 28. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления производственным потенциалом предприятия.

Вариант № 29. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы управления торговой деятельностью предприятия оптово - розничной торговли.

Вариант № 30. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы планирования и управления загрузкой производственных мощностей.

Вариант № 31. Применить методику декомпозиции и методы структурного подхода, выделить основные функции системы организации и управления информационными ресурсами предприятия.

Список тем не является окончательным. Он может быть изменён или дополнен преподавателем в соответствии с пожеланиями или предложениями студентов.

### Краткие теоретические сведения

На сегодняшний день в программной инженерии существуют два основных подхода к разработке программных продуктов и АИС, принципиальное различие между которыми обусловлено разными способами декомпозиции систем. Первый подход называют *функционально – модульным или структурным*. В его основу положен принцип функциональной декомпозиции, при котором структура системы описывается в терминах иерархии её функций и передачи информации между отдельными функциональными элементами.

Базовыми принципами структурного подхода являются:

- принцип «разделяй и властвуй»;
- принцип иерархического упорядочения;
- принцип абстрагирования;
- принцип непротиворечивости;
- принцип структурирования данных.

В структурном подходе используется в основном две группы средств, описывающих функциональную структуру системы и отношения между данными. Каждой группе средств соответствуют определенные типы моделей (диаграмм), наиболее распространенными из которых являются:

- DFD – диаграммы потоков данных;
- SADT (метод структурного анализа и проектирования) – функциональные модели (диаграммы);
- ERD – диаграммы «Сущность - связь».

Метод SADT представляет собой совокупность правил и процедур, предназначенных для построения функциональной модели объекта какой – либо предметной области. Функциональная модель SADT отображает функциональную структуру объекта, т.е. производимые им действия и связи между этими действиями. Основные элементы этого метода основываются на следующих концепциях.

- Графическое представление блочного моделирования. Графика блоков и дуг SADT – диаграммы отображает функцию в виде блока, а интерфейсы входа – выхода представляются дугами, соответственно входящим в блок и выходящим из



него. Взаимодействие блоков друг с другом описывается посредством интерфейсных дуг, выражающих «ограничения», которые, в свою очередь, определяют когда и каким образом функции выполняются и управляются.

- Строгость и точность. Выполнение правил SADT требует достаточно строгости и точности, не накладывая в тоже время чрезмерных ограничений на действия аналитика. Правила SADT включают: ограничения количества блоков на каждом уровне декомпозиции (правило 3 – 6 блоков), связанность диаграмм (номера блоков), уникальность меток и наименований (отсутствие повторяющихся имён), синтаксические правила для графики (блоков и дуг), разделение входов и управлений (правило определения роли данных).

- Отделение организации от функций, т.е. исключение влияния административной структуры организации на функциональную модель.

Метод SADT может использоваться для моделирования самых разнообразных систем и определения требований и функций с последующей разработкой АИС, удовлетворяющей этим требованиям и реализующей эти функции. В существующих системах метод SADT может применяться для анализа функций, выполняемых системой, и указания механизмов, посредством которых они осуществляются.

Основными компонентами SADT – моделей являются диаграммы, все функции информационной системы (подсистемы) и интерфейсы на которых представлены как блоки и дуги соответственно. Управляющая информация входит в блок сверху, в то время как входная информация, которая подвергается обработке, показана с левой стороны, а результирующая информация – справа. Механизм (человек или прикладная программа), который выполняет функцию, представляется дугой, входящей в блок снизу. Элемент SADT – диаграммы показан на рис. 22.

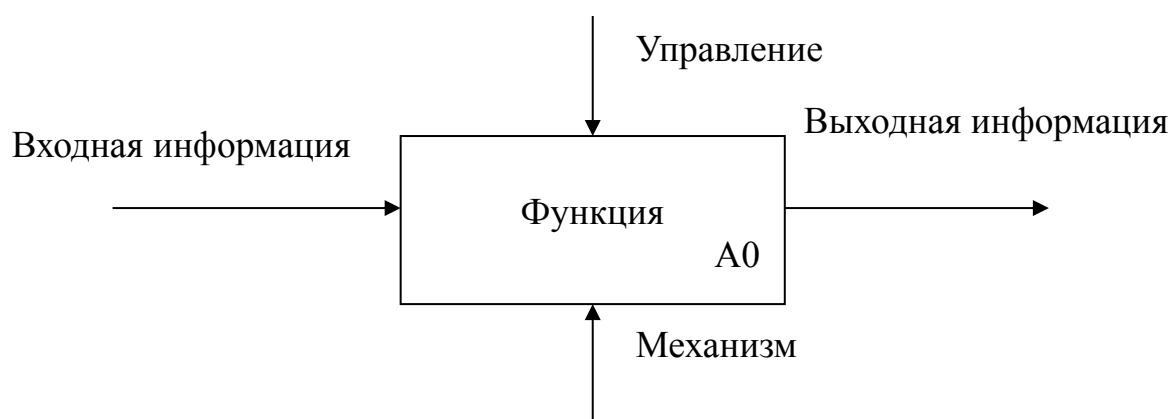


Рис. 23. Функциональный блок и интерфейсные дуги

Одним из важных моментов при моделировании бизнес – процессов организации с помощью метода SADT является точная согласованность типов связей между функциями. Различают по крайней мере связи семи типов: случайные, логические, временные, процедурные, коммуникационные, последовательные, функциональные.

Построение SADT – диаграммы некоторой предметной области начинается с запуска программного продукта BPwin v 4.1 (Computer Associates), для этого необходимо выполнить поиск и запуск соответствующего программного продукта. При стандартной установке CASE – средства в среде операционной системы Windows' 2000 (XP) ярлык BPwin v 4.1 находится по схеме: «Пуск» - «Программы» - «Computer Associates» - «Allfusion» - «Process Modeler» - «BPwin» (см. рис. 24).

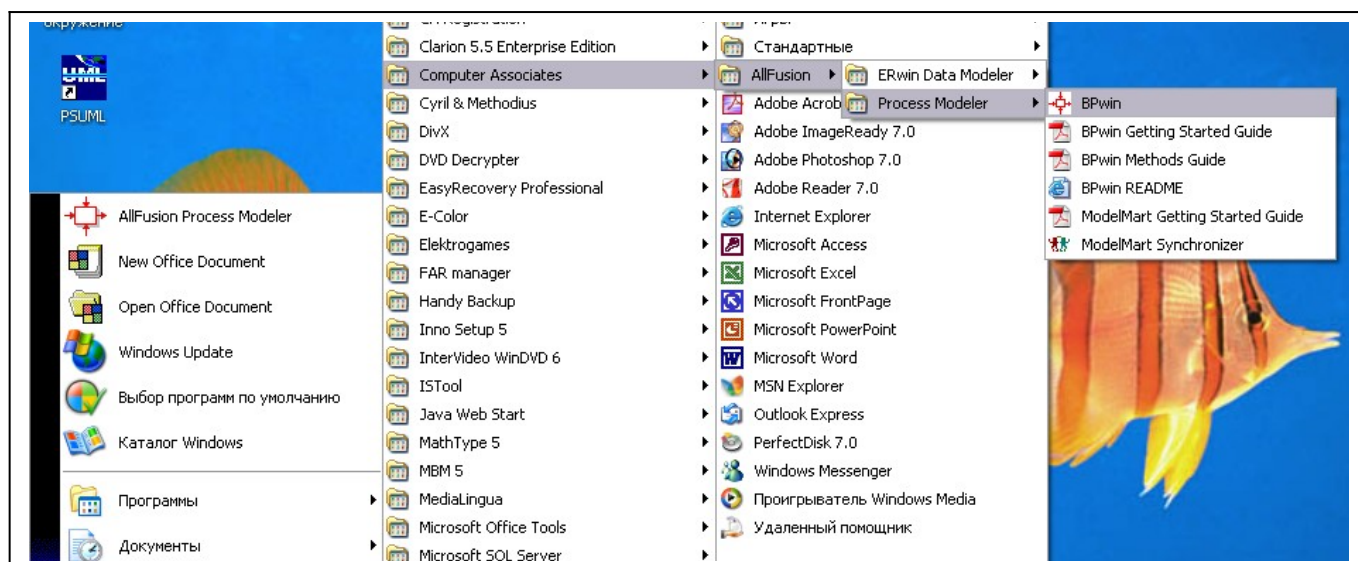


Рис. 24. Запуск CASE – средства BPwin v 4.1 (Computer Associates)

После запуска программного продукта BPwin v 4.1 в случае, если его пользователю необходимо создать новую SADT – модель, необходимо выбрать опцию «File» закладку «New» после чего в появившемся окне ввести имя будущей модели после слова «Name» и выбрать её тип после слова «Type». За словом «Type» следует последовательность поддерживаемых CASE – средством BPwin v 4.1 типов диаграмм: IDEF0, IDEF3, DFD (см. рис. 25). При создании SADT – модели тип диаграммы должен быть IDEF0. После определения имени и типа модели можно приступить к созданию SADT – модели верхнего иерархического уровня.

Допустим, необходимо построить функциональную модель системы ведения кадрового учёта предприятия. В соответствии с данным заданием на SADT - диаграмме первого уровня необходимо создать единственный функциональный блок «Система ведения кадрового учёта предприятия» нажатием инструмента «Прямоугольник» на панели инструментов BPwin v 4.1. Далее нажатием инструмента «→» построить стрелки, символизирующие входную, выходную, информацию, управляющее воздействие, механизм (см. рис. 23).

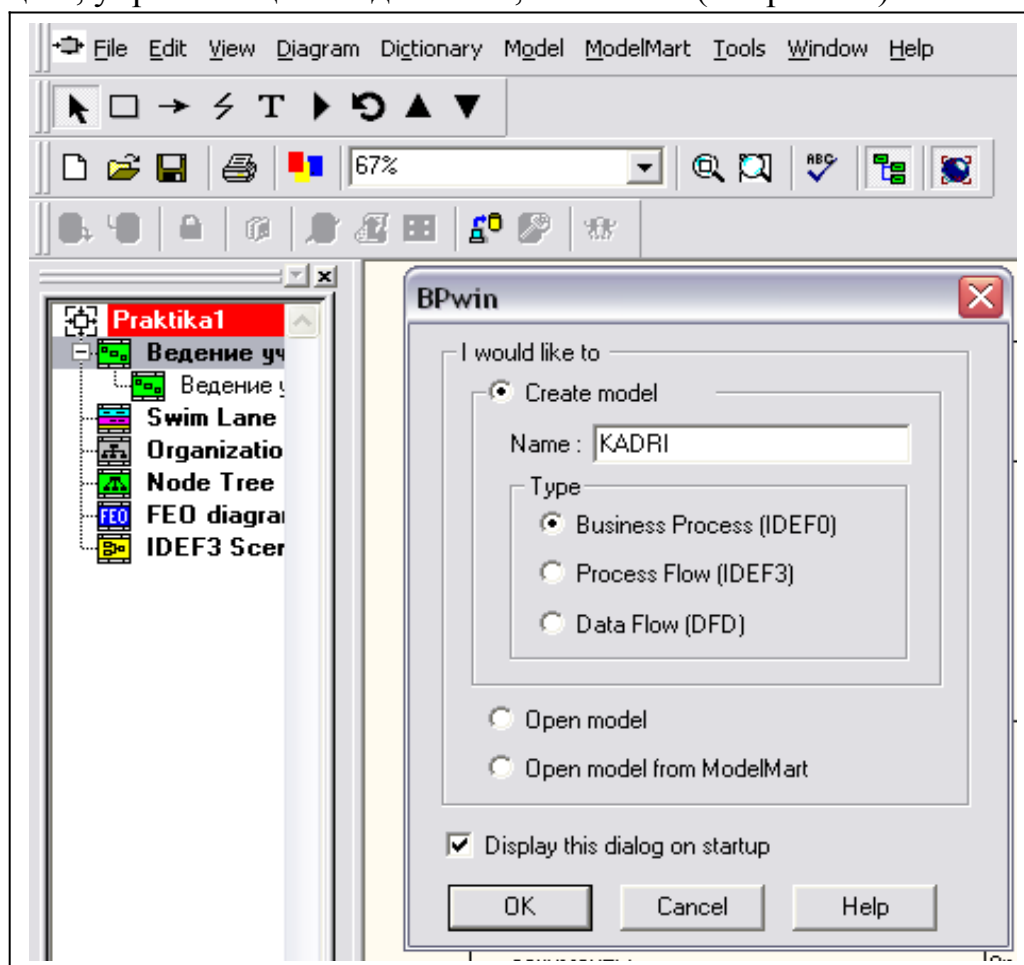


Рис. 25. Выбор типа модели при создании SADT - диаграммы

Функциональная диаграмма первого уровня для системы ведения кадрового учёта на предприятии представлена на рис. 26.

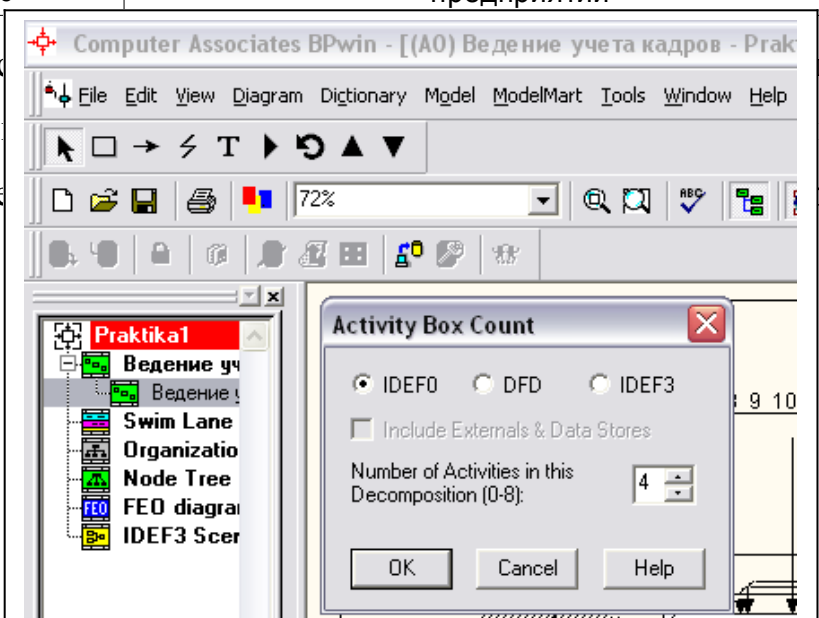
Диаграмма первого иерархического уровня не даёт представление о функциях, реализуемых исследуемой системой или предметной областью, поэтому необходимо произвести декомпозицию построенной диаграммы. Декомпозицию функционального блока имеющейся диаграммы можно выполнить нажатием символа «□». После чего появляется окно «Activity Box Count» (рис. 27), на котором необходимо определить тип дочерней диаграммы и предполагаемое количество

функциональных блоков на ней, в рассматриваемой задаче тип диаграммы второго уровня будет также как и родительской IDEF0, количество функциональных блоков – 6.

На функциональной SADT – диаграмме второго уровня можно более подробно ознакомиться с функциями, реализуемыми системой, в рассматриваемом примере – это система ведения учёта кадров на предприятии. Количество функциональных блоков на диаграмме второго уровня должно быть 4-7, больше 7 блоков размещать не рекомендуется, т.к. возникнут сложности при рассмотрении диаграммы.



Рис  
Пр  
инструме



го учёта  
го уровня используют  
райний треугольник).

Рис. 27. Окно, позволяющее определить количество функциональных блоков в дочерней SADT – диаграмме

На основе SADT - диаграммы второго уровня можно определить основные функции, реализуемые системой учёта кадров:

- ведение личных карточек и личных дел работников;
- учёт рабочего времени;
- формирование распорядительной документации;
- ведение трудовых книжек;
- формирование организационных документов;
- регистрация организационной, распорядительной документации (см. рис. 28).

Декомпозицию диаграмм различных иерархических уровней можно выполнять до тех пор, пока не будет достигнута требуемая степень детализации функций системы и количество функциональных блоков на диаграмме очередного иерархического уровня будет более двух. В рамках задания настоящей курсовой работы студентам рекомендуется разработать иерархические SADT – диаграммы не ниже *второго уровня* для исследуемой системы.

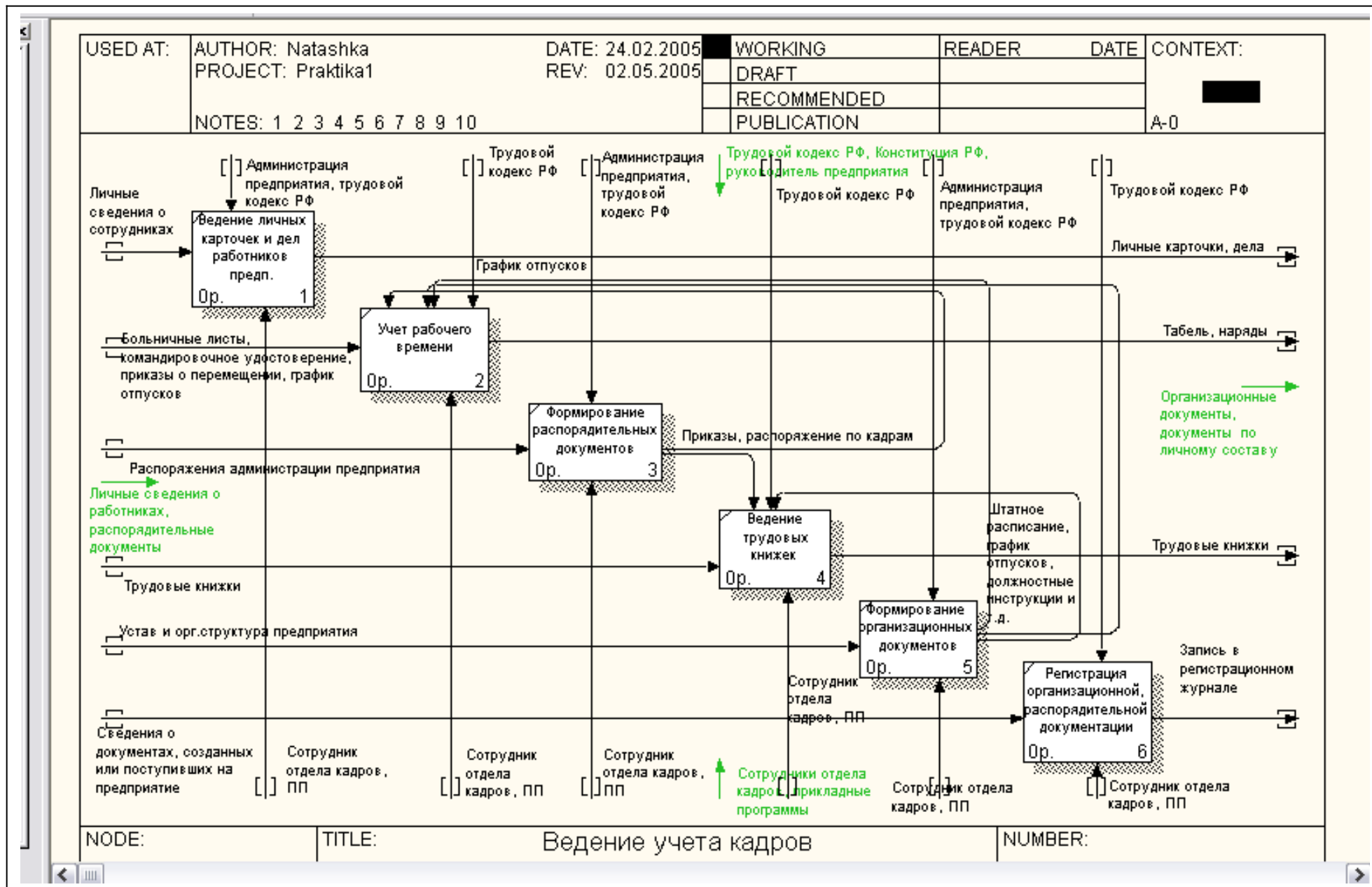


Рис. 28. SADT - диаграмма второго иерархического уровня

## **ЗАДАНИЕ 4**

**Тема:** Моделирование поведения динамических систем. Диаграммы переходов состояний (STD).

### **Варианты заданий**

**Задание:** Исследовать поведение динамической системы. Результаты исследования представить в виде диаграмм переходов состояний (STD). Выполнить задание курсовой работы можно с помощью CASE – средства Racestar UML Diagrammer (взять инсталляцию можно в лабораториях кафедры «Информатизации и управления ВФ МГУТУ»), или построение STD можно выполнить с помощью MS Visio или MS Word, соблюдая нотации диаграмм переходов состояний.

Использовать варианты, указанные в задании № 3.

Для правильного выполнения настоящего задания прежде, чем строить диаграмму переходов состояний, следует описать все или некоторые состояния системы, условия переходов из них в другие состояния, действия, выполняемые системой при переходе из одного состояния в другое. Результаты такого описания представить в виде таблицы (см. пример табл. 6, рассмотренный ниже). Если исследуемая система имеет множество состояний, то на STD представить не все, а некоторые из них, не менее 8.

### **Краткие теоретические сведения**

Спецификации управления предназначены для моделирования и документирования аспектов систем, зависящих от времени или реакции на событие. Они позволяют осуществлять декомпозицию управляющих процессов и описывают отношения между входными и выходными управляющими потоками на управляющем процессе – предке. Для этой цели обычно используются *диаграммы переходов состояний (STD)*.

С помощью STD можно моделировать последующее функционирование системы на основе предыдущего и текущего функционирования. Моделируемая система в любой заданный момент времени находится точно в одном из конечного множества состояний. С течением времени она может изменить своё состояние, при это переходы между состояниями должны быть точно определены.

Диаграммы переходов состояний состоят из следующих элементов.

*СОСТОЯНИЕ* - может рассматриваться как условие устойчивости для системы. Находясь в определённом состоянии, имеется достаточно информации о прошлой истории системы, чтобы определить очередное состояние в зависимости от текущих входных событий. Имя состояния должно отражать реальную ситуацию, в которой находится система, например, «Ввод информации», «Обработка информации» и т.д.

*НАЧАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ* – узел STD, являющийся стартовой точкой для начального системного перехода. STD имеет ровно одно начальное состояние, соответствующее состоянию системы после её инсталляции, но перед началом реальной работы, а также любое (конечное) число завершающих событий.

*ПЕРЕХОД* определяет перемещение моделируемой системы из одного состояния в другое. При этом имя перехода идентифицирует событие, являющееся причиной перехода и управляющее им. Это событие обычно состоит из управляющего потока (сигнала), возникающего как во внешнем мире, так и внутри моделируемой системы при выполнении некоторого *условия*. Следует отметить, что, вообще говоря, не все события обязательно вызывают переходы из отдельных состояний. С другой стороны, одно и то же событие не всегда вызывает переход в то же самое состояние.

Таким образом, *УСЛОВИЕ* представляет собой событие (или события), вызывающее переход и идентифицируемое именем перехода. Если в условии участвует входной управляющий поток управляющего процесса – предка, то имя потока должно быть заключено в кавычки, например, «Пароль» = ABC1977, где «Пароль» - входной поток.

Кроме условия с переходом может быть связано *действие* или ряд действий, выполняющихся, когда переход имеет место. *ДЕЙСТВИЕ* – это операция, которая может иметь место при выполнении перехода. Если действие необходимо для выбора управляющего потока, то имя этого потока должно заключаться в кавычки.

Фактически условие есть некоторое внешнее или внутреннее событие, которое система способна обнаружить и на которое она должна отреагировать



определённым образом, изменяя своё состояние. При изменении состояния система обычно выполняет одно или более действий. Таким образом, действие представляет собой отклик, посылаемый во внешнее окружение, или вычисление, результаты которого запоминаются в системе, для того, чтобы обеспечить реакцию на некоторые из планируемых в будущем событий. На STD состояния представляются узлами, а переходы – дугами.

Условия идентифицируются именем перехода и возбуждают выполнение перехода. Действия или отклики на события привязываются к переходам и записываются под соответствующим условием. Начальное состояние на диаграмме должно иметь входной переход, изображаемый потоком из подразумеваемого стартового узла.

При построении STD рекомендуется следовать следующим правилам:

- строить STD на как можно более высоком уровне детализации диаграмм потоков данных (DFD);
- строить как можно более простые STD;
- по возможности детализировать STD;
- использовать те же принципы именований состояний, событий и действий, что при именовании процессов и потоков.

#### **Пример выполнения задания**

Построение диаграммы переходов состояний рассмотрим на примере рассмотренной ранее системы ведения кадрового учёта на предприятии.

Следует напомнить основные функции, реализуемые системой учёта кадров:

- ведение личных карточек и личных дел работников;
- учёт рабочего времени;
- формирование распорядительной документации;
- ведение трудовых книжек;
- формирование организационных документов;
- регистрация организационной, распорядительной документации (см. рис. 28).

Кроме того, следует отметить, что система ведения кадрового учёта является информационной системой (ИС), основные функции и состояния которой связаны с получением, обработкой и выдачей информации.

Действия, условия их выполнения и состояния системы ведения кадрового учёта отражены в табл. 6. Следует отметить, что в виду ограниченного объёма настоящего пособия ниже будут рассмотрены только некоторые условия (стимулирующие события) и переходы системы из одного состояния в другое при выполнении данных условий, действия, которые выполняются при смене состояний.

Таблица 6

Динамика состояний системы ведения кадрового учёта на предприятии

Текущее состояние	Условие	Действие	Следующее состояние
<i>НАЧАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ</i>	Организация проводит набор персонала	Приём первичной документации от наёмных работников	<i>ВВОД ИНФОРМАЦИИ</i>
<i>ВВОД ИНФОРМАЦИИ И</i>	Необходимо сформировать документацию по персоналу организации	Завершить приём первичных документов, выполнить их первичную систематизацию	<i>ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ</i>
<i>ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ И</i>	Если обработаны все принятые первичные документы	Сохранить обработанную и систематизированную информацию	<i>СОСТОЯНИЕ ОЖИДАНИЯ</i>
<i>СОСТОЯНИЕ ОЖИДАНИЯ</i>	Необходимо предоставить информацию администрации о сотрудниках организации	Подготовить личные дела и личные карточки персонала организации	<i>ВЫДАЧА ИНФОРМАЦИИ</i>
<i>ВЫДАЧА ИНФОРМАЦИИ И</i>	Следует подготовить информацию о сотрудниках предприятия	Сформировать базу данных о сотрудниках предприятия с помощью программ	<i>ОБМЕН ИНФОРМАЦИЕЙ С ВНЕШНИМИ</i>

	пенсионный фонд и налоговую инспекцию	«Налогоплательщик ЮЛ», «Пенсионный фонд»	<i>ИС</i>
<i>ОБМЕН ИНФОРМАЦИЕЙ С ВНЕШНИМИ ИС</i>	Необходимо предоставить сведения о сотрудниках организации	Переслать по электронной почте или передать информацию	<i>СОСТОЯНИЕ ОЖИДАНИЯ</i>

На основе информации, помещённой в табл. 6, построена STD (см. рис. 29) с использованием Rastar UML Diagrammer.

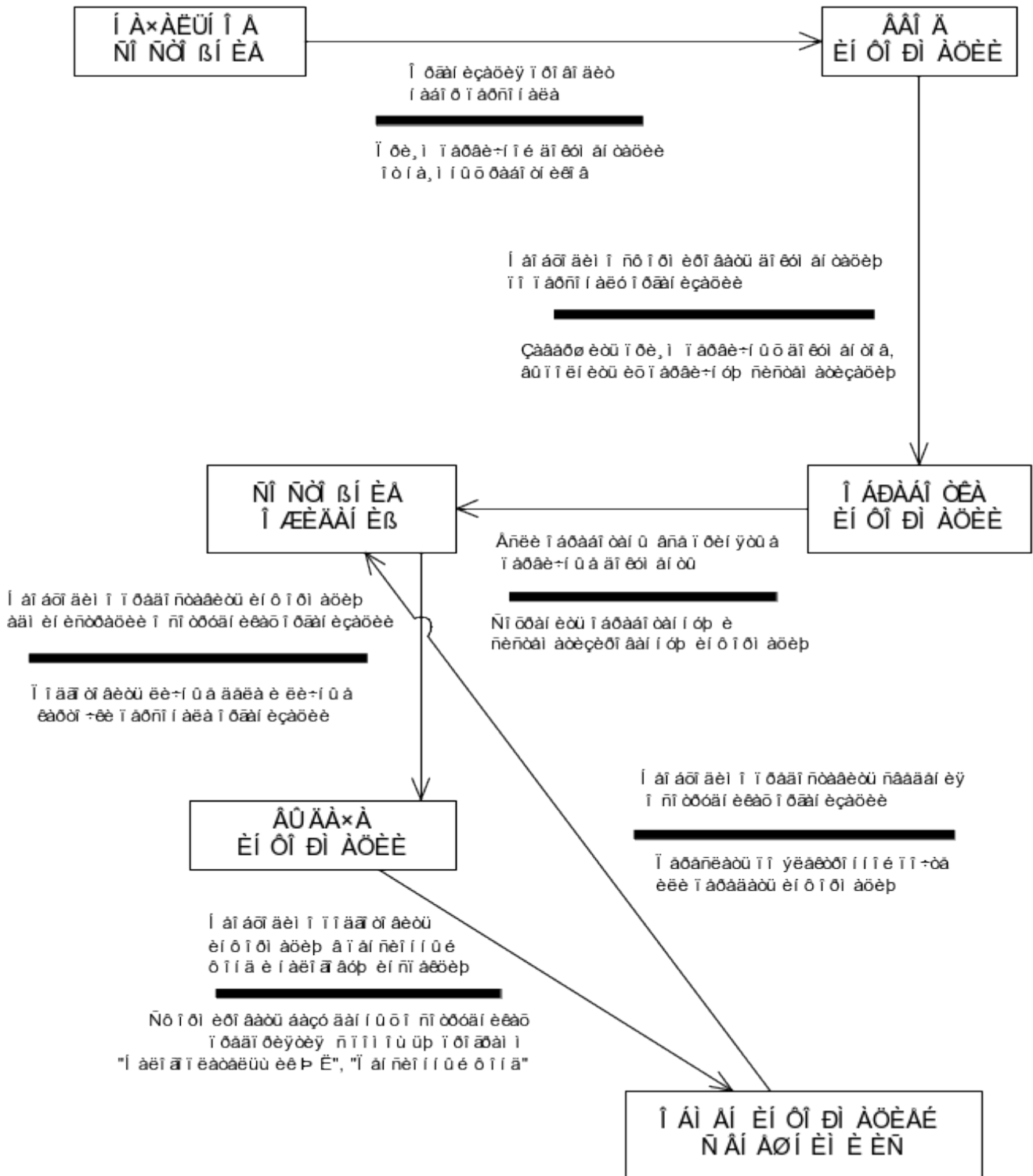


Рис. 29. Фрагмент диаграммы переходов состояний системы ведения учёта кадров на предприятии (по данным табл. 6)

Пояснение к рис. 29.

Состояния системы на диаграмме обозначаются прямоугольниками, переходы между ними обозначаются стрелками. Каждый переход (обозначенный стрелкой) выполняется при соблюдении условия и после выполнения системой некоторых действий. Для этого возле стрелки перехода из состояния в состояние

ставится горизонтальная полоса, *над которой указывается условие перехода, под ней указывается действие*, выполняемое системой.

Для построения диаграмм переходов состояний можно пользоваться CASE-средством Rastecar UML Diagrammer, запуск которого после его инсталляции на ПЭВМ в среде операционной системы MS Windows можно выполнить из меню «Пуск» - «Программы» - «Rastecar UML Diagrammer» - «PSUML» (см. рис. 30).

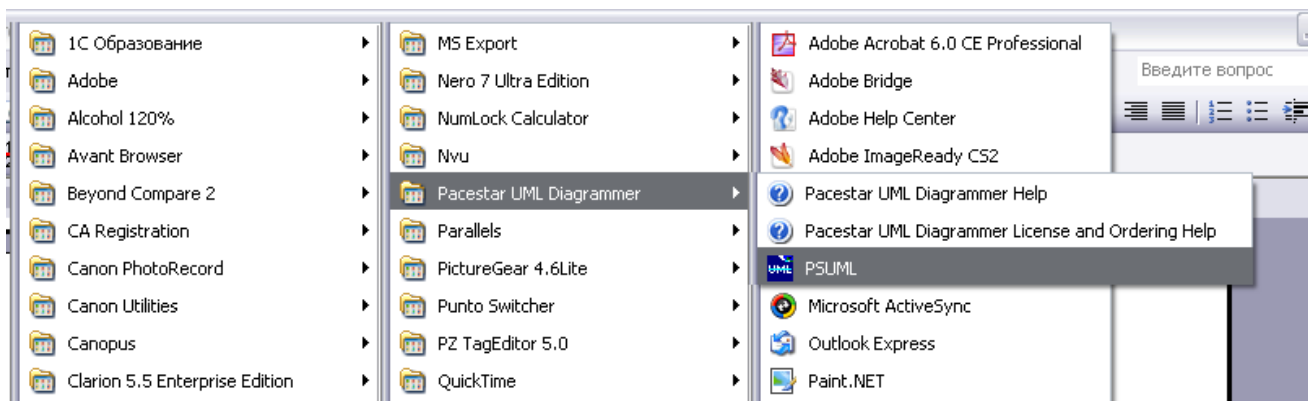


Рис. 30. Запуск Rastecar UML Diagrammer

В среде Rastecar UML Diagrammer для создания нового файла – диаграммы используют меню «File», закладку «New», после чего появляется список типов диаграмм, из которых выбирают диаграммы деятельности (UML Activity Diagram) (см. рис. 31), определяют стиль их оформления, размер.

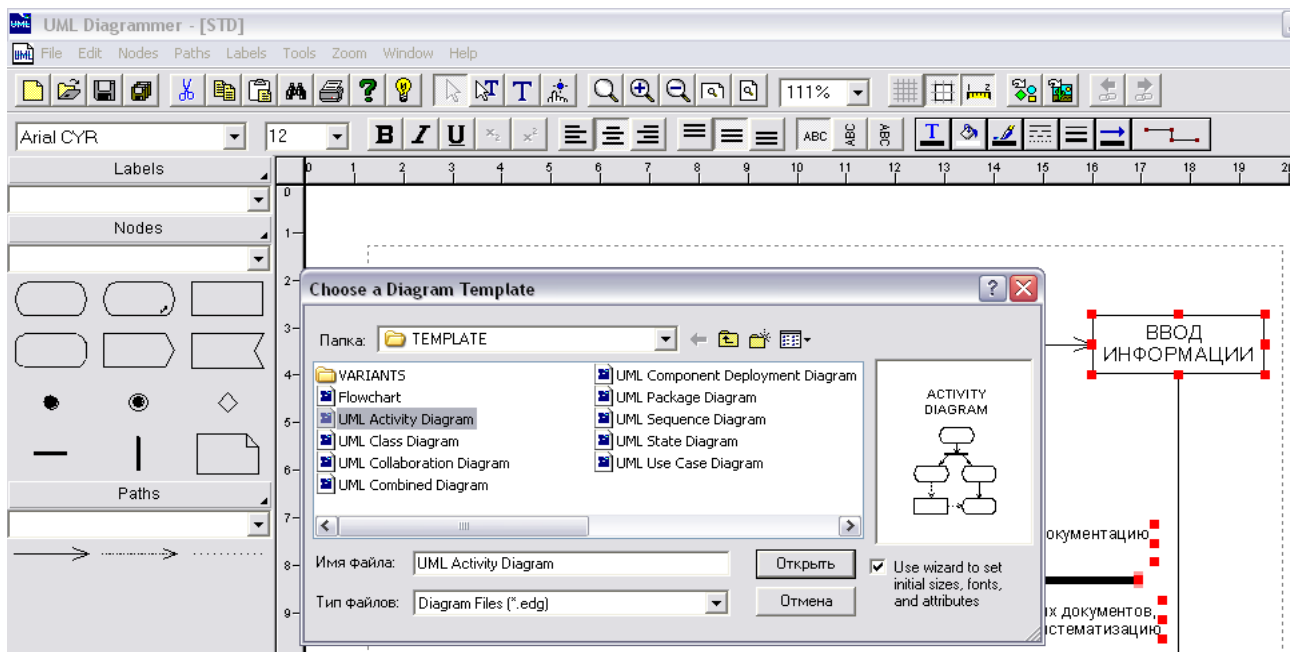


Рис. 30. Меню выбора типа диаграммы в Rastecar UML Diagrammer

## ЗАДАНИЕ 5

**Тема:** Исследование влияния факторов на поведение объектов и систем с помощью корреляционно – регрессионного анализа данных.

### Варианты заданий

**Задание:** Разработать имитационную модель, позволяющую оценить влияние факторов на параметры системы. Для разработки имитационной модели рекомендуется использовать табличный процессор MS Excel и VBA for Excel. Если студент не владеет указанным инструментальным средством, то для создания имитационной модели можно использовать любой язык программирования или инструментальную среду разработчика. В качестве основы для математического обеспечения имитационной модели использовать корреляционно – регрессионный анализ данных. Факторы, влияющие на поведение системы, обозначаются  $x_1, x_2, x_3$ , параметр системы, изменяющийся по предположениям от воздействия факторов, обозначается  $y$ . Определить характер и силу влияния факторов  $x_1, x_2, x_3$  на параметр системы  $y$ .

Разработка имитационной модели включает:

- построение матрицы парных коэффициентов корреляции факторных признаков друг на друга и вектора парных коэффициентов корреляции результативного признака ( $y$ ) с каждым из факторных;
- расчёт параметров линейного уравнения регрессии, построение его графика и графика остатков;
- оценку значимости линейного уравнения регрессии в целом и его параметров;
- вычисление частных коэффициентов эластичности.

Вариант № 1.

Таблица 7

Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1600	78	0,866	14,9
7100	81	0,833	11,7
6750	89	0,833	11,7
6130	68	0,801	18,8
6110	73	0,848	10,7
4190	80	0,730	10,9
3850	82	0,514	34,8

Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
3680	88	0,566	41,7
3650	75	0,717	22,8
3280	76	0,711	20,7
2680	74	0,672	17,7
2600	81	0,589	22,5
2600	82	0,626	17,5
2200	69	0,513	17,3
2150	72	0,445	46,8
1370	74	0,328	41,3
1350	75	0,393	41,6
1350	78	0,446	36,7

Вариант № 2.

Таблица 8

Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
203	78	118	105
63	77	28	56
45	75	17	54
113	76	50	63
121	76	56	28
88	71	102	50
110	69	116	54
56	70	124	42
80	72	114	36
237	69	154	106
160	70	115	88
75	72	98	46

Вариант № 3.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «X<sub>1</sub>», «X<sub>2</sub>», «X<sub>3</sub>» из табл. 9.

Вариант № 4.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «X<sub>1</sub>», «X<sub>2</sub>», «X<sub>4</sub>» из табл. 9.

Вариант № 5.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «X<sub>2</sub>», «X<sub>3</sub>», «X<sub>4</sub>» из табл. 9.

Вариант № 6.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные

столбцов «Y», «x<sub>1</sub>», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>» из табл. 10.

Таблица 9

Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
0,9	31,3	18,9	43,0	40,9
1,7	13,4	13,7	64,7	40,5
0,7	4,5	18,5	24,0	38,9
1,7	10,0	4,8	50,2	38,5
2,6	20,0	21,8	106,0	37,3
1,3	15,0	5,8	96,6	26,5
4,1	137,1	99,0	347,0	37,0
1,6	17,9	20,1	85,6	36,8
6,9	165,4	60,6	745,0	36,3
0,4	2,0	1,4	4,1	35,3
1,3	6,8	8,0	26,8	35,3
1,9	27,1	18,9	42,7	35,0
1,9	13,4	13,2	61,8	26,2
1,4	9,8	12,6	212,0	33,1
0,4	19,5	12,2	105,0	32,7
0,8	6,8	3,2	33,5	32,1
1,8	27,0	13,0	142,0	30,5

Таблица 10

Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>
6,6	6,9	83,6	222,0
3,0	18,0	6,5	32,0
6,5	107,9	50,4	82,0
3,3	16,7	15,4	45,2
0,1	79,6	29,6	299,3
3,6	16,2	13,3	41,6
1,5	5,9	5,9	17,8
5,5	53,1	27,1	151,0
2,4	18,8	11,2	82,3
3,0	35,3	16,4	103,0
4,2	71,9	32,5	225,4
2,7	93,6	25,4	675,0
1,6	10,0	6,4	43,8
2,4	31,5	12,5	102,3
3,3	36,7	14,3	105,0
1,8	13,8	6,5	49,1
2,4	64,8	22,7	50,4
1,6	30,4	15,8	480,0
1,4	12,1	9,3	71,0
0,9	31,1	18,9	43,0



Вариант № 7.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>1</sub>», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>» из табл. 11.

Таблица 11

X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	Y
1	1	39,0	20,0	8,2	0	1	0	15,9
3	1	68,4	40,5	10,7	0	1	0	27,0
1	1	34,8	16,0	10,7	0	1	12	13,5
1	1	39,0	20,0	8,5	0	1	12	15,1
2	1	54,7	28,0	10,7	0	1	12	21,1
3	1	74,7	46,3	10,7	0	1	12	28,7
3	1	71,7	45,9	10,7	0	0	0	27,2
3	1	74,5	47,5	10,4	0	0	0	28,3
4	1	137,7	87,2	14,6	0	1	0	52,3
1	1	40,0	17,7	11,0	1	1	8	22,0
2	1	53,0	31,1	10,0	1	1	8	28,0
3	1	86,0	48,7	14,0	1	1	8	45,0
4	1	98,0	65,8	13,0	1	1	8	51,0
2	1	62,6	21,4	11,0	1	1	0	34,4
1	1	45,3	20,6	10,4	1	1	8	24,7
2	1	56,4	29,7	9,4	1	1	8	30,8
1	1	37,0	17,8	8,3	0	1	0	15,9
3	1	67,5	43,5	8,3	0	1	0	29,0
1	1	37,0	17,8	8,3	0	1	3	15,4

Вариант № 8.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>4</sub>», «x<sub>5</sub>», «x<sub>6</sub>» из табл. 11.

Вариант № 9.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>6</sub>», «x<sub>7</sub>», «x<sub>8</sub>» из табл. 11.

Вариант № 10.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>1</sub>», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>» из табл. 12.

Вариант № 11.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>4</sub>», «x<sub>5</sub>», «x<sub>6</sub>» из табл. 12.

Вариант № 12.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>6</sub>», «x<sub>7</sub>», «x<sub>8</sub>» из табл. 12.

Таблица 12

X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	Y
3	1	69,0	42,4	8,3	0	1	3	28,6
1	1	40,0	20,0	8,3	0	0	0	15,6
3	1	69,1	41,3	8,3	0	1	0	27,7
2	1	68,1	35,4	13,0	1	1	20	34,1
2	1	75,3	41,4	12,1	1	1	20	37,7
3	1	83,7	48,5	12,1	1	1	20	41,9
1	1	48,7	22,3	12,4	1	1	20	24,4
1	1	39,9	18,0	8,1	1	0	0	21,3
2	1	68,6	35,5	17,0	1	1	12	36,7
1	1	39,0	20,0	9,2	1	0	0	21,5
2	1	48,6	31,0	8,0	1	0	0	26,4
3	1	98,0	56,0	22,0	1	0	0	53,9
2	1	68,5	30,7	8,3	1	1	6	34,2
2	1	71,1	36,2	13,3	1	1	6	35,6
3	1	68,0	41,0	8,0	1	1	12	34,0
1	1	38,0	19,0	7,4	1	1	12	19,0
2	1	93,2	49,5	14,0	1	1	12	46,6
3	1	117,0	55,2	25,0	1	1	12	58,5
1	2	42,0	21,0	10,2	1	0	12	24,2
2	2	62,0	35,0	11,0	1	0	12	35,7
3	2	89,0	52,3	11,5	1	1	12	51,2

Вариант № 13.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>1</sub>», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>» из табл. 13.

Вариант № 14.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>4</sub>», «x<sub>5</sub>», «x<sub>6</sub>» из табл. 13.

Вариант № 15.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>1</sub>», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>» из табл. 14.

Вариант № 16.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные

столбцов «Y», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>», «x<sub>4</sub>» из табл. 14.

Таблица 13

Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>
0,904	115,0	75,5	56,1	25,2	3343	77,0
0,922	123,0	78,5	61,8	21,8	3001	78,2
0,763	74,0	78,4	59,1	25,7	3101	68,0
0,923	111,0	77,7	63,3	17,8	3543	77,2
0,918	113,0	84,4	64,1	15,9	3237	77,2
0,906	110,0	75,9	57,0	22,4	3330	77,2
0,905	119,0	76,0	50,7	20,6	3808	75,7
0,545	146,0	67,5	57,1	25,2	2415	62,6
0,894	113,0	78,2	62,0	20,7	3295	78,0
0,900	108,0	78,1	61,8	17,5	3504	78,2
0,932	113,0	78,6	58,6	19,7	3056	79,0
0,740	71,0	84,0	71,7	18,5	3007	67,6
0,701	210,0	59,2	48,0	42,4	2844	69,8
0,744	94,0	90,2	63,9	23,0	2861	68,4
0,921	118,0	72,8	59,1	20,2	3259	77,9
0,927	130,0	67,7	47,5	25,2	3350	78,1
0,802	127,0	82,6	65,3	22,4	3340	72,5
0,747	61,0	74,4	53,2	22,7	2704	66,6
0,927	117,0	83,3	67,9	18,1	3642	76,7
0,721	46,0	83,7	61,7	20,1	2753	68,8
0,913	107,0	73,8	52,9	17,3	2916	76,8
0,918	110,0	79,2	59,9	16,8	3551	78,1
0,833	99,2	71,5	51,5	29,9	3177	73,9
0,914	101,0	75,3	61,2	20,3	3280	78,6
0,923	105,0	79,0	53,1	14,1	3160	78,5

Таблица 14

Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
47	3	2,6	2,4	113
49	2,3	2,6	2,7	98
48	2,6	2,5	2,5	117
55	4,3	2,5	2,4	91
49	2,9	2,8	2,1	99
52	2,4	3,1	3,1	89
58	5,1	1,6	2,1	79
57	3,4	2	1,7	72
50	2	2,9	2,7	123
53	4,5	2,9	2,8	80
58	5,1	2,7	2,7	58
56	4,2	3	2,8	88
62	5,2	1,8	2	68

50	6,5	2,9	2,5	95
68	7,4	3,1	4	46
59	7,4	2,8	2,7	73
47	4,9	3,1	2,8	124
60	8,3	2,9	3,3	90
51	5,7	2,5	2,7	96
57	7,5	2,4	2,2	55

Вариант № 17.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>1</sub>», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>» из табл. 15.

Вариант № 18.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>», «x<sub>4</sub>» из табл. 15.

Таблица 15

Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
47	4,9	3,1	2,8	124
60	8,3	2,9	3,3	90
51	5,7	2,5	2,7	96
57	7,5	2,4	2,2	55
67	7	3	3,8	45
69	10,8	1,1	1,1	34
57	7,8	2,9	3,1	56
51	7,6	2,9	2,6	90
72	12,1	1,3	2	16
63	14,2	2	2,7	56
64	14,1	1,6	2,5	51
66	10,6	2,2	2,7	39
65	12,4	2	2,6	55
57	9	2,3	2,3	64
66	12,4	2,9	3,5	44
69	15,6	2,2	3,2	36
71	14,3	1,9	2,6	37
74	13,1	1	1,8	13
70	19,6	2,2	4,1	34
67	9,7	2,2	3,4	36
68	13,5	2,7	2,9	41

Вариант № 19.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>1</sub>», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>» из табл. 16.

Вариант № 20.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>», «x<sub>4</sub>» из табл. 16.

Таблица 16

Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
69	18,5	1,9	3	39
70	15,6	0,2	0,2	13
66	14	2	3,1	47
69	28	0,9	1,3	35
73	22,2	1,7	2,4	23
67	20,7	1,7	2,1	48
70	20	0,3	0,6	14
72	13,4	0,3	0,7	11
71	29,3	2,3	3	23
64	18,6	2,2	2,4	50
72	23,7	1,9	2,8	33
71	49	1,3	1,8	16
67	20	1,5	1,6	44
72	31,9	0,8	1,8	13
71	33,4	2,4	2,7	12
72	35,3	1,5	2,1	12
73	24,6	0,6	1	18
73	38	1,3	2	22
78	43,4	0,6	0,9	8

Вариант № 21.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>1</sub>», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>» из табл. 17.

Вариант № 22.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>», «x<sub>4</sub>» из табл. 17.

Таблица 17

Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
72	42,4	0,9	1,9	10
77	53,8	0,2	1	7
76	60,6	1,4	1,5	7
77	58,1	0,5	1,7	6
77	61,1	3,5	3,5	8

Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
77	70,2	1,1	1,4	6
78	73,7	0,2	0,4	7
78	78,3	1,3	1	6
76	65,8	0,5	0,1	5
79	85,1	1,6	1,3	5
79	68,7	0,6	0,3	4
78	73,9	0,7	0,6	6
77	80,3	0,4	0,5	8
78	78	0,5	0,8	6
76	84,4	2	1,7	4
77	78,8	0,8	0,5	6
77	100	1	1,1	8
75	78,7	0,3	0,1	6
80	82	0,3	0,6	4
78	95,9	1	0,8	6

Вариант № 23.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>1</sub>», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>» из табл. 18.

Вариант № 24.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>4</sub>», «x<sub>5</sub>», «x<sub>6</sub>» из табл. 18.

Таблица 18

Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>
13	1	37	21,5	6,5	0	20
16,5	1	60	27	22,4	0	10
17	1	60	30	15	0	10
15	1	53	26,2	13	0	15
14,2	1	35	19	9	0	8
10,5	1	30,3	17,5	5,6	1	15
23	1	43	25,5	8,5	0	5
12	1	30	17,8	5,5	1	10
15,6	1	35	18	5,3	1	3
12,5	1	32	17	6	1	5
11,3	1	31	18	5,5	1	10
13	1	33	19,6	7	0	5

Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>
21	1	53	26	16	1	5
12	1	32,2	18	6,3	0	20
11	1	31	17,3	5,5	1	15
11	1	36	19	8	1	5
22,5	2	48	29	8	1	15
26	2	55,5	35	8	0	10
18,5	2	48	28	8	0	10
13,2	2	44,1	30	6	1	25

Вариант № 25.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные столбцов «Y», «x<sub>1</sub>», «x<sub>2</sub>», «x<sub>3</sub>» из табл. 19.

Таблица 19

Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>
25,8	2	80	51	13	0	10
17	2	60	38	10	0	12
18	2	50	30	8,7	1	15
21	2	54,6	32	10	1	20
14,5	2	43	27	5,5	1	10
23	2	66	39	12	1	5
19,5	2	53,5	29,5	7	1	15
14,2	2	45	29	6	1	12
13,3	2	45	30	5,5	0	5
16,1	2	50,6	30,8	7,9	0	10
13,5	2	42,5	28	5,2	1	25
16	2	50,1	31	6	0	10
15,5	3	68,1	44,4	7,2	0	5
38	3	107	58	24	0	15
30	3	100	58	20	0	15
24	3	71	52	7,5	1	15
32,5	3	98	51	15	0	10
43	3	100	45	35	1	25
17,8	3	58	39	6,2	0	10
28	3	75	40	18	1	3

Вариант № 26.

При построении и испытаниях имитационной модели использовать данные

столбцов «Y», «X<sub>4</sub>», «X<sub>5</sub>», «X<sub>6</sub>» из табл. 19.

### ***Краткие теоретические сведения***

Полученные в результате каких-либо исследований данные почти всегда представлены в виде таблиц. Числовые данные, содержащиеся в таблицах, обычно имеют между собой явные (известные) или неявные (скрытые) связи.

Явно связаны показатели, которые получены методами прямого счета, т. е. вычислены по заранее известным формулам. Например, проценты выполнения плана, уровни, удельные веса, отклонения в сумме, отклонения в процентах, темпы роста, темпы прироста, индексы и т. д.

Связи же второго типа заранее неизвестны. Однако люди должны уметь объяснять и предсказывать (прогнозировать) сложные явления, поведение объектов или систем для того, чтобы управлять ими. Поэтому специалисты с помощью наблюдений стремятся выявить скрытые зависимости и выразить их в виде формул, т. е. математически смоделировать явления или процессы. Одну из таких возможностей предоставляет корреляционно-регрессионный анализ.

Пользуясь методами корреляционно-регрессионного анализа, аналитики измеряют тесноту связей показателей с помощью коэффициента корреляции. При этом обнаруживаются связи, различные по силе (сильные, слабые, умеренные и др.) и различные по направлению (прямые, обратные). Если связи окажутся существенными, то целесообразно будет найти их математическое выражение в виде регрессионной модели и оценить статистическую значимость модели. В экономике значимое уравнение используется, как правило, для прогнозирования изучаемого явления или показателя.

Корреляционно-регрессионный анализ связей между переменными показывает, как один набор переменных (X) может влиять на другой набор (Y). Таким образом, регрессионные вычисления и подбор хороших уравнений - это ценный, универсальный исследовательский инструмент в самых разнообразных отраслях деловой и научной деятельности (маркетинг, торговля, медицина, техника и т. д.).

Рассмотрим этапы корреляционно-регрессионного анализа данных.

*Нулевой этап* - это сбор данных. Как в строительстве нулевой цикл



обеспечивает фундамент будущему зданию, так в корреляционно-регрессионном анализе решающую роль играет качество данных. Сбор данных создает фундамент прогнозам. Поэтому имеется ряд требований и правил, которые следует соблюдать при сборе данных.

Данные должны быть наблюдаемыми, т. е. полученными в результате замера, а не расчета. Наблюдения следует спланировать. Чем больше неодинаковых (не повторяющихся) данных, и чем они однороднее, тем лучше получится уравнение, если связи существенны. Подозрительные данные могут быть вызваны ошибками наблюдений и экспериментов.

*Первый этап* - корреляционный анализ. Его цель - определить характер связи (прямая, обратная) и силу связи (связь отсутствует, связь слабая, умеренная, заметная, сильная, весьма сильная, полная связь). Корреляционный анализ создает информацию о характере и степени выраженности связи (коэффициент корреляции), которая используется для отбора существенных факторов, а также для планирования эффективной последовательности расчета параметров регрессионных уравнений. При одном факторе вычисляют коэффициент корреляции, а при наличии нескольких факторов строят корреляционную матрицу, из которой выясняют два вида связей: связи зависимой переменной с независимыми, связи между самими независимыми.

Для определения тесноты связи результативного признака  $y$  с определяющими его  $x_1, x_2, x_3$  и влияния определяющих признаков друг на друга вычисляются парные коэффициенты корреляции  $r_{yx1}, r_{yx2}, r_{yx3}, r_{x1x2}, r_{x1x3}, r_{x2x3}$ .

$$r_{yx1} = \frac{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m ((y_j - \bar{y})(x_{1j} - \bar{x}_1))}{\sigma_y \sigma_{x1}}, \text{ где } \bar{x}_1, \bar{y} - \text{выборочное среднее значение переменных}$$

$$x_1, y \text{ по всем группам значений переменных, } \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (y_j - \bar{y})^2}{m}}, \sigma_{x1} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (x_{1j} - \bar{x}_1)^2}{m}},$$

где  $m$  – количество групп исследуемых изделий, размерность выборки. Аналогично рассчитываются значения  $r_{yx2}, r_{yx3}$  по приведённым выше формулам, только переменная  $x_1$  заменяется на  $x_2$  или на  $x_3$  соответственно. Аналогично

рассчитываются коэффициенты корреляции определяющих признаков друг на друга:

$$r_{x_1x_2} = \frac{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m ((x_{1j} - \bar{x}_1)(x_{2j} - \bar{x}_2))}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}}, \quad \text{где } \bar{x}_1, \bar{x}_2 - \text{выборочное среднее значение}$$

переменных  $x_1, x_2$  по всем группам значений переменных,

$$\sigma_{x_2} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (x_{2j} - \bar{x}_2)^2}{m}}, \quad \sigma_{x_1} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (x_{1j} - \bar{x}_1)^2}{m}}, \quad \text{где } m - \text{количество групп исследуемых}$$

изделий, размерность выборки.

В библиотеке функций табличного процессора MS Excel есть статистическая функция КОРРЕЛ() для вычисления парных коэффициентов корреляции.

*Второй этап* - расчет параметров и построение регрессионных моделей. Здесь стремятся отыскать наиболее точную меру выявленной связи, для того чтобы можно было прогнозировать, предсказывать значения зависимой величины  $Y$ , если будут известны значения независимых величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Эту меру можно выразить математической моделью линейной множественной регрессионной зависимости:  $y = a_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_n x_n$ .

Для нахождения коэффициентов  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  используют метод наименьших квадратов. Смысл метода в том, что строят функционал:

$$S(a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^m (Q(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, a_0, a_1, \dots, a_n) - y_i)^2, \quad \text{затем он}$$

минимизируется  $S(a_0, a_1, \dots, a_n) \rightarrow \min$ .

Для решения поставленной задачи составляется система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial S}{\partial a_0} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial S}{\partial a_n} = 0 \end{array} \right. , \quad \text{что эквивалентно} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \sum_{i=1}^m (Q(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, a_0, a_1, \dots, a_n) - y_i) \frac{\partial Q}{\partial a_0} = 0 \\ 2 \sum_{i=1}^m (Q(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, a_0, a_1, \dots, a_n) - y_i) \frac{\partial Q}{\partial a_1} = 0 \\ \dots \dots \dots (*) \\ 2 \sum_{i=1}^m (Q(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, a_0, a_1, \dots, a_n) - y_i) \frac{\partial Q}{\partial a_n} = 0 \end{array} \right.$$

$$S(a_0, a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^m (\varphi(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, a_0, a_1, \dots, a_m) - y_i)^2$$

$$S(a_0, a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^m (a_0 + a_1 x_{1i} + a_2 x_{2i} + a_3 x_{3i} - y_i)^2$$

Для

система уравнений (\*) имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^m (a_0 + a_1 x_{1i} + a_2 x_{2i} + a_3 x_{3i} - y_i) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^m (a_0 + a_1 x_{1i} + a_2 x_{2i} + a_3 x_{3i} - y_i) \times x_{1i} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_2} = 2 \sum_{i=1}^m (a_0 + a_1 x_{1i} + a_2 x_{2i} + a_3 x_{3i} - y_i) \times x_{2i} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_3} = 2 \sum_{i=1}^m (a_0 + a_1 x_{1i} + a_2 x_{2i} + a_3 x_{3i} - y_i) \times x_{3i} = 0 \end{cases}$$

После выполнения несложных эквивалентных преобразований получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} m a_0 + a_1 \sum_{i=1}^m x_{1i} + a_2 \sum_{i=1}^m x_{2i} + a_3 \sum_{i=1}^m x_{3i} = \sum_{i=1}^m y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^m x_{1i} + a_1 \sum_{i=1}^m x_{1i}^2 + a_2 \sum_{i=1}^m x_{1i} x_{2i} + a_3 \sum_{i=1}^m x_{1i} x_{3i} = \sum_{i=1}^m x_{1i} y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^m x_{2i} + a_1 \sum_{i=1}^m x_{1i} x_{2i} + a_2 \sum_{i=1}^m x_{2i}^2 + a_3 \sum_{i=1}^m x_{2i} x_{3i} = \sum_{i=1}^m x_{2i} y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^m x_{3i} + a_1 \sum_{i=1}^m x_{1i} x_{3i} + a_2 \sum_{i=1}^m x_{2i} x_{3i} + a_3 \sum_{i=1}^m x_{3i}^2 = \sum_{i=1}^m x_{3i} y_i \end{cases}$$

Решением данной системы являются коэффициенты уравнения регрессии  $a_0, a_1, a_2, a_3$ . Их значения можно получить, например, методом Крамера.

Осуществление второго этапа сильно зависит от выводов, которые получены при анализе корреляционной матрицы. Можно значительно ускорить проведение регрессионного анализа и снизить затраты на исследование, если принять правильную стратегию поиска наилучшего уравнения. Для этого необходимо знать основные и наиболее эффективные методы поиска наилучшего

уравнения.

После получения каждого варианта уравнения обязательной процедурой является оценка его статистической значимости, поскольку главная цель - получить уравнение наивысшей значимости, поэтому второй этап корреляционно-регрессионного анализа неразрывно связан с третьим. Однако в связи с тем, что расчеты выполняет ЭВМ, а решение на основе оценки значимости уравнения принимает исследователь (принять или отбросить уравнение), условно можно выделить третий этап этой человеко-машинной технологии как интеллектуальный немашинный этап, для которого почти все данные по оценке значимости уравнения подготавливает ЭВМ.

*На третьем этапе* выясняют статистическую значимость, т. е. пригодность постулируемой модели для использования ее в целях предсказания значений отклика. Задачей третьего этапа построения регрессионных моделей является вычисление коэффициента детерминации или коэффициента множественной корреляции, на основании которого можно сделать заключение о значимости построенной регрессионной модели и возможности её дальнейшего использования для объяснения и анализа процессов, проявляющихся, в данной задаче.

Коэффициент множественной корреляции определяется по формуле:  $R_{xy} = \sqrt{(K_x^{-1} r_{yx}, r_{yx})}$ , где  $K_x^{-1}$  – обратная матрица корреляции, а матрица корреляции для

трёх факторных признаков  $x_1, x_2$  имеет вид:  $K_x = \begin{pmatrix} r_{x1,x1} & r_{x1,x2} & r_{x1,x3} \\ r_{x2,x1} & r_{x2,x2} & r_{x2,x3} \\ r_{x3,x1} & r_{x3,x2} & r_{x3,x3} \end{pmatrix}$ . Причём

корреляционная матрица любой размерности будет симметричной, так как  $r_{xixj} = r_{xjxi}$ . Для трёх факторных признаков вектор  $\overline{r_{yx}} = (r_{yx1}, r_{yx2}, r_{yx3})$  – вектор коэффициентов парной регрессии результативного признака  $Y$  и факторных признаков  $X_1, X_2, X_3$ .

На этом этапе исключительно важную роль играют коэффициент детерминации и F-критерий значимости регрессии.  $R_{xy}^2 = D = R_{xy} \text{ Squared}$  – коэффициент детерминации – это квадрат множественного коэффициента корреляции между наблюдаемым значением  $Y$  и его теоретическим значением, вычисленным на основе модели с определенным набором факторов. Коэффициент

детерминации измеряет действительность модели. Он может принимать значения от 0 до 1. Эта величина особенно полезна для сравнения ряда различных моделей и выбора наилучшей модели.

На четвертом этапе корреляционно-регрессионного исследования, если полученная модель статистически значима, ее применяют для прогнозирования (предсказания), управления или объяснения.

Влияние отдельных факторов в многофакторных моделях может быть охарактеризовано с помощью частных коэффициентов эластичности, которые в случае линейной трёхфакторной модели рассчитываются по формулам:

$$\mathcal{E}_{yx1} = \frac{a_1 \bar{x}_1}{\bar{y}}; \quad \mathcal{E}_{yx2} = \frac{a_2 \bar{x}_2}{\bar{y}}; \quad \mathcal{E}_{yx3} = \frac{a_3 \bar{x}_3}{\bar{y}}.$$

Частные коэффициенты эластичности показывают на сколько процентов изменится результативный признак, если значение одного из факторных признаков изменится на 1 %, а значения других признаков останутся неизменными.

Если же обнаружена незначимость, то модель отвергают, предполагая, что истинной окажется какая-то другая форма связи, которую надо поискать. Например, с самого начала работы (как бы по умолчанию) строилась и проверялась линейная регрессионная модель. Незначимость ее служит основанием для того, чтобы отвергнуть только линейную форму модели. Возможно, что более подходящей будет нелинейная форма модели.

Для выполнения всех перечисленных выше этапов корреляционно - регрессионного анализа данных можно средствами MS Excel построить имитационную модель. Алгоритм разработки имитационной модели можно представить следующим образом.

- 1) Оформление главного листа приложения. Размещения на нём названия приложения и кнопок для вызова необходимых модулей. На главном листе содержатся следующие кнопки «Вспомогательные расчёты», «Расчёт коэффициентов корреляции», «Расчёт коэффициентов модели», «Оценка значимости уравнения», «Построение графика».

- 2) Разработка макроса «Oforgml» для оформления базовой таблицы данных для проведения корреляционно – регрессионного анализа. Опция «Сервис»,

закладка «Макрос», закладка «Начать запись». Осуществляется оформление границ таблицы, ввод наименований столбцов (зависимой и независимых переменных), наименований строк таблицы. Здесь же производятся вспомогательные расчёты, связанные с перемножением столбцов исходных данных, нахождением их сумм. Выполнение этих расчётов требуется для нахождения значений коэффициентов будущей системы нормальных уравнений. После завершения всех указанных действий нажимается кнопка «Остановить запись». Макрос считается созданным, его можно вызывать по нажатию кнопки «Вспомогательные расчёты» (см. рис. 31).

The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Microsoft Excel - маркетинговые исследования". The spreadsheet contains data for six groups and summary rows. A sidebar on the right contains buttons for "Вспомогательные расчёты", "Расчёт коэффициентов корреляции", "Расчёт коэффициентов модели", "Оценка значимости уравнения", and "Построение графика". The main spreadsheet area shows a matrix of coefficients and a "главный определитель" (main determinant) at the bottom.

	Y	x1	x2	x3	x1*x1	x1*x2	x1*x3	x1*y
1 группа	61,08	37678,96	10	54,66	1419704027	376789,6	2059531,954	2301430,877
2 группа	77,5	57725,81	25	111,68	3332269140	1443145,25	6446818,461	4473750,275
3 группа	25,25	82030,1	55	210,44	6728937306	4511655,5	17262414,24	2071260,025
4 группа	66,58	31302,72	105	2,69	979860279,4	3286785,6	84204,3168	2084135,098
5 группа	38,17	40339,19	60	17,62	1627250250	2420351,4	710776,5278	1539746,882
6 группа	20,42	74141,7	27,5	13,104	5496991679	2038896,75	971552,8368	1513973,514
итого по гр	289,00	323218,48	282,50	410,194	19585012680,99	14077624,10	27535298,34	13984296,67

	x2*x2	x2*x3	x3*x3	x2*y	x3*y
1 группа	100	546,6	2987,7156	610,8	3338,6328
2 группа	625	2792	12472,4224	1937,5	8655,2
3 группа	3025	11574,2	44284,9936	1388,75	5313,61
4 группа	11025	282,45	7,2361	6990,9	179,1002
5 группа	3600	1057,2	310,4644	2290,2	672,5554
6 группа	756,25	360,36	171,714816	561,55	267,58368
итого по гр	19131,25	16612,81	60234,55	13779,70	18426,68

a0	a1	a2	a3	y
6,00	323218,48	282,50	410,19	289,00
323218,48	19585012680,99	14077624,10	27535298,34	13984296,67
282,50	14077624,10	19131,25	16612,81	13779,70
410,19	27535298,34	16612,81	60234,55	18426,68

Рис. 31. Главный лист приложения на VBA for Excel для проведения корреляционно - регрессионного анализа данных

3) Запись макроса “Rasch\_kor” для расчёта коэффициентов корреляции. Опция «Сервис», закладка «Макрос», закладка «Начать запись». С помощью функции КОРЕЛЛ() табличного процессора MS Excel'2000 по формулам вида:

$$r_{yx_1} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m ((y_j - \bar{y})(x_{1j} - \bar{x}_1))}{\sigma_y \sigma_{x_1}} \quad (\text{вместо } y \text{ и } x_1 \text{ могут быть использованы переменные } x_i)$$

≠  $x_j$ ) рассчитываются парные коэффициенты факторных признаков и результирующего и каждого из факторных признаков. После окончания ввода формул для расчёта парных коэффициентов корреляции нажимается кнопка «Остановить запись». Макрос считается записанным и назначается кнопке «Расчёт коэффициентов корреляции», размещённой на главном листе приложения.

4) Запись макроса «Rasch\_koef», который осуществляет расчёт коэффициентов регрессионного уравнения линейного вида. Запись макроса производится из опции «Сервис», закладки «Макрос», закладки «Начать запись». Далее с применением стандартной функции MS Excel'2000 МОПРЕД() осуществляется расчёт главного и остальных определителей, соответствующих системе линейных уравнений, полученной на основе метода наименьших квадратов, из которой будут определяться коэффициенты уравнения регрессии с помощью метода Крамера. После выполнения расчётов определителей системы линейных уравнений выполняется расчёт коэффициентов регрессионного уравнения по формуле:  $a_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$ , где  $\Delta_i$  - определитель, соответствующий  $i$  – й переменной,  $\Delta$  - главный определитель системы. По завершении всех указанных действий необходимо остановить запись макроса нажатием кнопки «Остановить запись». Созданный макрос назначается кнопке «Расчёт коэффициентов модели», размещённой на главном листе приложения.

5) Запись макроса «Koeff\_Det», который позволяет вычислить множественный коэффициент корреляции и коэффициент детерминации по формулам:  $R_{xy} = -\sqrt{(K_x^{-1} r_{yx}, r_{yx})}$  - коэффициент множественной корреляции, где  $K_x^{-1}$  - обратная матрица корреляции;  $R_{xy}^2 = D$  - коэффициент детерминации. Обратная матрица корреляции вычисляется с помощью функции MS Excel'2000 МОБР(). Запись макроса осуществляется из опции «Сервис», закладки «Макрос», закладки «Начать запись». После ввода расчётных формул для коэффициентов множественной корреляции и детерминации необходимо остановить запись макроса нажатием кнопки «Остановить запись». Созданный макрос назначается кнопке «Оценка значимости уравнения», размещённой на главном листе

приложения.

6) Запись макроса «Grafik», позволяющего построить график полученного уравнения и исходные значения результирующего в одной системе координат. Запись макроса осуществляется из опции «Сервис», закладки «Макрос», закладки «Начать запись». После этого из опции «Вставка», закладки «Диаграмма» осуществляется выбор типа графика, задание диапазона исходных данных для его построения и непосредственно его построение. По завершении указанных действий остановить запись макроса нажатием кнопки «Остановить запись». Созданный макрос назначается кнопке «Построение графика», размещённой на главном листе приложения.

7) Проверка работоспособности имитационной модели путём нажатия всех кнопок и проверки правильности выполненных модулями VBA расчётов (учитывая, что правильно рассчитанные коэффициенты парной и множественной корреляции должны находиться в диапазоне от -1 до 1, а коэффициент детерминации – в диапазоне от 0 до 1 (см. рис. 32)), визуальный контроль построенного графика.

	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
79					M(x1,y)	M(x2,y)	M(x3,y)	21,4524	19032,05649	31,17213
80										
81										
82	(x3-Mx3)*(x3-Mx3)									
83	187,8452988	r(x1,x1)=		1	r(y,x1)=	-0,65		r(y,x3)=	-0,14	
84	1876,131472									
85	20185,11619	r(x2,x2)=		1	r(y,x2)=	0,04		r(x1,x3)=	0,650172021	
86	4313,293192									
87	2575,122685	r(x3,x3)=		1	r(x1,x2)=	-0,3204218		r(x3,x2)=	-0,197120142	
88	3053,851803									
89	5365,226774									
90										
91										
92		K =		1	-0,32	0,65		Gamma_xy		
93				-0,32	1	-0,197		-0,65		
94				0,65	-0,197	1		0,04		
95								-0,14		
96										
97		K -1 (обратная матрица ковариации)								
98		1,854711014	0,370386093	-1,1325961			-1,0321833	-1,0321833	-1,03218	
99		0,370386093	1,114342114	-0,02122556						
100		-1,132596099	-0,021225564	1,732006028				0,8798508	0,774137446	
101		1,114081996	0,335627641		-0,7107282	0,46197332				
102		0,335627641	1,04037595		-0,1765429	-0,0070617				
103						0,45491161				
104					D =	0,67447135				
105										
106										
107										



Рис. 32. Результаты расчётов коэффициентов парной корреляции и детерминации

## **5. Список литературы, рекомендуемой к изучению**

### **Основная литература**

1. Экономико-математические методы и модели: учебное пособие/ Под. ред. Макарова - М.: КНОРУС, 2009
2. Вендров А. М. «Практикум по проектированию программного обеспечения экономических информационных систем: Учебное пособие» - М: Финансы и статистика, 2002
3. Зайцев М. Г. Методы оптимизации управления и принятия решений. Примеры, задачи, кейсы – М.: Дело, 2008
4. Калянов Г. Н. Моделирование, анализ, реорганизация и автоматизация бизнес-процессов - М.: Финансы и статистика, 2006
5. Пашенко Ф. Ф. Введение в состоятельные методы моделирования систем. В 2-х ч. Ч.1. Математические основы моделирования систем - М.: Финансы и статистика, 2006
6. Пашенко Ф. Ф. Введение в состоятельные методы моделирования систем. В 2-х ч. Ч.2. Идентификация нелинейных систем - М.: Финансы и статистика, 2006
7. Яньков В.Ю. Моделирование систем. Учебно-практическое пособие. Модуль 1.- М., МГУТУ, 2004

### **Дополнительная литература**

1. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. «Элементы математического моделирования в программных средах MATLAB5 и SoitDb» - Спб.: Наука, 2001 – 286 с.
2. Бенькович Е. С. и др. «практическое моделирование динамических систем» - Спб.: БХВ – Петербург, 2002 – 464 с.
3. Большаков А.С. "Моделирование в менеджменте" – М: Филинь, 2000

4. Варфоломеев В. И. «Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем. Практикум: Учебное пособие для ВУЗов» - М: Финансы и статистика, 2000 – 208 с.
5. Вендров А. М. «Проектирование программного обеспечения экономических информационных систем: Учебное пособие» - М: Финансы и статистика, 2002–352с.
6. Гультяев А. «Визуальное моделирование в среде MATLAB: Учебный курс» - Спб: Питер, 2000 – 432 с.
7. Емельянов А. А. и др. «Имитационное моделирование экономических процессов: Учебное пособие» - М: Финансы и статистика, 2002 – 368 с.
8. Калянов Г. Н. «CASE – технологии. Консалтинг и автоматизация бизнес – процессов. – 3-е изд.» - М: Горячая линия – Телеком, 2002 – 320 с.
9. Советов Б. Я., Яковлев С. А. «Моделирование систем: Учеб. для вузов» — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 2001. — 343 с: ил.

## **Приложение 1**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Смоленский областной казачий институт промышленных технологий и бизнеса  
(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования «Московский  
государственный университет технологий и управления  
имени К. Г. Разумовского (Первый казачий университет)»

## **Контрольная работа**

Дисциплина: «Компьютерное моделирование: моделирование систем»  
Направление: 09.03.01 (230100) «Информатика и вычислительная техника»  
Курс: 3  
Форма обучения: заочная  
Вариант: № 12  
Студент: Смирнов Анатолий Сергеевич  
Преподаватель: к.э.н., доцент Кораблёва Галина Владимировна

2015

### **Приложение 2**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Смоленский областной казачий институт промышленных технологий и бизнеса  
(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования «Московский  
государственный университет технологий и управления  
имени К. Г. Разумовского (Первый казачий университет)»

### **РЕЦЕНЗИЯ**

на контрольную работу

Дисциплина: «Компьютерное моделирование: моделирование систем»

Вариант: № 12

Студент: Смирнов Анатолий Сергеевич

Направление: 09.03.01 (230102) «Информатика и вычислительная техника»

Курс: 3

Форма обучения: заочная

Рецензент: к.э.н., доцент Кораблёва Галина Владимировна

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---