Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение
Самарской области средняя общеобразовательная школа
«Образовательный центр» имени Героя Советского Союза В.В. Субботина
пос. Серноводск муниципального района Сергиевский Самарской области
(ГБОУ СОШ «ОЦ» пос. Серноводск)

ИТОГОВЫЙ ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРОЕКТ

научно – исследовательский проект

Длина окружности и площадь круга. Применение формул при решении практико-ориентированных задач

предметная область: математика

Выполнила: Зайцева Виктория
ученица 8б класса
Руководитель: Давыдова Александра Алексеевна

Серноводск, 2023 год

Содержание

Введение

Данная тема представляет определенный интерес, поскольку её истоки относятся к древности: с давних пор люди пытались решать задачи, связанные с кругом – измерять длину окружности, находить площадь круга.

Любой школьник сегодня должен уметь находить длину окружности и площадь круга, первый опыт вычислений происходит в 6 классе. Но, к сожалению, эти знания остаются для многих формальными, и уже через год мало кто помнит не только то, что отношение длины окружности к её диаметру одно и то число, но даже с трудом вспоминают численное значение числа π, равное 3,14.

Круг и окружность – одни из самых древнейших геометрических фигур, философы древности придавали им большое значение. Круг – воплощение нескончаемого Времени и Пространства, символ всего сущего, Вселенной. «Из всех фигур прекраснейшая – круг», – считал Пифагор.

Вокруг нас много круглых предметов. Представьте себе на секунду, что вдруг случилась беда: на Земле исчезло все круглое! Казалось бы – пусть все будет квадратным. Разве нельзя прожить без круглых труб, а к квадратным колесам нельзя привыкнуть? Можно ли вообще представить жизнь человека без использования круга? Почему так много тел имеют круглую форму? Чтобы найти ответы на все эти вопросы, в первую очередь, необходимо рассмотреть историю возникновения этих понятий и дальнейшее их развитие.

Цель исследования: изучить теоретические сведения по теме «Длина окружности. Площадь круга» и представить примеры и иллюстрации применения данной теории в решении практико-ориентированных задач, сюжетных задач.

Для реализации данной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1) Изучить теоретические сведения о круге и окружности;
2) Исследовать изменение длины окружности и площади круга в зависимости от изменения длины радиуса;
3) Рассмотреть занимательные задачи и практические ситуации, где необходимо применить данную теорию в решении профессиональных и иных проблем;
4) Рассмотреть значимость теории в прикладных задачах, а также смежных областях науки и техники, где применяется теория по рассматриваемой теме.

Объект исследования: формулы длины окружности и площади круга.

Предмет исследования: задачи на применение формул длины окружности и площади круга.

Гипотеза исследования: сюжетные иллюстрации, решение задач практического содержания позволят обучающимся воспринимать тему «Длина окружности. Площадь круга» как необходимый и осмысленный инструмент для применения к решению задач определенной области. Многообразие форм представления данной теории позволит усвоить необходимый материал и поможет решить многие геометрические задания с похожим содержанием.

Мы считаем, что формирование навыков решения сюжетных, практических заданий по рассматриваемой теме позволит осмыслить важность прописанной теории и приведет к пониманию через осмысление принадлежности формул к конкретному условию.

Глава 1. Теоретические сведения по теме «Длина окружности. Площадь круга»

1.1 Длина окружности

Для построения окружностей имеется специальный инструмент – циркуль.

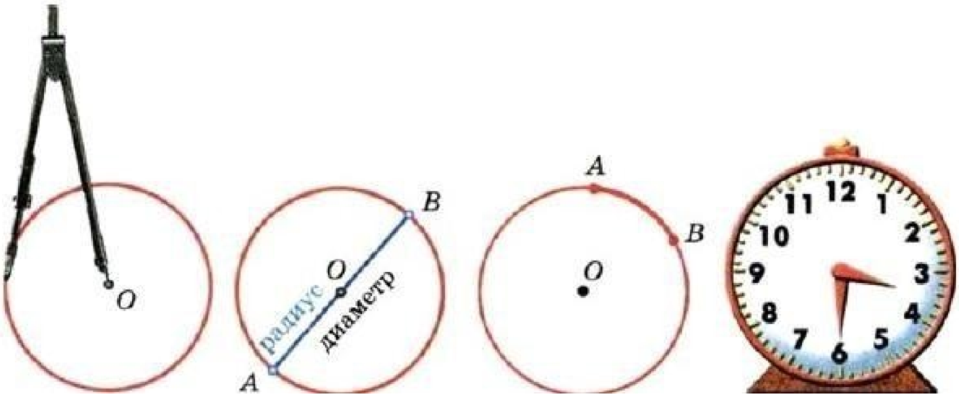

Рис. 1. Построение окружности с помощью циркуля.

Обратим внимание на то, что при проведении окружности точка В все время находится на одном и том же расстоянии от точки О, называемой центром окружности, а отрезок ОА называется радиусом окружности. Следовательно, окружность – это замкнутая кривая линия, все точки которой находятся на одном и том же расстоянии от ее центра.

Окружностью называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, находящихся на данном расстоянии от данной точки. Эта точка называется **центром** окружности.

Расстояние от точек окружности до ее центра называется радиусом окружности. **Радиус** окружности – это отрезок, соединяющий центр окружности с любой точкой на окружности. **Хорда** – это отрезок, соединяющий любые две точки на окружности. Самая большая хорда в окружности – **диаметр**, который так же можно представить в виде суммы двух радиусов.

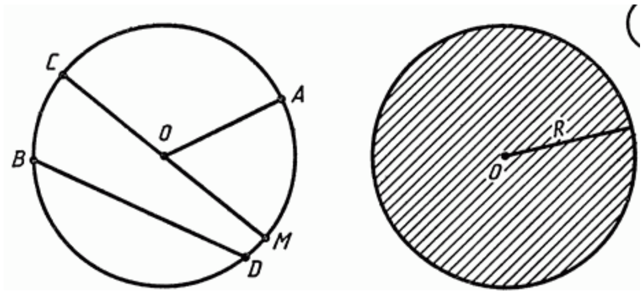

Рис. 2. Элементы окружности. Круг.

Часть плоскости, которая ограничивается окружностью, называется кругом.

Окружность представляет собой бесчисленное множество точек, которые находятся на одинаковом расстоянии от одной единственной, называемой центром окружности. Соединенные между собой точки формируют кривую линию, которая и будет окружностью. Все точки, которые находятся на другом расстоянии от центра окружности, не будут находиться на этой линии, поэтому не будут входить в окружность. Соответственно, окружность – это геометрическая фигура, которая представляет собой определенную линию, а все, что находится внутри нее либо снаружи, к окружности не относится. По этой причине имеется четкое понятие, что окружность делит всю плоскость на две части – внутреннюю, ограниченную линией окружности, и внешнюю, безграничную, поскольку плоскость в общем понимании не имеет границ.

Круг является геометрической фигурой, граница которой состоит из бесчисленного множества точек, равноудаленных от центра круга. Все внутреннее пространство, а также центр круга принадлежат ему, таким образом, можно говорить о том, что круг представляет собой некую площадь пространства, ограниченную множеством точек. А поскольку эти точки равноудалены от центра, то границей круга будет окружность. Все внешнее пространство кругу не принадлежит, зато он охватывает всю ту часть плоскости, которая очерчена при помощи окружности.

Различия между кругом и окружностью не столь велики, поскольку эти фигуры представляют собой неисчисляемое количество точек плоскости, находящихся от одной центральной точки на одинаковом расстоянии. Но важным отличительным признаком является тот факт, что внутреннее пространство не принадлежит окружности, но обязательно является составной частью круга. Иными словами, круг представляет собой не только окружность, которая является его границей, но также и то бесконечное число точек, находящихся внутри этой окружности.

Можно сделать следующий вывод. Разница между кругом и окружностью заключается в следующем:

1. Окружность является лишь частью круга, его границей, в то время как круг является более обширной и полноценной фигурой;
2. Окружность – это кривая линия, состоящая из бесчисленного множества точек, равноудаленных от центра, а круг представляет собой не только сумму этих точек окружности, но также и все те точки, которые расположены внутри этой самой окружности.

Впервые понятие длины окружности даётся в учебнике математика 6 класса.

«Возьмём круглый стакан, поставим на лист бумаги и обведём его карандашом. На бумаге получится окружность. Если «опоясать» стакан ниткой, а потом распрямить её, то длина нитки будет приближённо равна длине нарисованной окружности». Есть несколько способов непосредственного измерения длины окружности.

1. Вырежьте из картона, фанеры или другого материала круг, поставьте его ребром на лист бумаги, где начерчена прямая линия. Отметьте на прямой и на окружности точку их касания A. Затем плавно катите круг по прямой до тех пор, пока отмеченная точка A на окружности не окажется на прямой в точке B. Отрезок AB тогда будет равен длине окружности. Измерив

его с помощью избранной единицы длины, мы тем самым измерим и длину окружности.

2. Оберните вырезанный из картона (фанеры или другого материала) круг веревочкой по окружности так, чтобы конец веревочки совпал с началом в одной и той же точке окружности. Затем растяните эту веревочку и измерьте ее длину. Длина веревочки будет равна длине окружности.

Рис. 3. Измерение длины окружности.

Однако эти способы непосредственного измерения длины окружности мало удобные и дают они приближенные результаты измерения.

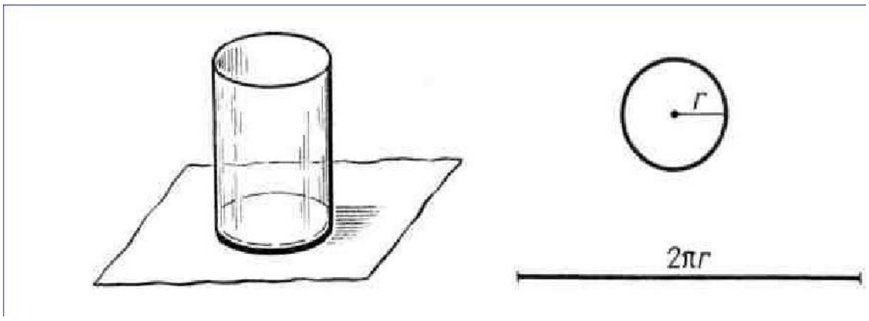

Рис. 4. Измерение длины окружности.

Поэтому уже с древних времен начали искать более совершенные способы измерения длины окружности. В процессе измерений заметили, что между длиной окружности и длиной ее диаметра имеется определенная зависимость.

Многие математики пытались доказать, что это отношение есть число постоянное, не зависящее от размеров окружности, и найти более точное значение этого отношения. Впервые это удалось сделать древнегреческому математику Архимеду. Архимед установил, что отношение длины окружности к диаметру есть величина постоянная, и нашел довольно точное значение этого отношения. Это отношение стали обозначать греческой буквой π. Число приблизительно равно 3.14.

Обозначим длину окружности буквой L, а ее диаметр буквой d и выведем, чему равна длина окружности, если известен ее диаметр: $L = \pi * d$.

Если известен радиус R , то формула длины окружности будет выглядеть так: $L = 2\pi R$.

Радиус окружности

Радиус окружности - это отрезок, соединяющий центр с какой- либо точкой окружности. Все радиусы имеют одну и ту же длину (по определению).

Определить радиус окружности можно по формуле: $R = L / 2\pi$.

Диаметр окружности

Хорда - отрезок, соединяющий две точки окружности. Хорда, проходящая через центр окружности, называется диаметром. Центр окружности является серединой любого диаметра. Определить диаметр окружности можно по формуле: $D = L / \pi$.

1.2. Площадь круга

Рассмотрим круг и представим его как бесчисленное множество колец, смещающихся в центр. Для наглядности каждое кольцо представим в цветовой гамме. Перед нами представлен круг, состоящий из множества колец, со смещающимся радиусом к центру.

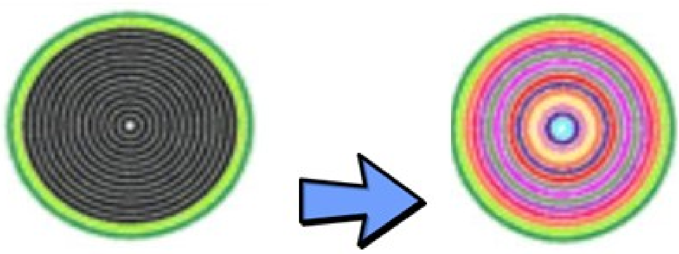

Рис.5. Круг, представленный в виде колец, смещающихся в центр.

Обозначим радиус этого круга, как показано на рисунке. Развернем каждую из окружностей, входящих в состав круга в свою длину.

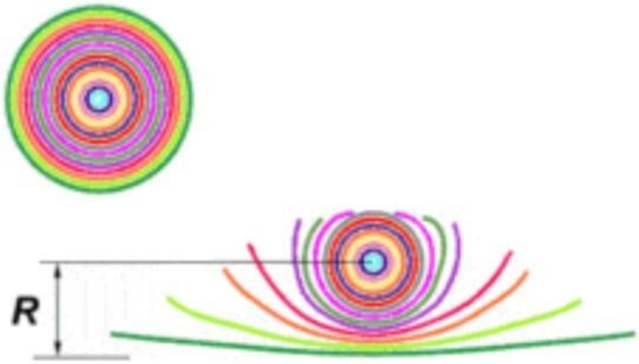

Рис. 6. Преобразование круга в пирамиду.

Так как окружности к центру имеют меньший радиус, то множество развернутых окружностей образуют пирамиду. Обозначим длину развернутой окружности L. Каждую окружности своей длины разделим на две одинаковые части и обозначим каждую длину части как L/2.

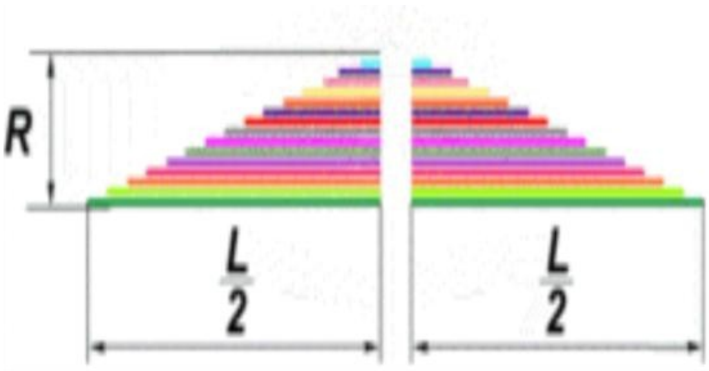

Рис. 7. Разделение пирамиды на две равные части.

Одну из частей пирамиды, которая образовалась в результате деления, перевернем, а в другой части смесим все доли (части) влево, как показано на рисунке. Видим, что в составе некоторых изменений, детали выставились зеркально относительно друг друга со смещением. Получились две детали одного целого прямоугольника, если их соединить.

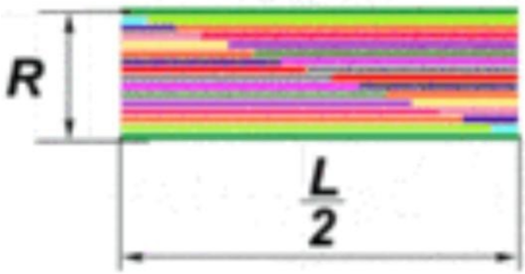

Рис. 8. Преобразование пирамиды в прямоугольник.

Соединив две части, получим известную всем фигуру прямоугольник, у которого обозначена ширина и длина. Можем перейти к нахождению площади прямоугольника.

Таким образом, не выбрасывая ни одного звена, у нас получилась фигура, разная по форме, но одинаковая по площади. Зная, что $L = 2\pi R$, $S = R \cdot 2\pi R = R \cdot R * \pi = \pi R^2$. Получилась формула для нахождения площади круга.

$$S = R \times \frac{L}{2} = \frac{R \times L}{2}$$

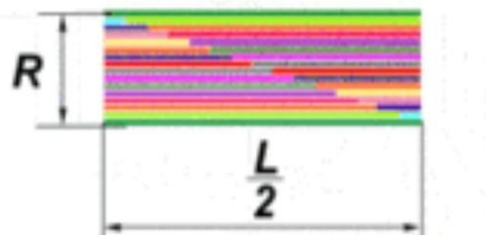

Рис. 9. Нахождение площади прямоугольника.

Глава 2. Практическое применение формул длины окружности и площадь круга в окружающей действительности

2.1. Окружность и круг в достопримечательности городов

Первым примером применения окружности в строительстве стали каменные сооружения эпохи первобытного строя. Да, ещё в первобытные времена геометрия стала проявляться в архитектуре. Самая известная постройка того времени - Кромлех в Стоунхендже (Англия). Заметим, что все колонны Стоунхенджа, когда-то были расположены строго по окружности.

Рис.10. Кромлех в Стоунхендже.

Так же существует легенда о вавилонской башне. Башня, которая должна была дотянуться до богов, но была уничтожена. Многие считают, что её разрушили сами боги, другие, что Вавилон всё это выдумал для устрашения врагов. Мне кажется, что в те времена науке отдавали мало времени, не было измерительных приборов, поэтому она разрушилась по вине зодчих.

Знаменитый Колизей в Риме имел стены, которые располагались по кольцам. Это здание сохранилось до нас. А сохранилось оно потому, что римский Император собрал лучших зодчих со всего мира, купил лучшие инструменты, хорошие каменные плиты и создал первый макет здания. Конечно, здание сильно разрушено, но с его постройки прошло ни одно тысячелетие. Ну и конечно средневековые замки, чьи городские башни имели округлую форму. В средневековье зодчеству и геометрии отдавали много времени - это стало необходимом в связи постоянных войн между феодалами. Башни в крепостях нужны были для размещения лёгкой пехоты (лучников), там их не могли достать вражеские стрелы, а при осаде лучники удерживали тараны и осадные башни.

Рассмотрим достопримечательности различных городов, где окружность и круг применяются в качестве основы проекта. Город Самара является одним из таких городов. Округлые формы придают сооружениям нашего города особый вид и красоту.

Площадь революции впервые появилась на плане города в 1782 году и предназначалась для торговли. В 1889 состоялось открытие работы архитектора В. Шервуда в центре круглого сквера памятнику Александру II диаметром 38 метров. Царь изображен в шинели, у подножия памятника четыре фигуры олицетворяли четыре исторических события: освобождение крестьян от крепостничества, покорение Кавказа, освобождение болгар от турецкого ига, завоевание Средней Азии. Пьедестал выполнен из красного финского гранита. В 1918 году скульптура царя и все его бронзовые детали были уничтожены. Площадь стала называться площадью Революции. 7 ноября 1927 года на уцелевшем пьедестале была установлена фигура Ленина.

Задача 1. Найдите площадь круга, зная, что диаметр площади Революции составляет 38м.

Решение: $d = 38$ *м*

$d = r : 2 = 19$ *м*

$\pi = 3{,}14$

$S = \pi * R^2 = 3{,}14 * 19 * 19 = 1133{,}54$ $м^2$

Ответ: 1133,54 $м^2$

Задача 2. Конструкция сферической оболочки стадиона «Самара-Арена» состоит из 32 стальных консолей, каждая из которых весит по 277 тонн. Вместе они создают купол диаметром 612 метров. Найдите длину купола, ответ округлите до целых.

Решение: d = 612м

L = $\pi * d$ = 3,14 * 612 = 1921,68м ≈ 1922м.

Ответ: 1922м.

Задача 3. Длина кольца «Самолёт» на Московском шоссе составляет 333 м. Найдите диаметр окружности и площадь построения. Диаметр и площадь округлите до целых.

Решение: 1) Найдем диаметр построения:

L = 333м

L = πd = 333м

π = 3,14

3,14 · d = 333м

d = 333:3,14 ≈106,051≈ 106м

$r = d \div 2$ ≈ 53м

2) Найдем площадь построения: $S = \pi * R^2$ = 3,14 · 53 · 53 = 8820,26 ≈ 8820м^2

Ответ: 106м, 8820м^2.

Круглые дома в Москве - жилые панельные девятиэтажные дома кольцевой формы, возведённые на западе Москвы в 1970-х годах по экспериментальному проекту советского архитектора Евгения Стамо и инженера Александра Маркелова. Здания диаметром в 155 метров были построены из типовых деталей панельной серии I-515/9М.

Рис.11. Круглый дом в Москве.

Задача 4. Найти площадь круглого дома в Москве.

Решение: Обратимся к карте для поиска необходимых данных.

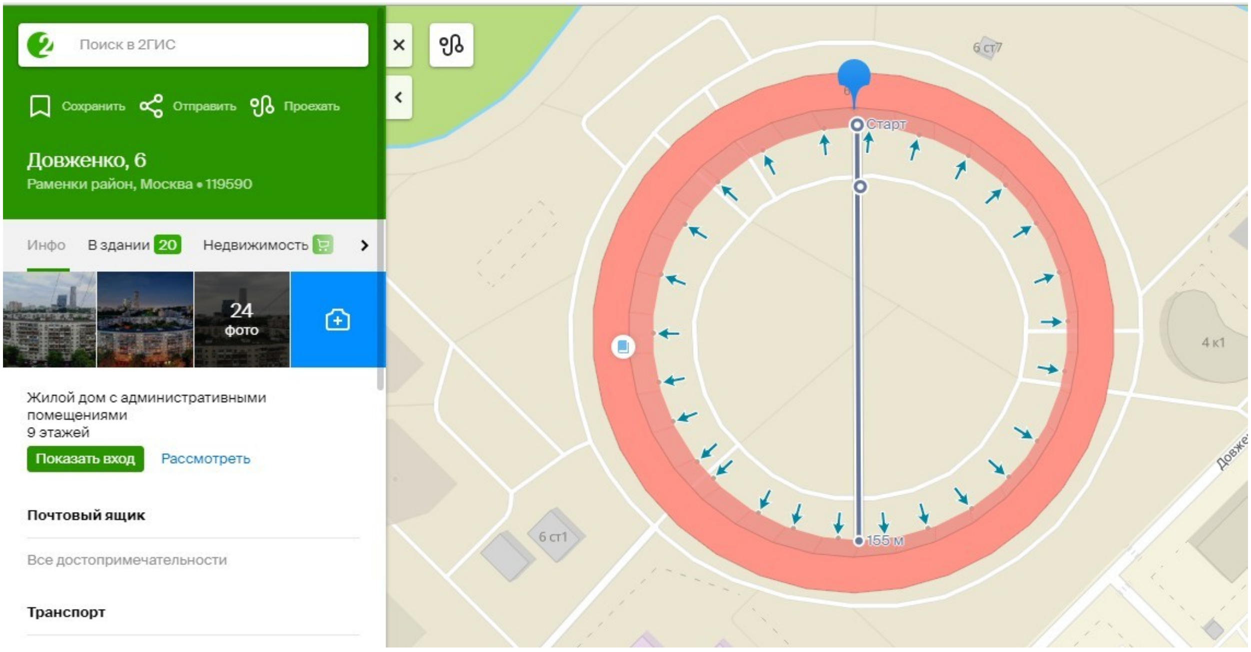

Рис.12. Работа с картой.

Замер на карте: диаметр всего круга равен 193 метра, диаметр двора – 155 метров. Чтобы найти диаметр постройки, необходимо найти площадь двора и вычесть ее от общей площади, занятой двором и домом вместе. Пусть $R1 = 193 : 2 = 96{,}5$ метров – радиус общей постройки, тогда $R2 = 153:2 = 77{,}5$ метров – радиус двора.

$S = \pi * R1^2 - \pi * R2^2 = 3,14 * 96,5 * 96,5 - 3,14 * 77,5 * 77,5 = 29240,465 - 18859,625 = 10380,84 \approx 10381м^2$

Ответ: $10381м^2$.

2.2. Окружность и круг в природе.

Несомненно, достопримечательностью городов являются не только строительные сооружения, придуманные человеком. Человек мог бы не обратить внимание на такую геометрическую фигуру как круг или окружность, если бы не встретил ее в природе. Рассмотрим несколько задач, связывающих окружность и круг с природой.

Недалеко от Пензы находится озеро, которое местные жители называют Мертвым. Там совершенно нет жизни, но это не самая главная его особенность. Дело в том, что Мертвое озеро представляет собой идеальный круг. Кажется, что окружность диаметром 450 метров начертили гигантским циркулем. При этом ученые говорят, что человек здесь ни при чем, просто так сложилось в природе.

Рис. 13. Мертвое озеро в Пензенской области.

Задача 5. Найти площадь Мертвого озера, если его диаметр равен 450 метров.

Решение: Радиус озера – 450 : 2 = 225 метров. $S = \pi * R^2$ = 3,14 * 225 * 225 = 158962,5 ≈ 158963 м²

Ответ: 158963 м².

Существует интересный подвид секвой – дендроны, отличающиеся меньшей высотой, но большим диаметром стволов. Самая объёмная секвойя в мире относится именно к этому подвиду, это 83,8-метровый "Генерал Шерман".

Рис.14. Секвойя Генерал Шерман.

Задача 6. Найти диаметр секвойи, если ее обхват составляет 34,9 метров.

Решение: L = πd = 34,9м

d = 34,9 : 3,14 ≈ 11,11м

Ответ: 11,11м

В Сергиевском районе Самарской области находится удивительное Голубое озеро, его форма тоже напоминает нам окружность. Озеро сероводородное, образовалось в карстовой воронке глубиной около 40 метров и свое название получило за интенсивную изумрудно-голубую окраску воды. Озеро прекрасно в любое время суток и время года.

Задача 7. Найти площадь Голубого озера, если его диаметр составляет около 42 метров.

Решение: Радиус озера – 42 : 2 = 21 метр. $S = \pi * R^2 = 3{,}14 * 21 * 21 = 1384{,}74 \approx 1385$ м²

Ответ: 1385 м².

Заключение

В процессе работы над проектом нам удалось отыскать несколько интересных визуализаций, практических ситуаций, в которых необходимо было применить теоретические знания, что позволило мне утверждать, что знания, полученные нами, можно применить на практике даже в ситуациях, от которых зависит исход важного дела.

В работе мы представили как теоретические описание с доказательством отдельных утверждений, так и практические иллюстрации. Доказали длину окружности, площадь круга, показались связь диаметра и длины окружности. Исследовательским компонентом работы стали задачи, которые можно встретить в повседневной жизни на применение изученной теории.

Многообразие форм представления данной теории позволяет лучше усваивать необходимый материал и помогает решать многие геометрические задания с похожим содержанием. Мы показали, что наглядно-образный прием подачи материала на конкретных примерах и ситуациях позволяет усваивать его не только интересней, но и качественней.

Список использованной литературы

1. Атанасян «Геометрия 7-9», Москва, «Просвещение», 1998

2. Виленкин Н. Я., Жохов В. И., Чесноков А. С., Шварцбург С. И. Математика, 6 класс. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций. М.: Мнемозина, 2014г.

3. Глейзер Г. И. История математики в школе 7-8 кл.: Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1982. С. 32.

4. Гусев В. А. Геометрия 5-6 классы: Учеб. пособие.- М.: ООО «Русское слово», 2002. С.118-142.

5. Епифанов Е. «Портрет» числа π. Коллекция головоломок // Квант, научно - популярный журнал . №4, 2014г.

6. Игнатьев Е. И. «Математическая смекалка». Занимательные задачи, игры, фокусы, парадоксы. Москва, «Омега», 1994.

7. Кессельман В. С. «Занимательная МАТЕМАТИКА» - М.: АСТ: Астрель, 2008. — 224 с

8. Колосов Д. Г. Первый шаг в робототехнику. Практикум для 5-6 кл. М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2015.

9. Панчищина В. А., Гельфман Е. Г. Геометрия, Томск 1999. 10.Перельман Я. И.«Занимательная геометрия», Москва, "Тезис", 1994

10. Шарыгин И. Ф., Ерганжиева Л. Н. Наглядная геометрия: Учеб. пособие для учащихся 5-6 классов. – М.: МИРОС, 1995. С. 72—83.