Задачи на тему «параллельность прямых и плоскостей»

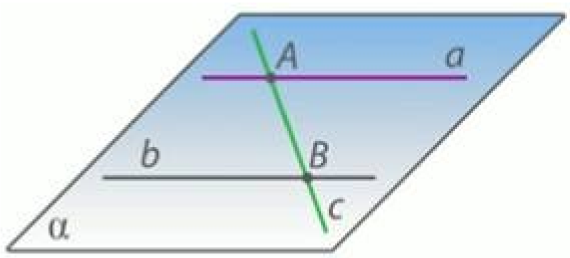
Задача 1.

Параллельные прямые a и b лежат в плоскости .

Докажите, что прямая c, пересекающая прямые a и b, также лежит в плоскости **а**.

Дано: a || b, a ∈ **а,** b ∈ **а**, c ∩ a=A, c ∩ b=B.

Доказать: c ∈ **а.**



Доказательство:

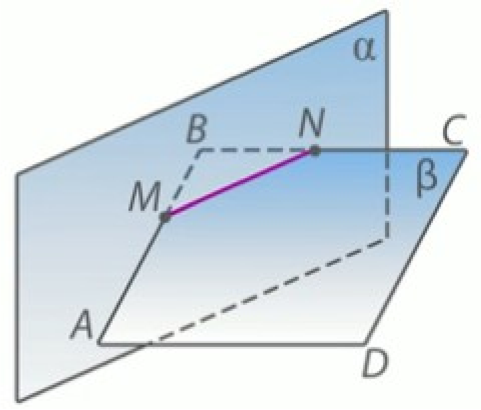
Точка A прямой c, принадлежит и прямой a, а значит, и плоскости **а.** Точка B прямой c принадлежит прямой b, а значит, и плоскости **а**. Так как две точки прямой c принадлежат плоскости **а** , то и вся прямая лежит в плоскости **а** , в силу аксиомы A2.

Задача 2.

Стороны AB и BC параллелограмма ABCD ∩ **а**. Докажите, что прямые AD и DC также ∩ **а**.

Дано: ABCD – параллелограмм, AB ∩ **а**=M, BC ∩ **а=**N

Доказать, что прямые AD и DC ∩ **а**.

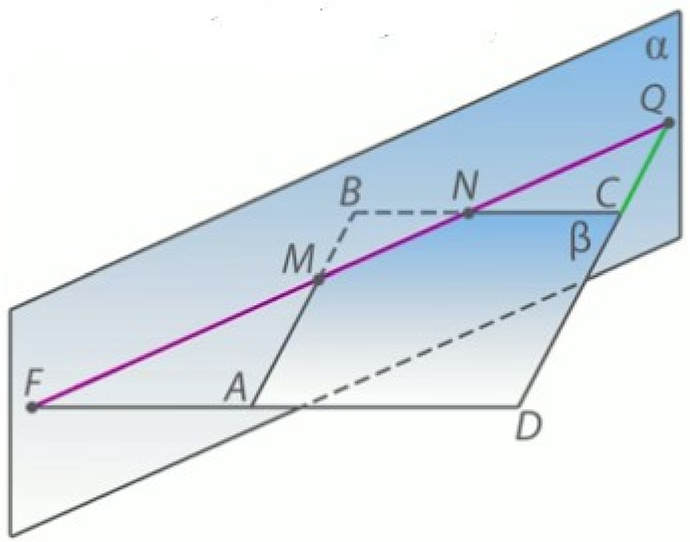


Обозначим плоскость ABC как **B**. . Тогда плоскости **a** и **B** ∩ MN.

Прямая AB ∩ **a**, и прямые AB ||CD (как стороны параллелограмма). Тогда, согласно лемме, прямая CD ∩ **a**. Аналогично, прямая BC ∩ **a**, и прямые BC II AD (как стороны параллелограмма). Тогда, согласно лемме, прямая AD ∩ **a**, что и требовалось доказать.

Давайте найдем эти точки пересечения. Пусть прямая CD ∩ **a** в точке Q, а прямая AD ∩ **a** в точке F.

Плоскости **a** и **B** ∩ MN, значит, все их общие точки лежат на этой прямой. Продолжим прямые CD и AD до их пересечения с прямой MN и получим соответственно точки Q и F.

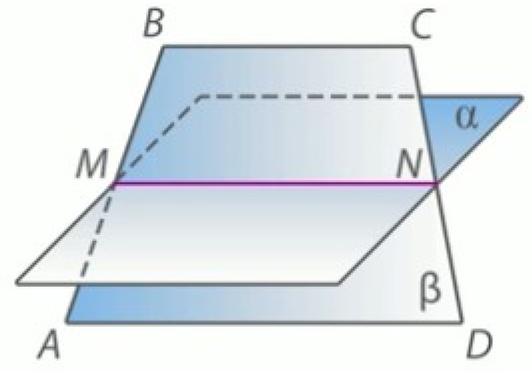


<u>Задача 3.</u>

Средняя линия трапеции лежит в плоскости **а**, не совпадающей с плоскостью **В**. . Пересекаются ли прямые, содержащие основания трапеции, с плоскостью **а**?

Дано: ABCD – трапеция, MN – средняя линия.MN $\in$ **а**, **а** не равно **В**.

Найти: пересекают ли прямые AD и BC плоскость **а**?



Решение:

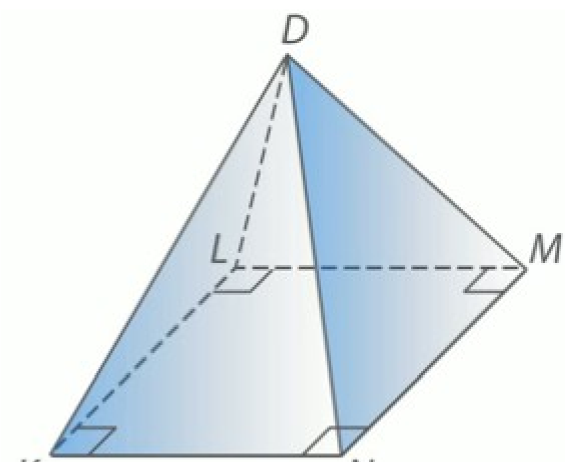
Вспомним, что средняя линия трапеции параллельна ее основанием. Значит, прямые AD II MN, а прямая MN $\in$ **а**. Значит, по признаку параллельности прямой и плоскости, AD II **а**.

<u>Задача 4.</u>

Точка D не лежит в плоскости прямоугольника KLMN. Доказать, что MN || DKL.

Дано: KLMN – прямоугольник,D не принадлежит KLM.

Доказать: MN || DKL



Доказательство:

Прямые KL || MN, а прямая KL $\in$ DKL. Следовательно, по признаку параллельности прямой и плоскости, MN || DKL, что и требовалось доказать.

Домашнее задание:

1) Верно ли утверждение: если 2 прямые не имеют общих точек, то они параллельны?
2) Параллельные прямые АС И BD пересекают плоскость **а** в точках А И В. Точки С и D лежат по одну сторону от плоскости **а**, АС=8см,BD=6 см, АВ=4 см.

А) Докажите, что прямая CD пересекает плоскость **а** в некоторой точке Е.

Б) Найдите отрезок BE.

3) На сторонах АВ и АС треугольника АВС взяты точки D и Е так, что ОЕ = 5 см и BD = 2/3. Плоскость **а** проходит через точки В и С, и параллельна отрезку ОЕ. Найдите длину отрезка ВС.
4) Через каждую точку из двух параллельных прямых a и b и точку M, не лежащую в плоскости этих прямых, проведена плоскость.
   Докажите, что эти плоскости пересекаются по прямой, параллельной прямым a и b.