ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Задача 1. Найти матрицу, обратную матрице $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ Ответ:

Главный определитель

∆=1*(1*1 - 5*0) - 0*((-3)*1 - 5*0) + 0*((-3)*0 - 1*0) = 1

Определитель отличен от нуля, следовательно, матрица является невырожденной и для нее можно найти обратную матрицу A^{-1}.

Обратная матрица будет иметь следующий вид:

$A^{-1} = \frac{1}{1}$

A_{11}	A_{21}	A_{31}
A_{12}	A_{22}	A_{32}
A_{13}	A_{23}	A_{33}

где A_{ij} - алгебраические дополнения.

Транспонированная матрица.

A^T=

1	0	0
-3	1	5
0	0	1

Найдем **алгебраические дополнения** матрицы A^T.

$A_{1,1} = (-1)^{1+1}$

1	5
0	1

$\Delta_{1,1} = (1*1 - 0*5) = 1$

$A_{1,2} = (-1)^{1+2}$

-3	5
0	1

$\Delta_{1,2} = -((-3)*1 - 0*5) = 3$

$A_{1,3} = (-1)^{1+3}$

-3	1
0	0

$\Delta_{1,3} = ((-3)*0 - 0*1) = 0$

$A_{2,1} = (-1)^{2+1}$

0	0
0	1

$\Delta_{2,1} = -(0*1 - 0*0) = 0$

$A_{2,2} = (-1)^{2+2}$

1	0
0	1

$\Delta_{2,2} = (1*1 - 0*0) = 1$

$A_{2,3} = (-1)^{2+3}$

1	0
0	0

$\Delta_{2,3} = -(1*0 - 0*0) = 0$

$$A_{3,1} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$\Delta_{3,1} = (0*5 - 1*0) = 0$

$$A_{3,2} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}$$

$\Delta_{3,2} = -(1*5 - (-3)*0) = -5$

$$A_{3,3} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$\Delta_{3,3} = (1*1 - (-3)*0) = 1$

Обратная матрица.

$$A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

0	-5	1

Проверим правильность нахождения обратной матрицы путем умножения исходной матрицы на обратную. Должны получить единичную матрицу *E*.

$E=A*A^{-1}=$

1	-3	0
0	1	0
0	5	1

$\frac{1}{1}$

1	3	0
0	1	0
0	-5	1

$E=A*A^{-1}=$

1*1+(-3)*0+0*0	1*3+(-3)*1+0*(-5)	1*0+(-3)*0+0*1
0*1+1*0+0*0	0*3+1*1+0*(-5)	0*0+1*0+0*1
0*1+5*0+1*0	0*3+5*1+1*(-5)	0*0+5*0+1*1

$=\frac{1}{1}$

1	0	0
0	1	0
0	0	1

$A*A^{-1}=$

1	0	0

0	1	0
0	0	1

Задача 2. Решить СЛАУ $\begin{cases} x+2y-z=3, \\ 3x-y+z=2, \\ 2x-3y+2z=-1. \end{cases}$

Ответ: {x+2y-z=3 (1)
{3x-y+z=2 (2)
{2x-3y+z=-1 (3)
прибавим (1) и (2),получим 4x+y=5
прибавим (1) и (3),получим 3x-y=2
прибавим
7x=7
x=1
4*1+y =5
y=5-4
y=1
подставим в (1)
1+2-z= 3
z=0
Ответ: (1 ;1;0)

Задача 3. Вероятность того, что в результате проверки изделию будет присвоен «Знак высшего качества», равна 0,2. На контроль поступило 9 изделий. Какова вероятность того, что знак высшего качества будет присвоен:

а) ровно 6-ти изделиям;

б) более чем 7-ми изделиям;

в) хотя бы одному изделию;

г) указать наивероятнейшее число изделий, получивших знак высшего качества, и найти соответствующую ему вероятность.

Решение.

Вероятность того, что изделию не будет присвоен знак «изделие высшего качества» равна $q = 1 - p = 1 - 0{,}2 = 0{,}8q = 1 - p = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.

а) $P_9(6) = \frac{9!}{6!(9-6)!} \cdot p^6 \cdot q^{9-6} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 0{,}000064 \cdot 0{,}512 = 0{,}0028$
$P_9(6) = \frac{9!}{6!(9-6)!} \cdot p^6 \cdot q^{9-6} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 0{,}000064 \cdot 0{,}512 = 0{,}0028$;

б) $P_9(m > 7) = P_9(8 \text{ или } 9) = P_9(8) + P_9(9) = \frac{9!}{8! \cdot 1!} \cdot p^8 \cdot q^1 + \frac{9!}{9! \cdot 0!} \cdot p^9 \cdot q^0 =$
$P_9(m > 7) = P_9(8 \text{ или } 9) = P_9(8) + P_9(9) = \frac{9!}{8! \cdot 1!} \cdot p^8 \cdot q^1 + \frac{9!}{9! \cdot 0!} \cdot p^9 \cdot q^0 =$

$= 9 \cdot 0{,}2^8 \cdot 0{,}8 + 1 \cdot 0{,}2^9 \cdot 1 = 0{,}000019$
$= 9 \cdot 0{,}2^8 \cdot 0{,}8 + 1 \cdot 0{,}2^9 \cdot 1 = 0{,}000019$;

в) событие DD – изделию присвоен знак «изделие высшего качества»;

событие $\overline{D}\overline{D}$ – ни одному изделию не будет присвоен знак «изделие высшего качества».

Тогда $P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 1 - P_9(0) = 1 - \frac{9!}{0!9!} \cdot p^0 \cdot q^9 = 1 - 0{,}13 = 0{,}87$
$P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 1 - P_9(0) = 1 - \frac{9!}{0!9!} \cdot p^0 \cdot q^9 = 1 - 0{,}13 = 0{,}87$

г)

$9 \cdot 0{,}2 - 0{,}8 \le k_0 \le 9 \cdot 0{,}2 + 0{,}29 \cdot 0{,}2 - 0{,}8 \le k_0 \le 9 \cdot 0{,}2 + 0{,}2$;

$1 \le k_0 \le 21 \le k_0 \le 2$.

Наивероятнейшее количество изделий у нас получилось 1 или 2, значит их вероятности равны. Найдем $P_9(1) = P_9(2)P_9(1) = P_9(2)$:

$$P_9(1) = P_9(2) = \frac{9!}{2!7!} \cdot p^2 \cdot q^7 = \frac{8 \cdot 9}{1 \cdot 2} \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}21 = 0{,}302$$

$$P_9(1) = P_9(2) = \frac{9!}{2!7!} \cdot p^2 \cdot q^7 = \frac{8 \cdot 9}{1 \cdot 2} \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}21 = 0{,}302$$