

Задача

Для цепи, приведенной на рис. 1.1 с параметрами: $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 1 \text{ Ом}$; $R_3 = 1 \text{ Ом}$; $R_4 = 6 \text{ Ом}$; $R_5 = 6 \text{ Ом}$; $R_6 = 4 \text{ Ом}$; $E_1 = 8 \text{ В}$; $E_2 = 10 \text{ В}$; $E_3 = 6 \text{ В}$ определить токи во всех ветвях методом непосредственного применения законов Кирхгофа.

Ответ представить в виде графического файла электрической схемы, с принятыми направлениями токов во всех ветвях и результатами вычисления токов во всех ветвях.

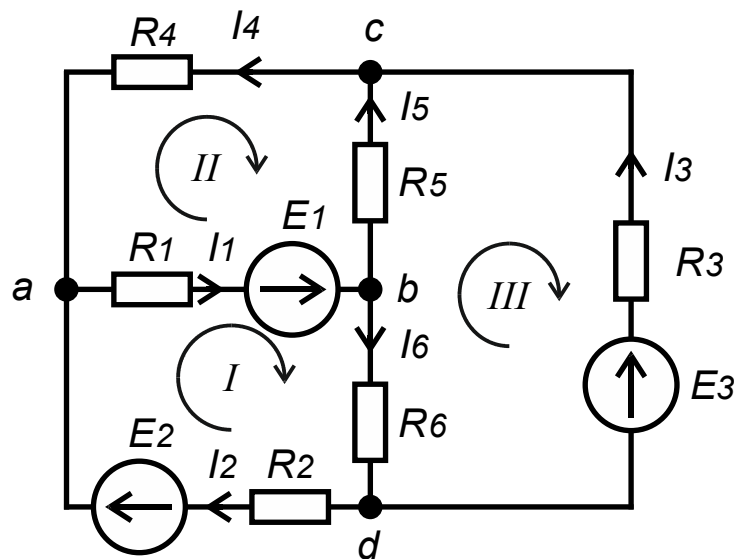


Рисунок 1.1 - Расчетная схема

Решение

При составлении независимых уравнений баланса токов возьмем за положительное направление тока направление тока ветви к узлу, и отрицательное значение тока, если ток ветви направлен от узла.

Для составления независимых уравнений баланса напряжений выбираем независимые (главные) контуры, чтобы каждый контур отличался от остальных хотя бы одной ветвью - главной ветвью. Напряжения ветви берется со знаком плюс, если направление обхода контура совпадает с направлением напряжения, если не совпадает, то со знаком минус.

Количество уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, бу-

дет определяется по формуле $m = q - 1$, где q - количество узлов.

$$m = q - 1 = 4 - 1 = 3.$$

для узла a $- I_1 + I_2 + I_4 = 0;$

для узла b $I_1 - I_5 - I_6 = 0;$

для узла c $I_3 - I_4 + I_5 = 0.$

По второму закону Кирхгофа:

для первого контура $I (R_1_E_1_R_6_R_2_E_2)$ $U_1 + U_2 + U_6 = E_1 + E_2;$

для второго контура $II (R_4_R_5_E_1_R_1)$ $- U_1 - U_4 - U_5 = - E_1;$

для второго контура $III (R_3_E_3_R_6_R_5)$ $- U_3 + U_5 - U_6 = - E_3.$

Количество компонентных уравнений равно числу ветвей, а для данной схемы их число равно 6:

для первой ветви $U_1 = I_1 \cdot R_1;$

для второй ветви $U_2 = I_2 \cdot R_2;$

для третьей ветви $U_3 = I_3 \cdot R_3;$

для четвертой ветви $U_4 = I_4 \cdot R_4;$

для пятой ветви $U_5 = I_5 \cdot R_5;$

для шестой ветви $U_6 = I_6 \cdot R_6.$

Для уменьшения количества неизвестных, в связи с необходимостью определения токов, подставим в уравнения по второму закону Кирхгофа компонентные уравнения.

Система линейно-независимых уравнений баланса токов будет иметь следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} - I_1 + I_2 + I_4 = 0; \\ I_1 - I_5 - I_6 = 0; \\ I_3 - I_4 + I_5 = 0; \\ I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_6 \cdot R_6 = E_1 + E_2; \\ - I_1 \cdot R_1 - I_4 \cdot R_4 - I_5 \cdot R_5 = - E_1; \\ - I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 = - E_3. \end{array} \right.$$

Полученную систему уравнений решим с помощью программы *MathCad* (рис. 1.2).

$$\begin{aligned}
R1 &:= 1 \hat{i} & R2 &:= 1 \hat{i} & R3 &:= 1 \hat{i} & R4 &:= 6 \hat{i} & R5 &:= 6 \hat{i} & R6 &:= 4 \hat{i} \\
E1 &:= 8 \hat{A} & E2 &:= 10 \hat{A} & E3 &:= 6 \hat{A} & & & & & & \\
I1 &:= 1 & I2 &:= 1 & I3 &:= 1 & I4 &:= 1 & I5 &:= 1 & I6 &:= 1
\end{aligned}$$

Given

$$\begin{aligned}
-I1 + I2 + I4 &= 0 \\
I1 - I5 - I6 &= 0 \\
I3 - I4 + I5 &= 0 \\
I1 \cdot R1 + I2 \cdot R2 + I6 \cdot R6 &= E1 + E2 \\
-I1 \cdot R1 - I4 \cdot R4 - I5 \cdot R5 &= -E1 \\
-I3 \cdot R3 + I5 \cdot R5 - I6 \cdot R6 &= -E3
\end{aligned}$$

$$\text{Find}(I1, I2, I3, I4, I5, I6) = \begin{pmatrix} 3.488 \\ 3.46133 \\ -0.69867 \\ 0.02667 \\ 0.72533 \\ 2.76267 \end{pmatrix}$$

Рисунок 1.2 - Решение системы уравнений в программе *Mathcad 15*

Таким образом, получено

$$I_1 = 3,488 \text{ A}; I_2 = 3,46133 \text{ A}; I_3 = -0,69867 \text{ A}; I_4 = 0,02667 \text{ A}; I_5 = 0,72533 \text{ A}; I_6 = 2,76267 \text{ A}.$$

Знак минус у третьего тока означает, что в реальной схеме ток протекает в сторону, противоположную выбранному нами изначально на схеме.

Электрическая схема, со значениями протекающих токов в ветвях приведена на рис. 1.3.

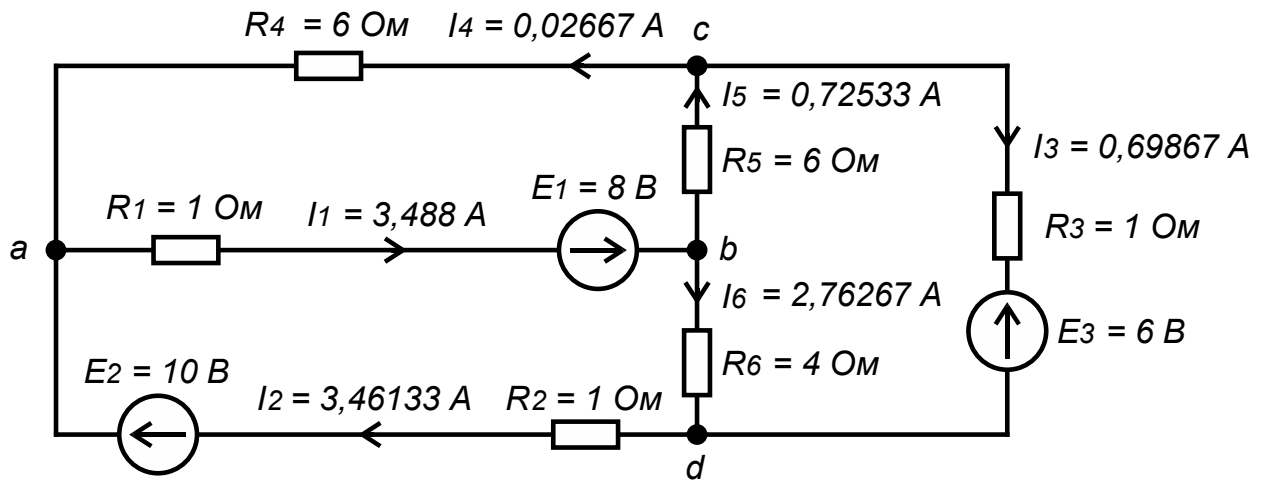


Рисунок 1.3 - Электрическая схема, со значениями протекающих
ТОКОВ В ВЕТВЯХ

Проверку рассчитанных токов выполним путем моделирования и расчета токов схемы в программе *Micro Cap 9*. Сформированная схема приведена на рисунке 1.4.

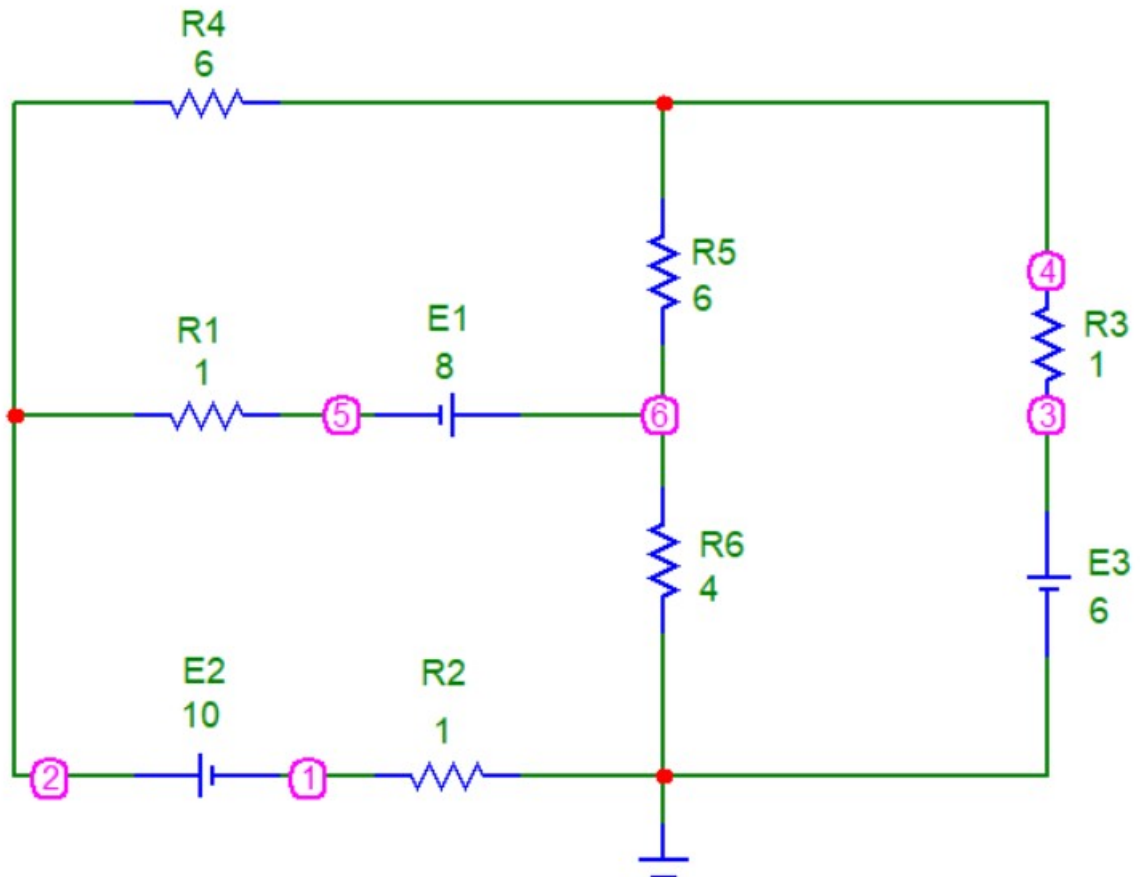


Рисунок 1.4 - Схема, сформированная в программе *Micro Cap 9*

После запуска схемы на расчет по переменному току, с выполнением всех настроек по умолчанию без изменений, выходу из режима расчета схемы по переменному току с включением отображения токов в схеме получим значения токов в ветвях схемы (рис. 1.5, значения синим цветом в синих прямоугольных областях).

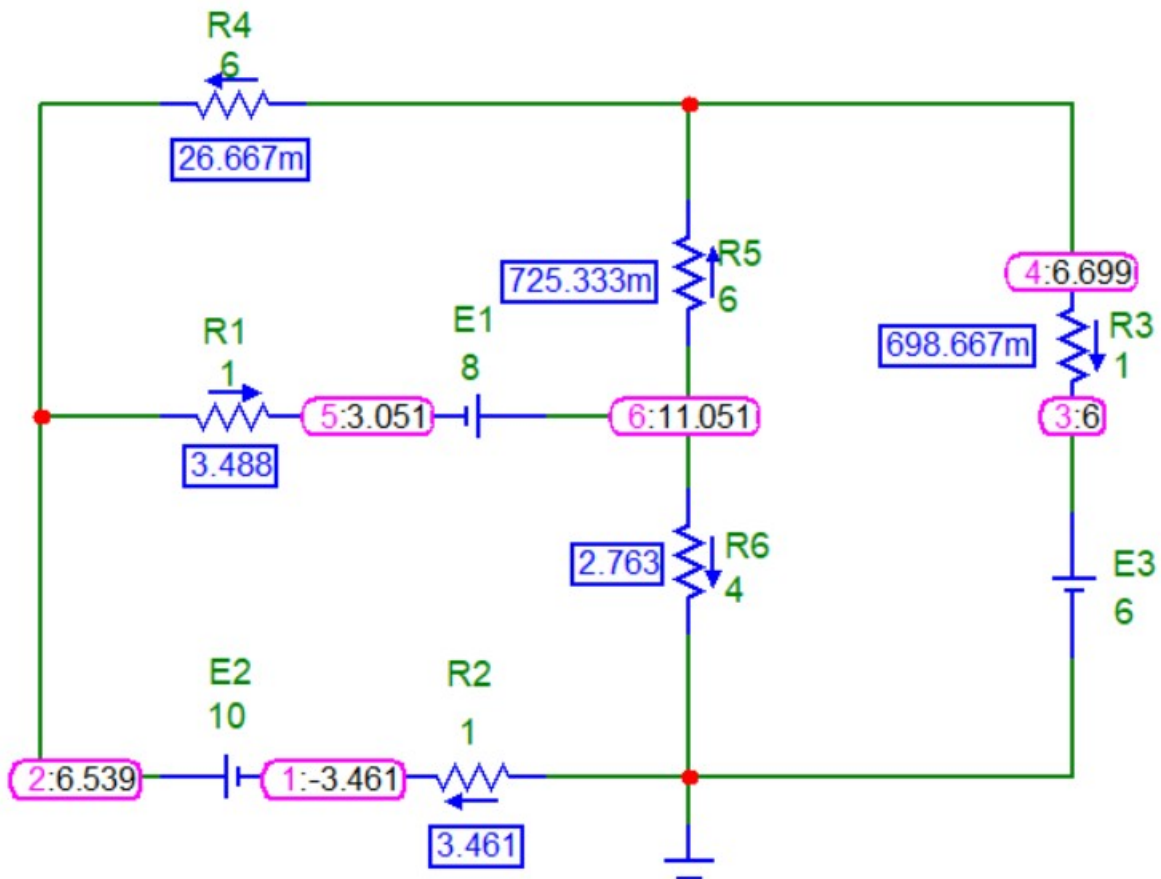


Рисунок 1.5 - Результаты расчетов в программе *Micro Cap 9*

Токи, найденные методом законов Кирхгофа с точностью до миллиампера, полностью совпадают с токами, найденными при моделировании схемы в программе *Micro Cap 9* для этой же цепи, что говорит о правильности решения.