

Автономная некоммерческая организация высшего образования
«МОСКОВСКИЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра экономики и управления

Форма обучения: заочная/очно-заочная

**ВЫПОЛНЕНИЕ
ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
МАТЕМАТИКА**

Группа

21ГУ111В

Студент

О.И. Салихова

МОСКВА 2021г.

Задачи:

Задача 1.1. Выполнить деление комплексных чисел:

$$\frac{1+2i}{3+4i}$$

Решение:

- 1) Раскрыла дробь;
- 2) Раскрыла скобки и упростила;
- 3) Вычислила произведения;
- 4) Привела подобные члены, вычислила.

$$\frac{1+2i}{3+4i} = \frac{(1+2i)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{1 \times 3 - 1 \times 4i + 2 \times 3i - 2 \times 4i^2}{3 \times 3 + 4 \times 4} = \frac{3 - 4i + 6i + 8}{9 + 16} = \frac{11 + 2i}{25} = i$$

$$i 0.44 + 0.08i$$

Ответ: $\frac{11+2i}{25}$ или $0,44+0,08i$

Задача 1.2. Выполнить деление комплексных чисел:

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}i}{\sqrt{3} - \sqrt{2}i}$$

Решение:

- 1) Избавилась от иррациональности в знаменателе;
- 2) Представила в виде степени;
- 3) Разложила выражение и вычислила;

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}i}{\sqrt{3} - \sqrt{2}i} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2}i)(\sqrt{3} + \sqrt{2}i)}{5} = i i$$

$$i \frac{1 + 2\sqrt{6}i}{5}$$

Ответ: $\frac{1 + 2\sqrt{6}i}{5}$

Задача 2.1. Вычислить пределы последовательностей:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{3n+5} \right)$$

Решение:

- 1) Разложила выражения на множители т.е вынесла за скобки общий множитель n ;
- 2) Нашла значение предела;
- 3) Упростила выражение.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{3n+5} \right) = \left(\frac{n \left(2 + \frac{3}{n} \right)}{n \left(3 + \frac{5}{n} \right)} \right) = \left(\frac{2 + \frac{3}{n}}{3 + \frac{5}{n}} \right) = \frac{2+3 \times 0}{3+5 \times 0} = \frac{2}{3}$$

Ответ: $\frac{2}{3}$ **Задача 2.2.** Вычислить пределы последовательностей:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n+1} - \sqrt{n+2})$$

Решение:

- 1) Разложила выражение, вычислила;
- 2) Упростила выражение, раскрыла скобки;
- 3) Привела подобные члены, вычислила;
- 4) Сократила дроби, вычислила пределы.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n+1} - \sqrt{n+2}) = \left((\sqrt{3n+1} - \sqrt{n+2}) \times \frac{\sqrt{3n+1} + \sqrt{n+2}}{\sqrt{3n+1} + \sqrt{n+2}} \right) = i$$

$$i \left(\frac{(\sqrt{3n+1} - \sqrt{n+2})(\sqrt{3n+1} + \sqrt{n+2})}{\sqrt{3n+1} + \sqrt{n+2}} \right) = \left(\frac{3n+1 - (n+2)}{\sqrt{3n+1} + \sqrt{n+2}} \right) = i$$

$$i \left(\frac{3n+1 - n - 2}{\sqrt{3n+1} + \sqrt{n+2}} \right) = \left(\frac{2n-1}{\sqrt{3n+1} + \sqrt{n+2}} \right) = \left(\frac{2n^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{n}}}{\sqrt{3 + \frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \frac{2}{n}}} \right) = i$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n^{1/2} - \frac{1}{\sqrt{n}} \right) = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3 + \frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \frac{2}{n}} \right) = \sqrt{3} + 1$$

$$\left(\frac{2n^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{n}}}{\sqrt{3} + \frac{1}{n} + \sqrt{1 + \frac{2}{n}}} \right) = +\infty \text{ (поскольку } a > 0, \text{ то есть } +\infty)$$

Ответ: $+\infty$

Задача 3.1. Используя признаки Даламбера и Коши исследовать сходимость рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$$

Решение:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3}{3^n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^{-3}}$$

При применении сравнительного признака было выявлено: $l = -3$

Так как l меньше 1, то значит, ряд сходится по признаку Даламбера и Коши

Ответ: Ряд сходится

Задача 3.2. Используя признаки Даламбера и Коши исследовать сходимость рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} i i$$

Решение:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{i i i i}$$

Так как l меньше 1, то значит, ряд сходится по признаку Даламбера и Коши

Ответ: Ряд сходится

Задача 4.1 Найти производные сложных функций

$$y = \sin i i$$

Решение:

$$1) y' = \frac{d}{dx} i i$$

$$2) y' = \frac{d}{dg} \text{ ;}$$

$$3) y' = \cos g \frac{1}{x}$$

$$4) y' = \cos \text{ ; ;}$$

Ответ: $y' = \cos \text{ ; ; ;}$

Задача 4.2 Найти производные сложных функций

$$y = \ln \sqrt[6]{x}$$

Решение:

$$1) y' = \frac{d}{dx} \text{ ;}$$

$$2) y' = \frac{d}{dx} (\ln x^{\frac{1}{6}})$$

$$3) y' = \frac{d}{dg} \text{ ;}$$

$$4) y' = \frac{1}{g} \times \frac{1}{6} x^{-\frac{5}{6}} \text{ ;}$$

$$5) y' = \frac{1}{x^{\frac{1}{6}}} \times \frac{1}{6} x^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6x}$$

Ответ: $y' = \frac{1}{6x}$

Задача 5.1. Вычислить неопределённый интеграл

$$\int x^3 \sin 2x dx$$

Решение:

$$\int \frac{t^3 \sin t}{16} dt = \frac{1}{16} \times \int t^3 \sin t dt = \text{ ;}$$

$$\text{ ; } \frac{1}{16} \times \text{ ;}$$

$$i \frac{1}{16} \times i$$

$$i \frac{1}{16} \times i$$

$$i \frac{1}{16} \times i$$

$$i - \frac{x^3 \cos 2x}{2} + \frac{3x^2 \sin 2x + 3x \cos 2x}{4} - \frac{3 \sin 2x}{8}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{x^3 \cos 2x}{2} + \frac{3x^2 \sin 2x + 3x \cos 2x}{4} - \frac{3 \sin 2x}{8} + C; C \in R$$

Задача 5.2. Вычислить неопределённый интеграл

$$\int x^2 2^x dx$$

Решение:

$$u = x^2$$

$$dv = 2^x dx$$

$$du = 2x dx$$

$$v = \frac{2^x}{\ln 2}$$

$$x^2 \frac{2^x}{\ln 2} - \int \frac{2^x}{\ln 2} 2x dx = i$$

$$i x^2 \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2} 2 \int 2^x x dx = i i$$

$$i x^2 \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{2}{\ln 2} \int x 2^x dx = i i$$

$$i x^2 \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{2}{\ln 2} i$$

$$i x^2 \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{2}{\ln 2} i$$

$$i \frac{x^2 2^x}{\ln 2} - \frac{\ln 2 \times 2^{x+1} x - 2^{x+1}}{\ln 2^3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{x^2 2^x}{\ln 2} - \frac{\ln 2 \times 2^{x+1} x - 2^{x+1}}{\ln 2^3} + C; C \in R$$

Задача 6.1 Найти частные производные первого и второго порядка

$$z = \frac{1}{x^3 y^4 \cos x}$$

Решение:

$$\frac{dz}{dx} = -y^4 \frac{\sin x}{x^3} - 3y^4 \frac{\cos x}{x^4}$$

$$\frac{dz}{dy} = 4y^3 \frac{\cos x}{x^3}$$

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = i$$

$$+6y^4 \frac{\sin x}{x^4} + 12y^4 \frac{\cos x}{x^5}$$

$$\frac{d^2 z}{dy^2} = i$$

Ответ: $-y^4 \frac{\sin x}{x^3} - 3y^4 \frac{\cos x}{x^4}; 4y^3 \frac{\cos x}{x^3}; -y^4 \frac{\cos x}{x^3} + 6y^4 \frac{\sin x}{x^4} + 12y^4 \frac{\cos x}{x^5}; 12y^2 \frac{\cos x}{x^3}$

Задача 6.2 Найти частные производные первого и второго порядка

$$z = x^y$$

Решение:

$$\frac{dz}{dx} = x^y \frac{y}{x}$$

$$\frac{dz}{dy} = x^y \ln x$$

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = i$$

$$\frac{d^2 z}{dy^2} = i$$

Ответ: $x^y \frac{y}{x}; x^y \ln x; x^y \frac{y^2}{x^2} - x^y \frac{y}{x^2}; x^y \ln x^2$

Задача 7.1 Найти сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Решение:

1) $c_{11} = a_{11} + b_{11} = 1 + (-1) = 0$

2) $c_{12} = a_{12} + b_{12} = 2 + 2 = 4$

3) $c_{21} = a_{21} + b_{21} = 3 + 1 = 4$

4) $c_{22} = a_{22} + b_{22} = 4 + 4 = 8$

Ответ: $C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$

Задача 7.2 Найти сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} -8 & -3 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Решение:

1) $c_{11} = a_{11} + b_{11} = (-8) + (-1) = -9$

2) $c_{12} = a_{12} + b_{12} = (-3) + (-1) = -4$

3) $c_{21} = a_{21} + b_{21} = (-2) + (-1) = -3$

4) $c_{22} = a_{22} + b_{22} = (-6) + (-1) = -7$

Ответ: $C = \begin{pmatrix} -9 & -4 \\ -3 & -7 \end{pmatrix}$

Задача 8.1 Найти произведение матриц

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение:

1) $c_{11} = a_{11} \times b_{11} + a_{12} \times b_{21} = 0 \times 2 + 1 \times 0 = 0$

2) $c_{12} = a_{11} \times b_{12} + a_{12} \times b_{22} = 0 \times 5 + 1 \times 1 = 1$

3) $c_{21} = a_{21} \times b_{11} + a_{22} \times b_{21} = (-2) \times 2 + 3 \times 0 = -4$

4) $c_{22} = a_{21} \times b_{12} + a_{22} \times b_{22} = (-2) \times 5 + 3 \times 1 = -7$

Ответ: $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -7 \end{pmatrix}$

Задача 8.2 Найти произведение матриц

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

Решение:

$$1) c_{11} = a_{11} \times b_{11} + a_{12} \times b_{21} = 6 \times 0 + 2 \times 5 = 10$$

$$2) c_{12} = a_{11} \times b_{12} + a_{12} \times b_{22} = 6 \times (-6) + 2 \times 7 = -22$$

$$3) c_{21} = a_{21} \times b_{11} + a_{22} \times b_{21} = 3 \times 0 + 8 \times 5 = 40$$

$$4) c_{22} = a_{21} \times b_{12} + a_{22} \times b_{22} = 3 \times (-6) + 8 \times 7 = 38$$

$$\text{Ответ: } C = \begin{pmatrix} 10 & -22 \\ 40 & 38 \end{pmatrix}$$

Задача 9.1 Найти определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Решение:

$$1) |A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 \times 3 - 2 \times 1 = 7$$

$$\text{Ответ: } |A| = 7$$

Задача 9.2 Найти определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

Решение:

$$1) |A| = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 3 \times 7 - 5 \times 6 = -9$$

$$\text{Ответ: } |A| = -9$$

Задача 10.1 Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 7x + 2y = 15 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$$

Решение:

$$1) \begin{cases} 2y = 15 - 7x \\ x - 2y = 7 \end{cases}$$

$$2) x - (15 - 7x) = 7$$

$$3) x = \frac{11}{4}$$

$$4) \frac{11}{4} - 2y = 7$$

$$5) y = \frac{-17}{8}$$

Ответ: $(x, y) = \left(\frac{11}{4}; -\frac{17}{8}\right)$

Задача 10.2 Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 9x = 11y + 5 \\ 6y = 12x - 8 \end{cases}$$

Решение:

$$1) \begin{cases} 9x = 11y + 5 \\ x = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}y \end{cases}$$

$$2) 9\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}y\right) = 11y + 5$$

$$3) y = \frac{2}{13}$$

$$4) x = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{13}$$

$$5) x = \frac{29}{39}$$

Ответ: $(x, y) = \left(\frac{29}{39}; \frac{2}{13}\right)$

Задача 11.1 Для заданных векторов найти смешанное произведение

$$[\vec{a} \times \vec{b}] \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = (1; -2; 1) \quad \vec{b} = (2; 1; -2) \quad \vec{c} = (1; 1; 1)$$

Решение:

$$1) [\vec{a} \times \vec{b}] \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 \cdot 1 + (-2) \cdot (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 1 - (-2) \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-2) \cdot 1 = 12$$

Ответ: $[\vec{a} \times \vec{b}] \cdot \vec{c} = 12$

Задача 11.2 Для заданных векторов найти смешанное произведение

$$[\vec{a} \times \vec{b}] \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = (1; 1; 2) \quad \vec{b} = (1; -1; 3) \quad \vec{c} = (-2; -2; 2)$$

Решение:

1)

$$[\vec{a} \times \vec{b}] \cdot \vec{c}$$

=

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ -2 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) \cdot 2 + 1 \cdot 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 \cdot (-2) - 2 \cdot (-1) \cdot (-2) - 1 \cdot 1 \cdot 2 - 1 \cdot 3 \cdot (-2) = -12$$

Ответ: $[\vec{a} \times \vec{b}] \cdot \vec{c} = -12$