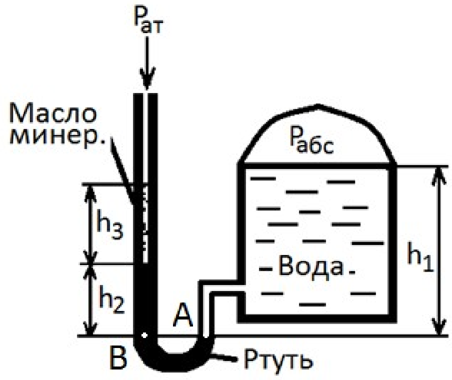
Задача № 1.4

Условие:

Определить абсолютное давление в сосуде по показанию жидкостного манометра, если известно: $h_1 = 2$ м; $h_2 = 0,5$ м; $h_3 = 0,2$ м; $\rho_м = 880$ кг/м³.

Решение:

Дано:

$h_1 = 2$ м	
$h_2 = 0,5$ м	
$h_3 = 0,2$ м	
$\rho_м = 880$ кг/м³	
$\rho_{рт} = 13600$ кг/м³	
$\rho_в = 1000$ кг/м³	
Найти: $p_{абс}$ - ?	

Давление в точках А и В равно, так как они лежат в одной горизонтальной плоскости, проходящей в однородной жидкости, поэтому:

$$p_{ат} + \rho_м * g * h_3 + \rho_{рт} * g * h_2 = p_{абс} + \rho_в * g * h_1.$$

Тогда абсолютное давление в сосуде:

$$p_{абс} = p_{ат} + \rho_м * g * h_3 + \rho_{рт} * g * h_2 – \rho_в * g * h_1 =$$

$$= 100000 + 880 * 9,81 * 0,2 + 13600 * 9,81 * 0,5 – 1000 * 9,81 * 2 =$$

$$= 148815 \text{ Па} = 148 \text{ кПа}.$$

Ответ: $p_{абс} = 148$ кПа.

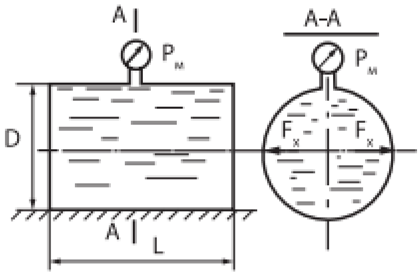
Задача № 2.5

Условие:

Цилиндрический сосуд с размерами D = 2,3 м и L = 5 м заполнен бензином. Определить разрывающие усилия F_x, если показания манометра $p_м$ = 58 кПа.

Решение:

Дано:

D = 2,3 м	
L = 5 м	
$p_м$ = 58 кПа	
ρ = 800 кг/м³	
Найти: F_x - ?	

Сила, разрывающая цистерну, равна горизонтальной составляющей силы давления воды на криволинейную стенку:

$$F_x = \rho * \omega = \left(p_m + \rho * g * \frac{D}{2} \right) * D * L .$$

$$F_x = \left(58 * 10^3 + 800 * 9{,}81 * \frac{2{,}3}{2} \right) * 2{,}3 * 5 = 770790$$ Н.

Ответ: F_x = 770,8 кН.

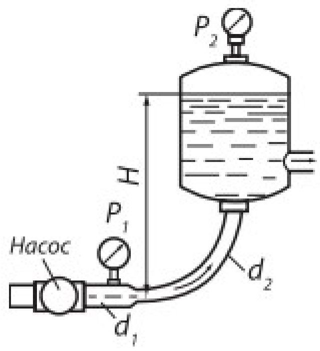
Задача № 3.4

Условие:

Насос нагнетает жидкость в напорный бак, где установились постоянный уровень на высоте Н = 2 м и постоянное давление Р = 0,2 МПа. Манометр, установленный на выходе из насоса на трубе диаметром d_1 = 75 мм, показывает P_1 = 0,25 МПа. Определить расход жидкости Q, если диаметр искривленной трубы, подводящей жидкость к баку, равен d_2 = 50 мм; коэффициент сопротивления этой трубы принят равным ζ = 0,5. Плотность жидкости ρ = 800 кг/м^3.

Решение:

Дано:

H = 2 м	
P = 0,2 МПа	
d_1 = 75 мм	
P_1 = 0,25 МПа	
d_2 = 50 мм	
ζ = 0,5	
ρ = 800 кг/м^3	
Найти: Q - ?	

Для решения данной задачи нужно использовать уравнение Бернулли, записав его для двух сечений: сечение 1-1 — в месте подсоединения манометра к трубопроводу с диаметром d_1 , сечение 2-2 — по свободной поверхности жидкости в баке, плоскость сравнения 0-0 — по осевой линии горизонтальной части трубы, т.к. относительно ее дано расстояние H до свободной поверхности жидкости. Для выбранных сечений и плоскости сравнения уравнение Бернулли запишется следующим образом:

$$p_1+\frac{\rho*v^2}{2}=\rho*g*H+p_2+p_n.$$

Последнее слагаемое в правой части уравнения, потери давления $p_п$, можно записать как:

$$p_n = \zeta * \frac{\rho * v_2^2}{2}.$$

Скорости v_1 и v_2 можно выразить через расход и сечение труб, т.е.:

$$v_1 = \frac{4*Q}{\pi * d_1^2};\, v_2 = \frac{4*Q}{\pi * d_2^2};$$

С учетом полученных выражений уравнение Бернулли будет иметь вид:

$$p_1 + \frac{8*\rho*Q^2}{\pi^2 * d_1^4} = \rho * g * H + p_2 + \frac{8*\rho*Q^2}{\pi^2 * d_2^4} * \zeta.$$

Перегруппировав члены уравнения и вынеся общие множители за скобки, получим следующее уравнение:

$$\frac{8*\rho*Q^2}{\pi^2} \text{¿} \left(\frac{\zeta}{d_2^4} - \frac{1}{d_1^4} \right) = p_1 - p_2 - \rho * g * H.$$

Из последнего уравнения получим:

$$Q = \frac{\pi}{4} \text{¿} \sqrt{\frac{\left(p_1 - p_2 - \rho * g * H\right) * 2}{\rho * \left(\frac{\zeta}{d_2^4} - \frac{1}{d_1^4} \right)}} =$$

$$= \frac{3{,}14}{4} \text{¿} \sqrt{\frac{\left(0{,}25*10^6 - 0{,}2*10^6 - 800*9{,}81*2\right)*2}{800*\left(\frac{0{,}5}{0{,}05^4} - \frac{1}{0{,}075^4} \right)}} = 33 \text{ л/с.}$$

Ответ: Q = 33 л/с.

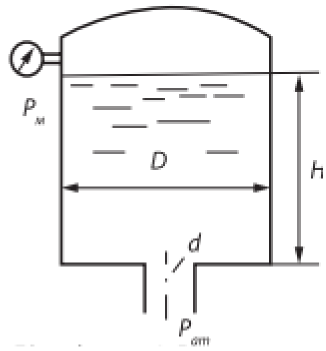
Задача № 4.5

Условие:

Какое избыточное давление $p_м$ воздуха нужно поддерживать в баке, чтобы его опорожнение происходило в два раза быстрее, чем при атмосферном давлении над уровнем воды; каким будет при этом время опорожнения бака? Диаметр бака D = 0,9 м, его начальное заполнение H = 2,1 м. Истечение происходит через цилиндрический насадок диаметром d = 30 мм, коэффициент расхода которого μ = 0,82.

Решение:

Дано:

D = 0,9 м	
H = 2,1 м	
d = 30 мм	
μ = 0,82	
Найти: $p_м$ - ? t - ?	

Запишем уравнение Бернулли для движения жидкости от свободной поверхности до выхода в атмосферу:

$$h + \frac{p_m}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + \xi * \frac{v^2}{2g};$$

$$h + \frac{p_m}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + \frac{(1+\xi) * v^2}{2g};$$

$$\frac{v^2}{2g} * (1+\xi) = h + \frac{p_m}{\gamma} - \frac{p_0}{\gamma}.$$

Скорость истечения жидкости из отверстия:

$$v = \sqrt{\frac{2g * (h + \frac{p_m}{\gamma} - \frac{p_0}{\gamma})}{1+\xi}} = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}} * \sqrt{2g * \left(h + \frac{p_m}{\gamma} - \frac{p_0}{\gamma}\right)}.$$

Коэффициент скорости:

$$\frac{1}{\sqrt{1+\xi}} = \varphi.$$

Коэффициент расхода:

$$\mu = \varepsilon * \varphi;$$

$$\varepsilon \approx 1 \rightarrow \mu \approx \varphi .$$

Скорость истечения жидкости из отверстия:

$$v = \mu \sqrt{2g*\left(h + \frac{(p_m - p_0)}{\gamma}\right)}.$$

Расход через отверстие:

$$Q = v*S_0 = \mu*S_0\sqrt{2g*\left(h + \frac{(p_m - p_0)}{\gamma}\right)};$$

$$S_0 = \frac{\pi*d^2}{4} = \frac{3,14*(0,03)^2}{4} = 7,1\cdot 10^{-4}\,м^2.$$

$$S*dh = -Q*dt.$$

$$S = \frac{\pi*D_1^2}{4} = \frac{3,14*(0,9)^2}{4} = 0,6\,м^2.$$

Равенство расходов через свободную поверхность и отверстие:

$$S*d*h = -\mu*S_0\sqrt{2g*\left(h + \frac{(p_m - p_0)}{\gamma}\right)}*dt.$$

Время истечения жидкости из закрытого сосуда:

$$d*t = \frac{S*d*h}{-\mu*S_0*\sqrt{2g*\left(h + \frac{(p_m - p_0)}{\gamma}\right)}} = \frac{S*d*h}{-\mu*S_0*\sqrt{2g}*\sqrt{h + \frac{(p_m - p_0)}{\gamma}}}.$$

$$t = \frac{S}{-\mu*S_0*\sqrt{2g}}\int_{h=H}^{h=0}\frac{d*h}{\sqrt{h + \frac{(p_m - p_0)}{\gamma}}} = \frac{S}{\mu*S_0*\sqrt{2g}}\int_{h=0}^{h=H}\frac{d*h}{\sqrt{h + \frac{(p_m - p_0)}{\gamma}}}.$$

Если сосуд открыт, то время истечения жидкости:

$$t' = \frac{S}{-\mu*S_0*\sqrt{2g}}\int_{h=H}^{h=0}\frac{dh}{\sqrt{h}}.$$

$t' = 2t$(по условии задачи).

$$\frac{S}{\mu*S_0*\sqrt{2g}}\int_{h=0}^{h=H}\frac{dh}{\sqrt{h}} = ¿\,\frac{2S}{\mu*S_0*\sqrt{2g}}\int_{h=0}^{h=H}\frac{d*h}{\sqrt{h + \frac{(p_m - p_0)}{\gamma}}}.¿$$

Сократим левую и правую часть на:

$$\frac{S}{\mu*S_0*\sqrt{2g}}.$$

$$\int\limits_{h=0}^{h=H} \frac{d*h}{\sqrt{h}} = \text{¿} 2\sqrt{H} \text{¿}$$

Найдем интеграл:

$$2\int\limits_{h=0}^{h=H} \frac{d*h}{\sqrt{h+\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}}} = \left| \begin{array}{c} h+\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}=t \\ h=t-\frac{(p_m-p_0)}{\gamma} \\ d*h=d*t \\ h=0\to t=H+\frac{(p_m-p_0)}{\gamma} \end{array} \right| = \text{¿}$$

$$\text{¿} 2 \int\limits_{t=\frac{p_m-p_0}{\gamma}}^{t=H+\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}} \frac{d*t}{\sqrt{t}} = 4\sqrt{H+\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}} - 4\sqrt{\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}}$$

Следовательно:

$$2\sqrt{H} = 4\left(\sqrt{H+\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}} - \sqrt{\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}}\right);$$

$$\sqrt{H} = 2\left(\sqrt{H+\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}} - \sqrt{\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}}\right);$$

$$\frac{\sqrt{H}}{2} = \sqrt{H+\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}} - \sqrt{\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}};$$

$$\frac{\sqrt{H}}{2} + \sqrt{\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}} = \sqrt{H+\frac{(p_m-p_0)}{\gamma}};$$

$$\frac{H}{4} + \sqrt{\frac{H*(p_m-p_0)}{\gamma}} + \frac{(p_m-p_0)}{\gamma} = H + \frac{(p_m-p_0)}{\gamma};$$

$$\sqrt{\frac{H*(p_m-p_0)}{\gamma}} = \frac{3H}{4};$$

$$\frac{H*(p_m-p_0)}{\gamma} = \frac{9H^2}{16}.$$

Избыточное давление в баке:

$$p_м = p_0 + \frac{9*H*\gamma}{16} = 1*10^5\,Па + \frac{9*2,1*9800}{16} = \text{¿}$$

$$\text{¿} 111576\,Па = 111,6\,кПа.$$

Время опорожнения сосуда:

$$t=2\frac{\left(\sqrt{H+\frac{(p_м-p_0)}{\gamma}}-\sqrt{\frac{(p_м-p_0)}{\gamma}}\right)*S}{\mu*S_0*\sqrt{2g}}=\text{¿}2\frac{\left(\sqrt{2,1+\frac{(111576-100000)}{9800}}-\sqrt{\frac{(111576-100000)}{9800}}\right)*0,6}{0,82*7,1*10^{-4}*\sqrt{2*9,8}}=337,3\,c.$$

Ответ: $p_м$ = 111,6 кПа; t = 5 мин. 37 с.

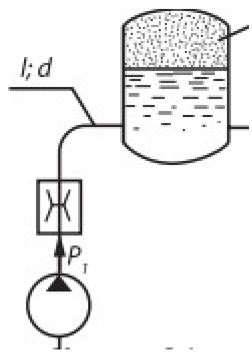
Задача № 5.4

Условие:

Какое давление должен создавать насос при подаче масла Q = 0,4 л/с и при давлении воздуха в пневмогидравлическом аккумуляторе p_2 = 2 МПа, если коэффициент сопротивления квадратичного дросселя ξ = 100; длина трубопровода от насоса до аккумулятора l = 4 м; диаметр d = 10 мм? Свойства масла ρ = 900 кг/м^3; ν = 0,5 Ст. Коэффициент ξ отнесен к трубе d = 10 мм.

Решение:

Дано:

<table>
<tr><td>Q = 0,4 л/с</td><td rowspan="8">
</td></tr>
<tr><td>p_2 = 2 МПа</td></tr>
<tr><td>ξ = 100</td></tr>
<tr><td>l = 4 м</td></tr>
<tr><td>d = 10 мм</td></tr>
<tr><td>ρ = 900 кг/м^3</td></tr>
<tr><td>ν = 0,5 Ст</td></tr>
<tr><td>Найти:
p_1 - ?</td></tr>
</table>

Определим режим течения жидкости:

$$\mathrm{Re}=\frac{4*Q}{\pi*d*\nu}=\frac{4*4*10^{-4}}{3,14*0,01*5*10^{-5}}=1019$$ (ламинарный).

Запишем уравнение Бернулли для сечений 1-2:

$$z_1+\frac{p_1}{\rho * g}+\frac{\alpha_1 * V_1^2}{2 * g}=z_2+\frac{p_2}{\rho * g}+\frac{\alpha_2 * V_2^2}{2 * g}+\sum h_{1-2},$$

где $z_1=0,\ z_2=0$ — положения соответствующих сечений относительно плоскости сравнения; $p_1,\ p_2$ — избыточные давления в соответствующих сечениях; $V_1=\frac{Q}{S}=\frac{4\text{Q}}{\pi \text{d}^2},\ V_2=0$ — скорости истечения жидкости; $\alpha_1=\alpha_2=\alpha=2$ — коэффициенты Кориолиса для ламинарного течения; $\sum h_{1-2}=h_{l.}+h_{\text{др}}+h_{в.р.}$ — суммарные потери напора (потери по длине, в дросселе и на внезапном расширении); $h_l=\frac{128*\nu*1*\text{Q}}{\pi*\text{g}*\text{d}^4}$ – потери напора по длине; $h_{\text{др}}=\xi_{\text{др}}*\frac{8*\text{Q}^2}{\text{g}*\pi^2*\text{d}^4}$ – потери на дросселе; $h_{в.р.}=\xi_{в.р.}*\frac{8*\text{Q}^2}{\text{g}*\pi^2*\text{d}^4}$ — потери на внезапном расширении, $\xi_{в.р.}=1$.

Таким образом, получаем:

$$\frac{p_1}{\rho * g}+\frac{8*\alpha*\text{Q}^2}{\text{g}*\pi^2*\text{d}^4}=\frac{p_2}{\rho * g}+\frac{128*\nu*1*\text{Q}}{\pi*\text{g}*\text{d}^4}+\xi_{\text{др}}¿\frac{8*\text{Q}^2}{\text{g}*\pi^2*\text{d}^4}+\xi_{в.р.}¿\frac{8*\text{Q}^2}{\text{g}*\pi^2*\text{d}^4};$$

$$p_1+\frac{8*\alpha*\rho*\text{Q}^2}{\pi^2*\text{d}^4}=p_2+\frac{128*\nu*1*\rho*\text{Q}}{\pi*\text{d}^4}+\xi_{\text{др}}¿\frac{8*\rho*\text{Q}^2}{\pi^2*\text{d}^4}+\xi_{в.р.}¿\frac{8*\rho*\text{Q}^2}{\pi^2*\text{d}^4};$$

$$p_1=p_2+\frac{8*\rho*\text{Q}^2}{\pi^2*\text{d}^4}¿\left(\xi_{\text{др}}+\xi_{в.р.}+\frac{16*\nu*1*\pi}{Q}-\alpha\right);$$

$$p_1=2*10^6+\frac{8*900*\left(4*10^{-4}\right)^2}{3{,}14^2*0{,}01^4}¿\left(100+1+\frac{16*5*10^{-5}¿4*3{,}14}{4*10^{-4}}-2\right)=3{,}45*10^6\,\text{Па}.$$

Ответ: $p_1=3{,}45$ МПа.