Раздел № 4. Введение в математический анализ

Задача 3, вариант 6

1) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+2x-1}{\sqrt{5+x}-2}$

Неопределенность $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3\text{¿}(-1)^2+2*(-1)-1}{\sqrt{5-1}-2}=\dfrac{0}{0}$

$\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+2x-1}{\sqrt{5+x}-2}$ домножаем на сопряженное для знаменателя $\sqrt{5+x}+2$

$\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(3x^2+2x-1)*(\sqrt{5+x}+2)}{(\sqrt{5+x}-2)*(\sqrt{5+x}+2)}$ разложим на множители

$\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)*(3x-1)*(\sqrt{5+x}+2)}{x+1}$ числитель и знаменатель сокращаем на x+1

$l\Im_{x\to-1}(3x-1)*\text{¿¿})$

Подставляем значение x = -1 в функцию f (x) = (3x – 1) * ($\sqrt{5+x}+2$)

$\lim\limits_{x\to-1}(3*(-1)-1)*(\sqrt{5-1}+2)$ = -4 * 4 = -16

Ответ: -16

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+\sqrt{x^4-3}}{\sqrt[3]{x^6+8}}$

Неопределенность $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+\sqrt{x^4-3}}{\sqrt[3]{x^6+8}}=\dfrac{\infty}{\infty}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+\sqrt{x^4-3}}{\sqrt[3]{x^6+8}}$ делим числитель и знаменатель на x^2

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2+\sqrt{1-\dfrac{3}{x^4}}}{\sqrt[3]{\dfrac{8}{x^6}+1}}$ сокращаем слагаемые $\dfrac{1}{x^n}\to0$, $n>0$ *при* $x\to\infty$

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2+\sqrt{1}}{\sqrt[3]{1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3}{1}$ т.к. предел от константы *lim* C = C

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3}{1}=3$

Ответ: 3

3) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin(x+2)}{x^2+2x}$

Найдем правосторонний и левосторонний пределы функции:

$\lim\limits_{x\to-0}\dfrac{\arcsin(x+2)}{x^2+2x}=\lim\limits_{x\to-0}\dfrac{\arcsin(-0+2)}{(-1)^2+2*(-1)}$ = - ∞

$\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{\arcsin(x+2)}{x^2+2x}=\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{\arcsin(0+2)}{0^2+2*0}=\infty$

Так как правый и левый предел не совпадают, предела функции x→0 не существует.

Ответ: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin(x+2)}{x^2+2x}$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\text{¿¿}$

Неопределенность $\lim\limits_{x\to\infty} ¿¿ = \lim\limits_{x\to\infty} ¿¿$

$\lim\limits_{x\to\infty} ¿¿$ делим дробь на x, степень дроби на x^2

$\lim\limits_{x\to\infty} ¿¿$ сокращаем слагаемые на $\frac{1}{x^n}\to 0$, n¿0 при x→∞

lim $¿_{x\to\infty} ❑ (\frac{1}{1})^{1}_{1}$ ¿ , т.к. предел от константы lim C = C

$\lim\limits_{x\to\infty} 1^1 = 1$

Ответ: 1

5) $\lim\limits_{x\to\infty} x(\ln(x-6) - lnx)$

Неопределенность $\lim\limits_{x\to\infty} \infty ¿¿ = \lim\limits_{x\to\infty} \infty - \infty$

$\lim\limits_{x\to\infty} x(\ln(x-6) - lnx)$ применяем формулу ln(α) – ln(β) = ln($\frac{\alpha}{\beta}$¿

$\lim\limits_{x\to\infty} \ln(\frac{x-6}{x})x$ применяем формулу α ln (β) = ln (β^α)

$\lim\limits_{x\to\infty} -6\ln¿$ упрощаем знаменатель и возводим всю дробь в степень -$\frac{x}{6}$

$\lim\limits_{x\to\infty} -6\ln(1-\frac{6}{x})^{-x/6}$ второй замечательный предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$, где $\frac{1}{x}\to 0$

$\lim\limits_{x\to\infty} -6\ln(e)$ при -$\frac{6}{x}\to 0$

Ответ: - 6.