

1.2 Кодирование чисел в различных системах счисления

Задача 1.2.2 (Задание 1). Двоичным эквивалентом десятичного числа 101 является:

- 1) 101_2
- 2) 110101_2
- 3) 1010011_2
- 4) 1100101_2

Решение:

Переведём 101 в двоичную систему счисления:

$$101_{10} = 64 + 32 + 4 + 1 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 = 1100101_2$$

Ответ: 4.

Задача 1.2.3 (Задание 16). Запишите десятичное число 38 в системе счисления с основанием 5. Основание системы счисления (нижний индекс после числа) писать не нужно.

Решение:

Запишем число 38 в виде суммы степеней пятёрки с соответствующими коэффициентами:

$$38 = 25 + 10 + 3 = 25 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 1 = 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 = 123_5.$$

Ответ 123.

Задача 1.2.4 (Задание 1). Двоичное число 110101 соответствует восьмеричному числу

- 1) 53
- 2) 35
- 3) 71
- 4) 65

Решение:

Переведем число в десятичную систему счисления:

$$110101_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 16 + 4 + 1 = 53.$$

Переведем число в восьмеричную систему счисления, разбив его на триады (группы по три разряда) справа налево:

$$\text{младшая триада } 101_2 = 1 + 4 = 5_{10}$$

$$\text{старшая триада } 110_2 = 4 + 2 = 6_{10}$$

$$5_{10} = 5_8$$

$$6_{10} = 6_8$$

$$110101_2 = 65_8$$

Правильный ответ указан под номером 4.

Ответ: 4.

Задача 1.2.5 (Задание 1). Как выглядит число $В0С_{16}$ в двоичной системе счисления?

- 1) 110010001010_2
- 2) 101100001100_2
- 3) 101100010001_2
- 4) 101000011100_2

Решение:

Для решения этого задания можно пойти одним из двух путей: перевести число $В0С$ из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную, а потом в двоичную, или заменить каждый разряд шестнадцатеричной системы на четыре бита двоичной. Так мы и сделаем.

$$В_{16} = 11_{10} = 8 + 2 + 1 = 1011_2,$$

$$0_{16} = 0000_2,$$

$$С_{16} = 12_{10} = 8 + 4 = 1100_2,$$

$$В0С_{16} = 101100001100_2.$$

Ответ: 2.

Задача 1.2.6 (Задание 16). Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $8^{2020} + 4^{2017} + 26 - 1$?

Решение:

Преобразуем немного выражение, получим:

$$8^{2020} + 4^{2017} + 26 - 1 = (2^3)^{2020} + (2^2)^{2017} + 26 - 1 = 2^{6060} + 2^{4034} + 25$$

$$2^{6060} = 100\text{..(всего 6060 нулей)..}00_2$$

$$2^{4034} = 100\text{..(всего 4034 нулей)..}00_2$$

$$25_{10} = 16 + 8 + 1 = 2^4 + 2^3 + 2^0 = 11001_2$$

В двоичной записи результат будет выглядеть так:

$$100\text{..(всего 2025 нулей)..}00100\text{..(всего 4029 нулей)..}0011001$$

Всего 5 единиц.

Ответ: 5.

Задача 1.2.7 (Задание 16). Десятичное число 63 в некоторой системе счисления записывается как 120.

Определите основание системы счисления.

Решение:

Напишем формулу перевода десятичного числа 63 в систему счисления с основанием N , в которой оно записывается как 120.

$$63_{10} = 1 \cdot N^2 + 2 \cdot N^1 + 0 \cdot N^0 = N^2 + 2N = 120_N$$

$$\text{Отсюда } N^2 + 2N = 63_{10}$$

Теперь мы имеем квадратное уравнение с одним неизвестным, решив которое мы найдем N .

Решим его.

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-63) = 256$$

$$N_1 = (-2 + 16) / 2 = 7$$

$$N_2 = (-2 - 16) / 2 = -9$$

Основание системы счисления не может быть отрицательным, $N = 7$.

Ответ: 7.

Задача 1.2.8 (Задание 16).

В системе счисления с основанием N запись числа 79_{10} оканчивается на 2, а запись числа 111_{10} — на 1. Чему равно число N ?

Решение:

Так как запись чисел оканчивается на 1 и 2, то основание системы счисления не может быть меньше трёх. Последняя цифра в записи числа — это остаток от деления числа на основание системы счисления.

$$79 / 3 = 26 \text{ (ост. 1)}$$

$$79 / 4 = 19 \text{ (ост. 3)}$$

$$79 / 5 = 15 \text{ (ост. 4)}$$

$$79 / 6 = 13 \text{ (ост. 1)}$$

$$79 / 7 = 11 \text{ (ост. 2) — подходит.}$$

$$111 / 7 = 15 \text{ (ост. 6) — не подходит}$$

$$79 / 8 = 9 \text{ (ост. 7)}$$

$$79 / 10 = 7 \text{ (ост. 9)}$$

$$79 / 11 = 7 \text{ (ост. 2) — подходит}$$

$$111 / 11 = 10 \text{ (ост. 1) — подходит.}$$

Подбором нашли, что условию удовлетворяет только $N = 11$.

Ответ: 11.

Задача 1.2.9 (Задание 16). Решите уравнение:

$$101_x + 13_{10} = 101_{x+1}$$

Решение:

Переведём все числа в десятичную систему счисления:

$$101_x = 1 \cdot x^2 + 1 \cdot x^0 = (x^2 + 1)_{10},$$

$$101_{x+1} = 1 \cdot (x + 1)^2 + 1 \cdot (x + 1)^0 = ((x + 1)^2 + 1)_{10},$$

Перепишем исходное уравнение:

$$(x^2 + 1)_{10} + 13_{10} = ((x + 1)^2 + 1)_{10},$$

$$x^2 + 1 + 13 = (x + 1)^2 + 1,$$

$$x^2 + 14 = x^2 + 2x + 2,$$

$$2x = 12,$$

$$x = 6.$$

Ответ: 6.