ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕРЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Расчетно-графическая работа

По дисциплине: Физика

Выполнил: студент гр. ТПР-22 ______ (подпись) Дрипапа И.В. (Ф.И.О.)

Проверил: доцент ______ (подпись) Кожокарь М.Ю. (Ф.И.О.)

2023

ЗАДАЧА №1

Кинематическое уравнение движения материальной точки по прямой

(ось x) имеет вид x(t), где A, B, C, D =const.

Найти:

1). Среднюю скорость V_x за интервал времени от t1 до t2;

2). Среднюю путевую скорость V за тот же интервал времени;

3). Среднее ускорение.

Построить графики зависимостей S(t), $V_x(t)$ от 0t до 15t:

Параметры материальной точки согласно варианту 5:

Уравнение движения: $x(t) = A - B\cdot t + C\cdot t^2 + D\cdot t^3$

A = 2 м

B = -25 м/с

C = -0,3 м/с^2

D = -0,2 м/с^3

t_1 = 5 с

t_2 = 10 с

КРАТКОЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Определение основных физических понятий, объектов, процессов и величин.

Материальной точкой называется тело, размерами которого в условиях его движения можно пренебречь.

Перемещением тела (материальной точки) называют направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его последующим положением.

Путь — это длина отрезка траектории, пройденного телом (точкой) за рассматриваемый промежуток времени.

Траектория — это линия в пространстве, вдоль которой движется тело (точка).

Средняя путевая скорость – физическая величина, равная отношению пути, пройденного телом за рассматриваемый промежуток времени, к длительности этого промежутка.

Средняя скорость за промежуток времени t – физическая величина равная отношению перемещения $\Delta\vec{x}$, совершенного телом, к длительности этого промежутка времени.

Среднее ускорение – это отношение вектора изменения скорости ко времени, за которое это изменение произошло.

Законы и соотношения, описывающие изучаемые процессы.

Соотношение между уравнениями зависимостей скорости $\vec{v}$(t) [м/с] и перемещения x(t) [м]

$$\vec{v}(t) = x'(t) \tag{1}$$

Перемещение материальной точки $\Delta\vec{x}$ [м]

$$\Delta\vec{x}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{v}(t)\,dt,$$

(2)

где t_1 [с] и t_2 [с] начальное и конечное время.

Средняя скорость [м/с]

$$\overrightarrow{v_{cp}}=\frac{\Delta\vec{x}}{t_2-t_1}, \qquad (3)$$

Длина траектории l [м]

$$l=\left|\int_{t_1}^{x_n}\vec{v}(t)\,dt\right|+\left|\int_{x_n}^{x_{n+1}}\vec{v}(t)\,dt\right|+\ldots+\left|\int_{x_i}^{t_2}\vec{v}(t)\,dt\right|, \qquad (4)$$

где x_{1-i} [с] корни уравнения $\vec{v}(t)=0$, которые принадлежат промежутку (t_1;t_2).

Средняя путевая скорость $v_{cp.n.}$ [м/с]

$$v_{cp.n.}=\frac{l}{t_2-t_1} \qquad (5)$$

Соотношение между уравнениями зависимостей ускорения $a(t)$ [м/с^2] и скорости $\vec{v}$(t) [м/с]

$$\vec{a}(t)=\vec{v}'(t) \qquad (6)$$

Среднее ускорение a_{cp} [м/с^2]

$$a_{cp}=\frac{\int_{t_1}^{t_2}\vec{a}(t)\,dt}{t_2-t_1} \qquad (7)$$

Решение:

Из формулы (1) $\vec{v}(t)=-B+2Ct+3Dt^2$

По формуле (2) $\Delta\vec{x}=\int_{t_1}^{t_2}(-B+2Ct+3Dt^2)\,dt$

Так по формуле (3) $\overrightarrow{v_{cp}}=\frac{\int_{t_1}^{t_2}(-B+2Ct+3Dt^2)\,dt}{t_2-t_1}$

$$v_{cp}=\frac{\int_{5}^{10}(-(-25)+2\cdot(-0,3)\cdot t+3\cdot(-0,2)\cdot t^2)\,dt}{10-5}=-14,5\,м/с$$

$$\overrightarrow{v_{cp}}=\frac{м}{с}$$

Из формулы (4) $l=\left|\int_{t_1}^{x_2}\vec{v}(t)\,dt\right|+\left|\int_{x_2}^{t_2}\vec{v}(t)\,dt\right|$

По формуле (5) $v_{ср.п.}=\dfrac{\left|\int_{t_1}^{x_2}\vec{v}(t)\,dt\right|+\left|\int_{x_2}^{t_2}\vec{v}(t)\,dt\right|}{t_2-t_1}$

$$v_{ср.п.}=\frac{\left|\int_{5}^{\frac{\sqrt{1509}-3}{6}}\left(-(-25)+2\cdot(-0,3)\cdot t+3\cdot(-0,2)\cdot t^2\right)dt\right|+\left|\int_{\frac{\sqrt{1509}-3}{6}}^{10}\left(-(-25)+2\cdot(-0,3)\cdot t+3\cdot(-0,2)\cdot t^2\right)dt\right|}{10-5}=$$

$$v_{ср.п.}=\frac{м}{с}$$

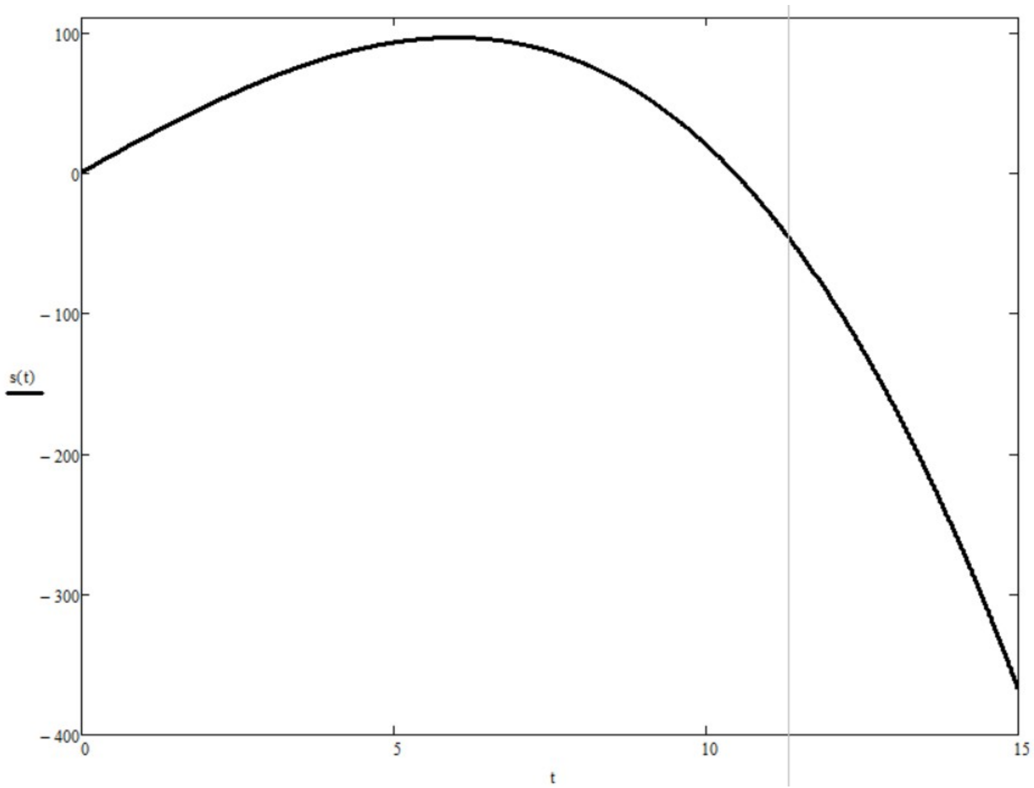
Из формулы (6) $\vec{a}(t)=2C+6Dt$

По формуле (7) $a_{ср}=\dfrac{\int_{t_1}^{t_2}(2C+6Dt)\,dt}{t_2-t_1}$

$$a_{ср}=\frac{\int_{5}^{10}(2\cdot(-0,3)+6\cdot(-0,2)\cdot t)\,dt}{10-5}=-9,6\,м/с^2$$

$$a_{ср}=\frac{\frac{м}{с}}{с}=\frac{м}{с^2}$$

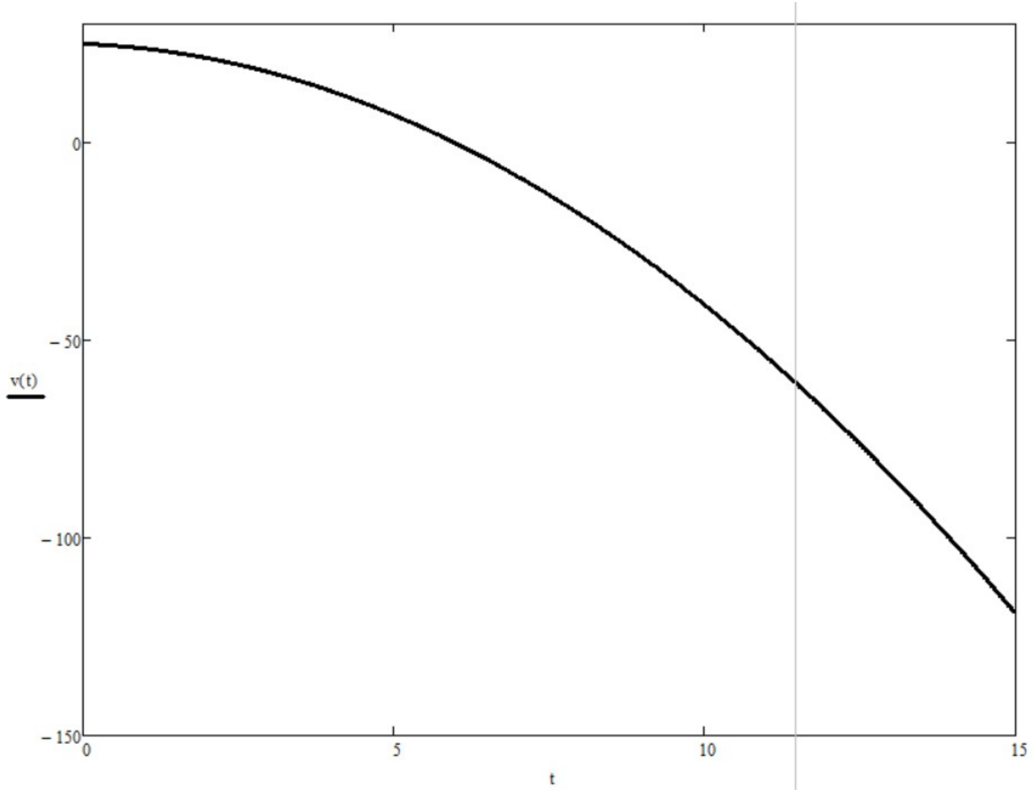
График зависимости S(t)



Для построения используем

$S(t)=-B\cdot t+C\cdot t^2+D\cdot t^3=-(-25)\cdot t+(-0,3)t^2+(-0,2)t^3$

График зависимости v(t)



Для построения используем

$\vec{v}(t) = -B + 2Ct + 3Dt^2 = -(-25) + 2\cdot(-0,3)\cdot t + 3\cdot(-0,2)\cdot t^2$

<u>Вывод:</u> в данной расчётно-графической работе было получены значения средней скорости $v_{ср} = -14,5\, м/с$, средней путевой скорости $v_{ср.п.} = 15,9\, м/с$ и среднего ускорения для материальной точки $a_{ср} = -9,6\, м/с^2$.

ЗАДАЧА №2

Тело массой m вращается без начальной скорости вокруг своей оси. На тело действует пара сил с моментом M и момент сопротивления $M_{сопр}$. Сколько оборотов сделает тело до того, как его угловая скорость станет равной ω? Построить графики зависимостей момента силы и угловой скорости от времени.

Исходные данные согласно варианту 5:

Тело: обруч

R=0,46 м

m=0,455 кг

M=24 Дж

$M_{сопр}=k\omega^2$

k=2,33 кг/м^2

ω=3,11 рад/с

КРАТКОЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Явление изучаемое в РГР

В данной задаче рассматривается явление вращательного движения и понятия момента силы, момента инерции, угловой скорости, углового ускорения.

Определение основных физических понятий, объектов, процессов и величин.

<u>Вращательное движение твёрдого тела</u> – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

<u>Момент силы относительно неподвижной точки (О)</u>– это физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора $\vec{r}$, проведённого из точки *O* в точку приложения силы А, на силу $\vec{F}$

$\vec{M}=[\vec{r}\,\vec{F}]$.

Здесь $\vec{M}$ – псевдовектор, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\vec{r}$ к $\vec{F}$

Модуль момента силы

$$M=F\cdot r\cdot\sin\alpha=F\cdot l$$

где α – угол между $\vec{r}$ и $\vec{F}$; $r\sin\alpha=l$ – плечо силы.

<u>Плечо силы</u> – длина перпендикуляра, опущенного из заданной точки на прямую, вдоль которой действует сила.

<u>Угловая скорость</u> – это векторная величина ω, модуль которой определяется пределом отношения поворота тела на угол Δφ за время Δt к этому времени, при стремлении последнего к нулю:

$$\vec{\omega}=\lim_{t\to 0}\frac{\Delta\vec{\phi}}{\Delta t}=\frac{d\vec{\phi}}{dt}.$$

где $\Delta\vec{\phi}$ - изменение угла поворота за время Δt.

Единица угловой скорости $[\omega]$=*1 рад/с.*

<u>Угловое ускорение</u> – это векторная величина, определяемая первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon}=\frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Единица углового ускорения $[\vec{\varepsilon}]$=*рад/с*^{2}.

При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости.

<u>Момент инерции тела относительно оси вращения</u> — это физическая величина, равная сумме произведений элементарных масс *n* материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси:

$$J¿\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 .$$

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу:

$$J=\int_0^V r^2 dm ,$$

Величина *r* в данном случае есть функция положения точки с координатами *x, y, z.*

Решение:

По уравнению динамики вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси:

$$J \varepsilon_z = \sum M_{внеш.\, z} ,$$

гдеε_z - проекция углового ускорения на ось Z [ε_z]=рад/с^2;

J - момент инерции тела относительно оси Z [J]=кг*м^2;

$M_{внеш.z}$ - проекция момента силы на ось Z [$M_{внеш.z}$]=Н*м.

$\sum M_{внеш} = M - M_{сопр}$ (знак «-» показывает, что работа, совершаемая моментом сопротивления, идёт на торможение вращения обруча), где М – момент силы вращения [М]=Дж; (8)

$M_{сопр}$ - момент сопротивления; [М$_{сопр}$]=Дж.

$M_{сопр} = k\omega^2$

Следовательно М – М$_{сопр}$ =$J \cdot \varepsilon$,

Момент инерции обруча равен:

$J = m \cdot R^2$,

где m – масса обруча [m]=кг

R – радиус основания [R]=м

Т.к. $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ *следовательно* $M_z - k\,\omega^2 = m r^2 \frac{d\omega}{dt}$ (9)

Преобразуем угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dt} = \omega \cdot \frac{d\omega}{d\phi}$$

$$\frac{d\omega}{d\varphi} = \frac{M_z}{\omega m r^2} - \frac{k\,\omega^2}{\omega m r^2}$$

$$d\phi=\frac{\omega\, mr^2}{M_z-k\omega^2}d\omega$$ или:

$$\varphi=\int_0^{\omega}\frac{\omega m\,R^2}{M_z-k\,\omega^2}d\omega=\frac{-m\,R^2}{2\,k}\int_0^{\omega}\frac{d\left(M_z-k\,\omega^2\right)}{M_z-k\,\omega^2}=\frac{-m\,R^2}{2\,k}\ln\left|M_z-k\,\omega^2\right| =$$

$$=\frac{-m\,R^2}{2\,k}\left(\ln\left(M_z-k\,\omega^2\right)-\ln\left(M_z\right)\right)=\frac{-m\,R^2}{2\,k}\ln\left(\frac{M_z-k\,\omega^2}{M_z}\right)=\frac{m\,R^2}{2\,k}\ln\left(\frac{M_z}{M_z-k\,\omega^2}\right).$$

Число оборотов, совершаемое обручем равно:

$$n=\frac{\phi}{2\,\pi}$$

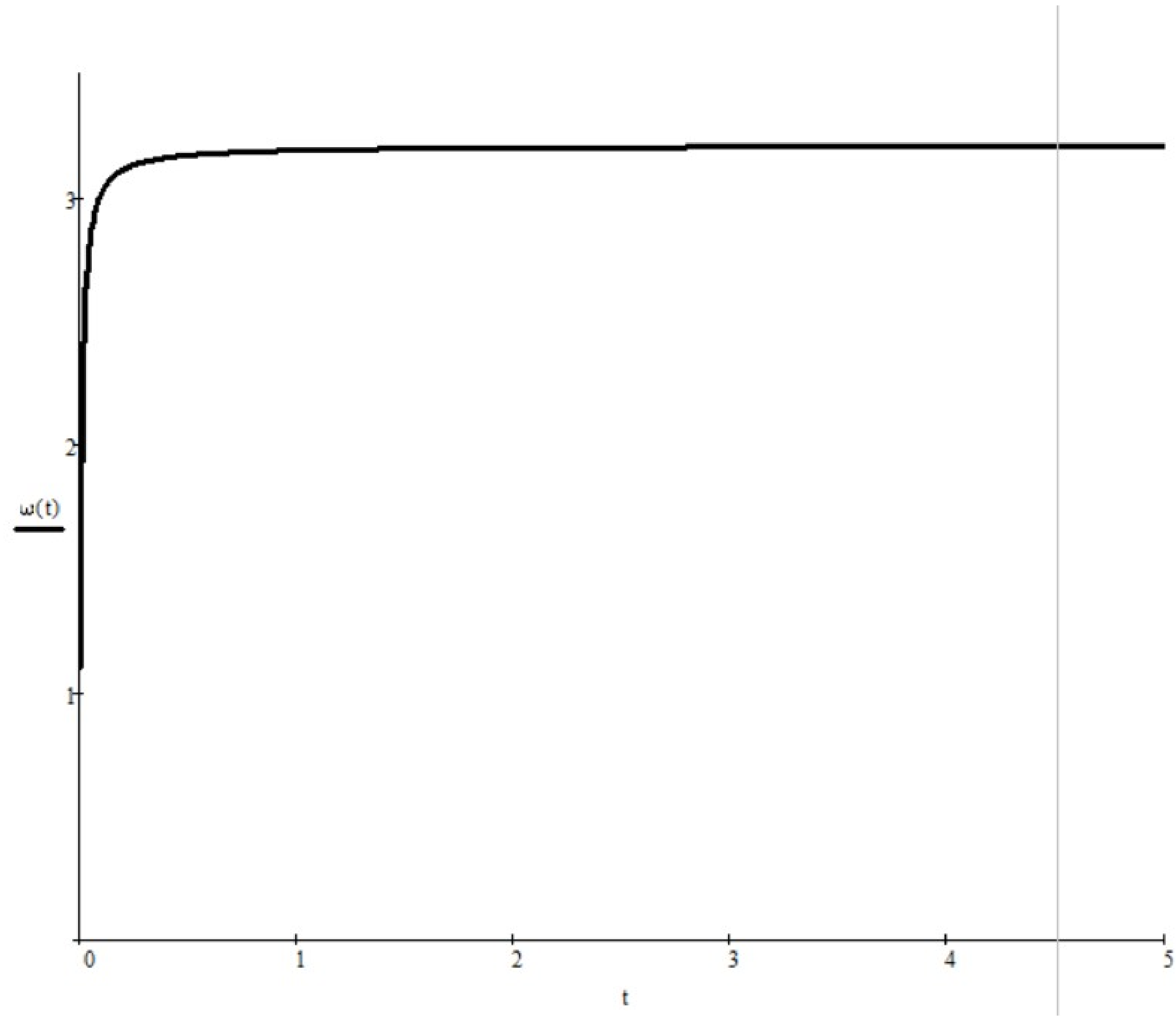
Количество оборотов, сделанных обручем равно:

$$n=\frac{m\,R^2}{4\,\pi k}\ln\left(\frac{M_z}{M_z-k\,\omega^2}\right)$$

$$n=\frac{0{,}455\cdot(0{,}46)^2}{4\cdot 3{,}14\cdot 2{,}33}\ln\left(\frac{24}{24-2.33\cdot(3.11)^2}\right)=9{,}2\cdot 10^{¿-3}¿$$

n= $$\frac{кг\cdot м^2}{кг\cdot м^2}\ln\left(\frac{Дж}{Дж-\frac{кг\cdot м^2\cdot рад^2}{c^2}}\right)=1\cdot\ln\left(\frac{Дж}{Дж-Дж}\right)=1$$

График зависимости $\omega(t)$

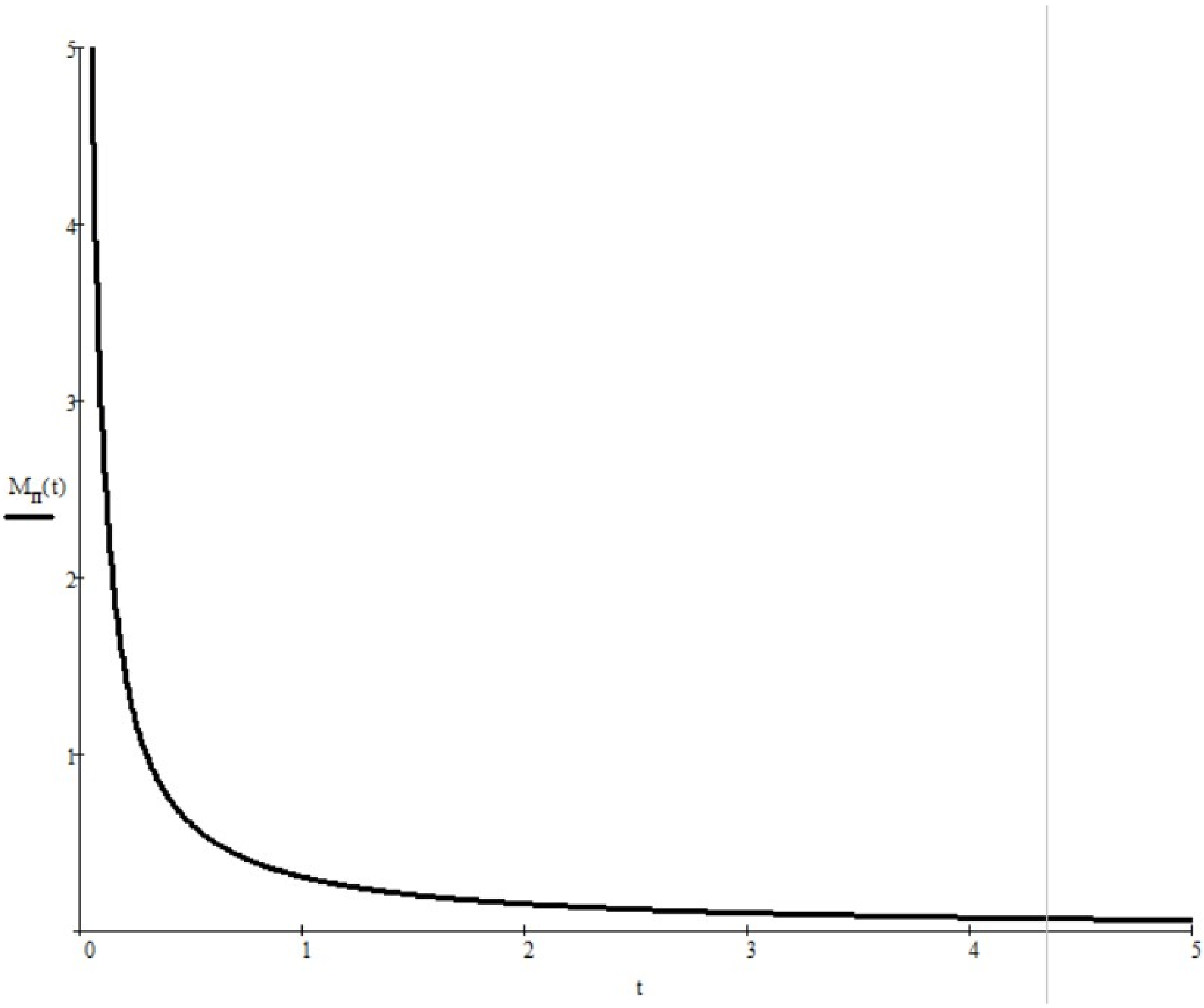


$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$, *т.к.* $\omega_0 = 0$ по условию задачи, то $\omega = \varepsilon t$

Из уравнения (9) $\varepsilon = \dfrac{M_z - k\,\omega^2}{m\,R^2}$. Тогда $\omega = \dfrac{M_z - k\,\omega^2}{m\,R^2} \cdot t$. Решая уравнение относительно ω, получаем два корня. Выбираем тот, который при t>0 дает значения ω>0:

$$\omega(t) = \frac{-m\,R^2 + \sqrt{m^2\,R^4 + 4\,t^2\,kM}}{2tk} = \frac{-0{,}455 \cdot 0{,}46^2 + \sqrt{0{,}455^2\,0{,}46^4 + 4\,t^2 \cdot 2{,}33 \cdot 24}}{2 \cdot 2{,}33\,t}$$

График зависимости $M_n(t)$



Из (8) $M_n = M - M_{сопр}$, по условию $M_{сопр} = k\,\omega^2$. Используя $\omega(t)$, полученное выше получим:

$$M_n(t) = M - k \cdot \left(\frac{-m\,R^2 + \sqrt{m^2\,R^4 + 4\,t^2\,kM}}{2\,tk} \right)^2 = 24 - 2,33 \cdot \left(\frac{-0{,}455 \cdot 0,46^2 + \sqrt{0{,}455^2\,0,46^4 + 4\,t^2 \cdot 2,33 \cdot 24}}{2 \cdot 2,33t} \right)^2$$

<u>Вывод:</u> в данной расчётно-графической работе было получено значение количества оборотов равное $9{,}2 * 10^{-3}$, сделанным обручем, до того, как его угловая скорость стала равной ω = 3,11 рад/с.