КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ЗАДАЧА 1

1 – 10.

1. Подбрасываются две игральные кости. Требуется:

1) описать множество элементарных случайных событий,

2) найти вероятности событий А ={выпадение двух «шестерок»}, В = {выпадение хотя бы одной «шестерки»}, С = {выпадение одной «шестерки»}.

2. В контейнере находятся 40 телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Найти вероятность того, что 3 наудачу выбранных телевизора не будут иметь дефектов.

3. Аудитор проверяет три счета. Вероятность правильного оформления счета равна 0,9. Найти вероятности событий А = {правильно оформлены три счета}, В = {правильно оформлены два счета}, С = {правильно оформлен один счет}, D = {правильно оформлен хотя бы один счет}.

4. Инвестор наудачу приобретает акции двух фондов из 10. Среди 10 фондов 4 невыгодные. Найти вероятности событий А = {инвестор вкладывает деньги в выгодные фонды}, В = {инвестор вкладывает деньги в невыгодные фонды}, С ={инвестор вкладывает деньги хотя бы в один выгодный фонд}.

5. В каждом из двух ящиков содержатся 6 черных и 4 белых шара. Из первого ящика наудачу переложили во второй ящик 1 шар. Найти вероятность того, что два наугад взятые шара из второго ящика будут белыми.

6. На склад поступают однотипные детали с двух заводов – №1 и №2. Завод №1 поставляет 30% деталей, из которых 10% имеют низкое качество. Завод №2 производит детали, из которых 80% имеют высокое качество. Найти вероятность того, что наугад взятая со склада деталь будет высокого качества.

7. Из трех урн наудачу извлекается один шар в соответствии с правилом: при подбрасывании игральной кости, если выпадает 1 очко, то выбирается урна 1; если выпадает 2, 3 или 4 очка, то выбирается урна 2; если выпадает 5 или 6 очков, то урна 3. В урне 1 находится 10 шаров, из них 2 красных, в урне 2 – 15 шаров, из них 3 красных, в урне 3 – 20 шаров, из них 10 красных. Найти вероятности событий А = {будет извлечен красный шар}, В = {извлеченный красный шар принадлежит урне 1}.

8. В магазине представлена обувь трех фабрик: 30% обуви поставила фабрика 1, 25% – фабрика 2, остальную обувь – фабрика 3. Покупатель выбирает обувь наудачу.

Процент возврата обуви, изготовленной фабрикой 1 – 3%, фабрикой 2 – 1%, фабрикой 3 – 0,5%. Найти вероятности событий A = {обувь покупателем не будет возвращена}, B = {невозвращенная обувь изготовлена фабрикой 3}.

9. Автомат изготавливает однотипные детали, 5% произведенной продукции оказывается бракованной. Найти вероятность того, что из четырех последовательно изготовленных деталей будут бракованными не более двух.

10. Вероятность поражения стрелком мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при пяти последовательных выстрелах будет не менее четырех попаданий.

ЗАДАЧА 2

11 – 20. Задана функция плотности распределения вероятностей *f(x)* непрерывной случайной величины *X*.

11. $f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ Ax^2, & 0\le x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$ $\alpha = 1$, $\beta = 1{,}7$.

12. $f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\\ A\sqrt{x}, & 1\le x\le 4,\\ 0, & x>4.\end{cases}$ $\alpha = 2$, $\beta = 3$.

13. $f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\\ Ax^3, & 1\le x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$ $\alpha = 1{,}1$, $\beta = 1{,}5$.

14. $f(x)=\begin{cases}0, & x<2,\\ A(x+1), & 2\le x\le 4,\\ 0, & x>4.\end{cases}$ $\alpha = 3$, $\beta = 3{,}5$.

15. $f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\\ Ax, & 1\le x\le 5,\\ 0, & x>5.\end{cases}$ $\alpha = 2$, $\beta = 3$.

16. $f(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ Ax^4, & -1\le x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$ $\alpha = 0{,}5$, $\beta = 1$.

Требуется:

1) найти коэффициент A;

2) найти функцию распределения $F(x)$;

3) схематично построить графики $F(x)$, $f(x)$;

4) найти математическое ожидание и дисперсию X;

5) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (α, β).

17 – 20. Задана функция распределения вероятностей $F(x)$ непрерывной случайной величины X.

17. $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0, \\ Ax^2, & 0\le x\le 2, \\ 1, & x>2. \end{cases}$ $\alpha = 1$, $\beta = 2$.

18. $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0, \\ Ax^3, & 0\le x\le 4, \\ 1, & x>4. \end{cases}$ $\alpha = 2$, $\beta = 3$.

19. $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0, \\ Ax^4, & 0\le x\le 3, \\ 1, & x>3. \end{cases}$ $\alpha = 1$, $\beta = 2$.

20. $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0, \\ Ax, & 0\le x\le 5, \\ 1, & x>5. \end{cases}$ $\alpha = 2$, $\beta = 4$.

Требуется:

1) найти функцию плотности распределения вероятностей $f(x)$;

2) найти коэффициент А;

3) схематично построить графики $F(x)$, $f(x)$;

4) найти математическое ожидание и дисперсию X;

5) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (α, β).

ЗАДАЧА 3

21 – 30. Заданы математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X.

21.	$a = 1$, $\sigma = 5$, $\alpha = 0{,}5$, $\beta = 3$.	22.	$a = 9$, $\sigma = 5$, $\alpha = 2$, $\beta = 8$.
23.	$a = 2$, $\sigma = 4$, $\alpha = 1$, $\beta = 5$.	24.	$a = 8$, $\sigma = 3$, $\alpha = 1$, $\beta = 6$.
25.	$a = 3$, $\sigma = 2$, $\alpha = 2$, $\beta = 8$.	26.	$a = 6$, $\sigma = 4$, $\alpha = 0$, $\beta = 5$.

27. $a = 4, \sigma = 4, \alpha = 3, \beta = 6.$ 28. $a = 4, \sigma = 6, \alpha = 5, \beta = 9.$

29. $a = 5, \sigma = 6, \alpha = 4, \beta = 9.$ 30. $a = 2, \sigma = 3, \alpha = 4, \beta = 8.$

Требуется:

1) написать функцию плотности распределения вероятностей $f(x)$ и схематично построить ее график;
2) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (α, β).

ЗАДАЧА 4

31 – 40. Производится некоторый опыт, в котором случайное событие А может появиться с вероятностью р. Опыт повторяют в неизменных условиях n раз.

31. $n = 900$; $p = 0{,}3$. Определить вероятность того, что в 900 опытах событие А произойдет от 250 до 320 раз.
32. $n = 800$; $p = 0{,}4$. Определить вероятность того, что относительная частота появления события А отклонится от $p = 0{,}4$ не более, чем на 0,05.
33. $n = 1000$; $p = 0{,}6$. Определить вероятность того, что в 1000 опытах событие А произойдет не менее чем 580 раз.
34. $n = 700$; $p = 0{,}45$. Определить вероятность того, что в 700 опытах событие А произойдет в меньшинстве опытов.
35. $n = 900$; $p = 0{,}5$. Определить вероятность того, что в 900 опытах событие А произойдет в большинстве опытов.
36. $n = 800$; $p = 0{,}6$. Определить вероятность того, что в 800 опытах относительная частота появления события А отклонится от вероятности $p = 0{,}6$ не более, чем на 0,05.
37. $n = 1000$; $p = 0{,}4$. Найти, какое отклонение относительной частоты появления события А от $p = 0{,}4$ можно ожидать с вероятностью 0,9.
38. $p = 0{,}6$. Определить сколько раз (n) надо провести опыт, чтобы с вероятностью большей, чем 0,9 можно было ожидать отклонения относительной частоты появления события А от $p = 0{,}6$ не более, чем 0,05.
39. $n = 900$; $p = 0{,}8$. Найти вероятность того, что относительная частота появления события А отклонится от $p = 0{,}8$ не более, чем на 0,1.
40. $n = 800$; $p = 0{,}4$. Определить вероятность того, что в 800 опытах событие А произойдет от 300 до 400 раз.

ЗАДАЧА 5

41 – 50. В результате 10 независимых измерений некоторой величины X, выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные, приведенные в таблице. Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей, оценить истинное значение величины X при помощи доверительного интервала, покрывающего истинное значение величины X с доверительной вероятностью 0,95.

Исходные данные

№ задачи	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
41.	1,2	2,3	2,7	2,1	2,6	3,1	1,8	3,0	1,7	1,4
42.	3,7	4,2	4,4	5,3	3,5	4,0	3,3	3,8	4,1	5,2
43.	5,3	3,7	6,2	3,9	4,4	4,9	5,0	4,1	3,8	4,2
44.	6,3	6,8	4,9	5,5	5,3	5,2	6,1	6,6	6,0	5,7
45.	7,1	6,3	6,2	5,8	7,7	6,8	6,7	5,9	5,7	5,1
46.	7,9	7,7	8,7	8,1	6,3	9,0	7,8	8,3	8,6	8,4
47.	6,3	8,2	8,4	9,1	8,6	8,3	8,9	8,0	9,6	7,9
48.	6,9	7,3	7,1	9,5	9,7	7,9	7,6	9,1	6,6	9,9
49.	8,7	8,9	6,9	9,4	9,3	8,5	9,2	9,9	8,6	6,4
50.	3,1	5,2	3,9	4,4	5,3	5,9	4,2	4,6	4,8	3,9

ЗАДАЧА 6

51 – 60. Отдел технического контроля проверил n партий однотипных изделий и установил, что число X нестандартных изделий в одной партии имеет эмпирическое распределение, приведенное в таблице, в одной строке которой указано количество x_i нестандартных изделий в одной партии, а в другой строке – количество n_i партий, содержащих x_i нестандартных изделий. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X (число нестандартных изделий в одной партии) распределена по закону Пуассона.

Исходные данные

№ задания	$n = \sum n_i$	x_i	0	1	2	3	4	5
51.	1000	n_i	370	360	190	63	14	3
52.	500	n_i	70	140	135	95	40	20
53.	1000	n_i	380	380	170	58	10	2
54.	500	n_i	220	180	75	20	4	1
55.	1000	n_i	403	370	167	46	12	2
56.	400	n_i	185	180	13	13	7	2
57.	1000	n_i	155	265	266	194	83	37
58.	500	n_i	194	186	88	26	5	1
59.	1000	n_i	440	365	145	41	8	1
60.	500	n_i	201	184	85	22	7	1