Бланк выполнения задания 1

Вариант_1_ (в соответствии с таблицей «Выбор варианта задания»)

Задача 1 (формулировка полностью): найти общие решения этих уравнений и определить частные решения
а) $y' - y x^2 = 0 \; y(0) = 1$
б)$(1 + x^2) y' - y = 0 \; y(0) = 1$

Решение:

а) $y' - yx^2 = 0$

$y' = y x^2 (y' = \frac{dy}{dx}) \quad => \quad \frac{dy}{dx} = y x^2$

Умножаем обе части уравнения на dx и делим на y

$\frac{dy}{y} = x^2 dx$

Интегрируем обе части уравнения

$\ln(y) = \frac{x^3}{3} + C$

Возводим обе части уравнения в степень с применением формул $e^{\ln a} = a$ и $a \ln b = \ln b^a$ и получаем общее решение

$y = e^{\frac{x^3}{3} + C} \quad => \quad y = C e^{\frac{x^3}{3}}$

Подставляем в общее решение заданное начальное условие

$1 = C e^{\frac{0^3}{3}}$ при C=1

б) $(1 + x^2) y' - y = 0$

Переносим слагаемое y и делим обе части уравнения на $(1 + x^2)$

$y' = \frac{y}{(1 + x^2)}$

Преобразовываем $y' = \frac{dy}{dx}$, делим обе части уравнения на y и умножаем на dx

$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{1 + x^2}$

Интегрируем обе части уравнения

$\ln y = arctg\, x + C$

Возводим обе части уравнения в степень с применением формул $e^{\ln a} = a$ и $a \ln b = \ln b^a$ и получаем общее решение

$y = e^{arctg\, x + C}$ => $y = C\, e^{arctg\, x}$

Подставляем в общее решение заданное начальное условие

$1 = C\, e^{arctg\, 0}$ при С = 1

Ответ: а) $y = C\, e^{\frac{x^3}{3}}$; $y(0) = 1\, при\, C = 1$; $y = e^{\frac{x^3}{3}}$

б) $y = C\, e^{arctg\, x}$; $y(0) = 1\, при\, C = 1$; $y = e^{arctg\, x}$

Задача 2 (формулировка полностью): решить дифференциальное уравнение первого порядка $x^3 y' - y^2 + 2y - 10 = 0$

Решение: $x^3 y' - y^2 + 2y - 10 = 0$

Переносим слагаемое $(-y^2 + 2y - 10)$, меняя знак на противоположный, и делим обе части уравнения на $x^3 y' = \frac{y^2 - 2y + 10}{x^3}$

Преобразовываем $y' = \frac{dy}{dx}$, умножаем обе части уравнения на dx и делим $(y^2 - 2y + 10)$

$\frac{dy}{y^2 - 2y + 10} = \frac{dx}{x^3}$ => $\frac{dy}{(y-1)^2 + 9} = \frac{dx}{x^3}$

Интегрируем обе части уравнения

$\frac{arctg(\frac{y-1}{3})}{3} = C - \frac{1}{2x^2}$ => $y = 1 - 3\, tg(\frac{C x^2 + 3}{2x^2})$

Ответ: $y = 1 - 3\, tg(\frac{C x^2 + 3}{2x^2})$