Министерство образования и науки РФ
Новосибирский государственный технический университет
РПиРПО

РГР по радиофизике

«Основы общей теории электромагнитного поля»

Факультет: РЭФ
Группа: РКС10-92
Студент: Келлерман Ф.Е.
Преподаватель: Шадрина Г. С.

Новосибирск 2011

1. Задача № 8.

Условие:

Определить $\vec{j}_{полн}$,если $\vec{H}=\vec{x}_0\cos(ay)\sin(az)$, a – const. В декартовой системе координат построить силовые линии $\vec{H}$, $\vec{j}_{полн}$.

$$0\le ay\le 4\pi\ ;0\le az\le 3\pi$$

Решение:

Для решения этой задачи используем первое уравнение Максвелла (уравнение полного тока).

$$rot(\vec{H})=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\vec{j}_{полн}$$

Т. к. в условии задачи не оговаривается значение вектора плотности тока смещения ($\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$), то можно принять его равным нулю. Тогда: $rot(\vec{H})=\vec{j}_{полн}$.

$$rot(\vec{H})=\begin{vmatrix}\vec{x}_0 & \vec{y}_0 & \vec{z}_0\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ \cos(ay)\sin(az) & 0 & 0\end{vmatrix}=\vec{x}_0 0+¿$$

$$+\vec{y}_0\left(\frac{\partial}{\partial z}[\cos(ay)\sin(az)]\right)+\vec{z}_0\left(\frac{-\partial}{\partial y}[\cos(ay)\sin(az)]\right)=¿$$

$$¿\ \vec{y}_0 acos(ay)\cos(az)+\vec{z}_0 asin(ay)\sin(az)$$

Построим силовые линии $\vec{H}, \vec{j}_{полн.}$:

2. Задача № 20

Условие:

По медному цилиндрическому проводнику (R = 0.5 cm, σ = 5.7 10^7 сим/м) протекает постоянный ток, создающий перпендикулярный боковой поверхности вектор плотности потока мощности П = 10 Вт/$м^2$(скалярное значение). Определить ток в проводнике и поток мощности через боковую поверхность (на длине равной 1 м), пояснить рисунком.

Решение:

Электрический ток, протекающий через сечение проводника, определяется выражением:

$$I = \int_S J \cdot dS_{осн} = J \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^r r \cdot dr = J \cdot \pi \cdot r^2$$

(1)

Согласно закону Ома в дифференциальной форме:

$J = \sigma \cdot E$ (2)

Подставим выражение (2) в (1) и выразим E:

$$E = \frac{I}{\pi \cdot r^2 \cdot \sigma}$$ (3)

Запишем второе уравнение Максвелла в интегральной

форме для кругового сечения проводника:

$$\oint_{S_0} \overline{H} \cdot d\overline{l} = I$$

$$\overline{H} = \overline{\varphi}_0 \cdot H \qquad l = \iint d\varphi dr = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^r dr = 2\pi \cdot r$$

$$\oint_{S_0} \overline{H} \cdot d\overline{l} = \oint_{S_0} \overline{\varphi}_0 H \ \overline{\varphi}_0 dl = \int_0^{2\pi r} H dl = H \cdot 2\pi \cdot r = I$$

Откуда:

$$H = \frac{I}{2\pi \cdot r}$$ (4)

Плотность потока электромагнитной энергии равна векторному произведению напряженностей электрического и магнитного полей:

$$\overline{\Pi} = \left[\overline{E} \times \overline{H} \right] = \left| \begin{pmatrix} \overline{r}_0 & \overline{\varphi}_0 & \overline{z}_0 \\ E_r & E_\varphi & E_z \\ H_r & H_\varphi & H_z \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} \overline{r}_0 & \overline{\varphi}_0 & \overline{z}_0 \\ 0 & 0 & E_z \\ 0 & H_\varphi & 0 \end{pmatrix} \right| = - \overline{r}_0 \cdot E \cdot H$$

$$\overline{\Pi} = -\overline{r_0}\Pi \qquad -\overline{r_0}\Pi = -\overline{r_0} \cdot E \cdot H \qquad \Pi = E \cdot H$$

(5)

Подставим выражения (3) и (4) в выражение (5):

$$\Pi = \frac{I \cdot I}{\pi \cdot r^2 \cdot \sigma \cdot 2\pi \cdot r}$$

Откуда:

$$I = \sqrt{2\pi^2 \cdot r^3 \cdot \sigma \cdot \Pi} = 37,5A$$

оток мощности через боковую поверхность цилиндра:
П

$$W = \int_s \overline{\Pi} \cdot d\overline{S}_{бок}$$

$$d\overline{S}_{бок} = \overline{r}_0 \cdot dS_{бок} = \overline{r}_0 \cdot r \cdot \iint d\varphi dz = \overline{r}_0 \cdot r \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^L dz = \overline{r}_0 \cdot r \cdot 2\pi \cdot L$$

$$W = -\Pi \cdot \overline{r}_0 \cdot \overline{r}_0 \cdot r \cdot 2\pi \cdot L = -\Pi \cdot 2\pi \cdot r \cdot L = -0.314 Bm$$

Найти выражение для потока энергии, проходящего через прямоугольный участок плоскости z = 2, имеющий реальные размеры по x от 0 до *a*, а по y от 0 до b, если векторы поля имеют вид: $\vec{E} = \vec{x}_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{b}y\right), \vec{H} = \vec{y}_0 2\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{b}y\right)$.

Построить графики П=П(x) при y = $\frac{b}{2}$, П=П(y) при y = $\frac{a}{2}$.

Решение:

$\vec{\Pi}=[\vec{E}\,x\,\vec{H}]$ - вектор Пойтинга – плотность потока мощности.

$$\iiint_V \text{¿}[\vec{E}\,x\,\vec{H}]\,dv=-\iiint_V \vec{H}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}dv-\iiint_V \vec{E}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}dv-\iiint_V \vec{E}\,\vec{j}\,dv-\text{¿}$$

$$-\iiint_V \vec{E}\,\vec{j}_{cm}\,dv$$

По теорема Остроградского – Гаусса:

$$\iiint_V \text{¿}[\vec{E}\,x\,\vec{H}]\,dv=\oint_S[\vec{E}\,x\,\vec{H}]\,\vec{dS}$$

Где $\vec{dS}=\vec{n}_0 S$, $\vec{n}_0=\vec{z}_0$

$$\vec{\Pi}=[\vec{E}\,x\,\vec{H}]=\begin{vmatrix}\vec{x}_0 & \vec{y}_0 & \vec{z}_0\\ \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) & 0 & 0\\ 0 & \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) & 0\end{vmatrix}=\text{¿}$$

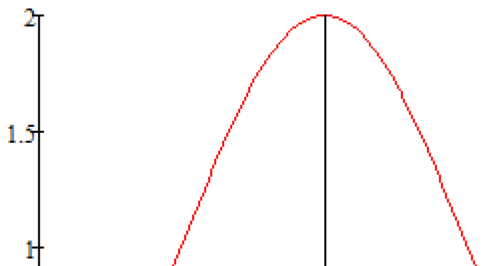
$$\text{¿}\,\vec{x}_0 0-\vec{y}_0 0+\vec{z}_0 2\sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{b}y\right)$$

$$W=\oint_S[\vec{E}\,x\,\vec{H}]\,\vec{dS}=2\int_0^a\sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right)dx\int_0^b\sin^2\left(\frac{\pi}{b}y\right)dy=\text{¿}$$

$$\text{¿}\,2\int_0^a\frac{1}{2}\left[1-\cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right)\right]dx\int_0^b\frac{1}{2}\left[1-\cos\left(\frac{2\pi}{b}y\right)\right]dy=0,5[B\cdot A\cdot c]$$

$$\vec{\Pi}=\vec{\Pi}(x)\text{¿}_{y=\frac{b}{2}}=\vec{z}_0 2\sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$

П(x)



$$\vec{\Pi} = \vec{\Pi}(y)¿_{x=\frac{a}{2}} = \vec{z}_0 2\sin^2(\frac{\pi}{b}y)$$