

Задача № 1. Расчёт разветвленной линейной цепи постоянного тока с несколькими источниками электрической энергии

Для электрической цепи известны ЭДС E_1 , E_2 источников питания, а также сопротивления $R_1 - R_6$. Необходимо:

1. Составить систему уравнений для определения токов путем непосредственного применения законов Кирхгофа. Решать эту систему уравнений не следует.
2. Определить токи ветвей методом контурных токов.
3. Составить баланс мощностей. Значения параметров элементов цепи приведены в таблицу 1.

Таблица 1

Вариант	E_1	E_2	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
	В		Ом					
7	135	75	7	4	7	2	5	8

7

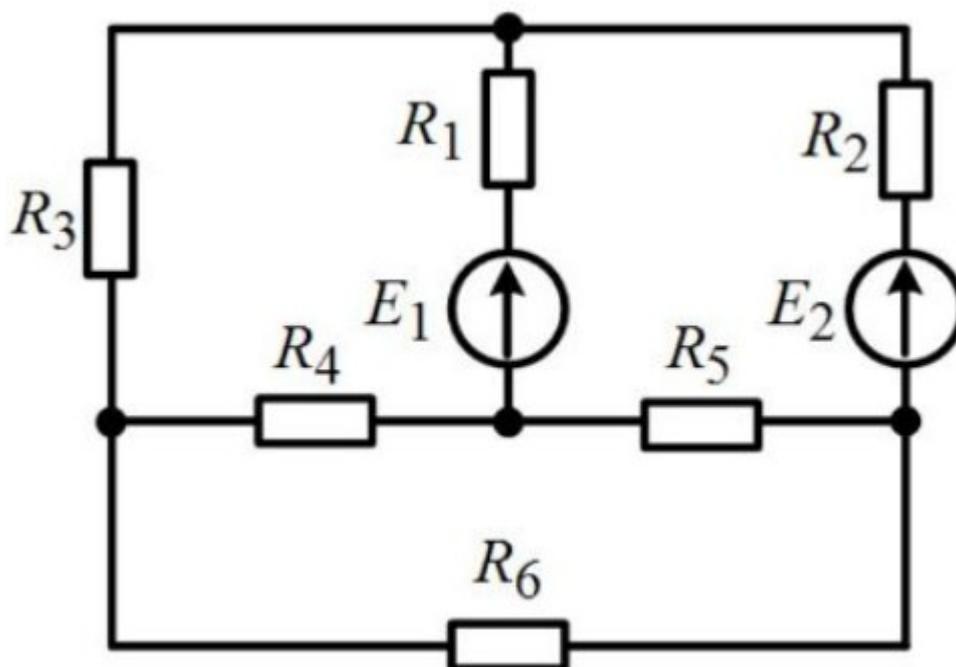


Рисунок 1

Решение

1. Произвольно расставим направления токов в ветвях цепи, примем направления обхода контуров, обозначим узлы.

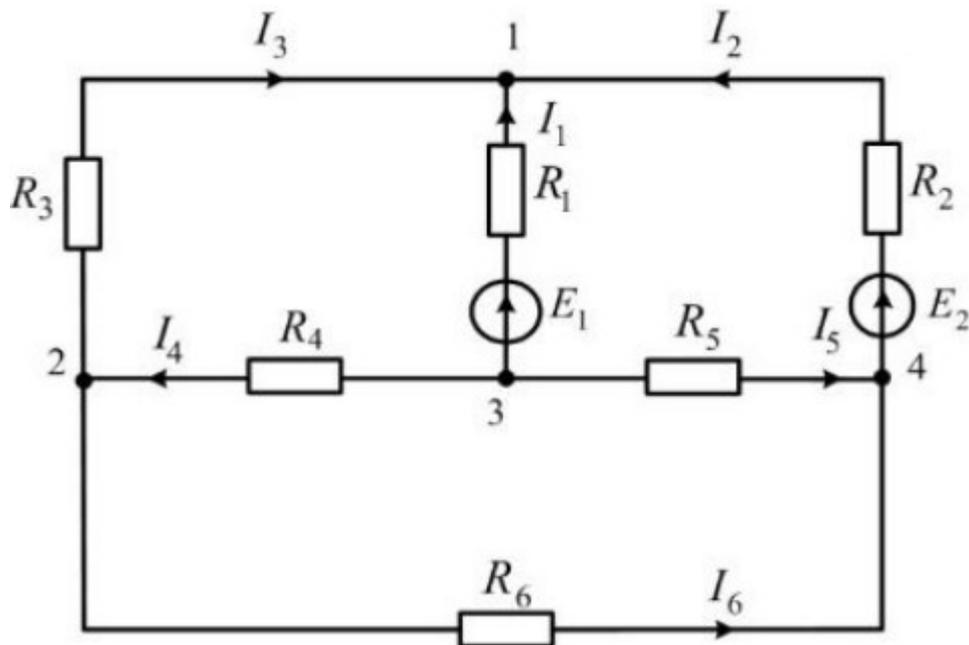


Рисунок 2

$$N_1 = y - 1 = 4 - 1 = 3$$

у-количество узлов

Составим 3 уравнение по первому закону Кирхгофа.

$$\begin{cases} I_6 - I_3 - I_4 = 0 & \text{1-узел} \\ I_4 + I_1 - I_5 = 0 & \text{2-узел} \\ I_5 - I_6 - I_2 = 0 & \text{3-узел} \end{cases}$$

$$N_2 = v - (y - 1) = 6 - 3 = 3$$

в – количество ветвей

По второму закону Кирхгофа составим 3 уравнения

$$\begin{cases} -E_1 = I_1 R_1 - I_4 R_4 + I_3 R_3 \\ E_1 - E_2 = -I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_5 R_5 \\ 0 = I_6 R_6 + I_4 R_4 - I_5 R_5 \end{cases}$$

Токи и напряжения, совпадающие с принятым направлением обхода с «+», несовпадающие с «-».

2. Определим токи во всех ветвях методом контурных токов. Зададимся направлениями течения контурных токов в каждом контуре схемы и обозначим их I_{11}, I_{22}, I_{33} .

					КР-02069964-13.03.01-16-23	Лист
						2
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

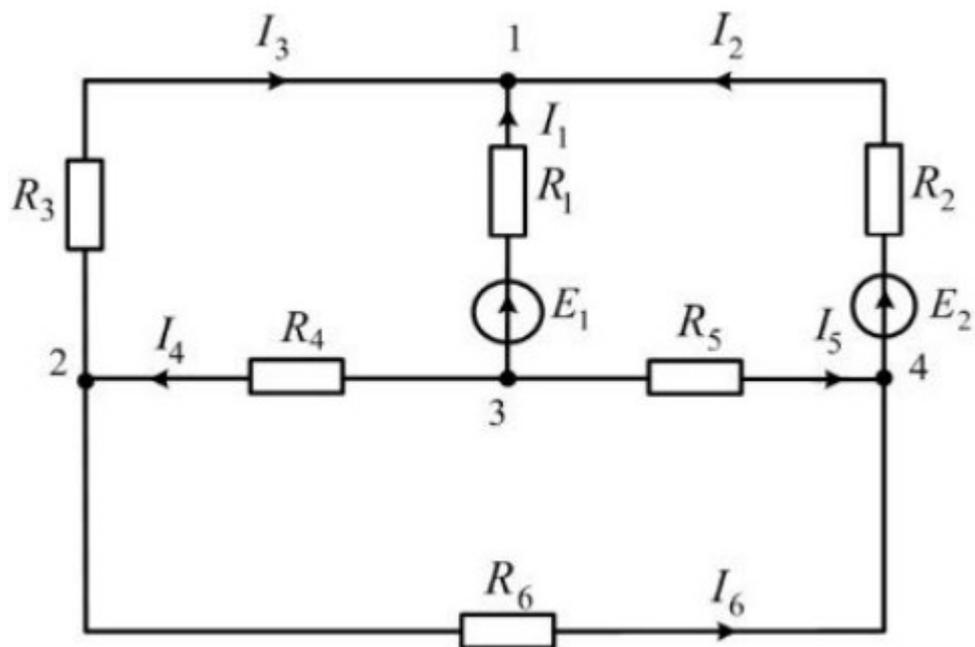


Рисунок 3д

Определим контурные сопротивления R_{11}, R_{22}, R_{33}

$R_{12}=R_{21}, R_{13}=R_{31}, R_{23}=R_{32}$ - взаимное сопротивление контуров

E_{11}, E_{22}, E_{33} - контурный ЭДС

$$E_{11} = -E_1 = -135 \text{ В}$$

$$E_{22} = E_1 - E_2 = 135 - 70 = 60 \text{ В}$$

$$E_{33} = 0$$

$$R_{11} = R_3 + R_1 + R_4 = 7 + 7 + 2 = 16 \text{ Ом}$$

$$R_{22} = R_1 + R_2 + R_5 = 7 + 4 + 5 = 16 \text{ Ом}$$

$$R_{33} = R_6 + R_4 + R_5 = 8 + 2 + 5 = 15 \text{ Ом}$$

$$R_{12} = R_{21} = R_1 = 7 \text{ Ом}$$

$$R_{23} = R_{32} = R_5 = -5 \text{ Ом}$$

$$R_{13} = R_{31} = R_4 = -2 \text{ Ом}$$

Составим систему уравнений для контуров нашей цепи.

$$\begin{cases} R_{11} I_{11} + R_{12} I_{22} + R_{13} I_{33} = E_{11} \\ R_{21} I_{11} + R_{22} I_{22} + R_{23} I_{33} = E_{22} \\ R_{31} I_{11} + R_{32} I_{22} + R_{33} I_{33} = E_{33} \end{cases}$$

Подставим числовые значения и решим.

$$\begin{cases} 16I_{11} - 7I_{22} - 2I_{33} = -135 \\ -7I_{11} + 16I_{22} - 5I_{33} = 60 \\ -2I_{11} - 5I_{22} + 15I_{33} = 0 \end{cases}$$

Решение

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 16 & -7 & -2 \\ -5 & 16 & -5 \\ -2 & -5 & 15 \end{vmatrix} = 2731;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_{11} & -R_{12} & -R_{13} \\ E_{22} & R_{22} & -R_{23} \\ E_{33} & -R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -135 & -7 & -2 \\ 60 & 16 & -5 \\ 0 & -5 & 15 \end{vmatrix} = -22125$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_{11} & E_{11} & -R_{13} \\ -R_{21} & E_{22} & -R_{23} \\ -R_{31} & E_{33} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 16 & -135 & -2 \\ -5 & 60 & -5 \\ -2 & 0 & 15 \end{vmatrix} = 2685$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} R_{11} & -R_{12} & E_{11} \\ -R_{21} & R_{22} & E_{22} \\ -R_{31} & -R_{32} & E_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 16 & -7 & -135 \\ -5 & 16 & 60 \\ -2 & -5 & 0 \end{vmatrix} = -2055;$$

$$I_{11} \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-22125}{2731} = -8,101 \text{ A}$$

$$I_{22} \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2685}{2731} = 0,983 \text{ A}$$

$$I_{33} \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-2055}{2731} = -0,752 \text{ A}$$

Определим фактические токи в ветвях цепи:

$$I_1 = I_{11} - I_{22} = -8,101 - 0,983 = -9,084 \text{ A}$$

$$I_2 = -I_{22} = 0,983 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{11} = -8,101 \text{ A}$$

$$I_4 = I_{33} - I_{11} = -0,752 - (-8,101) = 7,349 \text{ A}$$

$$I_5 = I_{33} - I_{22} = -0,752 - 0,983 = -1,735 \text{ A}$$

$$I_6 = I_{33} = -0,752 \text{ A}$$

					КР-02069964-13.03.01-16-23	Лист
						4
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

3. Составим баланс мощностей

$$P_{\text{ист}} = E_2 I_2 - E_1 I_1 = 75 \cdot (-9,084) = 1152,615 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{пр}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 = \dot{}$$

$$7 \cdot (-9,084)^2 + 4(0,983)^2 + 7(-8,101)^2 + 2(7,349)^2 + 5(-1,735)^2 + 8(-0,752)^2 = 1168,5 \text{ Вт}$$

					КР-02069964-13.03.01-16-23	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		5

Задача № 2. Расчёт разветвленной цепи однофазного синусоидального тока

Электрическая цепь (рисунок 4), подключенная к сети переменного тока с напряжением U и частотой 50 Гц, имеет параметры, численные значения которых приведены в таблице 2.

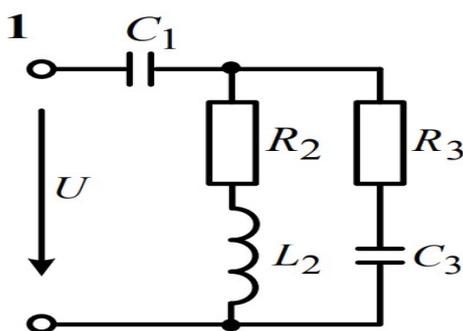


Рисунок 4

Таблица 2

Вариант	$U, В$	$R_1, Ом$	$L_1, мГн$	$C_1, мкФ$	$R_2, Ом$	$L_2, мГн$	$C_2, мкФ$	$R_3, Ом$	$L_3, мГн$	$C_3, мкФ$
6	220	4	14	1000	12	31	700	5	13	460

Необходимо:

1. Рассчитать сопротивления реактивных элементов цепи;
2. Определить действующие значения токов в ветвях с помощью комплексных чисел;
3. По полученным комплексным изображениям записать выражения для мгновенных значений напряжения на разветвленном участке цепи и токов в ветвях;
4. Составить баланс активных и реактивных мощностей;
5. Построить векторную диаграмму, на которой изобразить векторы всех токов и напряжений на участках цепи.

Примечание. Для всех вариантов принять $\psi_u = 0^\circ$

Решение

1. Вычислим сопротивления реактивных элементов цепи:

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{314 * 1000 * 10^{-6}} = 3,2 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 314 * 31 * 10^{-3} = 9,7 \text{ Ом};$$

$$X_{C3} = \frac{1}{\omega C_3} = \frac{1}{314 * 460 * 10^{-6}} = 6,9 \text{ Ом}.$$

Определим комплексные сопротивления отдельных ветвей цепи:

$$\underline{Z}_1 = -j X_{C1} = -j 3,2 = -3,2 e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j X_{L2} = 12 + j 9,7 = 15,43 e^{j38,9^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 - j X_{C3} = 5 - j 6,9 = 8,52 e^{-j54^\circ} \text{ Ом}.$$

Преобразованная цепь представлена на рисунке 5:

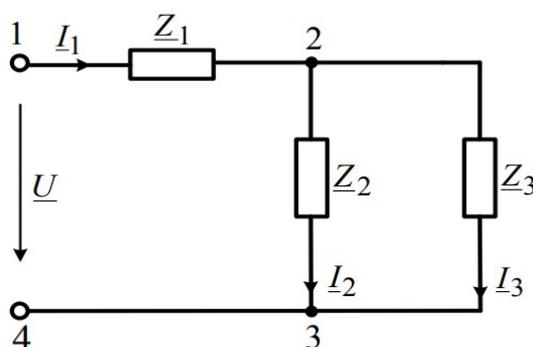


Рисунок 5

Осуществляем эквивалентные преобразования для цепи. Параллельно соединенные элементы \underline{Z}_2 и \underline{Z}_3 заменяем одним эквивалентным \underline{Z}_{23} :

					КР-02069964-13.03.01-16-23	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		7

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 * \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{15,43 e^{j38,9^\circ} * 8,52 e^{-j54^\circ}}{(12 + j9,7) + (5 - j6,9)} = 6,9 - j3,15 = 7,63 e^{-j24,4^\circ} \text{ Ом.}$$

После преобразования схема упрощается и состоит из двух элементов, включенных последовательно (рисунок 6):

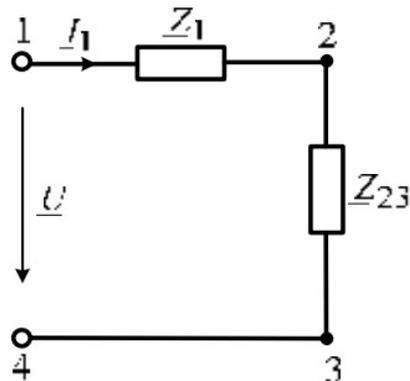


Рисунок 6

Определяем эквивалентное сопротивление всей цепи:

$$\underline{Z}_{\text{экв}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = -j3,2 + (6,9 - j3,15) = 6,9 - j6,35 = 9,37 e^{-j42,6^\circ} \text{ Ом.}$$

2. Общий ток цепи определяем по закону Ома:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{экв}}} = \frac{220 e^{j0^\circ}}{9,37 e^{-j42,6^\circ}} = 23,5 e^{j42,6^\circ} = 17,3 + j15,9 \text{ А.}$$

Определяем напряжение на участке 1-2 цепи:

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 * \underline{I}_1 = -3,2 e^{j90^\circ} * 23,5 e^{j42,6^\circ} = -75,2 e^{j132,6^\circ} = 33,87 - j128,2 \text{ В.}$$

Определяем напряжение на участке 2-3 цепи:

$$\underline{U}_{23} = \underline{Z}_{23} * \underline{I}_1 = 23,5 e^{j42,6^\circ} * 7,63 e^{-j24,4^\circ} = 179,3 e^{j18,2^\circ} = 170,3 + j56 \text{ В.}$$

Определяем токи в ветвях после разветвления, используя закон Ома:

$$\underline{I}_2 = \frac{U_{23}}{\underline{Z}_2} = \frac{179,3 e^{j18,2^\circ}}{15,43 e^{j38,9^\circ}} = 11,6 e^{-j20,7^\circ} = 10,8 - j4,1 \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{U_{23}}{\underline{Z}_3} = \frac{179,3 e^{j18,2^\circ}}{8,52 e^{-j54^\circ}} = 21 e^{j72,2^\circ} = 6,4 + j19,9 \text{ A}.$$

Для проверки найденных токов составим уравнение согласно первому закону Кирхгофа для узла 2 (рисунок 5):

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0$$

$$(17,3 + j15,9) - (10,8 - j4,1) - (6,4 + j19,9) = 0,1 + j0,1$$

3. Запишем мгновенные значения токов ветвей:

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t + \varphi_{i_1}) = \sqrt{2} * 23,5 \sin(\omega t + 42,6^\circ) = 33,2 \sin(\omega t + 42,6^\circ) \text{ A};$$

$$i_2 = \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t + \varphi_{i_2}) = \sqrt{2} * 11,6 \sin(\omega t - 20,7^\circ) = 16,4 \sin(\omega t - 20,7^\circ) \text{ A};$$

$$i_3 = \sqrt{2} I_3 \sin(\omega t + \varphi_{i_3}) = \sqrt{2} * 21 \sin(\omega t + 18,2^\circ) = 27,9 \sin(\omega t + 18,2^\circ) \text{ A}.$$

Запишем мгновенное значение напряжения на участке цепи с параллельным соединением ветвей:

$$u_1 = \sqrt{2} U_{23} \sin(\omega t + \varphi_{u_{23}}) = \sqrt{2} * 179,3 \sin(\omega t + 18,2^\circ) = 253,5 \sin(\omega t + 18,2^\circ) \text{ B}.$$

4. Составим баланс активных и реактивных мощностей. Эти балансы показывают, что активные и реактивные мощности на входе должны быть равны сумме соответственно активных и реактивных мощностей всех потребителей.

					КР-02069964-13.03.01-16-23	Лист
						9
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Комплексная мощность цепи с активным, индуктивным и емкостным сопротивлениями:

$$S = \underline{U} * \underline{I}_1^i,$$

Где \underline{I}^i сопряженный комплекс тока, А.

$$S = 220 e^{j0^\circ} * 23,5 e^{j42,6^\circ} = 5170 e^{-j42,6^\circ} = 3805,6 - j34994 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Активную мощность потребителей рассчитаем как произведение активного сопротивления участка, на квадрат действующего значения тока этого участка.

Суммарная активная мощность потребителей:

$$P_{\text{номр}} = R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 = 12 * 11,6^2 + 5 * 21^2 = 3819,7 \text{ Вт}.$$

Реактивную мощность потребителей определяем как произведение квадрата тока реактивного элемента на его сопротивление. Причем мощность катушки индуктивности положительна, а конденсатора отрицательна.

Суммарная реактивная мощность потребителей:

$$Q_{\text{номр}} = -X_{C_1} I_1^2 + X_{L_2} I_2^2 - X_{C_3} I_3^2 = -3,2 * 23,5^2 + 9,7 * 11,6^2 - 6,9 * 21^2 = -3504,8 \text{ вар}.$$

Таким образом, баланс активных и реактивных мощностей соблюдается.

5. Векторную диаграмму (рисунок 7) размещаем на комплексной плоскости с осями +1 и +j. Для построения векторной диаграммы выберем масштаб тока и напряжения $m_I = 4\text{А/см}$, $m_U = 20\text{В/см}$.

					КР-02069964-13.03.01-16-23	Лист
						10
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

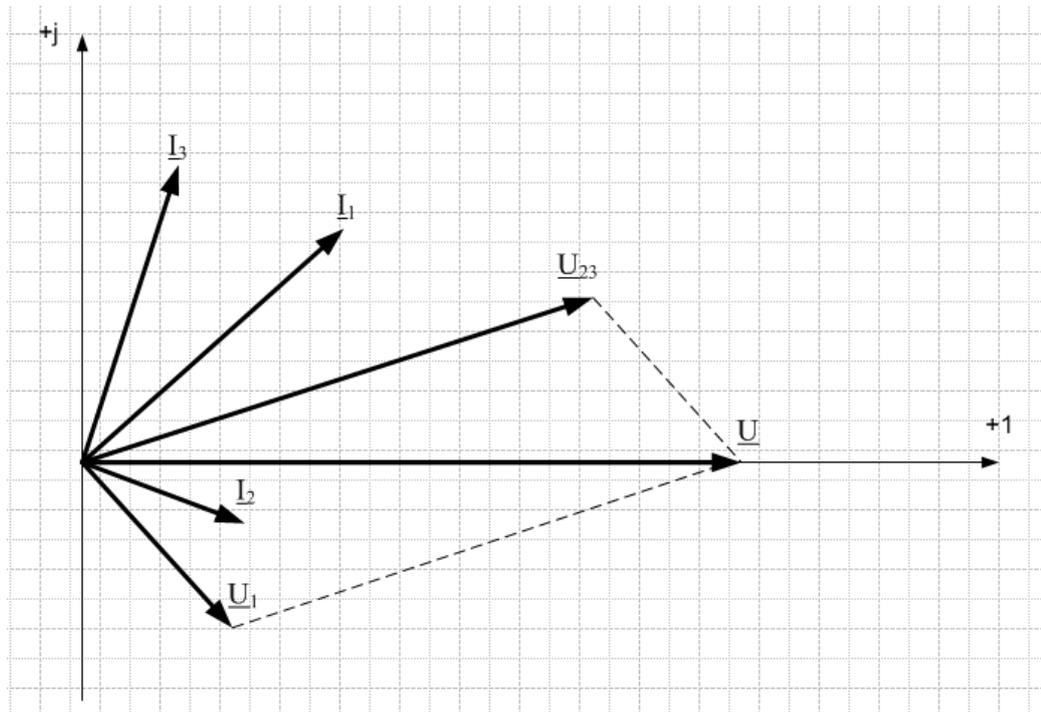


Рисунок 7

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

КР-02069964-13.03.01-16-23

Лист

11