МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ ХАБАРОВСКОГО КРАЯ
КРАЕВОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
ХАБАРОВСКИЙ АВТОДОРОЖНЫЙ ТЕХНИКУМ

Методические указания и контрольные задания по дисциплине «ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

для специальности СПО
23.02.04 «Техническая эксплуатация подъемно-транспортных, строительных, дорожных машин и оборудования»

2014

Рассмотрено на заседании
предметно-цикловой комиссии
общеобразовательных
математических, естественно-
научных и общепрофессиональных
дисциплин

УТВЕРЖДАЮ
Зам.директора по УР
_____ О.А. Пустовалова

Протокол №_____ от______ 2014
Председатель ц/к

______ Е. В. Шерстобитова

Разработчик: Мельникова Г.В., преподаватель дисциплин: «Техническая механика», «Метрология, стандартизация и сертификация», «Статика сооружений».

Требования к оформлению домашних контрольных работ

По дисциплине предусматривается выполнение одной домашней контрольной работы. Контрольная работа дает возможность осуществлять текущий контроль за самостоятельной работой обучающихся и координировать их работу над учебным материалом в межсессионный период.

Варианты заданий определяются по приведенной ниже таблице выбора заданий.

Контрольная работа, оформленная небрежно, написанная неразборчивым почерком, а также выполненная по неправильно выбранному варианту, возвращается обучающемуся без проверки с указанием причин возврата. В случае выполнения работы по неправильно выбранному варианту обучающийся должен выполнить работу согласно своему варианту задания. Работа, оформленная небрежно, рецензированию не подлежит и возвращается учащемуся для надлежащего оформления.

Критерии оценивания домашней контрольной работы:

Результаты выполнения домашней контрольной работы оцениваются отметкой «зачтено».

При проверке работы учащегося учитывается характер (существенные и несущественные) и количество допущенных ошибок.

К существенным ошибкам относятся ошибки, свидетельствующие о том, что обучающийся не усвоил основной учебный материал, не умеет оперировать им и применять к выполнению заданий, дан неполный и неверный ответ на вопрос.

К несущественным ошибкам относятся грамматические ошибки в терминах, неточность формулировок определений, обоснований, перечислений, небрежное выполнение (оформление) записей, рисунков и схем.

Правила выбора варианта

Варианты заданий определяются по приведённой ниже таблице согласно шифру учащегося. (шифр – соответствует двум последним цифрам номера зачетной книжки). Шифр указывается в работе в обязательном порядке.

В таблице вариантов по горизонтали размещаются цифры от 0 до 9, каждая из которых является предпоследней цифрой номера зачетной книжки учащегося. По вертикали размещаются цифры от 0 до 9, каждая из которых является последней цифрой номера зачетной книжки учащегося.

Пересечение горизонтальной и вертикальной линий определяет клетку с номерами задания.

Например, две последние цифры номера зачетной книжки обучающегося «27». При этих условиях учащийся должен выполнять №8 вариант контрольной работы.

Таблица 1

	˜	ı	**B**	*I*	T↕	T↔	≡	≡	≡	≡
˜	1	9	7	8	2	5	3	9	5	3
ı	9	2	8	7	4	6	9	1	2	1
B	6	7	3	9	3	7	5	3	4	2
I	7	1	6	4	2	8	4	7	5	3
T↕	8	2	10	3	5	1	6	2	6	4
T↔	9	3	1	2	4	6	7	3	7	5
≡	10	4	2	7	6	1	2	4	8	6
≡	1	5	8	2	9	10	9	8	5	7
≡	2	9	7	3	7	1	8	1	9	8
≡	10	6	1	4	8	2	10	7	1	10

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

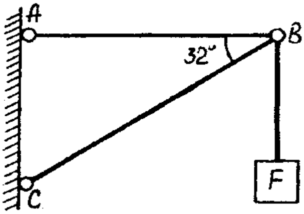
Задание №1.1

Определить недостающие из сил F_{AB}, F_{BC}, F в механической системе на рисунке 1.
Исходные данные приведены в таблице 1.1

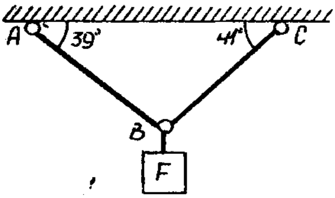
Таблица 1.1

Вариант	F_{AB},кН	F_{BC},кН	F,кН	№ схемы
1	**0,5**			**1**
2		**0,4**		**2**
3			**0,3**	**3**
4	**0,6**			**4**
5		**0,5**		**5**
6			**0,5**	**6**
7	**0,7**			**7**
8		**0,6**		**8**
9			**0,4**	**9**
10	**0,8**			**10**

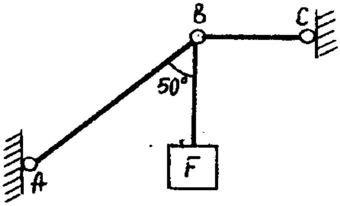
1



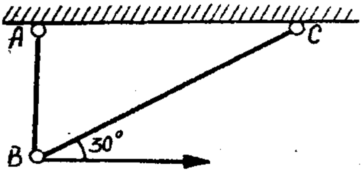
2



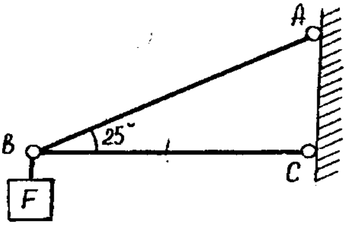
3



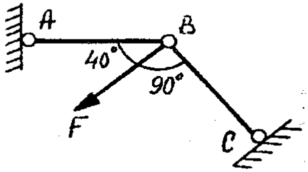
4



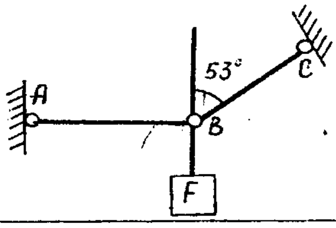
5



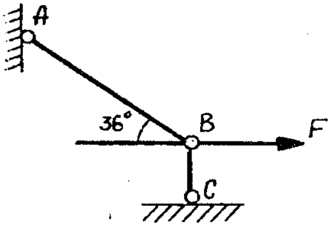
6



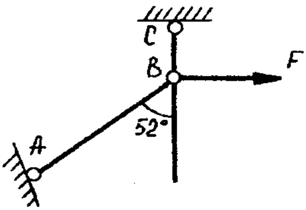
7



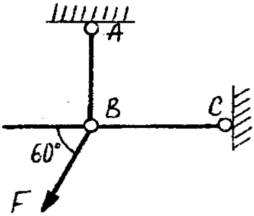
8



9



10



Методические указания к Заданию №1.1

К решению задачи следует приступать после изучения тем «Основные понятия и аксиомы статики» и «Система сходящихся сил», уяснения приведенных ниже методических указаний и разбора примеров.

В предлагаемой задаче рассматривается тело (точка), находящиеся в равновесии под действием плоской системы сходящихся сил. При аналитическом методе решения применяется система двух уравнений равновесия.

$$\sum F_x = 0\,;\ \sum F_y = 0\,;$$

(сумма проекций сил системы на каждую из координатных осей равна нулю).

Проекцией силы на ось называется отрезок оси, заключенный между перпендикулярами, опущенными на ось из начала и конца силы.

Обозначив проекцию силы F на ось X через F_x, а на остY – через F_y, будем иметь (рис.2):

F_x=Fcosα; F_y=-Fsinα, или F_y=-Fcos(90-α)

α – угол, образованный силой F и осью X.

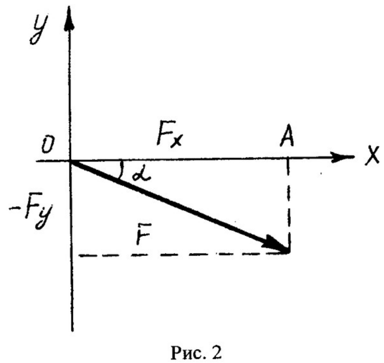


Рис. 2

Можно упростить решение задач путем рационального выбора направления координатных осей, то есть, выбираем ось так, чтобы одна из осей (ось X или ось Y) совпадала с направлением какой-либо неизвестной силы.

Решив задачу аналитическим методом, следует затем проверить правильность решения с помощью графического или геометрического метода.

В международной системе единиц сила измеряется в ньютонах (Н), а также в кратных единицах – килоньютонах ($1кН=10^3Н$) и меганьютонах ($1МН=10^6Н$).

При решении задач на равновесие плоской системы сходящихся сил рекомендуется придерживаться общей для всех систем схемы:

1. Разделить все детали механизма на три группы – освобождаемое от связей тело, действующие тела и связи. Освобождаемым является тело, движение которого рассматривается в задаче, действующие – тела, вызывающие движение, связи – противодействующие движению освобождаемого тела.

2. Мысленно отбросить действующие тела и связи.

3. Заменить их векторами активных сил и «реакций связей», приложенных к освобожденному телу.

4. Составить уравнения равновесия и найти неизвестные силы. Для этого предварительно векторы сил помещают в поле координатных осей так, чтобы векторы исходили из точки пересечения осей.

5. Проверить правильность решения с помощью графического способа.

Пример 1.1. Определить недостающие из сил:
реакцию стержня F_{CB} и силу груза F, если реакция стержня F_{AB}=6кН.

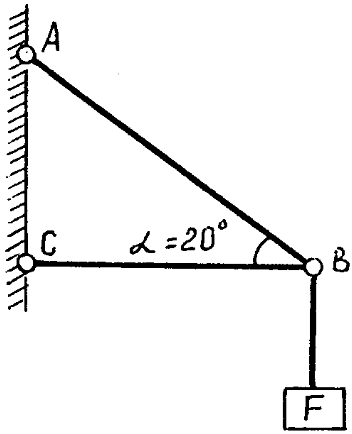


Рис. 3

Решение

1. Механизм (рис.3) состоит из стержней АВ, ВС, соединенных шарниром В, который вертикальной тягой связан с грузом F.

Так как тяга груза F, стержни АВ и СВ связаны с одним телом – шарниром В, то освобождаем от связей шарнир В.

2. Отбрасываем тягу, стержни.

3. Из точки (шарнир В) направляем активную силу тяги F – вертикально вниз, реакцию стержня F_{CB} – горизонтально влево, реакцию стержня F_{AB} – под углом 20^0 к горизонту (как стержень ВС) стрелкой влево – вверх (рис. 4а).

Направление реакций связей принимается произвольно. Правильность выбранного направления определяется знаком модуля реакции: при знаке «–» истинное направление реакции противоположно выбранному.

4. Точку В помещаем в начало осей координат, ось X проводим совпадающей с вектором F_{BC}, вторую У – перпендикулярно (рис. 4а).

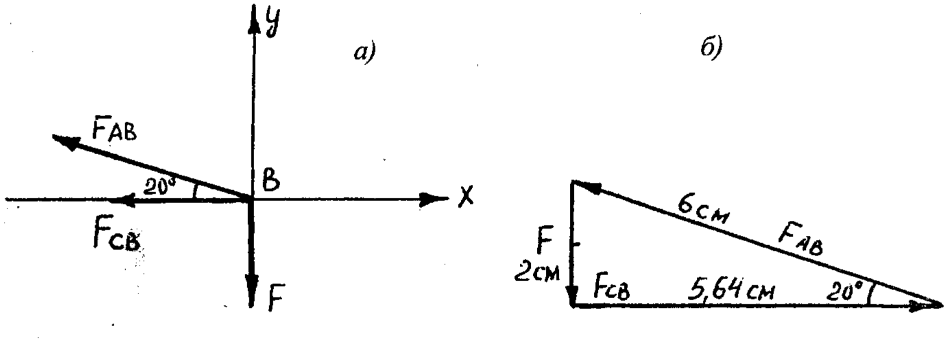


Рис. 4а, б

Составляем уравнение равновесия

$$\sum F_X = 0; \qquad -F_{AB} \cdot \cos\alpha - F_{CB} = 0;$$

$$\sum F_y = 0; \qquad F_{AB} \cdot \sin\alpha - F = 0.$$

Решаем уравнения

$$F_{CB} = -F_{AB} \cdot \cos\alpha = -6 \cdot \cos 20° = -6 \cdot 0{,}94 = -5{,}64\text{кН}.$$

$$F = F_{AB} \cdot \sin\alpha = 6 \cdot \sin 20° = 6 \cdot 0{,}34 = 2{,}04\text{кН}.$$

Данная система находится в состоянии равновесия, если соотношение параметров (сил) будет таково: F=2,04кН, F_{AB}= 6кН, F_{CB} = 5,64кН.

Сила F_{CB} должна действовать в противоположном от заданного направления, так как ее значение получилось отрицательным.

5. Для проверки правильности решения применяем графический метод, в выбранном масштабе М 1кН:1см, строим замкнутый силовой треугольник (рис.4б).

Следует отметить, что векторный треугольник показывает действительное, а не предполагаемое направление искомых сил.

Задание №1.2

Балка опирается на шарнирно-подвижную и шарнирно-неподвижную опоры. Необходимо определить реакции опор. Исходные данные приведены в таблице 1.2

Таблица 1.2

Вариант	№ схемы на рис.5	q, Н/м	F, Н	M, Н*м
1	10	5	40	10
2	9	2	25	20
3	8	10	16	14
4	7	1,5	50	30
5	6	6	82	60
6	5	3	15	25
7	4	8	45	40
8	3	4,5	18	10
9	2	1	20	25
10	1	12	54	35

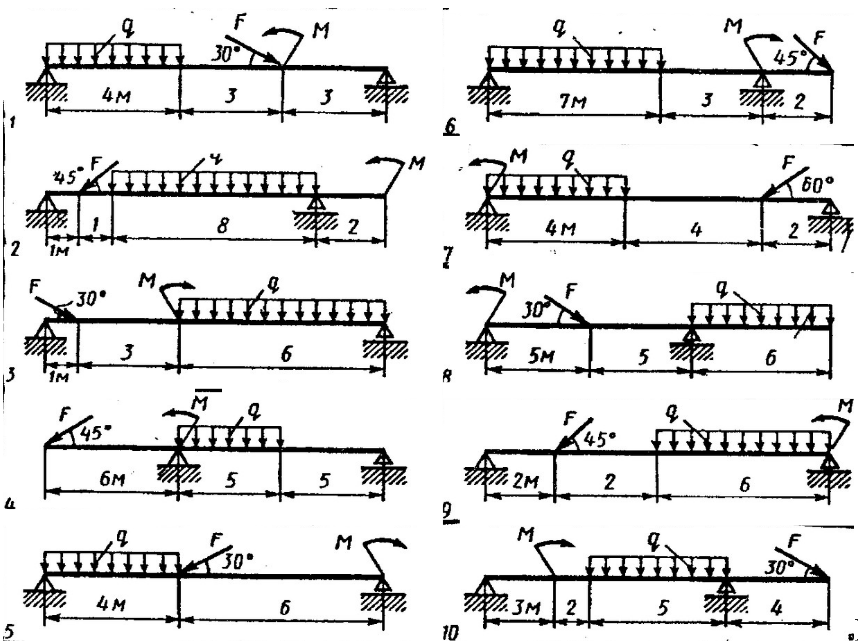


Рис.5

Методические указания к Заданию №1.2

К решению этих задач следует приступать после изучения тем «Пара сил и момент силы», «Система сил, произвольно расположенных в плоскости».

Пара сил. Две равные и параллельные силы, направленные в противоположные стороны и не лежащие на одной прямой, называются парой сил или просто парой. (рис. 6а). Кратчайшие расстояния между линиями действия сил, составляющих пару, называются плечом пары (рис. 6 *б*).

Произведение одной из сил пары на плечо называется моментом пары и обозначается буквой М; $M = \pm F r$.

Момент пары сил будем считать положительным, если пара стремится повернуть тело по часовой стрелке и отрицательным, если против часовой стрелки (рис. 6). Размерность пары (кН*м).

Чтобы задать пару, достаточно задать ее момент, поэтому иногда слово «пара» заменяют словом «момент» и условно изображают его так, как показано на рис. 6в.

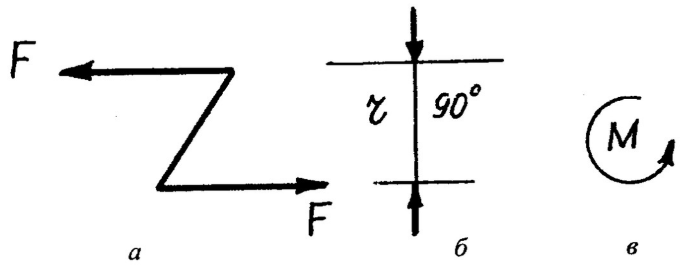


Рис. 6

Момент силы относительно точки. В некоторых механизмах выявить пару сил затруднительно, поэтому вращательное действие определяют с помощью момента силы относительно точки (центра) вращения. Момент силы относительно точки определяется как произведение вращающей силы на плечо. Плечом называют расстояние – перпендикуляр от точки – центра вращения до вектора вращающей силы.

При определении момента силы F_1 относительно точки **0**, надо умножить вращающую силу F_1 на плечо – перпендикуляр r_1 (рис.7), то есть, с учетом направления вращения

$$M_{F_1 0} = -F_1 \cdot r_1 .$$

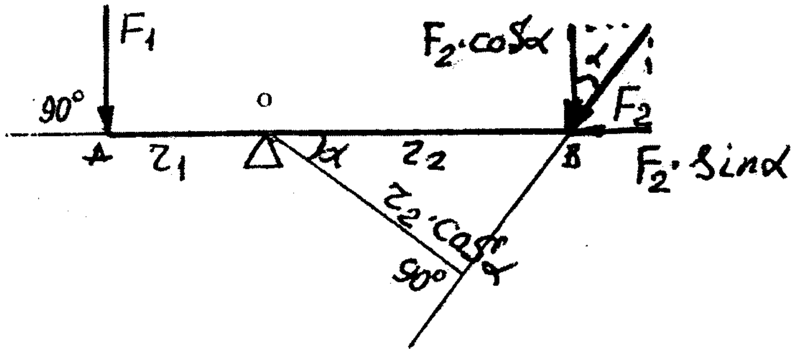


Рис. 7

При определении момента силы F_2, приложенной к рычагу AB под углом α, следует взять произведение вращающей части силы $F_2 \cdot \cos\alpha$ на плечо r_2 (перпендикуляр к вращающей $F_2 \cdot \cos\alpha$) или произведение силы F на плечо $r \cdot \cos\alpha$ – перпендикуляр к вектору вращающей силы F, т.е.

$$M_{F_2 0} = +F_2 \cdot \cos\alpha \cdot r \text{ или } M_{F_2 0} = +F \cdot r \cdot \cos\alpha.$$

Очевидно, что для вращающихся тел-рычагов должно соблюдаться правило: рычаг в равновесии, если момент силы, поворачивающей по часовой стрелке, равен моменту силы, поворачивающей против часовой стрелки.

$$\downarrow M_{F_{1}0} = M_{F_{2}0} \downarrow$$

$$\text{или } M_{F_{1}0} - M_{F_{2}0} = 0, \quad \text{т.е.} \sum M_{F_0} = 0 .$$

Для данного случая (рис.7)

$$F_1 \cdot r_2 - F_2 \cdot \cos\alpha \cdot r = 0$$

Решение

Пользуясь методом освобождения от связей:

1. Разделяем изображенную двухопорную балку на освобожденное тело, тела, вызывающие её движение, и тела, противодействующие движению.

Освобожденным телом будем считать балку AB, действующими – неопределенные тела с силами F, q, M, противодействующими – опоры A и B.

2. Отбрасываем связи: опоры A и B.

3. Заменяем их реакциями. Действующие, уже замененные силами, преобразуем:

а) раскладываем F на горизонтальную и вертикальную составляющие

$$F_x = F \cdot \cos 60° \text{ и } F_y = F \cdot \cos 30° \text{(рис.9)}$$

б) равномерно распределенную (погонную) нагрузку q заменяем сосредоточенной Q

$$Q = q \cdot \ell$$

Сила Q , очевидно, будет действовать вертикально вниз на расстоянии BD, равном 2м (половина от 4м).

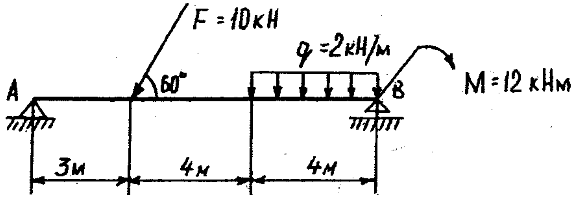
Противодействующие опоры A и B заменяем реакциями:

а) опора A – R_{ya} и R_{xa}

б) опора B – R_{ya} (рис. 9)

Пример решения задания №1.2

Определить реакцию опор двухопорной балки, нагруженной силами (рис.8).



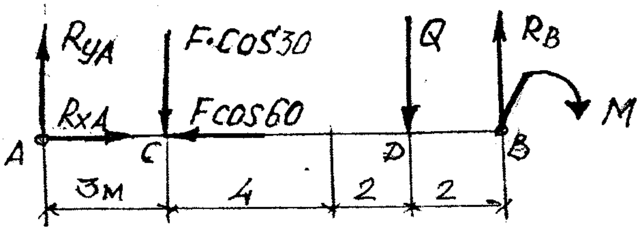


Рис. 9.

Опора А ограничивает движение в двух взаимно перпендикулярных направлениях (Х и У). Её реакции R_{yA}, R_{xA}.

Опора В – в одном (У) – реакция R_B.

4. Пользуясь уравнениями равновесия рычага относительно точек – центров вращения (опор А и В), получим

$$\sum M_A = 0.$$

$$R_B \cdot AB - M - Q \cdot AD - F \cdot \cos 30° \cdot AC = 0$$

$$R_B = \frac{M + Q \cdot AD + F \cdot \cos 30° \cdot AC}{AB} = \frac{12 + 8 \cdot 9 + 10 \cdot 0{,}86 \cdot 3}{11} = 9{,}98 кН \quad \sum M_в = 0$$

$$R_{ya} \cdot AB - F \cdot \cos 30° \cdot CB - Q \cdot DB + M = 0$$

$$R_{ya} = \frac{F \cdot \cos 30° \cdot CB + Q \cdot DB - M}{AB} = \frac{10 \cdot 0{,}86 \cdot 8 + 8 \cdot 2 - 12}{11} = 6{,}62 кН$$

Проверяем правильность определения вертикальных реакций по условию

$$\sum F_y = 0 \quad \text{(см. рис.9).}$$

$$R_{ya} - F \cdot \cos 30° - Q + R_в = 0.$$

$$6{,}62 - 10 \cdot 0{,}86 - 8 + 9{,}98 = 0$$

$$0 = 0$$

Определяем горизонтальную реакцию R_{xa} опоры А по уравнению

$$\sum F_X = 0$$

$$R_{xa} - F \cdot \cos 60° = 0$$

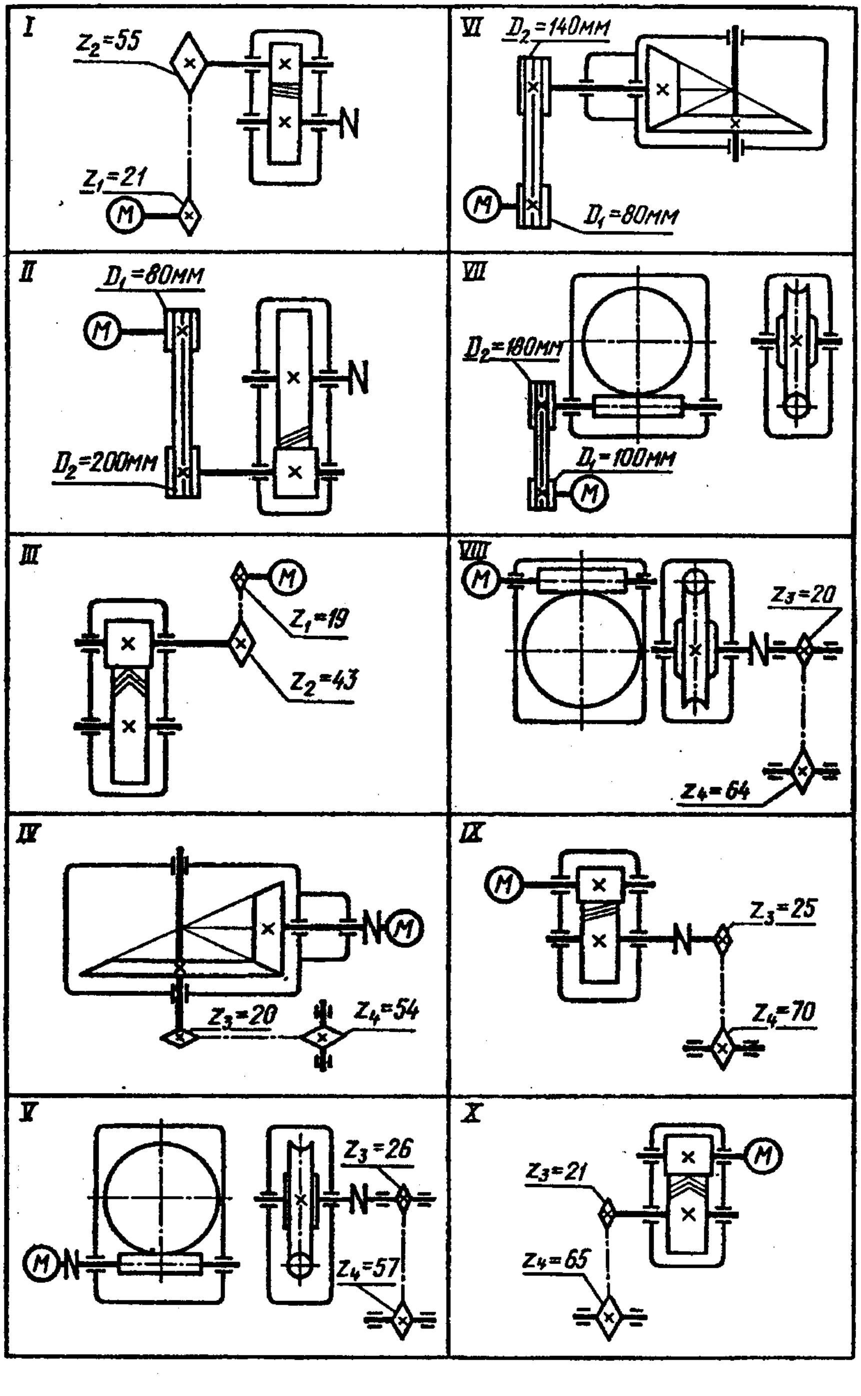
$$R_{xa} = F \cdot \cos 60° = 10 \cdot 0{,}5 = 5 кН.$$

Задание №1.3

Определить параметры привода: угловые скорости, вращающие моменты, мощности на валах, передаточные отношения, КПД. Описать назначение, принцип работы, устройство привода. Данные взять из таблицы 1.3.

Таблица 3

№ варианта	№ схемы по рис.11	Мощность эл. дв. P_1, кВт	Частота вращ. электродв., n, об/мин	Перед. число ред. u_p
1	8	3,6	960	12
2	7	2,0	1440	20
3	5	6,4	980	25
4	10	8,5	720	1,6
5	1	9,8	710	4
6	2	4,4	935	1,25
7	3	8,6	970	1,6
8	9	3,7	987	32
9	4	3,2	970	4
10	6	2,6	980	2,5



I
$z_2=55$
$z_1=21$
M
N
VI
$D_2=140$ мм
$D_1=80$ мм
M
II
$D_1=80$ мм
M
N
$D_2=200$ мм
VII
$D_2=180$ мм
$D_1=100$ мм
M
III
M
$z_1=19$
$z_2=43$
VIII
M
$z_3=20$
N
$z_4=64$
IV
N
M
$z_3=20$
$z_4=54$
IX
M
N
$z_3=25$
$z_4=70$
V
$z_3=26$
N
M
$z_4=57$
X
M
$z_3=21$
$z_4=65$

Методические указания к Заданию №1.3

Механические передачи чаще всего передают вращательное движение, изменяют направление, частоту, плоскость вращения, вращающий момент.

Частота вращения измеряется в об/мин (n) и в радианах/с (ω). Во втором случае ее еще называют угловой скоростью. Между ними существует следующая зависимость:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}[\text{рад}/\text{с}] \text{ или } \left[\frac{1}{\text{с}}\right]$$

Имеется в виду, что в одном обороте 2π=6,28 радиан, а в одной минуте 60 секунд.

Изменение частоты вращения выражают через передаточное отношение u_{12}.

$$u_{12} = \pm\frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm\frac{n_1}{n_2},$$

где ω_1 – угловая скорость ведущего вала;

n_1 – частота вращения ведущего вала;

ω_2 – угловая скорость ведомого вала;

n_2 – частота вращения ведомого вала.

Положительное значение принимается, если направление вращения валов меняется. Передаточное отношение зависит от размера деталей передач (зубчатых колес, шкивов и др.): большую частоту имеет меньшая деталь, меньшую частоту – большая, поэтому передаточное отношение через размеры выглядит так:

$$u_{12} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{D_2}{D_1},$$

где Z – число зубьев зубчатого колеса, звездочки;

D – диаметр шкива зубчатого колеса, звездочки.

Для многоступенчатой передачи передаточное отношение определяется перемножением передаточных чисел ступеней

$$u_{1_i} = u_{12} \cdot u_{23} \cdot u_{34} \ldots u_{(i-1)i}.$$

Если вспомнить (задание 1.3), что мощность P – параметр, полученный как произведение параметра действия на параметр быстроты движения, а параметр действия при вращении – вращающий момент M и параметр быстроты вращения – угловая скорость ω, то получим

$$P = M \cdot \omega[\text{Нм} \cdot 1/\text{с}] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}} = [\text{Вт}].$$

Коэффициент полезного действия η передачи показывает отношение мощности P_2 ведомого вала к мощности P_1 ведущего вала

$$\eta = \frac{P_2}{P_1};$$

Потери мощности P_1 и P_2 необходимы для преодоления сопротивления в зацеплении, подшипниках, смазке, перемещений продуктов износа, смазки.

Рекомендуется при определении полезной мощности принимать следующие значения КПД, обусловленные степенью точности и чистоты обработки выпускаемых деталей:

– пары подшипников – η_n=0,99
– цепной передачи – η_n=0,97
– ременной – η_n=0,96
– зубчатой – η_n=0,98
– червячной – η_n=0,8.

Учитывая, что $P_1 = M_1 \cdot \omega_1$; $P_2 = M_2 \cdot \omega_2$; получим

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M_2 \cdot \omega_2}{M_1 \cdot \omega_1} = \frac{M_2}{M_1 \cdot u_{12}} \text{ и } M_2 = M_1 \cdot u_{12} \cdot \eta_1,$$

а также
$$u_{12} = \frac{M_2}{M_1} \cdot \eta.$$

Это означает, что изменение вращательного момента измеряется также передаточным отношением.

Коэффициент полезного действия привода, состоящего из нескольких передач (ступеней), определяют произведением КПД всех передач

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 ... \eta_{in} \cdot \eta_n^n,$$

где 1, 2 …i – номера передач;

n – количество пар подшипников в приводе.

Пример решения Задания №1.3

Определить скорости вращающие моменты, передаточные отношения, мощности, КПД привода (рис.12), если передаточное отношение u_{23}=2,8, мощность электродвигателя P_1=7кВт, частота вращения вала ω_1=750 об/мин, диаметры шкивов D_1=80мм, D_2=160мм. Описать назначение, устройство, принцип работы привода.

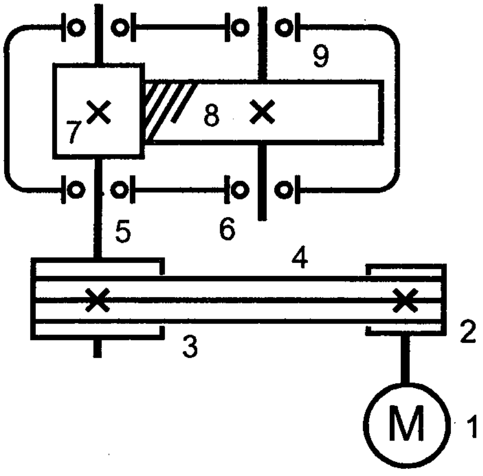


Рис. 12

Решение

1. Определяем передаточное отношение ременной передачи

$$u_{12} = u_{рп} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{160}{80} = 2.$$

Общее передаточное отношение привода

$$U_{13} = u_{12} \cdot u_{23} = 2 \cdot 2{,}8 = 5{,}6.$$

2. Частота вращения ведущего и ведомого вала привода

$$\omega_1 = \pi n/30 = 3{,}14 \cdot 750/30 = 78{,}5 \text{ 1/c}.$$

$$u_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{n_1}{n_3};$$

$$n_3 = \frac{n_1}{u_{13}} = \frac{750}{5{,}6} = 134 \text{об/мин}.$$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_3}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 134}{30} = 14 \text{ 1/c}.$$

3. Общий коэффициент полезного действия привода

$$\eta = \eta_{рп} \cdot \eta_{зп} \cdot \eta_п^2 = 0{,}96 \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}99^2 = 0{,}93.$$

4. Момент вращения двигателя и ведомого вала привода

$$P_1 = M_1 \cdot \omega_1; \; M_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{7 \cdot 1000}{18{,}5} = 89{,}1 \text{Н} \cdot \text{м}.$$

$$u_{13} = \frac{M_2}{M_1} \cdot \eta; \; M_2 = M_1 \cdot u_{13} \cdot \eta = 89{,}1 \cdot 5{,}6 \cdot 0{,}93 = 455 Н \cdot м .$$

5. Мощность ведомого вала привода

$$\eta = \frac{P_3}{P_1}; \; P_3 = P_1 \cdot \eta = 7000 \cdot 0{,}93 = 6510 \text{ Вт} .$$

6. Назначение, принцип работы, устройство привода. Привод предназначен для передачи движения и усилия от электродвигателя (P_1 = 7кВт, n_1 = 7000об/мин, M_1 = 89,1Н·м) к ведомому валу редуктора (Р = 6,5кВт, n_3 = 134об/мин, M_3 = 455Н·м), изменения направления вращения, изменения частоты вращения в u_{13}=5,6 раз, изменения вращающего момента в $u_{13} \cdot \eta$= 5,6 · 0,93 = 5,2 раза.

Потери мощности $P_1 - P_3$ = 7 – 6,5 = 0,5кВт.

Привод устроен из электродвигателя (М), ременной и зубчатой передач.

Ременная передача передает вращение с вала двигателя на вал редуктора, изменяя частоту вращения в $u_{12} = 2$ раза, момент вращения в $u_{12} \cdot \eta = 1{,}9$ раз, теряя при этом $P_2 - P_1$ = 7 – 7 · 0,95 = 0,35кВт.

Ременная передача состоит из двух шкивов 2, 3 с диаметрами D_1 = 80мм, D_2 = 160мм с двумя клиновыми проточками, двух клиновых ремней 4. Шкивы установлены на валы двигателя и редуктора на шпонках.

Редуктор (зубчатая передача) передает вращение с ведущего вала 5 на ведомый 6, изменяя направление вращения, частоту вращения в 2,8 раза и момент вращения в 2,7 раза.

Передача движения осуществляется за счет зацепления колес (передачи толкающего усилия зубом ведущего колеса зубу ведомого как рычагу).

Редуктор одноступенчатый состоит из пары зубчатых колес 7, 8, закрепленных на валах шпонками. Валы вращаются в подшипниках качения 9, установленных в гнездах корпуса.

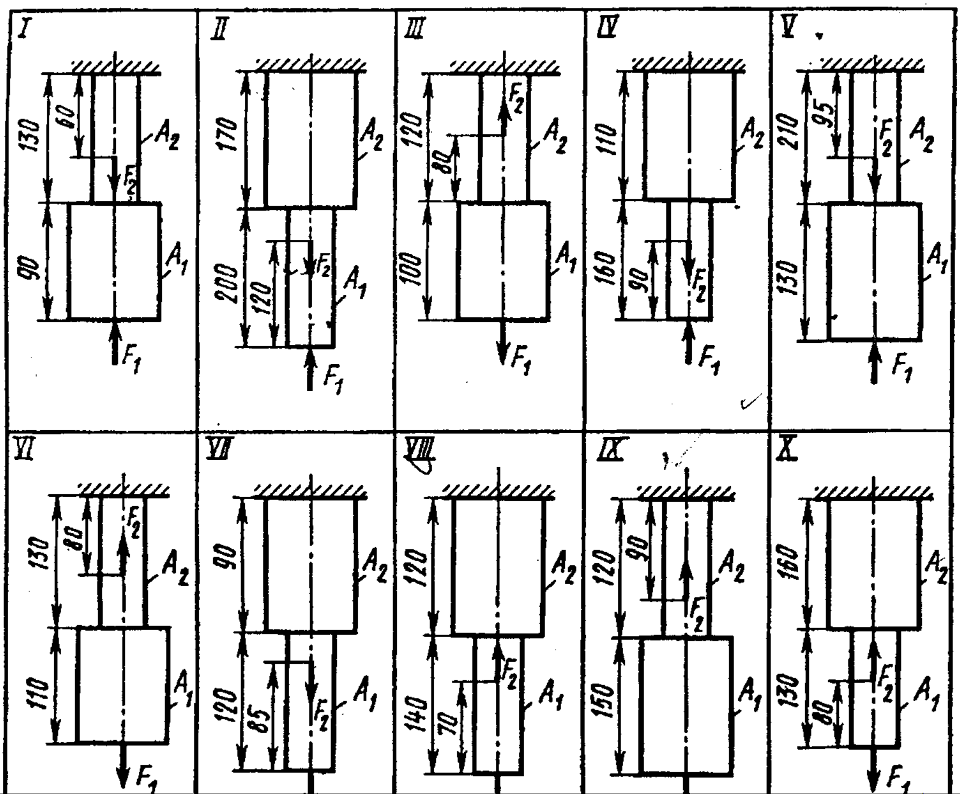
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Задание №2.1

Проверить прочность, найти наиболее напряженный участок двухступенчатого бруса, нагруженного силами F_1, F_2, если $[\sigma]=160$ Н/мм^2. Найти удлинение бруса. Данные своего варианта взять из таблицы 2.1

Таблица 2.1

№ задачи и схемы	Вариант	F_1,кН	F_2,кН	A_1, см^2	A_2, см^2
1	10	10	20	1,2	0,8
2	9	12	10	1,2	0,8
3	8	12	20	0,7	0,9
4	7	21	40	2,4	2,2
5	6	16	13	2,6	1,6
6	5	18	23	1,8	1,4
7	4	15	13	2,3	2,0
8	3	14	22	3,5	2,3
9	2	13	18	4,4	3,0
10	1	15	25	2,6	1,4



[redacted]

Методические указания к Заданию №2.1

Выполнение задания требует от студента умения строить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и определять удлинения или укорочения бруса. К решению этих задач следует приступать после изучения тем «Основные положения» и «Растяжение - сжатие», уяснения приведенных ниже методических указаний и разбора примеров.

Все детали машин при их взаимодействии деформируются – изменяют размеры. Различают несколько состояний деформирования: упругая деформация, пластическая деформация и разрушение. Упругая – исчезает после снятия нагрузок, пластическая – остается. Если деталь деформируется упруго, то состояние называют прочностью.

Растяжением (сжатием) называют такой вид нагружения бруса, при котором в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор – продольная сила N. Продольная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме внешних сил, действующих на отсеченную часть.

Установим следующее правило знаков: внешняя сила, направленная от сечения, считается положительной, то есть дает положительную растягивающую продольную силу; в противном случае внешняя сила отрицательна.

Состояние материала бруса против растягивающих (сжимающих) действий (внешних сил) определяется параметром, называемым «нормальное напряжение» σ, тем большим, чем большая действует нагрузка. При одной и той же нагрузке более напряженным будет брус с меньшей площадью поперечного сечения. Следовательно, напряжение прямо пропорционально нагрузке N и обратно пропорционально площади сечения A.

$$\sigma = \frac{F}{A};\ \text{Н/м}^2 = \text{Па};\ \text{Н/мм}^2.$$

Деформация бруса длиной ℓ от действия растяжения – сжатия называется удлинением $\Delta\ell$. Если рассматривают деформацию каждого метра бруса, то ее называют относительным удлинением.

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell}.$$

Между деформацией в стадии упругости и напряжением существует зависимость – закон Гука:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon\ .$$

Она выражает прямую пропорциональность между напряжением и относительным удлинением. Коэффициент E называется модулем упругости

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \text{Н/м}^2.$$

Модуль упругости стали – $2 \cdot 10^5$ Н/мм^2, чугуна – 10^5Н/мм^2, резины – 80Н/мм^2.

Упругое состояние гарантированно сохраняется до определенного значения напряжения, которое называют допустимым [σ]. До достижения этого напряжения материал считается достаточно прочным. Поэтому состояние прочности выражается формулой

$$\sigma \le [\sigma].$$

Для анализа состояния деталей, имеющих форму бруса (длина значительно больше размеров поперечного сечения) строят график – эпюру, зависимости напряжений σ, Н/мм^2.

Эпюра позволяет определить наиболее напряженный участок бруса.

Пример решения Задания №2.1

Стальной ступенчатый брус (рис.14) нагружен силами $F_1 = 18$ кН, $F_2 = 6$ кН. Площади сечений ступеней A_1=1,4см^2, A_2 = 0,8см^2.

Определить прочность ступеней, наиболее нагруженный участок, удлинение бруса.

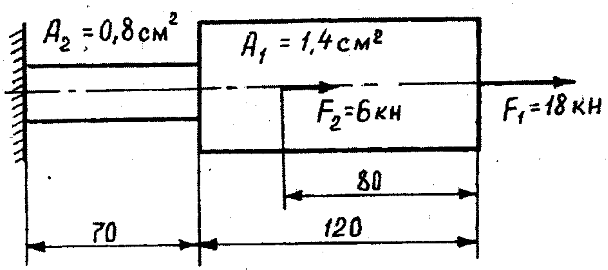


Рис. 14

Решение

1. Разбиваем брус на три участка (рис.15), границами которых являются точки приложения сил или изменения площади сечения. Первый (справа) – от точки приложения силы F_1, до точки приложения силы F_2, второй – от точки приложения силы F_2, до границы ступеней площадью сечения A_1 и A_2, третий – от границы ступеней до заделки. Силу заделки можно не определять.

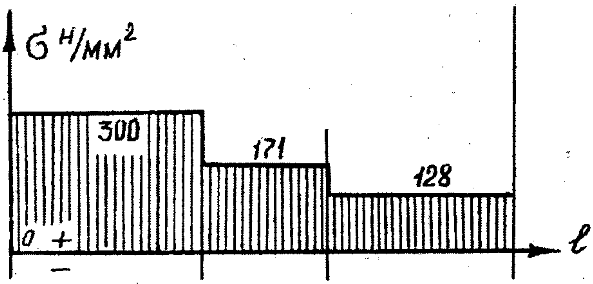


Рис.15

Разбивка бруса на участки ведется от свободного конца бруса, также рассматриваются продольные силы с учетом независимости их действия.

2. Определяем силу N_1 сопротивления первого участка растяжению. Равновесие участка обеспечивается равенством

$$F_1 - N_1 = 0;\ N_1 = F_1 = 18\text{кН}.$$

Напряжение на первом участке

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{18 \cdot 1000}{1,4 \cdot 100} = 128\text{Н}/\text{мм}^2 = 128\frac{\text{МН}}{\text{м}^2}.$$

Поскольку ни сила, ни площадь на протяжении всего участка не меняются, то и напряжение по всей длине участка постоянно. На графике-эпюре (рис.15) это изобразится прямой ℓ (на этом участке $\sigma = 128 Н/мм^2 = const$).

Удлинение первого участка

$$\sigma_1 = E\varepsilon \text{, откуда } \sigma_1 = E\frac{\Delta\ell_1}{\ell_1} \text{ и}$$

$$\Delta\ell = \frac{\sigma_1 \cdot \ell_1}{E} = \frac{128 \cdot 80}{2 \cdot 10^5} = 5{,}2 \cdot 10^{-2} мм = 5{,}2 \cdot 10^{-8} м.$$

3. Определяем силу N_2 сопротивления второго участка и напряжения σ_2. Правая от второго сечения часть подвергается действию сил F_1; F_2 и N_2.

$$F_1 + F_2 - N_2 = 0, \quad N_2 = F_1 + F_2 = 18 + 6 = 24 кН.$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_1} = \frac{24 \cdot 1000}{1{,}4 \cdot 100} = 171 Н/мм^2 = 171 \frac{МН}{м^2}$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{\sigma_2 \cdot \ell_2}{E} = \frac{171 \cdot 40}{2 \cdot 10^5} = 3{,}4 \cdot 10^{-2} = 3{,}4 \cdot 10^{-8} м$$

4. Сила N_3, напряжение σ_3, удлинение ℓ_3 третьего участка. Правая от сечения часть балки подвергается действию сил F_1; F_2; N_3

$$F_1 + F_2 - N_3 = 0, \quad N_3 = 24 кН.$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{24 \cdot 1000}{0{,}8 \cdot 10^2} = 300 Н/мм^2 = 300 \frac{МН}{м^2}$$

$$\Delta\ell_3 = \frac{\sigma_3 \ell_3}{E} = \frac{300 \cdot 10}{2 \cdot 10^5} = 11{,}5 \cdot 10^{-2} мм = 11{,}5 \cdot 10^{-8} м$$

Нанося полученные характерные точки на график и соединяя их прямыми линиями, получаем эпюру напряжений, рис.15.

5. Общее удлинение бруса

$$\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 + \Delta\ell_3 = 5{,}2 \cdot 10^{-2} + 3{,}4 \cdot 10^{-2} + 11{,}5 \cdot 10^{-2} =$$

$$= 20{,}1 \cdot 10^{-2} мм = 20{,}1 \cdot 10^{-8} м.$$

6. Анализируем эпюру. Первый участок прочен

$$\sigma_1 < [\sigma], \quad 128 < 160$$

но не экономичен, так как

$$\frac{[\sigma]-\sigma}{[\sigma]}\cdot 100 = \frac{[160-128]}{160}\cdot 100 = 20\% > 5\%$$

Второй не достаточно прочен, третий не прочен.

$$\sigma_2 > [\sigma],\ \ 171 > 160,$$

$$\frac{[\sigma]-\sigma}{[\sigma]}\cdot 100 = \frac{[160-171]}{160}\cdot 100 = -7{,}5\% < 5\%$$

$$\sigma_3 > [\sigma], 300 > 160$$

Наиболее нагружен третий участок $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$.

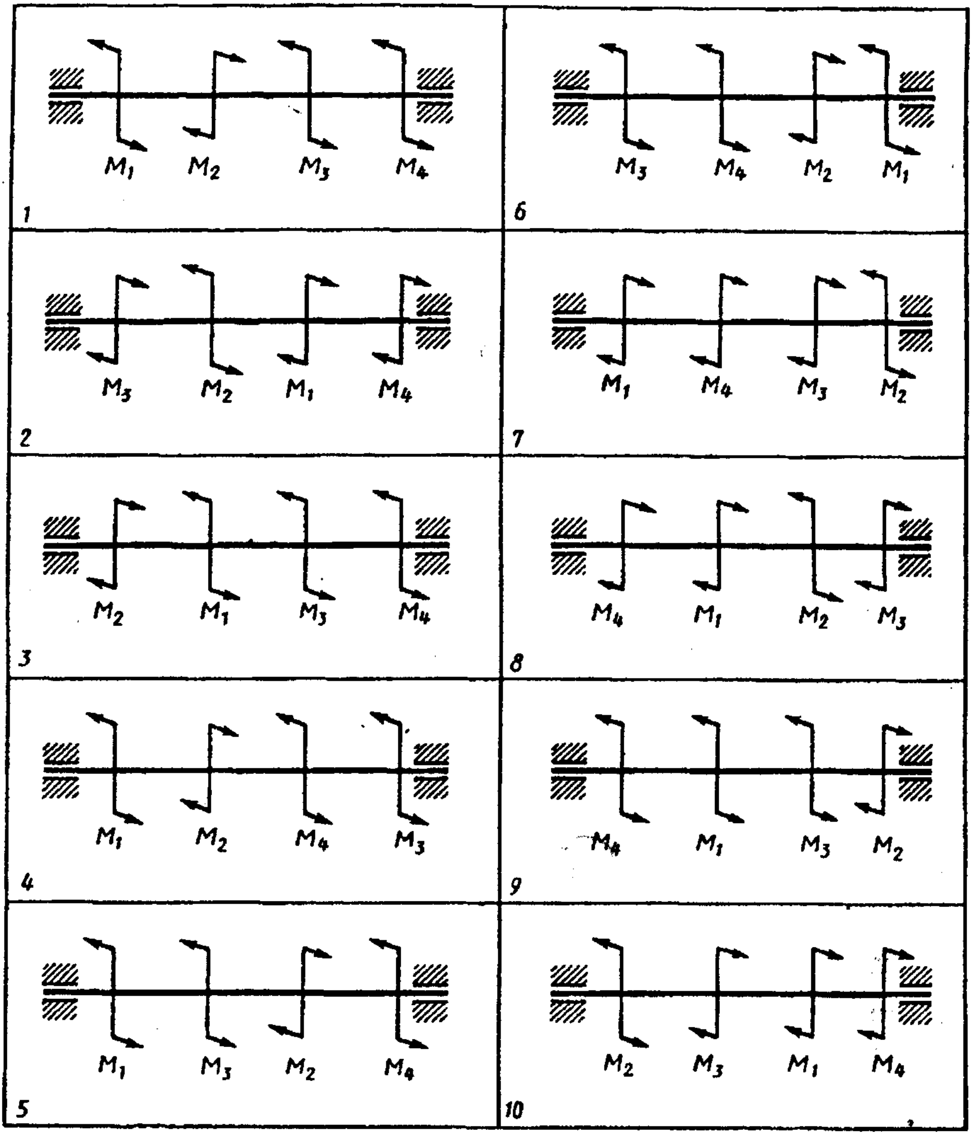
Примечание. Участок 1 находится в стадии упругости. Участок 2 – тоже: $\sigma_2 > [\sigma]$, но незначительно. Допустимые напряжения назначаются несколько ниже стадии упругости. Поэтому формула закона Гука здесь правомерна.

На третьем участке напряжения значительно превышают допустимые, что означает переход в стадию текучести. В этой стадии деформация определяется экспериментально. Формула же применена для демонстрации способа определения полной деформации бруса. На третьем участке может произойти разрушение.

Задание №2.2

Определить диаметр стального вала постоянного сечения из условия прочности, приняв $[\tau]=30$Н/мм^2.

Исходные данные в таблице 6.



1 M_1 M_2 M_3 M_4
2 M_3 M_2 M_1 M_4
3 M_2 M_1 M_3 M_4
4 M_1 M_2 M_4 M_3
5 M_1 M_3 M_2 M_4
6 M_3 M_4 M_2 M_1
7 M_1 M_4 M_3 M_2
8 M_4 M_1 M_2 M_3
9 M_4 M_1 M_3 M_2
10 M_2 M_3 M_1 M_4

Таблица 2.2

№ задачи; схемы	Вариант	P_1, кВт	P_2, кВт	P_3, кВт	ω, рад/с
10	1	35	20	15	20
9	2	150	100	50	45
8	3	40	25	20	25
7	4	110	60	30	35
6	5	40	15	25	30
5	6	75	40	15	20
4	7	90	60	25	30
3	8	65	35	20	25
2	9	140	110	60	45
1	10	120	80	40	35

Методические указания к заданию №2.2

Вращающиеся детали (чаще всего это валы) испытывают деформацию кручение – касательное относительное вращение поперечных сечений. Противодействие сечений вала кручению определяется крутящим моментом $M_к$ и касательным напряжением τ.

Чтобы вал упруго сопротивлялся кручению, крутящий момент сечения должен уравновесить вращающие моменты справа или слева от сечения ($\sum M_л$ или $\sum M_п$), то есть

$$M_к + \sum M_л = 0 \quad \text{или} \quad M_к + \sum M_п = 0.$$

Результат будет одинаков, ибо левая и правая части действуют равным образом друг на друга по принципу равенства действия и противодействия.

Однако крутящий момент недостаточно характеризует сопротивление вала кручению. Очевидно вал меньшего диаметра с тем же крутящим моментом имеет меньшее сопротивление. Поэтому для достаточной оценки сопротивляемости вала кручению применяют другой параметр – касательное напряжение τ. Касательное напряжение учитывает величины: кр момента $M_к$, диаметра вала d, площади сечения (круга) $\pi d^2/4$.

$$\tau = \frac{M_к}{0{,}25 \cdot d \cdot \pi d^2/4} = \frac{M_к}{0{,}2 \cdot d^3}, Н/м^2.$$

Рабочие напряжения τ, возникающие в сечении вала при круче должны превышать допустимые $[\tau]$для данного материала. Услові ности выражается зависимостью

$$\tau \leq [\tau].$$

Для установления наиболее нагруженного участка вала пост сечения строят эпюру крутящего момента. При определении наибс пряженного участка ступенчатого вала строят эпюру касательных жений.

Пример решения Задания №2.2

Определить из условия прочности диаметр стального вала постоянного сечения, нагруженного вращающими моментами M_1, M_4 (рис.17) при угловой скорости ω = 10 1/с; $[\tau]$ = 30 Н/мм^2, мо P_1 = 90кВт, P_2 = 60кВт, P_3 = 30кВт.

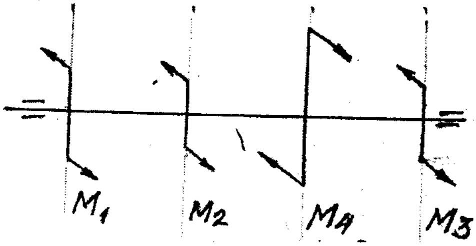


Рис. 17

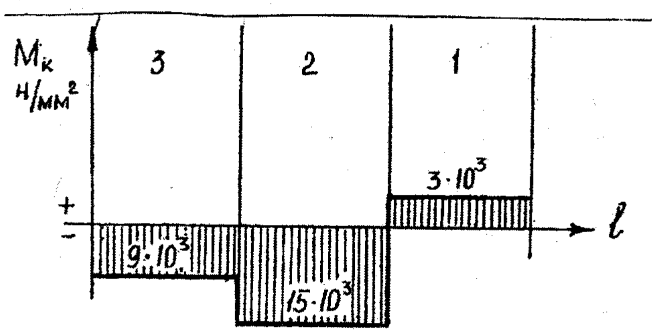


Рис.18

Решение

1. Разбиваем вал на три участка – по сечениям, в которых приложены вращающие моменты.

2. Находим вращающие моменты

$$P_1 = M_1 \cdot \omega_1, \text{то} M_1 = P_1 / \omega = 90 \cdot 1000/10 = 9 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$M_2 = P_2 / \omega = 60 \cdot 1000/10 = 6 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$M_3 = P_3 / \omega = 30 \cdot 1000/10 = 3 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Равномерное вращение обеспечивается условием

$$\sum M = 0; \quad M_1 + M_2 + M_3 - M_4 = 0;$$

$$M_4 = M_1 + M_2 + M_3 = (9+6+3) \cdot 10^3 = 18 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Следует заметить, что в уравнении равновесия $\sum M=0$ знаки моментов берутся в соответствии с направлениями на схеме нагружения вала рис.17. После решения уравнения, M_4 может получиться со знаком «–». В этом случае надо направление M_4 на схеме напряжения вала изменить на обратное. В результате может оказаться два ведущих момента. По этой изменившейся схеме моментов и следует определять момент крутящий $M_к$ в сечениях участков.

3. В любом сечении участка 1 в условиях прочности должен быть крутящий момент $M_{к_1}$, уравновешивающий внешние справа (или слева) от сечения.

Справа $M^п_{к_1} - M_3 = 0$; $M^п_{к_1} = M_3 = 3 \cdot 10^3$ Н·м.

Крутящие моменты равны, поэтому можно строить эпюру и справа, и слева. Разные знаки крутящих моментов потому, что $M^п_{к_1}$ – это момент сопротивления левой части вала кручению правой, а $M^п_{к_1}$ – момент сопротивления правой стороны кручению левой.

Естественно, они равны и противоположно направлены. Крутящий момент на втором участке

$$M^п_{к_2} + M_4 - M_3 = 0;$$

$$M^п_{к_2} = M_3 - M_4 = 3 \cdot 10^3 - 18 \cdot 10^3 = -15 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м.};$$

На третьем участке

$$M^п_{к_3} - M_3 + M_4 - M_2 = 0.$$

$$M_{к_3}^{п} = +M_3 - M_4 + M_2 = 3\cdot10^3 - 18\cdot10^3 + 6\cdot10^3 = -9\cdot10^3\ Н\cdot м.$$

4. Строим эпюру. На всех участках крутящий момент есть постоянная функция – он не зависит от длины вала.

Следовательно, эпюра – прямая параллельная оси ℓ – на правом участке (рис.18) ее координата $M_к = 3 \cdot 10^3$ Н·м, на втором $M_к = -15 \cdot 10^3$ Н·м, на третьем $M_к = -9 \cdot 10^3$ Н·м.

5. Определяем диаметр вала для наиболее напряженного – второго участка из условия прочности $\tau \le [\tau]$, так как $\tau = \dfrac{M_{к_2}^{п}}{0{,}2d^3}$,

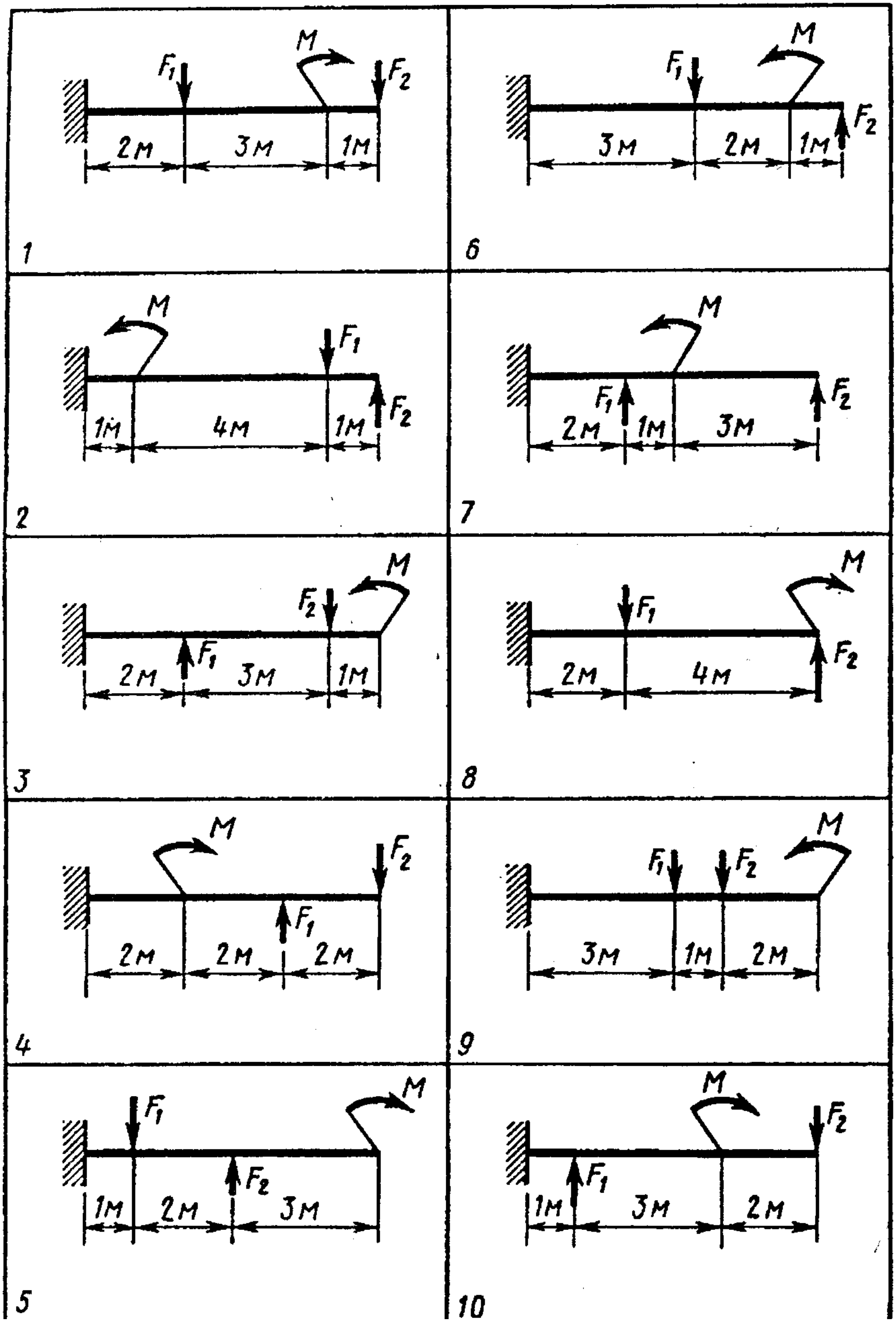
$$то \left[\tau = \frac{M_{к_2}^{п}}{0{,}2d^3}\right]; d = \sqrt[3]{\frac{M_{к_2}^{п}}{0{,}2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{15\cdot10^3\cdot10^3}{0{,}2\cdot30}} = 1{,}6\cdot10^2 мм.$$

Задание №2.3

Для стальной балки, нагруженной как на рис.19, построить эпюру изгибающих моментов и подобрать сечение балки в двух вариантах: двутавр и квадрат. Сравнить массы балок по двум расчетным вариантам. Для материала балки принять $[\sigma]$=160Н/мм^2. Данные своего варианта взять из **таблицы 2.3**:

Таблица 2.3

№ схемы	Вариант	F_1, кН	F_2, кН	м, кН*м
10	10	1	1	1
9	3	2	1	4
8	7	3	2	2
7	2	4	2	6
6	1	4	3	6
5	9	5	4	4
4	4	6	4	8
3	8	7	5	6
2	5	7	6	6
1	6	9	6	8


M
F_1
F_2
2м
3м
1м
1
M
F_1
F_2
3м
2м
1м
6
M
F_1
F_2
1м
4м
1м
2
M
F_1
F_2
2м
1м
3м
7
M
F_2
F_1
2м
3м
1м
3
M
F_1
F_2
2м
4м
8
M
F_2
F_1
2м
2м
2м
4
M
F_1
F_2
3м
1м
2м
9
M
F_1
F_2
1м
2м
3м
5
M
F_2
F_1
1м
3м
2м
10

Методические указания к Заданию №2.3

Поперечные силы, направленные через центр тяжести сечения балки, вызывают ее деформацию – прямой поперечный изгиб. У изогнутой выпуклостью вверх балки верхние волокна удлиняются, нижние сжимаются. Препятствует возникновению этих противоположных по направлению деформаций пара внутренних сил. Действие пары определяется параметром, называемым изгибающим моментом $M_и$.

При определении изгибающего момента в данном сечении балку представляют состоящей из двух частей: левой от сечения и правой. Тогда изгибающим моментом в сечении будет внутренний момент в сечении левой части $M_{ил}$, противодействующий и равный сумме моментов внешних сил правой части $\sum M_{ип}$, наоборот, изгибающий момент – это момент правой части $M_{ип}$, противодействующий и равный сумме моментов внешних сил левой части $\sum M_{ил}$. Поскольку в данном сечении изгибающие моменты равны, но противоположны по направлению, это следует учесть при построении эпюры изгибающего момента. Таким образом,

$$M_{ил} = \sum M_п ; M_{ил} = -\sum M_л .$$

Однако изгибающий момент недостаточно определяет напряженность балки. Более точно ее характеризует другой параметр действия внутренних сил – напряжение изгиба $\sigma_и$. Напряжение изгиба учитывает влияние изгибающего момента $M_и$, площадь сечения A и высоту сечения. Геометрические параметры: площадь $A=b \cdot h$ и высота h объединяются в один параметр – момент сопротивления W_x.

$$W_x = bh \cdot \frac{h}{6} м^3, мм^3, см^3,$$

где b – ширина прямоугольного сечения.

Напряжение изгиба

$$\sigma_и = \frac{M_и}{W_x} Н/м^2, Н/мм^2.$$

Проверочные и проектировочные расчеты обычно проводят для наиболее опасного сечения, в котором действует максимальный изгибающий момент $M_и^{max}$. Опасное сечение находят построением эпюр изгибающего момента.

Пример решения Задания №2.3

Для стальной балки, нагруженной как на рис.20, построить эпюру изгибающих моментов и подобрать сечение балки в двух вариантах: а) двутавр; б) квадрат. Определить отношение массы балки квадратного сечения к массе балки двутаврового сечения. Допускаемое напряжение на изгиб [σ]=130МПа.

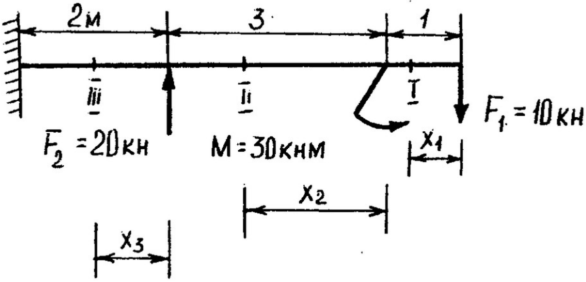


Рис.20

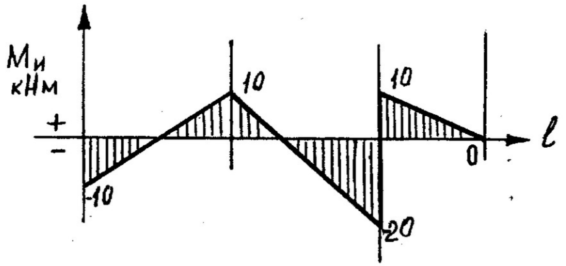


Рис.21

Решение

1. Разбиваем балку на три участка по местам действий силовых факторов: F_1, M_1, F_2 (рис.20).

2. Определяем изгибающий момент в сечении I на расстоянии x_1 (рис.20)

$$M_{и_1} = F_1 \cdot x_1;\ \text{при}\ x_1 = 0,\ M_{и_1} = 0\ \text{при}\ x_1 = 1\text{м};\ M_{и_1} = 10 \cdot 1 = 10\text{кНм}.$$

3. Изгибающий момент в сечении II на расстоянии от начала второго участка X_2. Сечение делит балку на две части: левую от заделки до сечения II и правую – от сечения II до конца балки, длиной X_2+1.

$$M_{и_2} = F_1(x_2 + 1) - M;$$

$$\text{при}\ x_2=0;\ M_{и_2} = 10\ (0+1) - 30 = -20\text{кНм},$$

$$\text{при}\ x_2=3;\ M_{и_2} = 10\ (3+1) - 30 = 10\text{кНм}.$$

4. Изгибающий момент в сечении III. Правая часть от сечения имеет длину: X_3+3+1.

$$M_{и_3} = F_1(x_3 + 3 + 1) - M - F_2 \cdot x_3$$

$$\text{при } x=0,\quad M_{и_3} = 10(0+3+1)-30-20\cdot 0 = 10\text{кНм};$$

$$\text{при } x=2;\quad M_{и_3} = 10(2+3+1)-30-20\cdot 2 = -10\text{кНм}.$$

Нанося полученные характерные точки на график и соединяя их прямыми линиями, получаем эпюру изгибающих моментов $M_и$ (рис.21).

5. Определяем момент сопротивления сечения в точке приложения пары М: здесь изгибающий момент имеет максимум $M_и = 20$кНм. Имея в виду, что $\sigma = [\sigma]$

$$[\sigma] = \frac{M_и^{max}}{W_x};\quad W_x = \frac{M_и^{max}}{[\sigma]} = \frac{20\cdot 1000\cdot 1000}{160} = 125000\text{мм}^3$$

или $W_x = 125\text{см}^3$.

5.1. По таблицам сортамента ГОСТ 8239-79 W_x=125см^3 обеспечивает двутавр N18 с $W_x = 143\text{см}^3$, $A_1 = 23\text{см}^2$. (Приложение 1).

5.2. Сторона и площадь квадрата с $W_x = 143\text{см}^3$

$$W_x = h^3/6;\quad h = \sqrt[3]{6W_x} = \sqrt[3]{6\cdot 143} = 9{,}5\text{см}.\quad A_2 = h^2 = 90{,}25\text{см}^2.$$

5.3. Выигрыш в материале от применения двутаврового сечения

$$K = \frac{A_2}{A_1} = \frac{90{,}25}{23} = 3{,}9\ \text{раза}.$$

Приложение 1

Сталь горячекатаная. Балки двутавровые. Сортамент ГОСТ 8239-72 (извлечение)

Обозначения: h – высота балки; b – ширина балки;
s – толщина стенки; t –средняя толщина полки;
j –,момент инерции; W – момент сопротивления;
S – статический момент полусечения; i – радиус инерции.

№ балки	Размер, мм				Площадь сечения, $см^2$	Масса 1м, кг	Справочные величины для осей						
	h	b	s	t			J_x, $см^4$	W_x, $см^3$	i_x, см	S_x, $см^3$	J_y, $см^4$	W_y, $см^3$	i_y, см
10	100	55	4,5	7,2	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	48	7,3	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,3	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	220	110	5,4	8,7	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,0	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	330	140	7,0	11,2	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,08
45	450	160	9,0	14,2	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

№ п/п	Наименование	Автор	Издательство, год издания
1	«Техническая механика», Москва.	А.И. Аркуша М.И.Фролов	«Высшая школа»
2	«Техническая механика», Саратов.	Е.Л. Максина	2012 г. «Научная книга»
3	«Основы технической механики», Санкт-Петербург.	М.С. Мовнин А.Б. Израелит А.Г. Рубашкин	2011 г. «Политехника»
4	“Техническая механика”, Москва.	Н.В. Ладогубец Э.В. Лузик	2012 г. «Машиностроение»
5	«Техническая механика», Москва.	С.Н. Кривошапко	2013 г. «Высшая школа"
6	«Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий», Москва.	В.П. Олофинская	2011 г. «Инфра-М»
7	«Детали машин», Москва	И.И. Мархель	2011 г., Форум.