

**ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖНОЙ
ПОЛИТИКИ ВОРОНЕЖСКОЙ ОБЛАСТИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВОРОНЕЖСКОЙ ОБЛАСТИ
«Воронежский государственный профессионально-педагогический
колледж»**

**ИТОГОВЫЙ ПРОЕКТ
по учебной дисциплине МАТЕМАТИКА
на тему:
Загадочный мир фракталов**

Работу выполнил
студент 1 курса
очно-го отделения
Винникова Злата Игоревна

Проверил преподаватель

Зозуля В.В.

Воронеж-2023г

Содержание

Введение

Глава 1. Теория фракталов

Глава 2 Исследование. Создание буклета

Анкетирование студентов

Список использованных источников

Введение

При изучении темы подобия геометрических фигур, преподаватель упомянул о существовании самоподобных фигур, именуемых фракталами. Я заинтересовался этим понятием и решил подробнее его изучить. Воспользовавшись поиском в интернете, мы натолкнулись на огромное количество информации информации о фракталах. Посоветовавшись с преподавателем, я решил провести исследование на тему фракталов.

Цель работы:

- Знакомство и изучение мира фракталов, их применения;
- Классификация, знакомство с математическим обоснованием графической интерпретации фрактальных образов.

Задачи:

- Сбор информации из различных источников;
- Изучение фракталов различного вида;
- Классификация фракталов.

Этапы создания проектной работы.

1. Сбор необходимой информации. Проходил посредством использования сети Интернет и библиотечных книг.
2. Разделение информации на тематические части представляло собой сортировку информации по темам, их систематизацию и определение порядка написания. Выполнение этапа заняло 3 дня.
3. Составление текстовой работы: написание текста, частичное оформление систематизированной информации.
4. Создание презентации включало в себя сжатие систематизированных сведений, определение структуры презентации, само её создание и оформление.
5. Оформление конечного продукта работы – оформление презентации и текстовой работы согласно правилам оформления работы.

Глава 1. Теория фракталов

Самые гениальные открытия в науке способны кардинально изменить человеческую жизнь. Изобретенная вакцина может спасти миллионы людей,

создание оружия, наоборот, эти жизни отнимает. Совсем недавно (в масштабе человеческой эволюции) мы научились «укрощать» электричество — и теперь не можем себе представить жизнь без всех этих удобных устройств, использующих электроэнергию. Но есть и такие открытия, которым мало кто придает значение, хотя они тоже сильно влияют на нашу жизнь.

Одно из таких «незаметных» открытий — фракталы. Вам наверняка доводилось слышать это запоминающееся слово, но знаете ли вы, что оно означает и как много интересного скрыто в этом термине?

В каждом человеке заложена природная любознательность, стремление познавать окружающий его мир. И в этом стремлении человек старается придерживаться логики в суждениях. Анализируя процессы, происходящие вокруг него, он пытается найти логичность происходящего и вывести некоторую закономерность. Самые большие умы на планете заняты этой задачей. Грубо говоря, ученые ищут закономерность там, где ее быть не должно. Тем не менее даже в хаосе можно найти связь между событиями. И эта связь — фрактал.

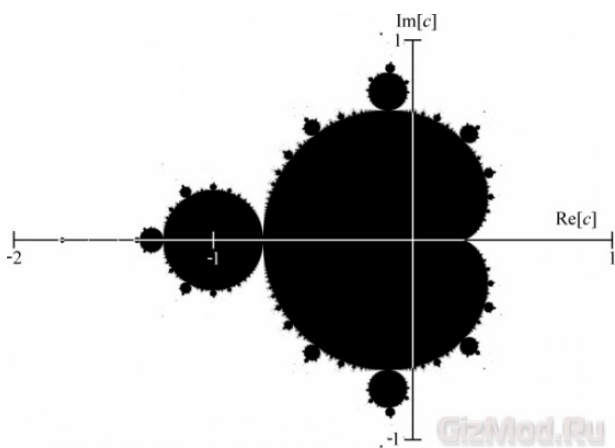
Схожесть отдельной веточки с целым деревом — это очень точное наблюдение, которое лишний раз свидетельствует о принципе рекурсивного самоподобия в природе. Очень многие органические и неорганические формы в природе формируются аналогично. Облака, морские раковины, «домик» улитки, кора и крона деревьев, кровеносная система и так далее — случайные формы всех этих объектов могут быть описаны фрактальным алгоритмом.

Само слово «фрактал» появилось благодаря гениальному ученому Бенуа Мандельброту (Benoît B. Mandelbrot). Он сам придумал этот термин в семидесятых годах прошлого века, позаимствовав слово *fractus* из латыни, где оно буквально означает «ломанный» или «дробленный». Что же это такое? Сегодня под словом «фрактал» чаще всего принято подразумевать графическое изображение структуры, которая в более крупном масштабе подобна сама себе.

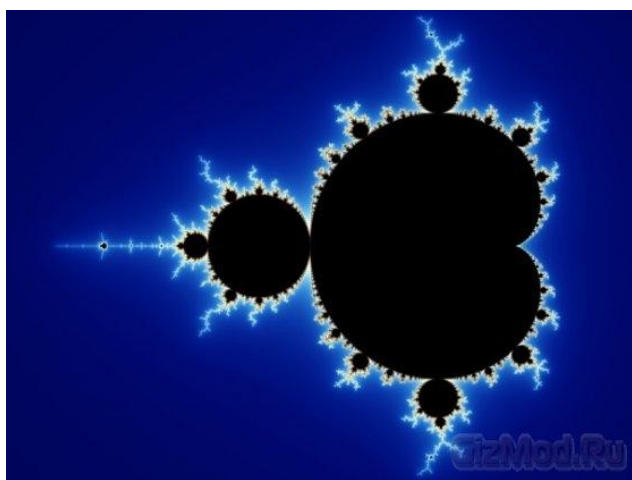
Фрактальный рисунок не имеет идентичных элементов, но обладает подобностью в любом масштабе. Построить такое изображение с высокой степенью детализации вручную ранее было просто невозможно, на это требовалось огромное количество вычислений. Например, французский математик Пьер Жозе Луи Фату (Pierre Joseph Louis Fatou) описал это множество более чем за семьдесят лет до открытия Бенуа Мандельбротом. Если же говорить про принципы самоподобия, то о них упоминалось еще в трудах Лейбница и Георга Кантора. Один из первых рисунков фрактала был графической интерпретацией множества Мандельброта, которое родилось благодаря исследованиям Гастона Мориса Жюлиа (Gaston Maurice Julia).

Этот французский математик задался вопросом, как будет выглядеть множество, если построить его на основе простой формулы, проинтегрированной циклом обратной связи. Если объяснить «на пальцах», это означает, что для конкретного числа мы находим по формуле новое значение, после чего подставляем его снова в формулу и получаем еще одно значение. Результат — большая последовательность чисел.

1. Чтобы получить полное представление о таком множестве, нужно проделать огромное количество вычислений — сотни, тысячи, миллионы. Мандельброт был первым, кто использовал компьютер для просчета классического фрактала. Обработав последовательность, состоящую из большого количества значений, Бенуа перенес результаты на график. Вот что он получил.



Впоследствии это изображение было раскрашено и стало одним из самых популярных изображений, какие только были созданы человеком.



Как гласит древнее изречение, приписываемое Гераклиту Эфесскому, «В одну и ту же реку нельзя войти дважды». Оно как нельзя лучше подходит для

трактования геометрии фракталов. Как бы детально мы ни рассматривали фрактальное изображение, мы все время будем видеть схожий рисунок.



Теория фракталов скоро нашла практическое применение. Поскольку она тесно связана с визуализацией самоподобных образов, неудивительно, что первыми, кто взял на вооружение алгоритмы и принципы построения необычных форм, были художники.

Будущий сооснователь легендарной студии Pixar Лорен Карпентер (Loren C. Carpenter) в 1967 году начал работать в компании Boeing Computer Services, которая была одним из подразделений известной корпорации, занимающейся разработкой новых самолетов.

В 1977 году он создавал презентации с прототипами летающих моделей. В обязанности Лорена входила разработка изображений проектируемых самолетов. Он должен был создавать картинки новых моделей, показывая будущие самолеты с разных сторон. В какой-то момент в голову будущему основателю Pixar Animation Studios пришла в голову креативная идея использовать в качестве фона изображение гор. Сегодня такую задачу может решить любой школьник, но в конце семидесятых годов прошлого века компьютеры не могли справиться со столь сложными вычислениями — графических редакторов не было, не говоря уже о приложениях для трехмерной графики. В 1978 году Лорен случайно увидел в магазине книгу Бенуа Мандельброта «Фракталы: форма, случайность и размерность». В этой книге его внимание привлекло то, что Бенуа приводил массу примеров фрактальных форм в реальной жизни и доказывал, что их можно описать математическим выражением.

Такая аналогия была выбрана математиком не случайно. Дело в том, что как только он обнародовал свои исследования, ему пришлось столкнуться с целым шквалом критики. Главное, в чем упрекали его коллеги, — бесполезность разрабатываемой теории. «Да, — говорили они, — это красивые картинки, но не более. Практической ценности теория фракталов не имеет». Были также те, кто вообще считал, что фрактальные узоры — просто побочный результат работы «дьявольских машин», которые в конце семидесятых многим казались чем-то слишком сложным и неизученным, чтобы всецело им доверять. Мандельброт пытался найти очевидное применение теории фракталов, но, по большому счету, ему и не нужно было это делать. Последователи Бенуа Мандельброта в следующие 25 лет доказали огромную пользу от подобного «математического курьеза», и Лорен Карпентер был одним из первых, кто опробовал метод фракталов на практике.

Простудировав книжку, будущий аниматор серьезно изучил принципы фрактальной геометрии и стал искать способ реализовать ее в компьютерной графике. Всего за три дня работы Лорен смог визуализировать реалистичное изображение горной системы на своем компьютере. Иными словами, он с помощью формул нарисовал вполне узнаваемый горный пейзаж.



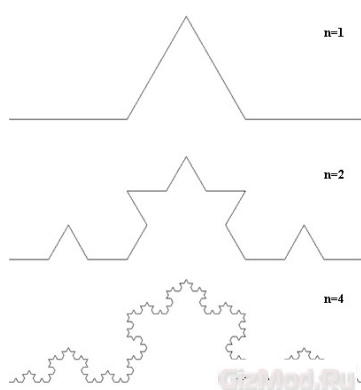
Принцип, который использовал Лорен для достижения цели, был очень прост. Он состоял в том, чтобы разделять более крупную геометрическую фигуру на мелкие элементы, а те, в свою очередь, делить на аналогичные фигуры меньшего размера.



Используя более крупные треугольники, Карпентер дробил их на четыре мелких и затем повторял эту процедуру снова и снова, пока у него не получался реалистичный горный ландшафт. Таким образом, ему удалось стать первым художником, применившим в компьютерной графике фрактальный алгоритм для построения изображений. Как только стало известно о проделанной работе, энтузиасты по всему миру подхватили эту идею и стали использовать фрактальный алгоритм для имитации реалистичных природных форм.

Фрактальные рисунки завораживают своими узорами. Они определенно напоминают изображения космических объектов — туманностей, скопления галактик и так далее. Поэтому вполне закономерно, что, когда Мандельброт озвучил свою теорию фракталов, его исследования вызвали повышенный интерес у тех, кто занимался изучением астрономии.

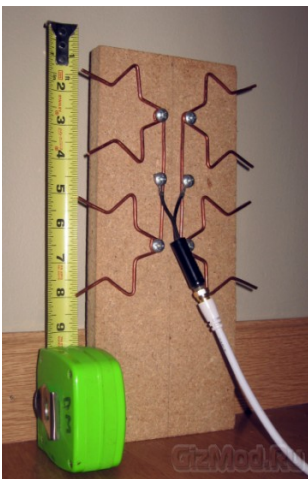
Единственный способ улучшить параметры антенны, который был известен на то время, заключался в увеличении ее геометрических размеров. Однако владелец жилья в центре Бостона, которое арендовал Натан, был категорически против установки больших устройств на крыше. Тогда Натан стал экспериментировать с различными формами антенн, стараясь получить максимальный результат при минимальных размерах. Загоревшись идеей фрактальных форм, Коэн, что называется, наобум сделал из проволоки один из самых известных фракталов — «снежинку Коха». Шведский математик Хельге фон Кох (Helge von Koch) придумал эту кривую еще в 1904 году. Она получается путем деления отрезка на три части и замещения среднего сегмента равносторонним треугольником без стороны, совпадающей с этим сегментом. Определение немного сложное для восприятия, но на рисунке все ясно и просто.



Существуют также другие разновидности «кривой Коха», но примерная форма кривой остается похожей

Когда Натан подключил антенну к радиоприемному устройству, он был очень удивлен — чувствительность резко увеличилась. После серии экспериментов будущий профессор Бостонского университета понял, что антенна, сделанная по фрактальному рисунку, имеет высокий КПД и покрывает гораздо более широкий частотный диапазон по сравнению с классическими решениями. Кроме того, форма антенны в виде кривой фрактала позволяет существенно уменьшить геометрические размеры. Натан Коэн даже вывел теорему, доказывающую, что для создания широкополосной антенны достаточно придать ей форму самоподобной фрактальной кривой.

Автор запатентовал свое открытие и основал фирму по разработке и проектированию фрактальных антенн **Fractal Antenna Systems**, справедливо полагая, что в будущем благодаря его открытию сотовые телефоны смогут избавиться от громоздких антенн и станут более компактными.



В принципе, так и произошло. Правда, и по сей день Натан ведет судебную тяжбу с крупными корпорациями, которые незаконно используют его открытие для производства компактных устройств связи. Некоторые известные производители мобильных устройств, как, например, Motorola, уже пришли к мирному соглашению с изобретателем фрактальной антенны.

В настоящее время ученые находят все больше и больше областей для применения теории фракталов. С помощью фракталов можно анализировать колебания котировок на бирже, исследовать всевозможные естественные процессы, как, например, колебание численности видов, или моделировать динамику потоков. Фрактальные алгоритмы могут быть использованы для сжатия данных, например для компрессии изображений. И кстати, чтобы получить на экране своего компьютера красивый фрактал, не обязательно иметь докторскую степень.

Пожалуй, один из самых простых способов получить фрактальный узор — воспользоваться онлайн-векторным редактором от молодого талантливого

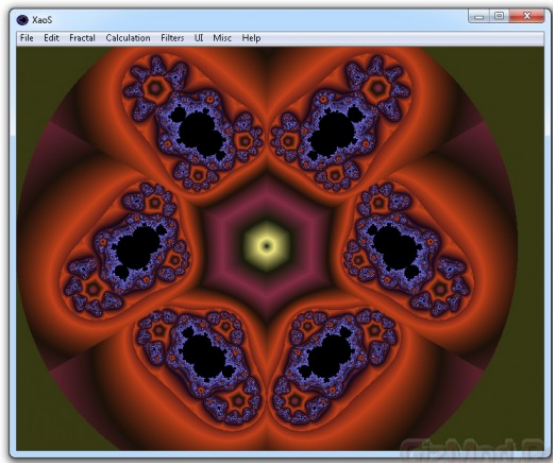
программиста Toby Schachman. В основе инструментария этого простого графического редактора лежит все тот же принцип самоподобия.



В вашем распоряжении имеется всего две простейших формы — четырехугольник и круг. Вы можете добавлять их на холст, масштабировать (чтобы масштабировать вдоль одной из осей, удерживайте клавишу Shift) и вращать. Перекрываясь по принципу булевых операций сложения, эти простейшие элементы образуют новые, менее тривиальные формы. Далее эти новые формы можно добавлять в проект, а программа будет повторять генерирование этих изображений до бесконечности. На любом этапе работы над фракталом можно возвращаться к любой составляющей сложной формы и редактировать ее положение и геометрию. Увлекательное занятие, особенно если учесть, что единственный инструмент, который вам нужен для творчества, — браузер. Если вам будет непонятен принцип работы с этим рекурсивным векторным редактором, советуем вам посмотреть видео на официальном сайте проекта, на котором подробно показывается весь процесс создания фрактала.

ХаoS: фракталы на любой вкус

Многие графические редакторы имеют встроенные средства для создания фрактальных узоров. Однако эти инструменты обычно являются второстепенными и не позволяют выполнить тонкую настройку генерируемого фрактального узора. В тех случаях, когда необходимо построить математически точный фрактал, на помощь придет кроссплатформенный редактор ХаoS. Эта программа дает возможность не только строить самоподобное изображение, но и выполнять с ним различные манипуляции. Например, в режиме реального времени вы можете совершить «прогулку» по фракталу, изменив его масштаб. Анимированное движение вдоль фрактала можно сохранить в виде файла XAF и затем воспроизвести в самой программе.



ХаосS может загружать случайный набор параметров, а также использовать различные фильтры постобработки изображения — добавлять эффект смазанного движения, сглаживать резкие переходы между точками фрактала, имитировать 3D-картинку и так далее.

Глава 2 Исследование.

Анкетирование студентов

Я подготовила ряд вопросов, и провела анкетирование на своей группе 311

Вопросы:

1. Знаете ли вы, что такое фрактал?
2. Что такое самоподобные фигуры?
3. Что такое хаос?

В анкетировании приняли участие 18 студентов.

На 1 вопрос: 11 студент ответил – ДА, 7 - нет

На 2 вопрос: 14 студентов ответили – ДА, 4 - нет

На 3 вопрос: 13 студентов ответили – ДА, 5 - нет

По результатам опроса, я понял, что студенты мало что знают о фракталах

Список использованных источников

1. <https://infourok.ru/nauchnoissledovatel'skaya-rabota-fraktali-geometriya-krasoti-3381639.html>
2. <http://www.myshared.ru/slide/1381715/>
3. <https://yandex.ru/images/search?text=%D1%84%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B0%D0%BB%D1%8B%20%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%BA%D1%80%D0%B0%D1%81%D0%BE%D1%82%D1%8B&stypе=image&lr=50&source=wiz>
4. <https://pandia.ru/text/79/026/16103.php>
5. <https://news.day.az/unusual/1056749.html>