

Домашнее задание №3. Визуализация. Построение графиков в трехмерном пространстве.

Построить заданные графики в пакете MathCad.

Отчет о выполнении задания оформить в документе Word. Отчет должен содержать: задание, порядок выполнения, результаты выполнения в MathCad («скриншоты»), вывод.

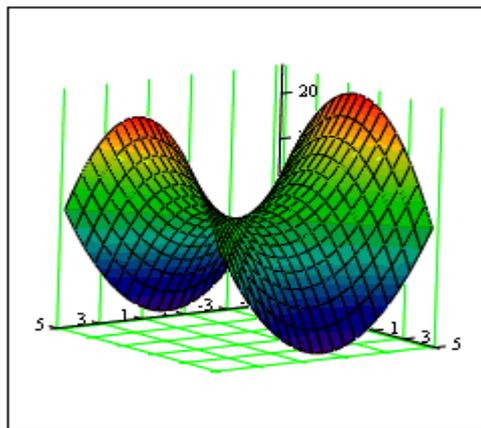
Задание. Построить следующие графики в трехмерном пространстве.....	1
Пример 1.	1
Пример 2.	4
Пример 3.	4
Пример 4.	5
Пример 5.	6
Приложение. Форматирование трехмерных графиков	7

Задание. Построить следующие графики в трехмерном пространстве.

Пример 1.

Построить график функции в трехмерном пространстве.

$$g(x,y) := x^2 - y^2$$



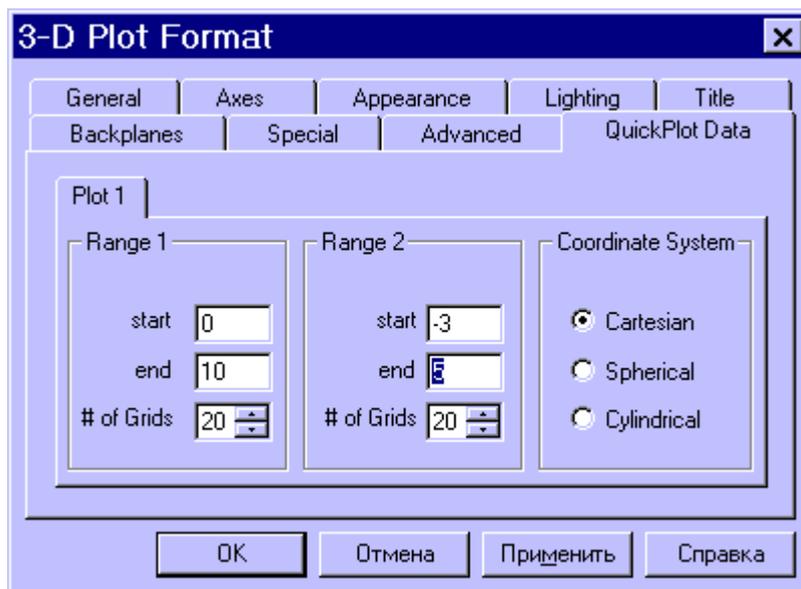
g

Для построения графика поверхности можно воспользоваться двумя способами.

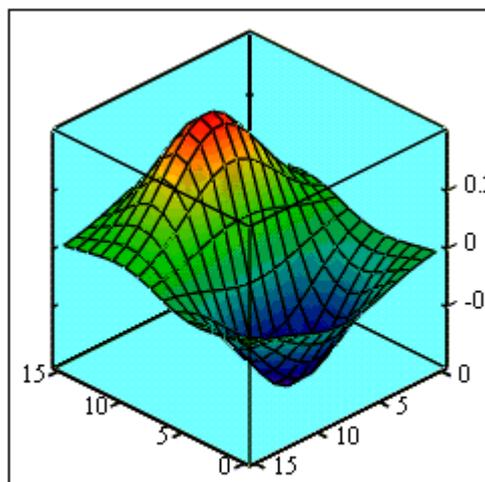
Если надо только посмотреть общий вид поверхности, то MathCAD предоставляет возможность быстрого построения подобных графиков. Для этого достаточно определить функцию $f(x,y)$ и выполнить команду **Insert -> Graph -> Surface Plot** или нажать соответствующую кнопку наборной панели **Graph** (сочетание клавиш [Ctrl+7]). В появившейся графической области под осями на месте шаблона для ввода надо указать имя (без аргументов) функции. MathCAD автоматически построит график поверхности. Независимые переменные x и y принимают значения из промежутка $[-5,5]$.

При необходимости этот промежуток может быть уменьшен или увеличен. Для этого необходимо выделить график и воспользоваться командой **Format -> Graph -> 3D Plot** или щелкнуть ПРАВОЙ кнопкой мыши по выделенному графику и в контекстном меню выбрать команду **Format**.

В появившемся окне **3-D Plot Format** на вкладке **QuickPlot Data** можно установить другие параметры изменения независимых переменных **x** и **y**.



Для построения графика поверхности в определенной области изменения независимых переменных или с конкретным шагом их изменения необходимо сначала задать узловые точки x_i и y_j , в которых будут определяться значения функции. После (а можно и до) этого надо определить функцию $f(x,y)$, график которой хотите построить. После этого необходимо сформировать матрицу значений функции в виде: $A_{i,j}=f(x_i,y_j)$.



А

Теперь после выполнения команды **Insert -> Graph -> Surface Plot** в появившейся графической области достаточно ввести имя матрицы (без индексов).

Если вы хотите, чтобы узловые точки были расположены через равные промежутки, воспользуйтесь формулами, изображенными на рисунке.

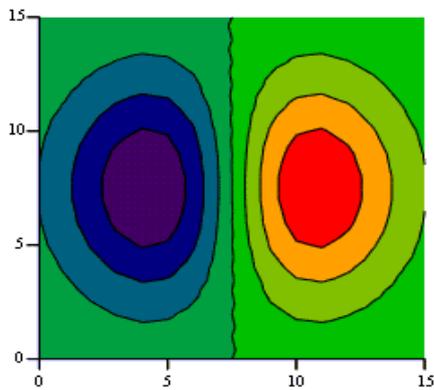
```

N := 15
i := 0..N      j := 0..N
x_min := -1.5  x_max := 1.5
y_min := -1.5  y_max := 1.5

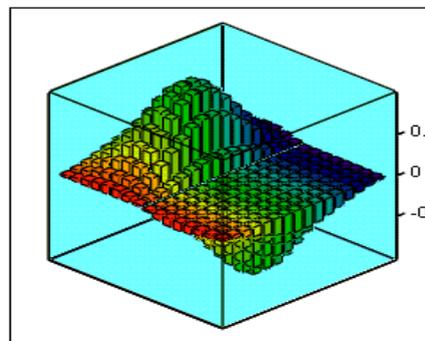
x_i := x_min + (i/N) * (x_max - x_min)
y_j := y_min + (j/N) * (y_max - y_min)
f(x, y) := sin(x) * exp(-x^2 - y^2)
A_{i,j} := f(x_i, y_j)

```

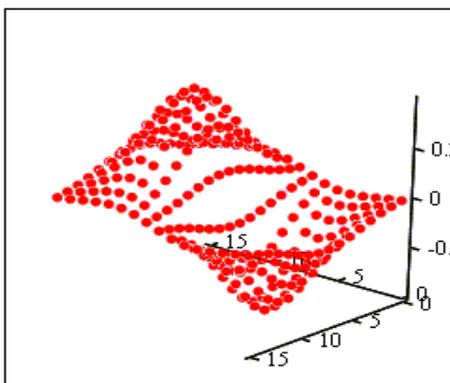
Для построения графика линий уровня данной функции необходимо поступать также как это было описано выше, только вместо команды (Поверхности) следует выбрать команду **Contour Plot** (Контурный). Аналогично, при помощи команды **3D Bar Plot** (3D Диаграмма) можно построить трехмерный столбчатый график данной функции, при помощи команды **3D Scatter Plot** (3D Точечный) - трехмерный точечный график, а при помощи команды **3D Patch Plot** (3D Лоскутный) - трехмерный график поверхности в виде несвязанных квадратных площадок - плоскостей уровня для каждой точки данных, параллельных плоскости X-Y



A



A



A

Пример 2.

Построить график функции в трехмерном пространстве.

Уравнение поверхности:

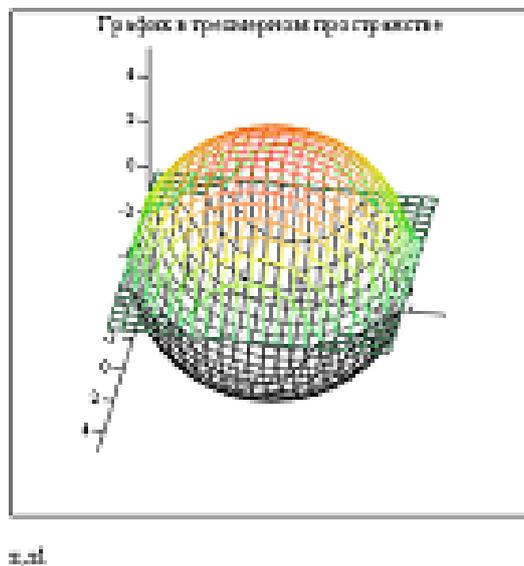
$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{25} = 1.$$

Выразим z через x и y $Z = \pm\sqrt{25 - x^2 - y^2}$.

На листе Mathcad ввести $z(x, y) := \text{Re} \sqrt{25 - x^2 - y^2}$;
 $z1(x, y) := -z(x, y)$.

Для построения графика войти в меню Вставка | График | Поверхность.

В появившейся области графика вводим внизу, слева текст $Z, Z1$. Щелкаем левой кнопкой мыши вне области графика. Получаем поверхность:



Пример 3.

Построение графика поверхности, заданной параметрически

Если поверхность задана параметрически, это означает, что все три координаты - x и y и z - заданы как функции от двух параметров u и v . Сначала необходимо задать векторы значений параметров u_i и v_j . Затем необходимо определить матрицы значений функций координат $x(u,v)$, $y(u,v)$ и $z(u,v)$.

$$N := 30 \quad i := 0..N \quad j := 0..N$$

$$\phi_i := 3 \cdot \pi \cdot \frac{i}{N} \quad \psi_j := 2 \cdot \pi \cdot \frac{j}{N}$$

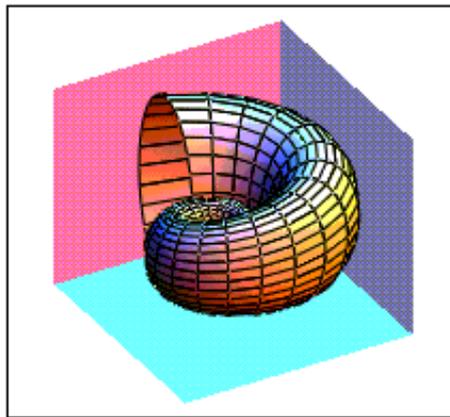
$$R(\phi) := 8 \cdot e^{-\frac{\phi}{5}} \quad r(\phi) := 4 \cdot e^{-\frac{\phi}{5}}$$

$$x_{i,j} := (R(\phi_i) + r(\phi_i) \cdot \cos(\psi_j)) \cdot \cos(\phi_i)$$

$$y_{i,j} := (R(\phi_i) + r(\phi_i) \cdot \cos(\psi_j)) \cdot \sin(\phi_i)$$

$$z_{i,j} := r(\phi_i) \cdot \sin(\psi_j)$$

После выбора команды **Surface Plot** в MathCAD документе появится графическая область. В свободной ячейке внизу области надо указать В СКОБКАХ имена (без аргументов и индексов) трех матриц - **x,y,z**.



(x, y, z)

Пример 4.

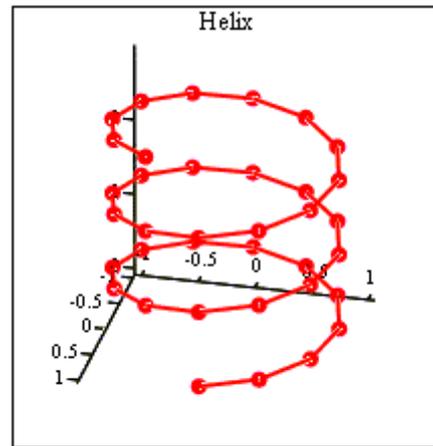
Кривая в пространстве

Трехмерные точечные графики можно использовать для построения изображения пространственных кривых. Пространственные кривые задаются, как правило, в виде $(x(t), y(t), z(t))$, где t представляет собой непрерывный действительный параметр.

Поскольку при построении трехмерной точечной диаграммы MathCAD позволяет отображать на графике только отдельные точки и соединяющие их линии, необходимо сначала определить три вектора координат - x_i, y_i, z_i .

Пространственная кривая создается командой **Insert3D -> Graph -> Scatter Plot**. Можно использовать наборную панель Graph, выбрав соответствующую пиктограмму. Для соединения точек необходимо на вкладке **Appearance** окна форматирования графиков указать опцию **Line**.

$N := 36$ Число значений параметров
 $i := 0..N - 1$ Индексная переменная i
 $x_i := \cos\left(\frac{i}{N} \cdot 6 \cdot \pi\right)$ Задание векторов координат x , y и z , которые являются функциями от индекса i . Данные векторы координат описывают винтовую линию.
 $y_i := \sin\left(\frac{i}{N} \cdot 6 \cdot \pi\right)$
 $z_i := \frac{i}{N} \cdot 3$



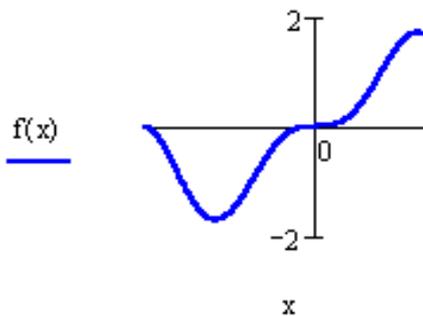
(x, y, z)

Пример 5.

Поверхности, полученные вращением кривых вокруг осей

Интересные объемные фигуры можно получить, вращая некоторую кривую вокруг той или иной оси. Построение этих фигур вращения сродни параметрически заданным поверхностям.

$f(x) := x \cdot \sin(x)^2$ $a := -\pi$ $b := 2$



При этом необходимо обеспечить пересчет координат точек фигуры по известным из геометрии формулам.

В MathCAD встроена функция **CreateMesh**, с помощью которой можно построить параметрически заданные поверхности.

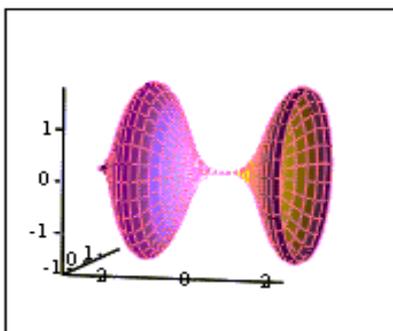
Вращение кривой вокруг оси Oх

$F(u, v) := u$ $mesh := 30$
 $G(u, v) := f(u) \cdot \cos(v)$
 $H(u, v) := f(u) \cdot \sin(v)$

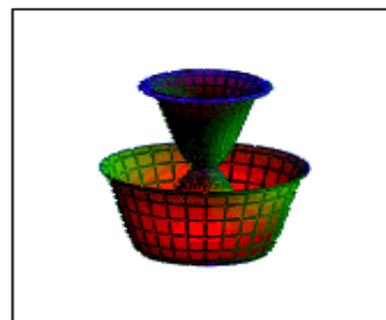
Вращение кривой вокруг оси Oу

$X(u, v) := u \cdot \sin(v)$
 $Y(u, v) := u \cdot \cos(v)$
 $Z(u, v) := f(u)$

$SX := CreateMesh(F, G, H, a, b, 0, 2\pi, mesh)$ $SY := CreateMesh(X, Y, Z, a, b, -\pi, \pi, mesh)$



SX



SY

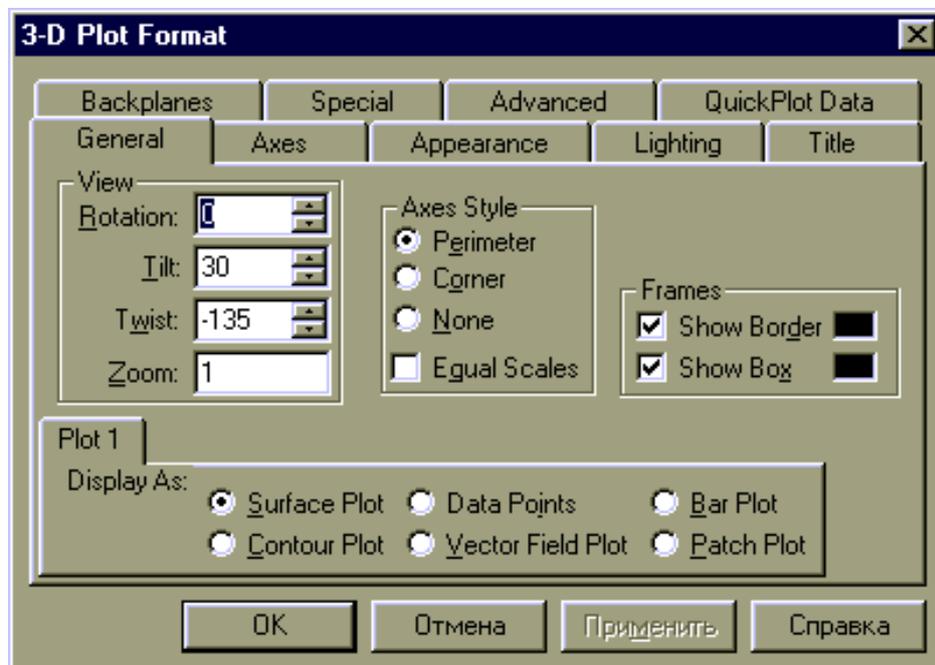
Приложение. Форматирование трехмерных графиков

Внешний вид созданного трехмерного графика можно изменить, выполнив команду **Format -> Graph -> 3D Plot** или выполнив двойной щелчок мышкой на графической области. В результате на экране появится диалоговое окно **3-D Plot Format**, позволяющее изменять параметры отображения графика. Мы рассмотрим здесь основные опции. Разобраться во всех тонкостях управлением видом графика вы можете самостоятельно, построив график и поэкспериментировав, выбирая те или иные опции.

Диалоговое окно **3-D Plot Format** содержит несколько вкладок. Некоторые из них мы рассмотрим более подробно, а для других - опишем лишь их функциональное назначение.

На вкладке **General** (Общие свойства) вы можете:

- в области **View** задать направление взгляда наблюдателя на трехмерный график. Значение в поле **Rotation** определяет угол поворота вокруг оси Z в плоскости X - Y . Значение в поле **Tilt** задает угол наклона линии взгляда к плоскости X - Y . Поле **Zoom** позволяет увеличить (уменьшить) графическое изображение в число раз, равное цифре в поле.
- в области **Axes Style** (Стиль оси) задать вид осей, выбрав селекторную кнопку **Perimetr** (Периметр) или **Corner** (Угол). В первом случае оси всегда находятся на переднем плане. При выборе кнопки **Corner** точка пересечения осей Ox и Oy задается элементом $A_{0,0}$ матрицы A .

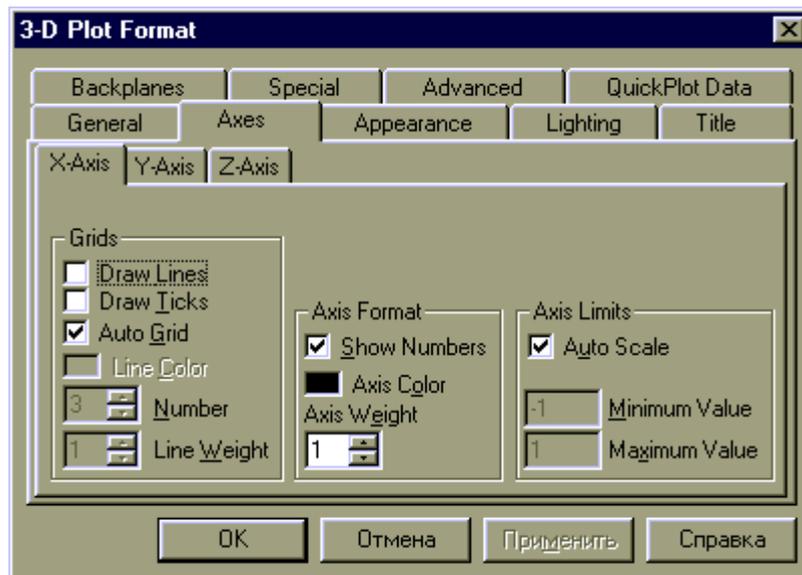


- в области **Frames** опция **Show box** (Каркас) предназначена для отображения вокруг графика куба с прозрачными гранями, а опция **Show border** (Границы) позволяет заключить график в прямоугольную рамку.

- в области Plot 1 (Plot 2...) Display as (График/ несколько графиков Отобразить как) - имеются селекторные кнопки для представления графика в других видах (контурный, точечный, векторное поле и др.)

Элементы вкладки **Аxes (Ось)** позволяют изменять внешний вид осей координат.

- Посредством опций области Grids (Сетки) можно отобразить на графике линии, описываемые уравнениями $x, y, z = \text{const}$.
- Если установлены опции Show Numbers (Нумерация), отображаются метки на осях и подписи к ним



При этом рядом с осями Ox и Oy указываются не значения узловых точек x_i, y_j , а значения индексов i и j , в то время как ось Oz размечается в соответствии с промежутком, которому принадлежат элементы матрицы значений $A_{i,j}$.

- Если установлена опция Auto Grid (Автосетка), программа самостоятельно задает расстояние между соседними отметками на осях. Вы можете сами указать число линий сетки, если отключите указанную опцию.
- Если установлена опция Auto Scale (Авошкала), то MathCAD сам определяет границы построения графика и масштабы по осям. Можно отключить данную опцию и для каждой оси самостоятельно задать пределы изменения переменных в полях Minimum Value (Минимум) и Maximum Value (Максимум).

Вкладка **Appearance (Внешний вид)** позволяет изменять для каждого графика вид и цвет заливки поверхности (область **Fill Options**); вид, цвет и толщину дополнительных линий на графике (область **Line Options**); наносить на график точки данных (опция **Draw Points** области **Point Options**), менять их вид, размер и цвет.

Вкладка **Lighting (Освещение)** при включении опции **Enable Lighting (Наличие подсветки)** позволяет выбрать цветовую схему для освещения, "установить" несколько источников света, выбрав для них цвет освещения и определив его направление.

Вкладка **Backplanes** (Задние плоскости) позволяет изменить внешний вид плоскостей, ограничивающих область построения: цвет, нанесение сетки, определение ее цвета и толщины, прорисовка границ плоскостей.

На вкладке **Special** (Специальная) можно изменять параметры построения, специфичные для различных типов графиков.

Вкладка **Advanced** позволяет установить параметры печати и изменить цветовую схему для окрашивания поверхности графика, а также указать направление смены окраски (вдоль оси Ox , Oy или Oz). Включение опции **Enable Fog** (Наличие Тумана) делает график нечетким, слегка размытым (полупрозрачным). При включении опции **Perspective** (Перспектива) появляется возможность указать в соответствующем поле расстояние до наблюдателя.