МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Кафедра «Электроснабжение и электротехника»

13.03.02 Электроэнергетика и электротехника. Электроснабжение

ЗАДАНИЕ №1

по учебному курсу «Высшая математика»

Студент М.А.Силавский
(И.О. Фамилия)

Группа ЭЭТбп-1901г

Преподаватель С.А.Крылова
(И.О. Фамилия)

Тольятти 2023

Вариант 5

Задача 1:

1. Изучить теоретический материал по теме «Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными».
2. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка.
3. Подставить в общее решение дифференциального уравнения первого порядка заданные начальные условия, выразив затем константу.
4. Получить частное решение дифференциального уравнения первого порядка.

Решение:

а) $y' - y\cos x = 0$

$y(0) = 1$

$y' = \cos(x)\, y$

$y'(x) = \frac{dy}{dx}$

$\frac{dy}{dx} = \cos(x)\, y$

$dy = \cos(x)\, y dx$

$\frac{dy}{y} = \cos(x) dx$

$\int \frac{1}{y} dy = \int \cos(x) dx$

$\ln(y) = \sin(x) + C$

$y = e^{\sin(x) + C}$

$y = C e^{\sin(x)}$

x=0

y=1

1=C

C=1

$y=e^{\sin(x)}$

$y=e^{\sin(x)}$ при x_0=0, $y_0(0)$=1

б) $y' \sin^2 x - y = 0$

$y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$

$\sin^2(x)\,y' = y$

$y' = \frac{y}{\sin^2(x)}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{\sin^2(x)}$

$dy = \frac{ydx}{\sin^2(x)}$

$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{\sin^2(x)}$

$\int \frac{1}{y}\,dy = \int \frac{1}{\sin^2(x)}\,dx$

$\ln(y) = C - \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

$y = e^{C - \frac{\cos(x)}{\sin(x)}}$

$y = \frac{C}{e^{\frac{\cos(x)}{\sin(x)}}}$

При x= $\frac{\pi}{2}$, y=1

1=C, C=1

$y = \frac{1}{e^{\frac{\cos(x)}{\sin(x)}}}$

$y = \frac{1}{e^{\frac{\cos(x)}{\sin(x)}}}$ при $x_0 = \frac{\pi}{2}$, $y_0(\frac{\pi}{2}) = 1$

Ответ:

а) $y=e^{\sin(x)}$ при $x_0=0$, $y_0(0)=1$

б) $y=\frac{1}{e^{\frac{\cos(x)}{\sin(x)}}}$ при $x_0=\frac{\pi}{2}$, $y_0(\frac{\pi}{2})=1$

Задача 2:

1. Изучить теоретический материал по теме «Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными».
2. Найти многочлен второго порядка.
3. Выделить полный квадрат.
4. После этого перейти к разделению переменных.
5. Помните: в результате интегрирования дифференциального уравнения должно получиться семейство функций.

Решение:

$$\left(x^2-2x-15\right)y'-y^4=0$$

$$\left(x^2-2x-15\right)y'=y^4$$

$$y'=\frac{y^4}{x^2-2x-15}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y^4}{x^2-2x-15}$$

$$dy=\frac{y^4\,dx}{x^2-2x-15}$$

$$\frac{dy}{y^4}=\frac{dx}{x^2-2x-15}$$

$$\int\frac{1}{y^4}dy=\int\frac{1}{x^2-2x-15}dx$$

$$-\frac{1}{3y^3}=-\frac{\ln(x+3)}{8}+\frac{\ln(x-5)}{8}+C$$

$$y=\frac{2}{\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{\ln(x+3)-\ln(x-5)-8C}}$$

Ответ:

$$y=\frac{2}{\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{\ln(x+3)-\ln(x-5)-8C}}$$