

АБАЙ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ ПЕДАГОГИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ  
МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА ЖӘНЕ ИНФОРМАТИКА ИНСТИТУТЫ

ӘОЖ 373.5.016:510.6(574)

**ЕСБАЛАНОВ АЛМАС ТҰРСЫНБЕКҰЛЫ**

**Негізгі мектептің 5-6 сынып оқушыларына логикалық есептерді шешуге  
үйрету әдістемесі**

7М01501 - «Математика»

Педагогика ғылымдары магистрі дәрежесін алу үшін орындалған  
диссертация

Ғылыми жетекшісі:  
п.ғ.к., қауым. проф. м.а. М.Т. Исакова

Қорғауға жіберілді:  
Математика, физика және информатика  
институтының директоры м.а.

\_\_\_\_\_ Ш.И. Хамраев  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2022ж.

Кафедра меңгерушісі:

п.ғ.д., профессор \_\_\_\_\_ А.Е. Әбілқасымова

Ғылыми семинар төрайымы:

п.ғ.д., профессор \_\_\_\_\_ А.Е. Әбілқасымова

**Алматы, 2022**

## МАЗМҰНЫ

КІРІСПЕ.....	3
1 ЖАЛПЫ БІЛІМ БЕРЕТІН МЕКТЕПТІҢ МАТЕМАТИКА КУРСЫНДА ЛОГИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУГЕ ҮЙРЕТУДІҢ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ	
1.1 Математиканы оқытудағы логикалық есептердің маңызы.....	7
1.2 Логикалық есептердің классификациясы.....	11
1.3 5-6 сынып оқулықтарында кездесетін логикалық есептер.....	16
2 5-6 СЫНЫПТАРДА МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУДА ЛОГИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ ӘДІСТЕМЕСІ	
2.1 5 сынып оқушыларына логикалық есептерді шешуге үйрету әдістемесі.....	21
2.2 6 сынып оқушыларына логикалық есептерді шешуге үйрету әдістемесі.....	36
2.3 ҰБТ-дағы логикалық есептерді шешуге үйрету.....	50
ҚОРЫТЫНДЫ.....	57
ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР.....	58

## КІРІСПЕ

**Зерттеудің жұмысының өзектілігі:** Логикалық есептерді шығара білу - әрбір оқушы үшін, әсіресе ақпараттардың толассыз үлкеюі барысында сөзсіз кең ойлану мен жылдам білім үйрену үшін таптырмас дағды. Қазіргі кезде қоғамға тек орындаушылар ғана емес, сонымен қатар творчесволық ойлай алатын, өздігінен қажетті білімдерді меңгере алатын адамдар қажет. Логикалық есептерді шығару барысында әрдайым күрделі есептерге жеңіл шешім тауып үйрену қабілеті жасөспірімдерге тек оң әсерін береді. Әрине, логикалық есептерді шешуді үйрету – жаңа әдіс емес. Математика пәнінің пән ретінде қалыптасу барысында көптеген кітаптарда логикалық есептерді шешуге әр кезде де орын табылып отырған. Уақыт өте келе олардың қамту аймағы үлкейіп келеді.

Қазіргі ақпараттық технологиялар қарқында дамыған қоғамда азаматтардың өздігінен ойлау қабілеті, өздігінен қажетті білімді алу қабілетінің бар болуы, шешім қабылдап, жылдам әрекеттерге кірісуі, өмір сүрудің жылдам өзгеріп тұратын шарттарына ыңғайланатын адамдар үлкен сұранысқа ие. Сол себепті заманауи мектепті бітірген оқушының кейбір дағдылары қалыптасқаны абзал: жылдам өзгертін өмірлік ситуацияларға адаптация жасау; әр түрлі проблемаларды шешу үшін, практикада қажетінше қолданатын білімді өздігінен алу; өздігінен қорытынды жасап, қолда бар мағлұматпен сапалы жұмыс істеу; теке-тірестердің алдын алу немесе одан жеңіл шығу әдістерін білу; критикалық және творчесволық ойлау қабілетінің бар болуы, үнемі өзін жан – жақты дамытып отыру. Өздігінен оқи білу – білім алу сапасынның елеулі түрде алға жылжуының бірден – бір себебі, дағдылардың қалыптасуының себебі, әрі жеке қасиеттердің дамуының ілгерілетушісі.

Зерттеу барысында 5-6 сыныптарға арналған логикалық есептер қарастырылады, сонымен қатар басқа сыныптарда олардың кездесу жиілігі мен ҰБТ тапсыру кезінде бере көмегі, ҰБТ тапсыру кезіндегі қамтылған логикалық есептердің кездесу жиілігі көрсетіледі.

Сонымен қатар зерттеу барысында логикалық есептердің маңыздылығы, олардың классификациясы, 5 сынып пен 6 сынып бойынша тақырып – тақырып бойынша бөлінуі, оларды шешу жолдары мен осы тақырыптарды меңгеруге арналған көптеген есептер кездеседі. Әр баланың жаңа тақырыпты қабылдау қабілеті біркелкі таралмағандықтан, әр тақырыпты шешудің 2-3 әдісі көрсетілген. Әдісті меңгеру тиімді болуы үшін әдістемеден кейін бірден мысалдар жүреді.

Әр уақытта жаңа есептер шешу маңыздылығы үлкен, әрі оны тек ескі әдістермен ғана емес, жаңа әдістердің көмегін пайдалану арқылы қажетті мәселелердің шешімін табуды мектеп қабырғасынан бастап шешіп үйретуге көмегін тигізеді. Себебі көптеген жаңа есептердің қатып қалған жалғыз шешімі жоқ, жан-жақты шеше білу қасиеті ерекше орын алады. Оқушылардың, тіпті ұстаздардың белгілі бір есепті қабылдауы әртүрлі болғандықтан, әр тарауда кем

дегенде бір әдіспен шығару жолы көрсетіледі. Салыстырмалы түрде бұл ғылыми жұмыста теориялық материал аз, негізгі мақсат оқушылардың қызығушылығын оятып, математиканы творчестволық тұрғыдан сан-алуан шешімділігін ұғындыру, әрі мүмкін болғанша әдістер санын көбейту. Бұл ғылыми жұмыста әрбір тақырып бойынша логикалық есептерді шығарудың тәсілдерін көрсетіп, оларды шығарып үйрену үшін сол тарау бойынша есептер жинағын қамтиды. Сонымен қатар ғылыми жұмыста логикалық есептердің ҰБТ секілді болашақтағы тестілеулерге дайындық бола алатындығы көрсетіледі. Ғылыми жұмыстың теориялық бөлімінде алдымен графикалық әдіске сипаттама беріледі. Яғни графикалық әдістің мәні ашылып, оның неге негізделгені және әдістің ерекшеліктері айтылады. Ал практикалық бөлімде теңдеулер мен теңсіздіктерді графикалық әдіспен шешуге арналған әдістемелік нұсқаулық құрылған. Зерттеудің негізгі мақсаттарының бірі – 5-6 сыныптарға арналған логикалық есептерді систематикалық жүйелеп, деңгейлеп жазу. Бұл зерттеу жұмысында логикалық есептерді шешу процесі келесі түрлерде кездеседі:

- 1) есептердегі мәтіннің анализі;
- 2) есептегі болып жатқан процесстерді графикалық кескіндеу;
- 3) есептерді шешуді іздеу моделін құрастыру;
- 4) дайын модельдерді түрлендіру;
- 5) есепті шығару моделін пайдаланғаннан кейін, типтес есептер беру;
- 6) табылған шешімді зерттеу.

Зерттеу жұмысы барысында жаңартылған мазмұндағы 5-6 сыныптың математика кітаптарына шолу жасалып, ондағы есептердегі логикалық есептердің жиілігі мен атқаратын рөліне, мүмкін болатын пайдалы жақтарына шолу жасалады. 5-6 сыныпта математика кітабы екі баспада шығатындықтан, әр баспаға қысқаша ғана шолу жасалады.

Логикалық есептермен жұмыс істеу барысында баланың ойлау шапшаңдығы, ойлау қабілеттері дамиды. Ертеректе елімізде түрлі жұмбақ жасыру арқылы баланың ойлау қабілетін күшейтуге тырысқан. Қазіргі таңда ғылым мен техниканың тоқтаусыз қарқынды дамуы себепті біздің елімізге де ғылым мен техника бағытына бет бұрғанымыз абзал. Ғылым мен білімнің басы мектептен басталғандықтан, мектеп қабырғасынан болашақта ғылыммен айналысатын, не болмаса кез-келген мамандықты еш қиындықсыз меңгеретін алдыңғы қатарлы озат ұрпақ тәрбиелеуде логикалық есептердің, олимпиадалардың, зертханалық тәжірибелердің әсері мол. Айта кететін бір жәйт-қазақ тіліндегі логикалық-олимпиадалық есептердің аздығы және халықаралық немесе қалааралық олимпиадаларға дайындық тек арнайы мектептерде немесе жекелеген оқу центрлерінде ғана жүзеге асады. Еліміздің түпкір-түпкірінен логикалық есептерді шешуге қызығушылығы бар оқушыларға шабыт беру мақсатында жалпыға білім беретін мектептер үшін логикалық есептерді шешу жайлы мағлұматтың көбейгені

жөн. Оны жүзеге асырудың бірден-бір жолы қосымша хрестоматия нұсқаулықтар шығару немесе мектепшілік демалысаралық уақытында үйірмелер ұйымдастыру.

Жалпы логикалық есептерді құрылымына, мазмұнына және қиындығына қарай деңгейлерге бөліп, әр түрлі деңгейдегі оқушыларға әр түрлі деңгеймен берген абзал. Егер ұстаздарға нұсқаулық берген жағдайда мектептің жас мамандарының өзі көптеген логикалық есептерді шешуге оқушыларды үйрете алады. Сонымен қатар бұл жұмыста әр түрлі сыныптардағы кездесетін логикалық есептер қарастырылып, олардың қаншалықты біз қарастырып отырған тақырыптарды қамтитыны жайлы айтылады. Жаңартылған мазмұндағы кітаптарлағы қолдану жиілігі, болашақта тапсырылатын ҰБТ кезіндегі кездесетін есептер мен оларды шешу жолдары көрсетіледі. Яғни оқушыға шығарылып жатқан логикалық есептердің бекер еместігі көрсетіледі. Мысал ретінде пайыздар тақырыбына қарапайым деңгейдегі келесі есепті қарастырып өтейік:

**Зерттеудің мақсаты:** Жалпы білім беретін мектептің математика курсына 5-6 сынып оқушыларының ғылымға, ізденіске, әрі өз білімдерін шыңдауға итермелеу.

**Зерттеудің міндеттері:**

- 5-6 сыныптарға арналған логикалық есептерді шешіп үйрету;
- мектептің математика курсына 5-6 сынып оқушылары үшін логикалық есептерді шығарып үйренудің маңыздылығы;
- 5-6 сыныптарға арналған логикалық есептердің неғұрлым көп тақырыптарын қамту.

**Зерттеу нысаны:** Жалпы білім беретін мектептерде 5-6 сыныптарға арналған логикалық есептерді математика курсына шығартып үйрету процесі.

**Зерттеу пәні:** Жалпы білім беретін мектепте 5-6 сыныптарға арналған логикалық есептер.

**Зерттеудің ғылыми болжамы:** математикалық олимпиадаларға қатысқысы келетін немесе логикалық есептерді шешіп, білімін шыңдағысы келетін оқушылар үшін жақсы дидактикалық материал болады. Қосымша айта кететін жәйт, логикалық түрғыдан деңгейін жоғарғы деңгейге көтерген оқушылар үшін жаңа тақырып үйрену барысы әлдеқайда жеңілдеп, жаңа білімге деген құштарлығын арттыруға көмек беретіні анық.

**Зерттеу әдістері:**

Теориялық әдістер – бұрынғы оқулықтарда логикалық есептердің орны, үлгілеу, жалпылау, қорыту.

**Зерттеу жұмысының ғылыми жаңалығы:** 5-6 сыныптарға арналған логикалық есептердің теориялық негіздерін практикалық негіздерімен қатар алып жүру арқылы әдістеме құрастыру.

**Зерттеу жұмысының теориялық маңыздылығы:** Қазіргі уақытта жаңартылған білім беру мазмұнына сәйкес жалпы білім беретін мектеп

оқушыларын логикалық тұрғыдан дамытып, оларға дидактикалық материал түрінде ұсынылады.

**Зерттеу жұмысының практикалық маңыздылығы:** Диссертациялық жұмыс педагогикалық институттардың және университеттердің математика мамандығын таңдаған студенттер үшін машықтанудан өткенде, факультатив сабақтарын өткізгенде әдістемелік жәрдемші бола алады әрі логикалық тұрғыдан білімін шыңдау мақсатында қолданатын мектеп оқушылары үшін әрі қосымша эллектив жүргізетін мектеп ұстаздары үшін дидактикалық материал бола алады.

**Зерттеу нәтижесінің апробациясы:**

- 1) Есбаланов А.Т. Жалпы білім беретін мектептің 5-6 сыныптарына арналған логикалық есептерді шығару тәсілдері // «Математика және физика» республикалық ғылыми-әдістемелік журналы №1(121), 2022. 10-13 б.
- 2) Есбаланов А.Т. 5-6 сыныптарға арналған кейбір логикалық есептерді шығару тәсілдері // «Тағылым» республикалық ғылыми-әдістемелік журналы, №05(100), Нұр-Сұлтан, 2022.

**Диссертацияның құрылымы:** диссертация кіріспеден, екі тараудан, қорытындыдан, пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады.

**Кіріспеде** зерттеліп отырған тақырыптың өзектілігі, нысаны, пәні, мақсаты, болжамы, міндеттері мен әдістері, зерттеу жұмысының ғылыми жаңалығы, теориялық және практикалық маңыздылығы тұжырымдалған.

**«Жалпы білім беретін мектептің математика курсына логикалық есептерді шешуге үйретудің теориялық негіздері»** бірінші тарауда бұрынғы кітаптармен салыстыру, 5 – сынып тақырыптарының логикалық есептеріне шығару әдістемесі.

**«5-6 сыныптарда математиканы оқытуда логикалық есептерді шешу әдістемесі»** екінші тарауында 6–сыныптағы математика курсына олимпиадалар мен конкурстық сайыстарда кездесетін тақырыптар төңірегінде әдістеме жасалды.

**Қорытындыда** зерттеу нәтижелері жалпыланған және жүйеленген, орта буындағы мектептің 5-6 сыныптарда математика курсына оқытуды дамытуға бағытталған әдістемелік ұсыныстар тұжырымдалған.

# **1 ЖАЛПЫ БІЛІМ БЕРЕТІН МЕКТЕПТІҢ МАТЕМАТИКА КУРСЫНДА ЛОГИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУГЕ ҮЙРЕТУДІҢ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ**

## **1.1. Математиканы оқытудағы логикалық есептердің маңызы**

Логикалық есептерді шешу барысы – оқушылардың бойындағы математикалық ойлау, көпжақтылық, мағлұмат қабылдауға икемділік, сыни ойлау, логикалық даму секілді дағдыларының дамуына көп үлес қосады. Логикалық есептерді шығару барысында эмоциялық сәттер мидың қарқынды жұмысына алмасады да, оқушы есепті шешуін проблемалық мәселені шешуге ұқсатып қарастырады. Бұл оқушының ішкі мотивациясының артуына жағдай жасайды, психологиялық процестер іске қосылып, оқу процессінің құрылуы мен жылдам ілгерілеуіне жағдай туғызады, логикалық жолмен шығару әдістерді көптеп меңгеріп, танымдық білімдері артады. Себебі оқушы өздігінен ғалым секілді үлкен әлде бір үлкен мәселе шешкендей сезінеді. Әр есепті шешудің өзі белес бағындырғандай әсер беретін жағдайда оқушы көбіне келесі белесті бағындыруға көшеді. Көптеген оқушылардың пәнге қызықпай кету себебінің бірі – есептер шығаруда қиналуы. Көп уақыт жұмсап, нәтиже шықпаған жағдайда оқушылардың есеп шығаруға деген ынтасы азаяды. Пәндердің көбінде, жұмыста, бизнесте де соған ұқсас жағдайлар. Менің қолымнан келмейді деп ойлаған адам әрмен қарай жалғастыруға ынталануы қиын. Сондықтан логикалық есептерді шешуге үйрету – жастайынан алдымен есептен қорықпауға үйретеді, бір шешімі бар екендігін біліп тұрады және өсе келе бұл дағдысы дами беріп, еліміздің туын көкке желбірететін азаматтар мен азаматшалардың саны көбейеді.

Логикалық есептерді қарастырудың тағы бір маңызды бөлігі – практикалық тұрғыдан іске асыру процессі. Сонымен қатар осындай есептерді математиканы оқыту процессіне енгізу, олардың функционалды сауаттылығын арттыру. Жалпы функционалды сауаттылықтың не екенін көрсетіп, логикалық ойлау дағдысын қалыптастыру. Көптеген мұғалімдерден сауалнама жүргізілген уақытта ұстаздардың көбісі логикалық есептер математиканы оқу кезінде сабақтың ажырамас бөлігі болу керектігін айтып отыр. Сонымен қоса, логикалық есептерді шығаруды жүйелі түрде өз сабақтарында қолдануға ниет білдіріп отыр. Алайда, практика жүзінде оларды кең қолдану оңайға соқпай отыр. Оқуға міндетті тақырыптарды жыл бойына уақытында меңгеру маңыздылығы болғандықтан, көбінесе логикалық есептерге бөлінген уақыт жеткіліксіз. Оның үстіне әр тақырыпқа логикалық есептерді материал ретінде жинақтаудың өзі бір жұмыс болғандықтан, мұғалімдердің бұл мәселеге уақыт бөлу тұрғысынан қиындықтар туындайды. Онымен қоймай, әр мұғалімнің білім үйрету әдісі әр түрлі болғандықтан, барлық ұстаздар бірдей логикалық есептерді көптеп шығарта бермейді. Сондықтан ұстаздарға тақырып пен деңгей бойынша жүйеленген, кейінгі алатын біліміне көмегі тиетін тақырыптардан тұратын, жүйеленіп

жинақталған дидактикалық материалдың не болмаса әдістемелік хрестоматияның бар болғаны оларға қосымша білім алуға мүмкіншілік туғызып, көмегі тиері сөзсіз.

Практикада мектеп қабырғасында логикалық есептер не мүлдем қолданбайды, немесе оқушы қызығатындай жеткілікті мөлшер мен көлемде емес. Ал бұл есептердің атқаратын маңызды қызметтері көзге көрінгеннен әлдеқайда көп. Атап өткенде, жай ғана бір қарапайым логикалық есепті шешудің өзі ойлау икемділігін арттырады. Есептерді түрлері бойынша ажырата алып, қандай есепке қандай әдіс қолдану қажеттілігін алдын – ала ойластырып, есеп шығару барысын алгоритмделген, жүйеленген түрде орындайды. Жаңа білім алудағы маңызды проблема – есеп шығару барысында шаблонды ойлаудан арылады. Оқушы үшін есеп шығару кезеңі өнер алумен теңескенде мұндай құбылысты байқауға болады. Оқушы есеп шығаруды әлдебір қиын мәселе қылып көруден арылады, өзіне деген сенімділігі артып, эмоционалды тұрғыдан жақсы әсер алады. Басқаша айтқанда, логикалық есепті шығарып отырған оқушы проблемалық жағдайға тап болады. Себебі оның қолындағы бар ресурс, оның білімі мен дағдылары есепті шешуге жеткіліксіз және оларды есептің шартына сәйкес түрлендіріп, шешім табу керек. Екінші жағынан оқушының істеген амалдары сәтсіздікке ұшырап, жетістікке жету үшін тырысып, ой қозғауы қажет. Осылайша, есепті түсіну оқушының мазмұнын толық түсінумен қатар, есеп шығару барысындағы операциялар мен шешім табу жолындағы істелінген операциялардан тұрады. Есепті астарлы түрде алғаш түсінгеннен кейін оқушыға жан – жақты ойланудан кейін, қайта тұжырым жасап, өзінің істеп отырған амалдарына рефлексия жасап отыру қажет.

Оқушылар логикалық есептерді шығара отырып, олардан алатыны:

1. Білімін дамыту мүмкіндігі;
2. Жаңа әдістер үйрену;
3. Шаблонды ойлаудан ауытқу
4. Творчестволық ойлау жүйесін қалыптастыру
5. Есеп шығару процессінің алгоритмін өз бетімен құру
6. Өз жұмысына рефлексия бере алу
7. Еңбекқорлығының артуы және т.с.с.

Жоғарыда атап өткен дағдылар логикалық есептерді шешу барысында алатын барлық дағдылардың тек бір бөлігі ғана, оқушылар мұғаліммен тығыз жұмыс істеп үйренеді, жаңа білімнен қорқынышы азайып, дамыған елдермен қатар білімнің жоғарғы көрсеткішін көрсетуге мүмкіндік алады. Оған еліміздің математикадан халықаралық олимпиадалар мен сайыстарда алып жүрген жүлделі орындары дәлел. Олардың дайындығы ұзақ әрі көп күш – қуат жұмсарлықтай. Біздің жағдайда барлығына бірдей математикаға бет бұрып, бар уақытын соған арнау емес, кез – келген саланы жеңіл меңгеріп, сол саланың маманы, хас шебері болуына көмек беру. Жаңа білім алу жылдамдығының артуына септігімізді тигізу.



Логикалық есептерге түсінік беру кезінде Н.Д.Шатова былай дейді: Логикалық есептер деп – құрылған сөздері мен сұрақтары қарапайым емес, ізделініп отырғандар мен есепте берілген мағлұматтардың байланысы әдеттегіден мықтырақ болып келетін есептер. Бұл есептер тапқырлықты, ойлау қабілетінің жылдамдығы мен ерекше ойлау қабілетін қажет етеді. Логикалық есептерді шешуге үйрету дидактиканың басты ережелеріне сүйеніп жүруі тиіс:

- 1) қарапайымнан күрделіге принципі;
- 2) қолжетімділік принципі;
- 3) көрнекілік принципі;
- 4) ғылымилық принципі;
- 5) білімнің беріктігі принципі.

Сонымен, бір жағынан логикалық есептерді шешуге үйрету қажеттілігі бар. Екінші жағынан, көптеген деректерге сүйенсек, логикалық есептерді шешу қабілетін қалыптастыру мақсатына жеткілікті көңіл бөлінбейтіні байқалады. Сондықтан, зерттеудің өзектілігі осындай әдістеме құрастыру қажеттілігін туғызып, оқушыларды математикаға үйретудегі рефлексияның дамуына жол ашады. Негізгі мектепке енді көшкен оқушылар, білім тапшылығын сезінбейді, себебі барлық жүктелген тақырыптарды меңгеріп үлгерген жағдайда, логикалық есептер шығару тұрғысынан даму мүмкіндігі көбейеді. Көптеген конкурстар мен олимпиадаларға дайындық жасай алады. Оқушылардың білім мен ғылымға қызығуының артуына логикалық есептердің берері көп. Ұзақ мерзімді жобаларды ерінбей, шаршамай жазып үйренеді.

Әдетте 7-8 сыныптарда математика сабақтары аптасына 5 сағат (математиканы тереңдетіліп оқытатын сыныптар саналмайды), бірақ бағдарламалық материалдарды толыққанды меңгерудің қажеттілігінен логикалық есептерді шешуге бөлінетін уақыт аз. Сондықтан бұл есептерді сыныптан тыс сабақтарға қолдану мақсатты.

Сыныптан тыс сабақтар оқушылардың бағдарламалық материалдары саласындағы білімін тереңдету үшін, оларда логикалық ойлауды, зерттеушілік дағдыларын, тапқырлықты, математикалық әдебиеттерді оқуға талғамды дамыту, баулу үшін, оқушыларға математика тарихынан пайдалы мәліметтерді хабарлау үшін сәтті пайдалануға болады. Сыныптан тыс сабақтар оқушыларға және мұғалімдердің өзіне үлкенкөмегімен алып келеді. Сыныптан тыс жұмысты сәтті жүргізу үшін мұғалімге математика бойынша өзіндік танымын үнемі кеңейтіп отыру қажет. Бұл оның сабақтарының сапасына да әсер етеді.

Математика бойынша сыныптан тыс сабақтардың екі түрін ерекшелейді: бағдарламалық материалды игеруде басқалардан қалатын оқушылармен жұмыс, яғни математика бойынша қосымша сабақтар; математиканы меңгеруге қызығушылықтары жоғары оқушылармен жұмыс. Бірақ тағы да бір үшінші жұмыс түрін ерекшелеуге болады. Бұл математиканы игеруде қызығушылықты дамыту бойынша оқушылармен жұмыс.

Сыныптан тыс жұмыс негізгі сабақтарда оқушылармен игерілген математикалық білімдер, біліктер мен дағдыларды тереңдетуге, танымдық өз бетіншелігін қалыптастыруға және оларды шығармашылық қызметке баулуға, жоғары математикалық қабілеттері бар оқушыларды айқындауға ықпал етеді. Математика бойынша сыныптан тыс жұмыстың түрлі формалары бар. Негізгі формаларға жатады:

- 1) математикалық үйірмелер;
- 2) математикалық және гуманитарлық бағыттардың оқушыларына есептелген, арнайы курстар;
- 3) математиканың жекелеген бөлімдері (қаржылық математика, ықтималдықтар теориясы, комбинаторика, математика бойынша стандартты емес есептер) бойынша оқылатын факультативтер;
- 4) оқушылардың ғылыми қоғамдарымен жұмыс (оқушылармен ғылыми-зерттеу жұмыстардың элементтері: математикалық әдебиеттің сыныптан тыс оқуы, математикалық тақырыптарға баяндамалар, сөз сөйлеулер, рефераттар дайындау);
- 5) олимпиадалар;
- 6) мектеп оқушыларымен сыныптан тыс жұмыстың түрлі эпизодтық формалары: математикалық кештер, конкурстар, сыныптан тыс оқулар, тұрақты кабырға баспаларын шығару және т.б.

Сыныптан тыс жұмыстың кеңірек таралған формасы болып математикалық үйірме табылады. Оның негізінде еріктілік принципі жатыр. Үйірме сабақтары мазмұның мұғалім анықтайды. 5-6 сыныптардағы үйірме жұмыстарында математикаға деген бастапқы қызуғышылықты қалыптастыру мен ойлауды дамыту негізгі болады, ал осы мақсатқа жоғарыда айтылғандай логикалық есептерді шешуге оқыту қызмет етеді.

Логикалық есептерді шешуге оқыту дидактиканың негізгі принциптерін қанағаттандыруы қажет:

- 1) «қарапайымнан күрделіге» принципі;
- 2) қолжетімділік принципі;
- 3) көрнекілік принципі;
- 4) ғылымилық принципі;
- 5) білімнің беріктігі принципі.

Берік білім, білік және дағдылар оқушыларда ғылыми дүниетанымның қалыптасуы, олардың қабілеттерін дамыту, тәжірибелік қызметке дайындауға қажет. Ал алынған білім, білік және дағдыға тек олардың қатаң игерілуі мен ұзақ уақыт есте сақталуы шартында ғана сүйенуге болады.

Логикалық есептерді шешу өзіндік мақсат емес, оқыту құралы болғандықтан шешу тәсілдерін іздану, қолданылған осы амалдарды есте сақтау, осы амалдардың қолдану мүмкіндігі шарттарын айқындау, есептерді жалпылау – мұның барлығы мектеп оқушыларына есепте оқуға; оқушыларға кейін тек қана математикада емес,

басқа да салаларда қажет болатын есеп шығару үрдісіндегі логикалық және шығармашылық ойлауды дамытуға мүмкіндік береді.

Және соңында, сыныптан тыс сабақтарда логикалық есептерді шығару оқу қызметінің тиімділігі арттырады, себебі математикаға қызығушылықты күшейтеді, оқушылардың шығармашылық қабілеттерін дамытады.

Логикалық тапсырмаларды меңгеруде жаттығулар әдісі қолданылады. Осылай мысалы, кестелерді құрастыруды, графтарды тұрғызуды оқытуда мұғалім оқушыларға жақсы ойластырылған жаттығулар жүйесін береді.

Математика есептерін шығаруды үйретудің жалпы әдістері:

#### 1. Синтетикалық әдіс.

Берілген есепті шығарудың қажетті шарттарының бірі - сол есепке келтірілген көмекші есептерді шығара білу. Мұндай көмекші есептерді шығару іскерліктері қалыптасқан жағдайда, бар мәселе негізгі есептің шарттарын қанағаттандыратын қасиеттердің жиынтығын табуға тіреледі. Есеп шығарғанда көбінесе синтетикалық әдіс жетекші орын алады. Синтетикалық әдістің мәні мынадай: негізгі есептің кейбір мәліметтерін пайдаланып көмекші шамаларды анықтайды, яғни көмекші қарапайым есептердің бірінші сериясын шығарады. Одан соң осы есептің шешуін, негізгі есептердің мәліметтерімен қоса пайдалана отырып көмекші есептердің екінші сериясын шығарады. Сөйтіп, негізгі есептегі ізделетін шаманы тапқанша, осы процесті жалғастыра береді.

#### 2. Аналитикалық әдіс.

Есепті аналитикалық әдіспен шығару «Есепте қойылған мәселеге жауап беру үшін нені білу керек?» деген сұрақтан басталады. Бұл сұраққа толық жауап беру үшін есептің мәліметтерін айқындап, оның ізделетін шамамен байланысын анықтау керек.

Логикалық есептерді шешу кезеңдері (шешудің кез келген әдісінде):

- есеп шартының анализі;
- шешу жолын іздеу және шешу жоспарын құрастыру;
- есепті шешу жоспарын іске асыру;
- есеп шешімін тексеру.

Есепті шешкенде осы кезеңдердің барлығы болуы қажет, бірақ олар түйісе алады.

### **1.2. Логикалық есептердің классификациясы**

Логикалық есептерді классификациялау үшін математикадан жақсы дос болумен қатар, олардың көп түрлілігін ескерген жөн. Кейбір логикалық есептер жеңіл бір амалмен шыға салатын болса, енді біреулері алгоритмдік шешу жолын міндетті етеді және көп амалдан тұрады. Оларды классификациялау ретін қойғанда әр маман әр түрлі етіп қоюы мүмкін. Логикалық есептерді классификациялауды елестету үшін бірнеше логикалық есептерді шешіп көрейік. Логикалық есептердің көптүрлілігі оларды шешу жолдарының да көптігін

көрсетеді. Айталық, мынандай есеп берілсін: Бөтелкеде, стаканда, құмырада, банкада сүт, лимонад, квас, су бар. Су мен сүт бөтелкеде емес. Лимонад құйылған ыдыс құмыра мен квас құйылған ыдыстың арасында. Банкаға құйылған лимонад та су да емес. Стакан банка мен сүт құйылған ыдыстың қасында. Қандай сұйық қай ыдысқа құйылған. Кем дегенде екі әдіспен шығаруға болады. Логикалық пайымдау арқылы, кесте құру арқылы шығаруға болады.

1) Логикалық пайымдау арқылы шығарсақ.

Логикалық пайымдасақ, бөтелкеде не лимонад, не квас. Банкада не сүт, не квас. Алайда сүт пен банка бір-біріне жақын орналасқандықтан, банкада сүт емес, квас. Сондықтан сүт құмырада. Су болса стаканда, ал лимонад бөтелкеде. Енді кестелік әдіспен шығарып көрсек:

1 – кесте

	Бөтелке	Стакан	Құмыра	Банка
Сүт	-	-	+	-
Лимонад	+	-	-	-
Квас	-	-	-	+
Су	-	+	-	-

Әр сөйлемді оқыған сайын «-» немесе «+» таңбасын қоя отырып, есептің жауабын табамыз.

Келесі есепте теңдеу құру қажет. Ақдананың ойлаған санынан ең үлкен бір таңбалы санды азайтып, нәтижеге ең кіші екі таңбалы санды қосқанда 100 шықты. Ақдана қандай сан ойлады?

Шешуі: сан –  $x$

$$(x-9) + 11 = 100$$

$$x - 9 = 99$$

$$x = 108$$

Жауабы: 108

Келесі есеп адамның жасын есептеуге арналады: Қазір ағасы қарындасынан 5 жас үлкен. 4 жылдан соң, олардың жастарының қосындысы 19 жас болады. Қазір қарындасы неше жаста, ағасы неше жаста?

Шешуі:

Белгілеу енгіземіз:

қарындасы –  $x$

ағасы –  $x + 5$

4 жылдан соң

қарындасы –  $x + 4$

ағасы –  $x + 5 + 4$

$$(x + 4) + (x + 5 + 4) = 19$$

$$x + 4 + x + 9 = 19$$

$$2x = 19 - 13$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

Жауабы: Қарындасы – 3 жаста

Ағасы – 8 жаста

Ендігі есептің түрі, артығын алып тастау немесе теңдеу құру арқылы шығаруға болады. Мысалы, Елдостың тауықтары мен қозылары бар. Қозылар тауықтардан 3 есе кем. Қозылар мен тауықтардың барлығында 40 аяқ бар. Елдостың неше қозысы, неше тауығы бар?

Шешуі:

Белгілеу енгіземіз:

Тауық –  $3x$

Қозы –  $x$

$$2 \cdot 3x + 4x = 40$$

$$10x = 40$$

$$x = 4$$

Жауабы: қозы – 4, тауық – 12

Яғни есептерді классификациялау кезінде, ретке келтіру үшін есептерді белгілі-бір типке жатқызып қоямыз. Алайда, бұл оларды шығарудың жалғыз тәсілі емес және оқушыны да әдіс таңдау кезінде шектемеген жөн. Келесі тарауларда әр классификациялау түрімен кеңірек танысып, оларды шығару жолдары көрсетілетін болады. Біздің логикалық есептерді классификациялау реті осындай:

- 1) Артығын алып тастау;
- 2) Адамның жасына арналған есептер;
- 3) Кестелердің құру арқылы шешілетін есептер;
- 4) Кері жүріс арқылы шығарылатын есептер;
- 5) Жалған тұжырымдары бар есептер;
- 6) Дұрыс пайымдау әдісі.

Логикалық есептерді классификациялау кезінде әр маман әр түрлі әдіс қолданғанымен, барлығында бірдей жеңілден қиынға қарай жылжу алгоритмі сақталған. Мәселен, А.В.Спивактың «Тысяча и одна задача» оқулығын қарасақ, есептерді классқа бөлу реті келесідей:

1. Сіріңкелер;
2. Арғы бетке өткізу есептері;
3. Қалжың есептер (белгілі бір шығару әдісі жоқ есептер);
4. Кесу есептері;

5. Жасқа байланысты;
6. Қанша алу керек;
7. Жарыстар;
8. Жұптылық;
9. Логика және пайымдау;
- 10.Пайыздарға арналған есептер;
- 11.Дирихле, комбинаторика т.с.с.

Осылайша күрделеніп кетеді. Ал Светлана Степановнаның «Логические задачи и их типы» атты еңбегінде классификациялау реті келесідей:

1. Жұмбақтар (есептер типі А.В.Спивактағы қалжың есептерге ұқсас);
2. Бұрыннан келе жатқан логикалық есептер;
3. Сіріңкелер 2 саты төмен түскен;
4. Логика және пайымдау;
5. Сөздері бар есептер (А.В.Спивак бұл тарауды көбірек бөлікке бөлген);
6. Құю және ауыстырып құю есептері;
7. Тізбектер;
8. Уақытқа байланысты және т.с.с.

Байқап отырғанымыздай, кей тақырыптар дәл қайталанса, кей тақырыптар бір-бірінде кездеспей екі кітапта бөлек-бөлек кездеседі. Ал кей тақырыптар бір классификацияға біріктіріліп, бір тақырып болып берілген. Енді өзіміздің отандық “Пифагор”- қосымша білім беру орталығында жұмыс істеген кезімде, біз балаларды келесідей классификацияға бөліп оқыттық:

1. Ал, санайық (арифметикалық санаулау көп кездесетін есептер типі);
- 2.Кері жүріс;
- 3.Плюс-минус 1;
- 4.Артығын алып тастау;
- 5.Жұп-тақтылық;
- 6.Кесу есептері;
- 7.Арғы бетке өткізу есептері;
- 8.Қалжың есептер;
- 9.Дирихле;
- 10.Дирихле және т.с.с.

Яғни, отандық еңбектедің бірін алып қарасақ та, жалпы есептер тобы бір шеңбердің ішіндегі есептер, тек берілу реті мен кей тақырыптардың классификациясы өзгерген. Жоғарыда айтып өткеніміздей, кейбір типтегі есептердің екі немесе одан да көп шешімі болғандықтан, оларды әр материал құрастырушы әр түрлі тарауға енгізуі әбден мүмкін, әрі талдау барысында біз оған көз жеткіздік. Бұл еңбектерді талдай отырып, классификациялардың түрлерінің көптігіне көз жеткіземіз. Логикалық есептердің классификациясын жүйелеу үшін, жазылған еңбектерде қандай классификациялық тараулар бар екенін санау керек. Нәтижесінде, 31 классификациялық тарау бар екеніне көз жеткіземіз.

Оларды келесі түрлерге бөлейік:

**А) Оқиғасы бар логикалық есептер :** 1) қатынастары бар есептер 2) бірнеше қатынастары бар есептер 3) теңдік қатынасы бар есептер 4) элементтерін салыстыру қолданылатын есептер 5) арғы бетке өткізу есептері 6) жарыстық есептер 7) Сіріңкелері бар есептер 8) қалжыңы бар есептер 9) Қызықты есептер: шеңбер бойымен санау, домино, дойбы, сиқырлы текше жайлы есептер, геометриялық есептер.

**В) Әдістемелік шешімі болатын логикалық есептер:** 1) айқын бір жауапты көрсететін есептер; 2) қажет емес амал болса да сол амалды орындауға итермелейтін есептер 3) берілген өлшемдермен қандай да бір арифметикалық амалдарды орындауды қажет ететін есептер; 4) есепті кері жүру, яғни жауаптан бастап берілгеніне дейін шығару; 5) жандандыруға арналған есептер; 6) қалдық арқылы бүтін бөлігін табуға арналған есептер; 7) тұжырымдаманың шынайылығын орнатуға арналған есептер; 8) кестелерді қолдану арқылы шығатын есептер; 9) графтардың көмегімен шығатын есептер; 10) мүмкін болатын жауаптырды теру арқылы шығатын есептер; 11) жиындарды реттестіруге арналған есептер

**С) Логикалық әдістермен шығатын логикалық есептер:** 1) шаблонды ойлаудан арытуға арналған есептер; 2) шешімі талқылау мен пайымдауға негізделген есептер; 3) анализге, синтезге арналған есептер 4) артығын ысырып тастауға арналған есептер; 5) ұқсастыққа арналған есептер; 6) белгілі бір қасиеті арқылы классификациялауға арналған есептер.

Аталған еңбектерді анализдей отырып, есептерге ең өп классификация берген А.В.Спивак екенін байқаймыз.

Ең жиі кездесетін классификациялар: а) методикалық шешімі барлар; б) мағыналық құрамына байланысты; в) логикалық шешу әдістері арқылы.

Есептерді классификациялау барысында тәжірибелі авторлар методикалық шешу әдістері мен мағынасына қарай классификациялаудың 6 тарауын ерекшелейді:

1. Қатынастарға арналған есептер
2. Кестелер құру арқылы шығатын есептер
3. Арғы жағына өткізу жайлы есептер
4. Графтар арқылы шығатын есептер
5. Мүмкін болатын жауаптарды теріп шығу есептері
6. Қызықты есептер

Енді біздің берген классификациямыз келесідей:

1. Артығын алып тастау әдісі;
2. Адамның жасына арналған есептер;
3. Кесу есептері;
4. Кесте құру арқылы есептерді шешу;
5. Кері жүріс әдісі;

6. Пайыздарға арналған логикалық есептер;
7. Жұмысқа арналған есептер;
8. Қозғалысқа арналған логикалық есептер;
9. Теңдеу құру;
10. Жұптылық;
11. Сандардың бөлінгіштігі;
12. Өлшеулер.

Логикалық есептерді оқушының даму мақсатында көп пайдаланатын кітаптың біріне Л.Г.Петерсонның кітабын айтуға болады. Бұл кітапта 4836 түрлі есептердің 1204 есебі логикалық болып табылады. Есептердің 24,9% пайызын логикалық есептер құрайды. Түсіндірме бөлігі мен есептер құрылымының арқасында оқушыда анализ, синтез, салыстыру, жалпыландыру, классификациялау, жүйелендіру, нақтылау мен дәлелдеу дағдыларының дамуына мүмкіндік бар.

Логикалық есептерді классификациялау үшін сонымен есептерді шығару жолы мен мағынасына қарай бір типтерге бөліп, методикасы мен әдісі бір типтестерді жеке-жеке топтастыру қажет. Классификациялау үшін автор көпеген жұмыстарды талдап, пайымдап, әр логикалық есептің мазмұны мен мағынасы, шығару типіне байланысты бөлу процесі.

### **1.3 5-6 сынып оқулықтарында кездесетін логикалық есептер**

5 – сынып математика оқулығын ашсақ, атап айтқанда “Мектеп” баспасының оқулығын, бұрынғы кітаптарда кездеспеген екі, үш, төрт таңбалы сандардың жазылуы көрсетіледі. Олардың белгіленуі, үстін сызып олимпиада мен сайыстарда кездесетіндей жазу мәнерімен берілген. Алғашқы тақырып 50% астамын логикалық есептер қамтиды. Онымен қоса көлдердің тереңдігі, жер-су аттары мен олардың көлемдері, су қоймаларының сыйымдылығы мен жердің көлемдері секілді шынайы фактілерге сәйкестендірілген есептер құрастырылған. Бұл оқушылардың тек қана есеп шығарып қана қоймай, дүние танымдық процесстерді де қамтиды. Онымен қоса математикалық сауатты болуға икемдейтін нұсқаулықтар бар. Кейінгі 2 тақырыпта логикалық есептер кездеспесе де, төмендегідей логикалық пайымдау процесі болатын сұрақтар бар.

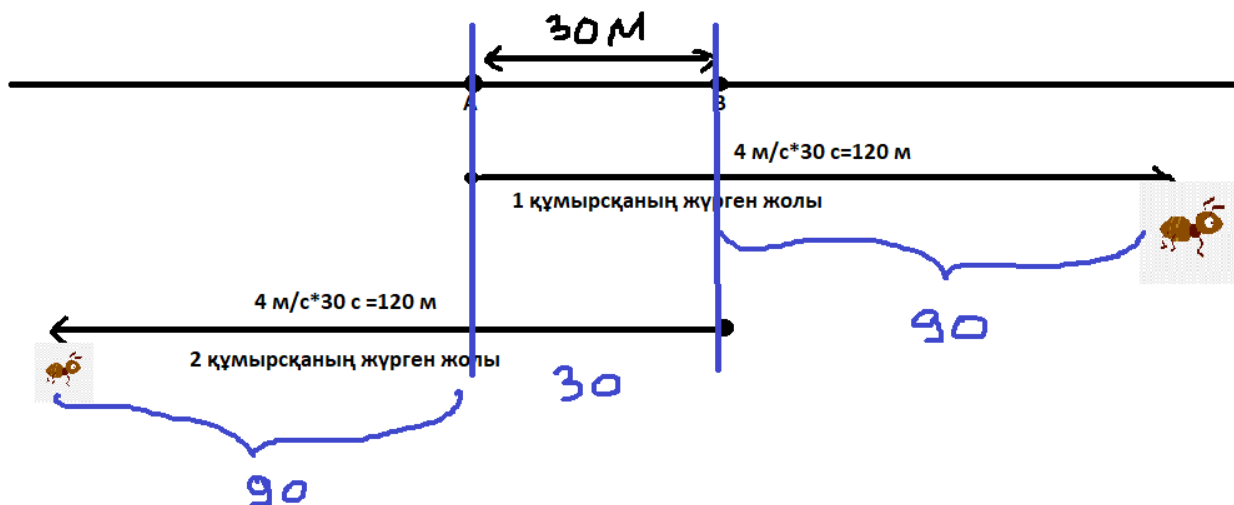
Сонымен қатар, оқушыларға стандартты емес ойлау үшін алдын ала мәліметтер беріліп, сол мәліметтер бойынша есеп құрастыратын логикалық есептер бар. Кітаптағы логикалық есептер мейлінше өмірде кездесетіндей шынайылыққа ұқыпталған. Мысалы, жалқының су ішуін әдеттегідей литрмен емес, см<sup>3</sup> өлшемімен берілгені. Оқушы алдымен см<sup>3</sup> өлшем бірлігін литрге конвертациялап, кейін қажетті мөлшерді табады. Балада алгоритмдік ойлау қалыптасады. Ең аз дегенде әр тақырыпта 1 логикалық есеп кездеседі. Кейбір тақырыптарға логикалық есептермен қатар бизнеске байланысты шығын не табысты есептеуге арналған есептер кездеседі. Бұл есептер тікелей логикалық



болмаса да, логикалық мазмұнды әрі кейбірінің шешілуі үшін логикалық әдістер қолданылады. Кестелер әдісімен шығарылатын есептер де жоқ емес және кейбір есептерінде кесте алдын ала беріліп, оқушыға толтыртықсылады. Екі рет саналған шамалар жайлы логикалық есептер бар. Кітаптан мысал алайық:

Екі илеудің арасы 30 м. Осы екі илеуден бір уақытта 4 м/с жылдамдықпен қарама-қарсы бағытта екі құмырсқа жүгіріп шықты. 30 с кейінгі олардың ара қашықтығы қандай болды?

Шешуі: Әлбетте бұл құмырсқалар бір-бірінің қасынан жүгіріп өтіп, әрмен қарай жүретіні сөзсіз. Әрқайсысы 120 м жүргенде, ортада екеуі де жүгіріп өткен 30 м жол бар, яғни ол жол екі рет есептелген. Сол себепті ол жолдың 30 метрін алып тастайыз. Осылайша есепті пайымдау әдісімен шығаруға болады. Суретпен шығару жолы төмендегідей:



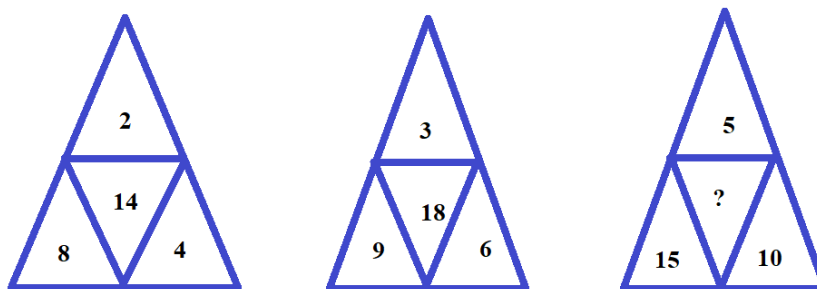
1-сурет

Оларды шығару барысында оқушы тек санап қана қоймай, артық-кем саналған заттарға анализ жасайды. Не болмаса графикалық жолмен кескін жасап үйренеді. Тағы бір логикалық құрылымды есептің түріне кері есеп құрастыруды жатқызу шарт деп ойлаймын. Есепке кері есеп құрастыруды кері жүріс тақырыбына сәйкес етуге келеді.

Сондай ақ көптеген есептер теңдеулер құрастыру әдісімен шығаруға келеді, әрқайсысын бір түрге классификациялап, зерттеу жұмысындағы тақырыптардан алған білімнің көмегімен шығаруға болады. Оқушылар тек қана қосымша білім алып қана қоймай, оны күнделікті оқып жүрген сабақтарында тиімді қолдана алады. Бұдан олар өздігінен және қосымша білім алудың пайдалы әрі тиімді екенін ұға алады. Логикалық есептердің көптеп кездесуі әсіресе мәтінді есептер шығару тарауына сәйкес келеді. Әр түрлі тақырыптарды қамтиды, онымен қоса бизнеске қатысты логикалық әдіспен шығарылатын есептер бар.

Ұлттық бірыңғай тестілеудегі “Математикалық сауаттылық” пәнінде

кездесетін тізбекке қатысты кейбір есептер осы сыныптардан бастап кездеседі. Оқушы жоғарғы сыныпқа жеткенше осы типтес есептерге әбден дағдыланып, болашақ емтихан сынақтардан жеңіл өте алады.



2 – сурет

Натурал сандар тізбегі тарауынан алынған есеп.

Бөлінгіштік тарауында есептерді тек логикалық әдіспен шығарып қана қоймай, белгілі бір топқа тиістілігін дәлелдеу қажет. Дәлелдеу есептері 5 сынып оқушылары үшін ғылыми зерттеу жұмысы секілді, бейне бір проект қорғап шыққандай жеңіс сезімін сыйлап, ғылым мен білімге деген күштарлығын арттырады. Пайымдау әдісін кеңінен қолдануға болады.

Натурал сандарды жәй көбейткіштерге жіктеу тақырыбы осыдан 10 жыл бұрынғы кітаптарда жоқ еді. Логикалық есептерді дәрежемен, арифметикамен байланыстыруда қажетті тақырып. Бұл тақырып жарыстар мен сайыстарда жиі кездесетіндіктен, оқушыларға математикалық білім шеңберін кеңейту процесі жеңілдейді.

Жоғарыда аталып өтілген талдау кітаптың бірінші бөліміндегі логикалық есептерге талдау жұмысы болды. Енді екінші бөлімді талдау барысында бірден байқалатын мәселе, кітаптың 2 бөлімінің 80% жуығы мәтінді есептер және логикалық есептердің пайыздық үлесі әлдеқайда артқан. Есептердің басым бөлігін теңдеу құру арқылы шығаруға болады. Екінші бөлім мәтінді есептерге практика деп айтсақ та болады. Олардың тақырып бойынша көптүрлі болғанымен, шығару жолы бойынша көп классификацияланбаған. Есесіне оқушыларға қол үйретіп, әр тақырыпқа байланысты түрлі логикалық есептерді шығаруға мүмкіндік бар. Айта кеткенде, бірінші бөлімде алған білімін екінші бөлімде кең қолдану мүмкіндігі бар. Бұл дегеніміз бірінші бөлімде алған білімді пайдаланып, оны шыңдап ары қарай логикалық есептерге көп мән берілуінде. Әлбетте, оқушылардың кейбіріне қосымша білім қажет болады, ал енді бір бөлігі көбірек есеп шығаруға ұмтылады. Екі типтегі оқушыларға да қосымша осы зерттеу жұмысындағы есептер мен тақырыптарды беру оларға ресурс жағынан және негізгі мектептің программасын меңгеру жолында пайдасы тиері сөзсіз.

Дәл сондай 5 сыныптарға арналған “Атамұра” баспасының кітабын қарастырсақ, алғашқы тараулары бұрынғы кітаптарға ұқсасырақ, логикалық

пайымдауға сұрақтары көп есептер кездеседі. Логикалық есептер В және С деңгейлерінде көбірек кездеседі. «Мектеп» баспасында кездесетін логикалық есептерден тағы бір айырмашылығы күрделілігі жоғары сайыстық есептерге ұқсас есептер жұлдызшамен берілген. Бұл кітапта логикалық есептердің «Мектеп» баспасында кездесетін логикалық есептерден тағы бір айырмашылығы, «Мектеп» баспасында бизнеске қатысты логикалық есептер берілсе, «Атамұра» баспасында шығармашылық есептер болып беріліп тұр. Логикалық есептерді сурет түрінде беру кеңінен қолданылады, әрі бірнеше пунктіден тұратын логикалық есептер көптеп кездеседі. Кесте арқылы шығарылатын есептер де бар, және олар бірнеше тарауда кездеседі. Демек, оқушы уақыт өте келе шығарған күрделі есептерге типтес есепті тағы да шығарып көруге мүмкіндік алады. Бұл оның есте сақтау қабілетін арттырып, бұрынғы өткен материалды уақытара қайталап отырудың жөн екендігін көреді. Кей тарауларда кестемен шығатын есептер шығармашылық есеп болып берілген. Мысалыға келесі есеп: Стадионнан келе жатқан Қайрат, Мирас, Нұртас және Айдос – футболистер. Қайрат, Мирас және Нұртастың біреуі - қақпашы. Нұртас қақпашы емес. Стадионнан келе жатқан футболистердің қайсысы қақпашы?

2 – кесте

Футболшы	қақпашы
Қайрат	-
Мирас	+
Нұртас	-
Айдос	-

Яғни, біздің зерттеу жұмысында да осы тақырып аясында шығару жолдары көрсетіліп, есептерге талдау жасалғаннан кейін, оқушыларға өзіндік жұмысқа материал беріледі. Логикалық есептердің кездесетін тағы бір түрі, таразымен өлшеу есептері.

Келесідей түрде берілген есепті талдайық:

Сырт пішіндері бірдей 8 сақинаның біреуі өзгеоерінен жеңіл. Гір тастаы жоқ табакшалы таразымен кем дегенде неше рет өлшеп, жеңіл сақинаны табуға болады?

Алдымен тастарды 3, 3 және 2 тас қылып бөліп алайық. Таразыға 3 тас пен 3 тасты қоямыз. Екі жақтың бірі міндетті түрде еңіл болады, сол жеңіл жағын 1 тастан таразының екі жағына қойып, жеңіл сақинаны табамыз. Екі жақ тең болған жағдайда, үшінші бөлікте тек екі тас қана, соларды таразымен өлшеп, салыстырып аламыз. Бұл тақырып олимпиада мен жарыстарда жиі кездеседі әрі шығару әдісі кең ауқымды болғандықтан, балалардың логикалық дамуына үлкен септігін тигізеді.

Кітапта кездесетін әрі біздің зерттеу жұмысымызда қарастырылатын тағы бір есептің түрі – бастар мен аяқтарды санау. Нөмірі 282 есепке көз жүгіртсек:

Аулада қояндар мен тауықтар жайылып жүр. Тауықтардың қояндардан 8-і артық. Олардың барлығы 46 аяғы бар. Аулада неше қоян, неше тауық жайылып жүр?

Осы типтес есептердің шығару әдісінің бірнеше нұсқасын келесі тарауда көрсететін боламыз. Ең көп кездесетін логикалық есептердің түрін, теңдеу құру арқылы шығатын логикалық есептерге классификациялаймыз. Тағы бір жиі кездесетін логикалық есептің түрі-құю, құмсағатпен белгілі бір уақыт мөлшерін алу секілді есептер. Логикалық есептердің берілуі мен жиілігінде өзгерістер бар. Таразының көмегімен шығатын есептер тарауларда жиі-жиі көптеп кездеседі. Олардың шығарылу әдістемесі көрсетілмеген, алайда белгілі бір алгоритм бойынша шығарып үйренген оқушыға мұндай есептерді шешу қиындыққа соқпайды.

## 2 5-6 СЫНЫПТАРДА МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУДА ЛОГИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ ӘДІСТЕМЕСІ

### 2.1 5-сынып оқушыларына логикалық есептерді шешуге үйрету әдістемесі

#### Артығын алып тастау әдісі

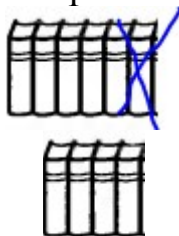
Көптеген дидактикалық материалдарда бұл әдісті Прокруст әдісі деп те атайды. Артығын алып тастау немесе жетпегенін қосып шығару-табылған ақыл.

Қарапайым мысалдан бастайық.

#### Мысал 1.

Екі сөреде барлығы 10 кітап бар және екінші сөреде 2 кітап артық. Әр сөреде неше кітап бар [5]?

Кең қолданылған әдіс, теңдеулер жүйесін құру. 1 сөредегі кітаптар санын « $x$ », ал екінші сөредегі кітаптар санын « $y$ » деп алайық. Сонда « $x+y=10$ » және « $y-x=2$ ». Жүйені шеше отырып  $y=6$  және  $x=4$  екендігін анықтаймыз. Алайда 5 сыныптарда теңдеулер жүйесін тек олимпиадаға қатысып жүрген немесе арнайы дайындығы бар оқушылар ғана біледі. Сол үшін келесі әдісті қолданайық:



3 – сурет

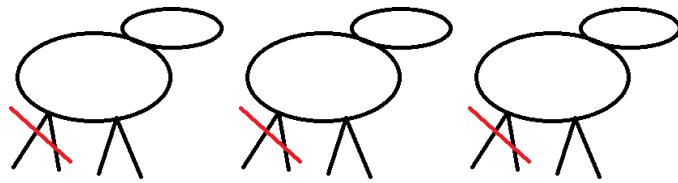
Қай сөреде қанша екендігін білмегендіктен, артық кітаптарды сызып тастайық, сонда 2 сөреде де 4 кітаптан қалады. Яғни екі артық кітап болмаса әрқайсысында төрт төрттен кітап бар. Осыдан екінші сөреде 6 кітап, бірінші сөреде 4 кітап екендігі белгілі болады. Толық түсінікті болуы үшін тағы бір мысал келтірейік.

#### Мысал 2.

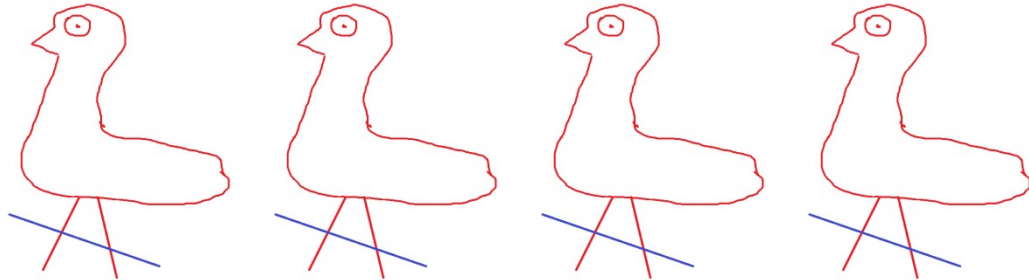
Аулада қойлар мен тауықтар жүр. Ақжол оның аяқтарын санап еді 20 болды. Айбол олардың бастарын санағанда 7 болды. Аулада қанша қой, қанша тауық жүр?

Шешуі: Есептің шешуін алдымен теңдеу арқылы, кейін жоғарыда көрсетілген әдіс бойынша шығарайық.

$$\begin{cases} q+m=7 \\ 4\cdot q+2\cdot m=20 \end{cases}$$
 Себебі бастарын санасақ 7, аяқтарын санасақ 20. Осы жүйені шешсек 3 қой, 4 тауық екенін анықтаймыз. Енді артығын алып тастау әдісін қолданайық.



4 – сурет



5 – сурет

Егер барлық жануардан екі-екі аяқтан кесіп тастасақ, онда тауықтарда аяқ қалмайды, ал қойларда екі-екіден аяқ қалады. Яғни 7 жануардан 14 аяқ кесілді. Бастапқыда барлығы 20 аяқ санағандықтан, қалғаны 6 аяқ. Демек, қойларда екі аяқтан қалғандықтан, бізде үш қой бар. Тауықтар саны 4.

Тексеру:  $3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 = 20$

### Мысал 3

Екі санның қосындысы 30 тең. Олардың біреуі екіншісінен 6-ға артық. Осы сандарды тап.

Шешуі: Егер артық алтауын алып тастасақ, бұл сандар теңеседі. Яғни  $24:2=12$ . Сандардың біреуі 12. Екіншісі 18. Теңдеу құру арқылы да шығарса болады. Келесі есептерді оқушыларға өз еркінше шығаруға ұсынамын.

#### А тобы

1. Бір фермерде қозылар және тауықтар бар. Бір күні ол баласын қозы, тауықтарды санауға жіберді. Баласы жануарларды бөлек санамай, жалпы бастарын және аяқтарын санады. 112 аяқ және 46 бас шықты. Фермерде неше қозы және неше тауық бар?

2. Торда қояндар және балапандар отыр. Олардың барлығында 10 бас, 24 аяқ. Торда неше қоян және балапан бар?

3. Патшада қозылар және жалғыз мүйізді бұқалар бар. Оларда барлығы 16 аяқ және 5 мүйіз бар. Патша сарайында жалғыз мүйізді бұқалар саны нешеу [6]?

4. Бірнеше гномдар өздерінің пониларына жүк артып, алыс сапарға аттанды. Оларды троллдар байқап қалып, көшпенділердің 36 аяқ және 15 бас болғанын санады. Гномдардың және понилардың санын тап?

Банкада қоңыздар және өрмекшілер бар, оларда барлығы 10 дене және 68 аяқ бар. Әр қоңызда 6 аяқ бар. Әр өрмекшіде 8 аяқ бар. Банкадағы өрмекшілер мен қоңыздар санын анықтаңыз?

5.10 велосипедистте 27 дөңгелек бар. Велосипедтер 2 дөңгелекті және 3 дөңгелекті. Төрт дөңгелекті велосипед жоқ. Неше велосипедшінің дөңгелегінің саны үшеу, нешеуінікі екеу?

В тобы

6.Дүкеннің жанында көліктер және екі дөңгелекті велосипедтер тұр. Олардың барлығы 10, ал дөңгелектердің саны 30. Қанша велосипед және қанша көлік тұр?

7. Тұрақта 10 автокөлік бар: жеңіл көліктер және жүк авто көліктер. Жеңіл автокөліктерде 4 дөңгелек, ал жүк автокөліктерде 6 дөңгелек бар. Барлығы 46 дөңгелек. Тұрақта неше жүк және неше жеңіл автокөлік бар?

8.Инкубаторда 20 жұмыртқа жатты. Кейбіреулерінен қаздар, ал қалғандарынан қолтырауындар шықты. Барлығының аяғы 54 болды. Жұмыртқаны жарып шыққан қолтырауындардың және қаздардың санын тап?

9.Хайуанда 2 оң аяғы, 2 сол жақ аяғы, 2 артқы аяғы және 2 алдыңғы аяғы бар. Хайуанда барлығы қанша аяқ бар [1]?

10.Көк шалғында қырықаяқтар және үшбасты айдаһарлар жайылып жүр. Оларда барлығы 20 бас және 110 аяқ бар. Үшбасты айдаһардың неше аяғы бар?

С тобы

11.11 велосипедшіде 31 дөңгелек бар. Төртдөңгелекті велосипед біреу. Неше екідөңгелекті және үшдөңгелекті велосипед бар?

12.Қорапта өрмекшілер және қоңыздар бар. Қорапта барлығы 6 бас бар, ал аяқтардың саны 42 . Қоңыздардың және өрмекшілердің санын табыңыз?

13.Бөлмеде төртаяқты орындық және ұшаяқты табуретка бар. Егерп барлық орындықтарда және табуреткаларда адамдар отырса, бөлмеде 39 аяқ болады. Бөлмеде неше табуретка және неше орындық бар?

14.Мысықтың табанында 5 тырнақ бар, ал балапанда 4-еу. Аулада 10 мысық және балалапандар жүр, барлығының тырнақтарының саны 104. Аулада барлығы неше мысық бар?

15.Саваннада керіктер және түйеқұстар жүгіріп жүр. Оларда барлығы 14 көз және 20 аяқ. Түйеқұстардың және керіктердің саны нешеу? Қайсысы көп [2]?

\*Қай әдіспен шығару оқушының өз еркіне тиесілі. Белгілі бір әдіске шегелеп қою оқушының ой өрісін шектейді.

### **Адамның жасына арналған есептер**

**Мысал 1.** Ермек 12 жаста,ал оның ұстазы 42 жаста.Қанша жылдан кейін ұстазы Ермектен 2 есе үлкен болады?

Шешуі:

1 тәсіл. Ермекке қанша жыл өтсе,ұстазына да сонша жыл өтеді.Яғни белгілі быр жыл өтіп,екіге көбейтсек ұстаздың жасы шығуы тиіс.

$$(12+x) \cdot 2=42+x$$

Теңдеуді шеше отырып  $x=18$  екенін анықтаймыз.

2 тәсіл: Қазір екеуінің жас айырмашылығы 30, ал егер олардың жас айырымынан кішісінің жасын алсақ, қанша уақыттан кейін олардың жас айырымы 2 есе болатынын көрсетеді. Себебі кішісінің жасын екі рет азайтқандықтан кішісінің жасы екі рет қолданылды.

$$42-12=30,$$

$$30-12=18$$

### **А тобы**

1. Ұлы 7 жаста, әкесі 31 жаста. Неше жылдан соң әкесінің жасы ұлының жасынан 2 есе артық болады?
2. Атасы 56 жаста, ал немересі 14 жаста. Неше жылдан кейін атасының жасы немересінің жасынан 2 есе артық болады?
3. Атасы 58 жаста, оның баласы 32 жаста, немерелері 11 жаста және 7 жаста, Неше жылдан кейін атасының жасы баласы мен немерелерінің жастарының қосындысына тең болады?
4. Шешесі 42 жасқа келгенде, үлкен қызы 19, ортаншы қызы 11, кенжесі 2 жасқа толады. Қанша уақыттан кейін шешесінің жасы үш қызының жасының қосындысына тең болады?
5. Қазір анасы 54 жаста. Ұлы 20-да, қызы 6-да. Неше жылдан кейін ұлы мен қызының жастарының қосындысы анасының жасына тең болады?

### **В тобы**

6. Марат пен әкесінің туған күні бір күнге түседі. Қазір Марат әкесінен 7 есе кіші. Ал 5 жылдан кейін әкесі Мараттан 4 есе үлкен болады. Марат қазір неше жаста?
7. Егер 2 жыл бұрын ағасы қарындасынан 2 есе, ал 8 жыл бұрын 5 есе үлкен болса, қазір ағасы неше жаста?
8. Амина 4 жаста, оның апасы Назеркенің жасы одан 3 есе үлкен. Назеркенің жасы Аминадан 2 есе үлкен болған кезде, Амина қанша жасқа толады.
9. Бекзат өзінің туған күнін анасымен бір күнде атап өтеді. Қазір анасының жасы Бекзаттың жасынан 11 есе артық. Ал бүгінгі күннен бастап 36 жыл өткенде, анасының жасы ұлынан 2 есе артық болады. Бекзат қазір нешеде?
10. Мұрат анасы екеуі туған күндерін бір күнде атап өтеді. Бүгін анасының жасы ұлының жасынан 11 есе үлкен. Бірақ 6 жыл өткен соң анасының жасы одан 5 есе үлкен болады. Ал 16 жылдан кейін 3 есе үлкен болады. Бүгінгі күннен бастап 36 жыл өткенде, анасының жасы ұлынан 2 есе артық болады. Бүгін Мұрат нешеде?

### **С тобы**

11. Әкесінің жасы баласының жасынан 5 есе үлкен. Жеті жылдан кейін әке мен баланың жастарының қосындысы 74-ке тең болса, онда әкесінің қазіргі жасын анықтаңыз [7].
12. Бес адамның жастарының қосындысы 124. 6 жылдан кейін олардың жастарының қосындысы неше болады?
13. 13 жылдан кейін 4 баланың жастарының қосындысы 97 болады. 7 жылдан кейін олардың жастарының қосындысы неше болады?



14. Жанардың және оның жанұясындағы 4 адамның жастарының қосындысы 3 жылдан кейін 154 болады. 6 жылдан кейін олардың жастарының қосындысы қанша болады?

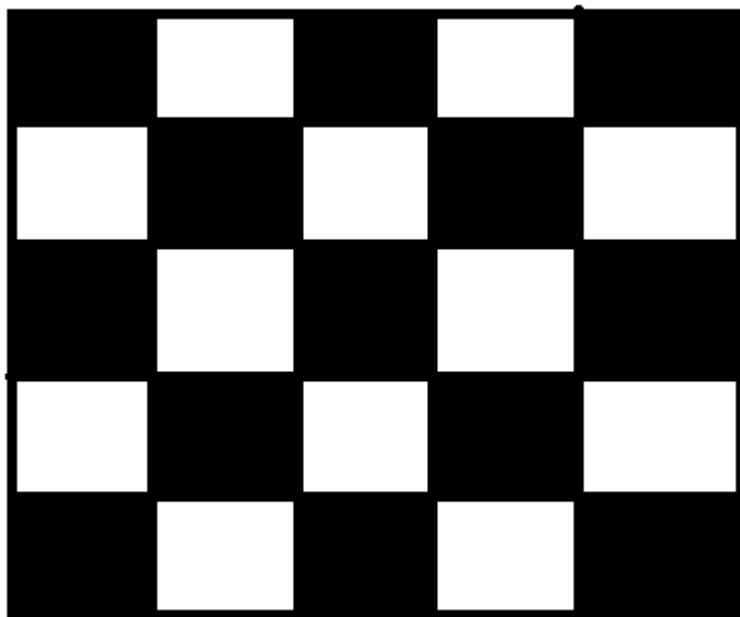
15. Баланың үш еселенген қазіргі жасынан оның алты жыл бұрынғы жасын төрт еселеп шегерсек, баланың қазіргі жасы шығады. Бала қазір неше жаста?

### Кесу есептері

Кесу есептері логикалық есептерді шешіп үйрене бастаған оқушы үшін кеңістіктік ойлау мен фигураларды бірдей бөлу процессі кезінде логикалық ойлау дағдысын дамыту жолында үлкен жұмыс атқарады.

Мысал 1. Өлшемі  $5 \times 5$  болатын шаршыны формасы «Т» әрпі тәріздес фигураларға бөлуге болады ма?

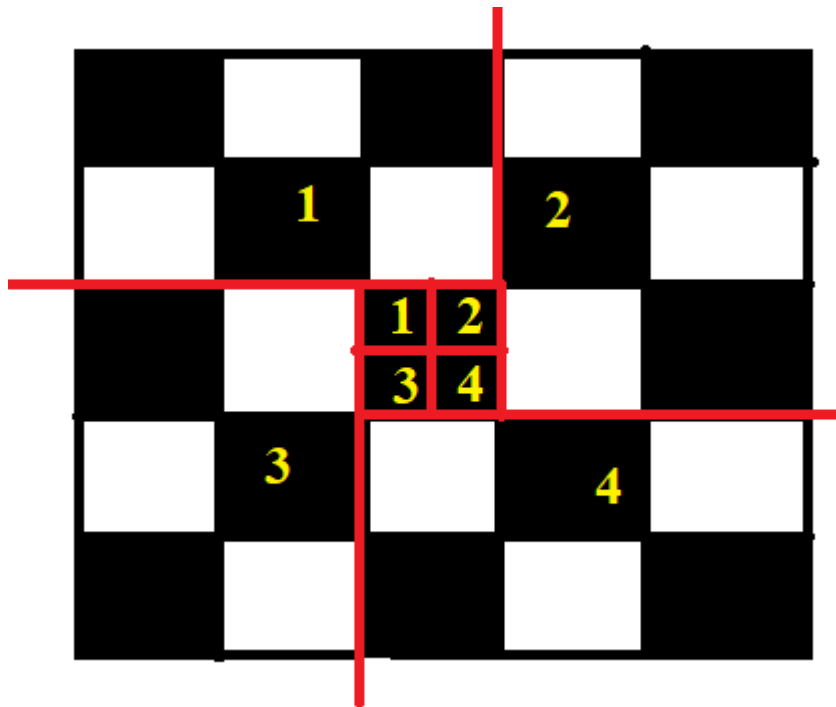
Шешуі: Жоқ, себебі Т әрпі тәріздес форма 4 шаршыдан тұрады, ал біздегі шаршылар саны тақ. Оқушыларға сурет беріп өздеріне сызып не қойып көріп, практика жүзінде көз жеткізу ұсынылады [5].



6 – сурет

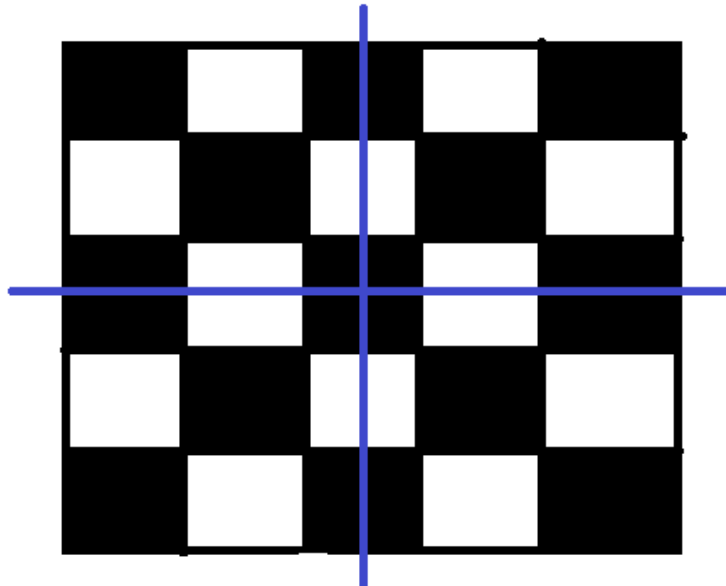
Мысал 2. 6 суреттегі шаршыны теңдей төрт бөлікке бөл.

Шешуі: Оқушыға ең алдымен көрсету керекі  $\frac{25}{4} = 6.25$ . Яғни әрбір бөлікте 6,25 шаршы болуы қажет. Формасының бірдей болуы туралы сөз болмағандықтан, жауапты әр түрлі формамен берсек болар еді, алайда бірден бірдей форма қалай алу керектігін де көрсетіп өтейік:



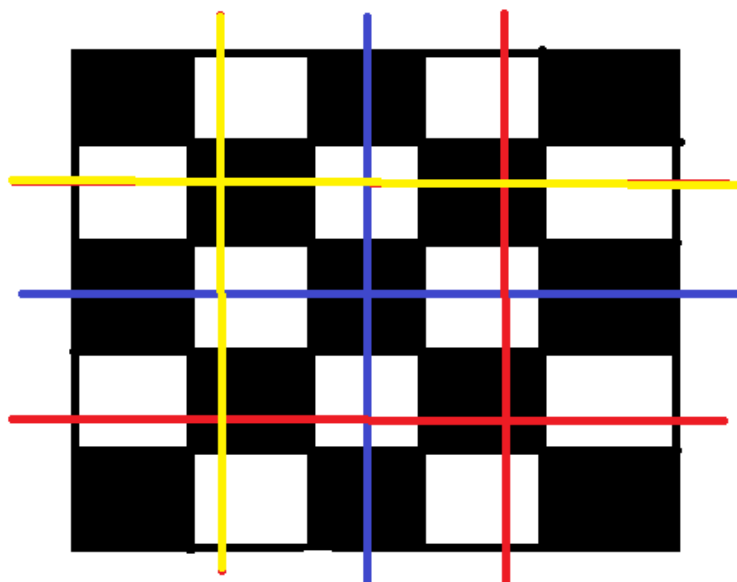
7 – сурет

7 – суретте “1” цифры тұрған тіктөртбұрыш толығымен тұтас бір фигура болып, ортадағы “1” ширек шаршысымен қосылып тұр. Әрине, келесі суреттегідей бұдан да қарапайым етіп ортасынан төрт бөлікке бөле салуға да болушы еді:



8 – сурет

Алайда нақтырақ 6,25 шаршыны көрсету мақсатында әрі есептің жауабының жалғыз еместігін оқушыларға көрсету себепті әр түрлі шешу жолдарын көрсетуді жөн көрдік. Ал енді дәл осы шаршыны 16 теңдей бөлікке бөл десе жоғарыдағы жауаптардың бірін алуға болады ма? Суреттен көрейік:

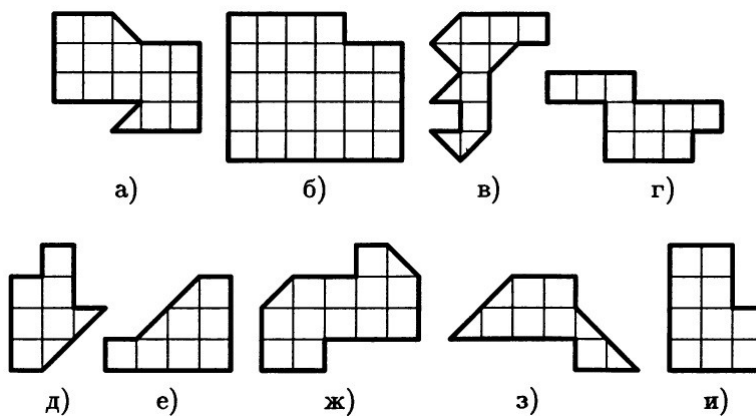


9 – сурет

Болатынын көреміз. Сызғышты дұрыс пайдалана отырып оқушылар бұл кескінді жеңіл сызады әрі басқа да жауаптарын келтірулеріне болады.

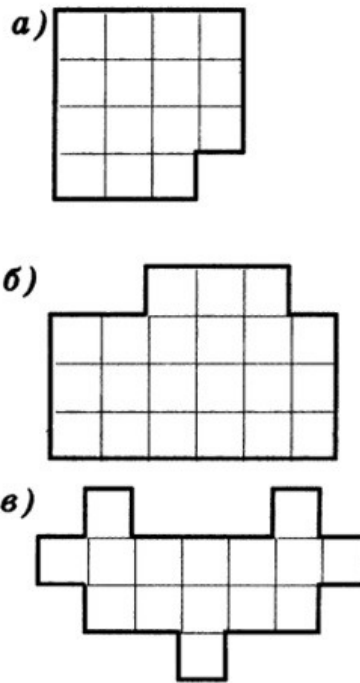
А тобы

1. Өлшемі 9x3 болатын тіктөртбұрышты 8 шаршыға бөліңіз.
2. Төмендегі суреттердің әрқайсысын ауданы мен пішіні бірдей болатындай 2 бөлікке бөл [5].



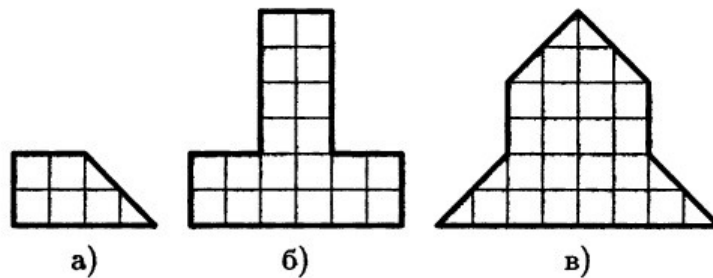
10 – сурет

3. Төмендегі суреттердің әрқайсысын ауданы мен пішіні бірдей болатындай 3 бөлікке бөл [5].



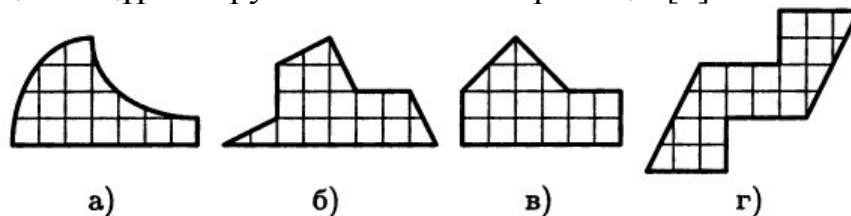
11 – сурет

4. Төмендегі суреттердің әрқайсысын ауданы мен пішіні бірдей болатындай 4 бөлікке бөл [5].



12 – сурет

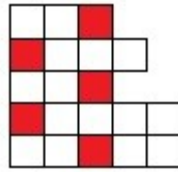
5. Төмендегі фигуралардан шаршы құрастыруға болатындай 2 бөлікке бөліңіз. Шаршыны қалай құрастыруға болатынын көрсетіңіз [5].



13 – сурет

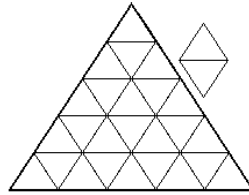
В тобы

6. Төмендегі суреттегі фигураны пішіні әр түрлі болатындай әне әр фигурада бір боялған бөліктен болатындай 5 төртклеткалы фигураларға бөліңіз.



14 – сурет

7. Қабырғасы 1-ге тең болатын үшбұрыштардан құралған қабырғасы 5-ке тең үшбұрыштан қанша ромб кесіп алуға болады [5]?

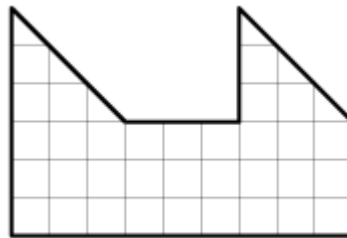


15 – сурет

8. Үлкен үшбұрышты сарай 100 кішкене өзара тең үшбырыш бөлмелерге бөлінген. Әр қабырғаның ортасында есік жасалған. Бір бөлмеде бір реттен артық болғысы келмейтін адам қанша бөлме көре алады?
9. Өлшемі  $10 \times 10$  болатын шаршыны төртклеткалы “Т” әрпі тәріздес фигураларға бөлуге болады ма?
10. Өлшемі  $8 \times 8$  болатын тақтаны 15 көлденең орналасқан және 17 тігінен орналасқан өлшемі  $1 \times 2$  болатын тіктөртбұрыштармен толтыруға болады ма?

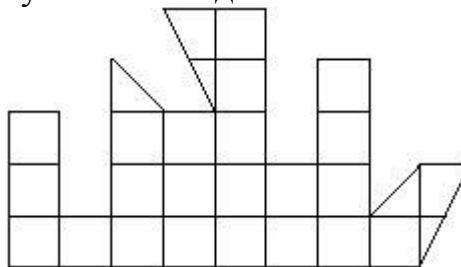
С тобы

11. Өлшемі  $10 \times 10$  болатын шаршыны өлшемі  $1 \times 4$  болатын тіктөртбұрыштарға кесуге болмайтынын көрсет.
12. Өлшемі  $11 \times 11$  болатын шаршыдан клеткалардың бойымен өлшемі  $2 \times 2$  болатын 15 шаршы кесіліп алынды. Тура осындай тағы бір шаршы кесіп алуға болатынын дәлелдеңіз.
13. Төмендегі фигураны теңдей екі бөлікке бөліңіз.



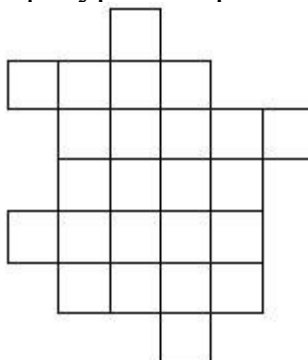
16 - сурет

14. Қайықтан шаршы құрауға болатындай 2 бөлікке бөл [5].



17 – сурет

15. Төмендегі суретте берілген фигураны бірдей 6 бөлікке бөліңіз.



18 – сурет

### КЕСТЕ ҚҰРУ АРҚЫЛЫ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ

Есептердің қай түрлерін кесте құру арқылы шығару керектігін оқушыларға түсіндіру үшін, осы тәсілмен шығаруға болатын есептерді талдайық әрі шешудің альтернативті түрін де берейік.

#### Мысал:

Арман, Ерсін және Алмас Талдықорған, Семей және Алматы қалаларында әр түрлі пәндерден сабақ береді (химия, физика, биология). Олар туралы келесі мәліметтер белгілі:

Арман Семейде жұмыс істемейді, Ерсін Алматыда сабақ бермейді.

Семейлік физикадан сабақ береді.

Алматыда жұмыста жүрген мұғалім химиядан сабақ береді.

Ерсін мен Алмас биолог емес. Кім қай қалада қандай пәннен сабақ береді?

Шешуі:

Тәсіл 1: Кестелер әдісі. Бұл есепте қаладан бөлек пәндер болғандықтан, екі кесте құрамыз.

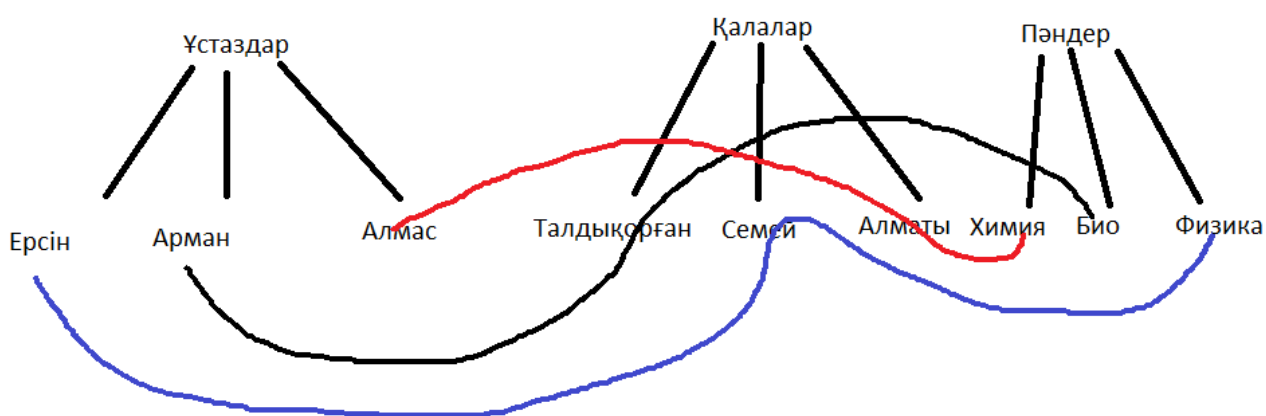
3 – кесте

	Химия	Биология	Физика
Арман	-	+	-
Ерсін	-	-	+
Алмас	+	-	-

	Семей	Алматы	Талдықорған
Арман	-	-	+
Ерсін	+	-	-
Алмас	-	+	-

2 тәсіл: Анализ әдісі. Ерсін мен Арман биолог емес, яғни биолог Арман. Химия мұғалімі Алматыда, ал физика мұғалімі Семейде тұратыны белгілі. Ендеше биолог Талдықорғандікі. Яғни Арман - Талдықорғандікі. Ерсін Талдықорғанда сабақ бермейді, ал Тулада Арман. Демек, Ерсін Семейлік және физикадан сабақ береді. Бұдан шығатыны Алмас Алматыда химиядан сабақ береді.

3тәсіл.



19 – сурет

Есептің берілгені бойынша Арман мен Талдықорғанды, Алмас пен Алматыны қосамыз. Келесісі физик пен Семейді қосамыз. Есептің шарты бойынша Алматы пен химияны қосамыз. Ерсі́н мен Алмас биолог емес, яғни Арманды Талдықорған арқылы арқылы биологиямен қосамыз.

**Мысал 2.** Төрт спортшы: Әлия, Ғалия, Мадина, Динара гимнастикадан - өткен жарыста алдыңғы 4 орынды алды, бірақ олардың кез келген екеуі бұл орынды бөліскен жоқ.

Кім нешінші орын алды?- деген сұраққа үш жанкүйер былай деп жауап берді.

- а) Әлия – II, Динара – III
- ә) Әлия – I, Ғалия – II
- б) Мадина – II, Динара – IV.

Жанкүйерлердің әрқайсысы бір рет қателескенін ескеріп, әр спортшының қандай орын алғанын табу керек.

Шешуі:

5 – кесте

Аты	I-орын	II-орын	III-орын	IV-орын
Әлия	+	-	-	-
Мадина	-	+	-	-
Динара	-	-	+	-
Ғалия	-	-	-	+

Көріп отырғанмыздай осы типтес есептерді бірнеше тәсілмен шығаруға болады. Ал тақырыпты бекіту үшін оқушыларға тақырыпқа сай есептер үлгісін ұсынайық.

### **А тобы**

1. Бір аулада төрт дос тұрады. Нұрлан және жүргізуші Саяттан үлкен; Асан мен құрылысшы бокспен шұғылданады; электрик – достардың ең кішісі; әр кеште Ринат пен заңгер екеуі Саят пен электрикке қарсы домино ойнайды. Әр достың мамандығын анықтаңдар.

2. Бөтелкеде, стаканда, құмырада, банкада сүт, лимонад, квас, су бар. Су мен сүт бөтелкеде емес. Лимонад құйылған ыдыс құмыра мен квас құйылған ыдыстың арасында. Банкаға құйылған лимонад та су да емес. Стакан банка мен сүт құйылған ыдыстың қасында. Қандай сұйық қай ыдысқа құйылған [2]?

3. Әсем, Ардақ, Анар үшеуі математикадан бақылау жұмысынан қандай баға алғанын сұрағанда, мұғалім: - Ешқайсысың жаман баға алған жоқсыңдар. Бірақ әрқайсысыңның бағаларың әр түрлі. Әсемнің бағасы «3» емес, ал Анардың бағасы «3» те «5» те емес. Сонда әркім қандай баға алған?

4. Қай баланың әкесінің мамандығы қандай? Айша, Айдана, Айзада үшеуінің әкелері-дәрігер, мұғалім, ұшқыш. Айша мен Айдана ұшқыштың қыздары емес, Айдана мен мұғалімнің қызы көрші тұрады. Қыздардың әкелері кім?

5. Шыңғыс, Әзімхан, Арман бір сыныпта оқиды Олар: Асқар, Кәрім, Самат деген кісілердің балалары. Егер Шыңғыс Саматтың, Арман Кәрімнің, Әзімхан Асқардың баласы еместігі, Асқар мен Арман бір үйде тұратыны белгілі болса, балалардың әкелері кім [9]?

### **В тобы**

6. Көшеде төрт қыз Анар, Марал, Нұргүл, Гүлнар дөңгелене тұрып әңгімелесті. Көк көйлекті қыз (Анар Марал емес) көгілдір көйлектегі қызбен Нұргүлдің арасында тұр. Ақ көйлекті қыз қызғылт көйлекті қызбен Гүлнардың арасында тұр. Әрбір қыз қандай көйлек киген?



7. Симфониялық оркестр құрамына үш музыкант қабылданды: Берік, Серік және Ерік, олар қобызда, домбырада, сырнайда, жетігенде, дауылпазда және үскірікте ойнай алады.

- Серік ең ұзыны;
- қобызда ойнайтынның бойы домбырада ойнайтынның бойынан кіші;
- қобызда ойнаушы, домбырада ойнаушы және Берік палауды жақсы көреді;
- етігенші мен үскірікшінің дауын Серік шешеді;
- Берік үскірікте де, сырнайда да ойнай алмайды.

Егер әр музыкантшының тек екі аспапта ойнайтынын ескерсек, музыкантшылар қандай аспапта ойнай алады?

8. Сәкен, Кәден, Айбек үшеуі қыдырмақ болды.

- Сәкен киноны ұнатады және биге қарағанда музыкалық концертке баратын еді.
- Кәден билегенді жақсы көреді, алайда Кәденге концертке қарағанда кино дұрысырақ.
- Айбек концерт пен билеу арасында биді таңдайды, алайда бұл екеуі де оған киномен салыстырғанда қызықсыз. Көпшілік дауыс берген жерге баратын болғандықтан, балалар қай жерге барады?

9. Көшеде 4 қыз Анар, Марал, Нұргүл, Гүлнар дөнгелене тұрып әңгімелесті. Көк көйлекті қыз (Анар, Марал емес) көгілдір көйлекті қызбен Нұргүлдің арасында тұр. Ақ көйлекті қыз қызғылт көйлекті қызбен Гүлнардың арасында тұр. Әрбір қыз қандай көйлек киген [9]?

С тобы

10. Сәнияда, Мәдинада, Қайратта, Олжас және Құралайда 4 алма және 1 алмұрт болды. Егер Мәдина мен Қайратта әр түрлі жеміс, ал Құралай мен Қайратта бірдей жеміс болса, онда әрқайсысында қандай жеміс болды?

11. Іңкәр, Заид, Әли, Асан мен Үсен математикадан, физиадан, информатикадан және география мен әдебиеттен олимпиада жеңімпаздары атанды.

Информатикадан олимпиада чемпионы Іңкәр мен Заидті компьютерде жұмыс істеуге үйретеді. Әли мен Асан да информатикаға қызықты. Заид үнемі физикадан қорқатын. Әли, Заид және әдебиеттен олимпиада чемпионы жүзумен айналысады. Заид пен Әли математикадан олимпиада чемпионын құттықтады. Іңкәр әдебиетке уақыты жетпейтініне өкінеді. Қай оқушы қай пәннен жеңімпаз атанды [9]?

12. Бөтелке, құмыра, стақан мен банканың ішіне сүт, квас, лимонад және су құйылған. Су мен сүттің бөтелкеде емес екендігі белгілі және лимонад құйылған ыдыс құмыра мен квас құйылған ыдыстың ортасында тұр. Банканың ішінде су да емес, лимонад та емес. Стақан банка мен сүт ыдысының жанында тұр. Қай ыдысқа не қандай сусын құйылған [6]?

13. Үш құрбы ақ, жасыл және көк көйлек киіп шықты. Олардың аяқ киімдері де ақ, жасыл және көк түсті болды. Белгілісі тек Анардың көйлегі мен аяқ киімінің

түстерінің сәйкес келгендігі. Самалдың көйлегі де, аяқ киімі де ақ үсті емес, Динаның аяқ киімі жасыл түсті. Кім қай түсті көйлек киген және қай түсті аяқ киім киген?

**14.** Мектеп кешінде Айбек, Ербол, Қанат пен Бақыт вальс билеп, әрқайсысы өз сыныптасымен билеген жоқ. Марал Айбекпен билеген, Айым болса Әйгерімнің сыныптасымен билеген. Ербол Қанаттың сыныптасымен билеген және Қанат Жанармен билеген. Кім-кіммен билеген?

### КЕРІ ЖҮРІС

Кейбір есептерде теңдеу құрғаннан гөрі кері жүріс әдісін қолданған уақыт үнемдеу мен жазу жеңілдігі жағынан тиімді. Әрине теңдеу құру арқылы шығару әдісін ешкім шектеген жоқ, алайда ұсынылып отырған әдіс баланың жас ерекшеліктеріне сай жеңілірек өтеді.

Мысал 1. Қайрат бір сан ойлады да оған 5 қосты, үшке көбейтті де нәтижесін 8 бөлді де 3 деген жауап алды. Қайрат қандай сан ойлады?

Шешуі:

1 тәсіл: Кері жүріс әдісі болғандықтан кері жүрейік. Ең соңынан 8 бөлгендіктен, нәтижесін 8 көбейтсек 8 бөлмей тұрғандағы санды аламыз. Яғни 24. Енді 24 санын алуы үшін 3 көбейткен яғни біз оны 3 санына бөлеміз. 8. 8 санын алуы үшін 5 қосқан болатын, яғни азайтамыз 5, нәтижесінде 3 санын аламыз. Алгоритм түрінде жазсақ:

$$(3 \cdot 8) \div 3 - 5 = 3$$

2 тәсіл: Ойланған санды «х» деп алайық. Және тігінен жүрейік. 5 қосамыз, 3 еселеп нәтижесін 8 бөлеміз де 3 деген жауапты аламыз. Қиын болмаса осылай да шығаруға болады.

$$\frac{(x+5) \cdot 3}{8} = 3$$
$$x = 3$$

Жауабы: 3

А тобы

**1.** Жанайым бір сан ойлады, оған 5 қосты дағы 3 бөлді, кейін оны 4 көбейтіп, 6 азайтты, соңында 7 бөлді де нәтижесінде 2 санын алды. Бастапқы сан қандай?

**2.** Тақтада бір әріп жазылып тұр. Әр минут сайын Айдын тақтадағы әріпті өзгертеді: Егер дауысты дыбыс болса әліппе бойынша келесі тұрған дауыссыз әріпті жазады, ал егер дауыссыз дыбыс болса, келесі тұрған дауысты дыбысты жазады (мысалы Ә әрпінің орнына Б әрпі жазылады). 5 минут өткеннен кейін тақтада ф әрпі болды. Алғашқыда тақтада қандай әріп болған еді [5]?

**3.** Аман, Есен, Болат үшеуі асханаға келді. Есен барлық тоқаштардың жартысын жеді, содан соң асханашы директорға бір тоқаш бөлек алып сақтап қойды. Осыдан кейін Болат қалған бәліштердің жартысын жеді. Бұны көрген

асханашы бір тоқашты өзіне алып қойды. Соңында Аман қалған 2 тоқашты жеді. Кім қанша Тоқаш жеді?

4. Біз есеп шығарып отырғанда Жанайым тағы бір сан ойлады. Оны 13 көбейтіп, нәтижесінің соңғы цифрін өшіріп, алынған санды 7 көбейтті, кейін қайтадан соңғы цифрін өшіріп, 21 санын алды. Осы жолы Жанайым қандай сан ойлады?

5. Мамырдың 1 күні көлдің жағасында лалагүлдер гүлдеді. Мамырдың 2 күні олардың саны 2 болды. Әр күні лалагүлдердің саны 2 еселеніп отырды. Мамырдың 31 күні көлдегі барлық гүлдер гүлдеді. Гүлдердің жартысы қанша күннен кейін гүлдеді?

### **В тобы**

6. Жаңа айфондар үшін дүкенде кішігірім кептеліс пайда болды. Кейін кезекте тұрған әрбір екі адамның ортасына бір адам кірді. Кейін екі адамның кірді, содан соң үш адамнан кірді. Егер соңғы кезекте 49 адам болса, алғашында айыон алу үшін қанша адам кезекте тұрды [9]?

7. Бір күні шайтан жалқауға табыс табуды ұсынады. “Мына көпірден өткеннен кейін, сенің ақшаң екі есе өседі – деді ол. Бұл көпірден қанша рет өтсең де өтуге болады, бірақ әр өткен сайын маған 24 тиыннан беріп отырасың” Жалқау келіседі және... үш рет өткеннен кейін бір тиынсыз қалады. Бастапқыда жалқаудың қанша ақшасы болды [5]?

8. Туристер тобы жорыққа шығады. Бірінші күні жолдың  $1/3$  өтеді, екінші күні қалған жолдың  $1/3$ , үшінші күні қалған жаңа жолдың  $1/3$  өтеді. Нәтижесінде оларға әлі де 32 км жүру қалды. Туристердің маршруты неше километр болды?

9. Рулетка ойынын ойнап, Асқар ақшасын екі есе ұлғайтты, сосын 10 тг жоғалтты, содан кейін ақшасын 3 есе көбейтіп 12 тг ұтты. Нәтижесінде Асқарда 60 тг қалды. Ол ойынды қанша ақшамен бастады?

10. Қыз бақтан алма жинады. Бақтан шығу үшін ол 4 қақпадан өтуге мәжбүр болды, әр қақпада жолаушылардың жарты алмаларын алып қоятын, қатал күзетші күзетіп отырды. Үйге қыз бары жоғы 10 алма ғана әкелді. Күзетшілерге қанша алмадан тиді?

### **С тобы**

11. Арман, Берік және Сержан маркаларымен алмасты. Берік өзінің 5 маркасын Сержанға берді. Сержан Арманға 4 марка берді, Арман Берікке 2 марка берді. Нәтижесінде үш балада маркалардың саны тең болды. Егер үш доста барлығы 30 марка бар болса, бастапқыда Арманда қанша марка болған?

12. Үш ұл балада бірнеше алмадан бар. Бірінші ұл қалған екі ұлда қанша алма болса, сонша алмадан оларға таратады. Сосын екінші ұл қалған екі ұлдың әрқайсында қанша алма болса, сонша алмадан таратады және үшінші ұл да әрқайсында қанша алма болса сонша алмадан береді. Содан кейін ұлдардың әрқайсында 8 алмадан болып шықты. Алғашқыда ұлдардың әрқайсында қанша алмадан болды?

13. А,Б,В үшеуі ойын ойнады. Ойын шарты былай: кім жеңсе соның ақшасын екі еселеп береді. Үш кезеңнен кейін әрқайсысында 48 теңгеден болды. Бастапқыда әрқайсысында қанша теңгеден болды?

14. Көл үстінен қаздар ұшады. Әрқайсысынан қаздардың жартысы және жарты қаз қонады дағы келесі көлге кетеді. Барлық қаздар 7 көлге қонып бітті. Алғашында қанша қаз болды [7]?

15. Екі қарақшы алтын ақшаға ойнады. Алдымен біріншісі өз ақшасының жартысын ұтылды, кейін екіншісі өзінің жарты ақшасын ұтылды, осыдан кейін қайтадан біріншісі алтынының жартысын ұтылды. Нәтижесінде біріншіде 15 алтын, ал екіншіде 33 алтын болды. Ойын басталмай тұрып кімде қанша ақша болды?

## 2.2 6 сынып оқушыларына логикалық есептерді шешуге үйрету әдістемесі

6-сынып оқушыларының логикалық есептері 5 сыныптың жалғасы болғандықтан, тақырыптары көбінесе бірте күрделенген түрде не болмаса теңдеу құруға бағытталады. Мектеп бағдарламасы қатынастарда, басталғандықтан, пайыздар тақырыбынан бастауды жөн көрдім. Бұл тақырыпта оқушылар 100% не екенін түсініп, қолдана білген абзал. Оқушыларға 100% не екенін түсіндіріп болғаннан кейін пайыздан бөлікке, бөліктен пайызға ауыстыруды түсіндіріп барып есеп шығартқан жөн.

### Пайыздарға арналған логикалық есептер

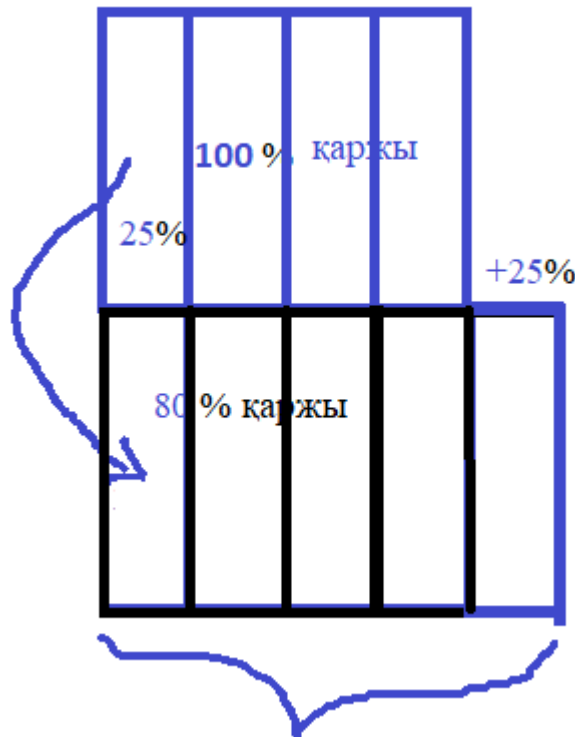
#### Мысал 1

Картоп 20 % арзандады. Қымбаттамай тұрғанға дейінгі ақшаға қанша пайыз артығырақ картоп алуға болады [7]?

Шешуі, 1 тәсіл :

Бұрын алған барлық картопты бұрынғы ақшаның 80 % құртып қана сатып алуға болады. Жалпы сомадан 20 % ақша қалады. Барлық жұмсалған қаржы 80 % болғандықтан, қалған 25 % немесе  $\frac{1}{4}$  бөлігін алуға болады. Яғни, 25 % артығырақ картоп алуға болады.

2 тәсіл. Сурет салу арқылы. Көріп отырғанымыздай, ескі бағамен 25 % алатын өнімнің құнына жаңа бағамен сол ақшаның тек 20 % ғана құрылады. Яғни, тағы 20 % қаржыға өнім алуға болады. Ол бұрынғыша 25%.



20 – сурет

3 тәсіл. Ендігі тәсіл қарапайым пропорция құру арқылы шешу. Енді картоптың бар сомасы бұрынғы қаржының 80 % құрағандықтан, ендігі 100 % картоптың құны ол 80 %. Ал оның 100 % табу керек. Демек:

$$\begin{array}{l} 80-100 \% \\ 100- x \% \\ x = \frac{100 \cdot 100}{80} = 125 \% \end{array}$$

**Мысал 2.** Сүттің бағасы екі дүкенде де бірдей еді. Бірінші дүкенде баға 40 % арзандады, ал екінші дүкенде алдымен 20 %, кейін 25 % арзандады. Енді қай дүкенде сүт арзанырақ [7]?

Шешуі, 1 тәсіл: бірінші дүкенде сүт енді 60 %, ал екінші дүкенде алдымен 80 % болды, кейін 80 % 25 % арзандағандықтан, ол оның  $\frac{1}{4}$  бөлігі, 60 % болды. Яғни, екі дүкенде сүт бағасы тең.

2 тәсіл: Немесе, бағаның алдымен 80 %, кейін 75 % қалғандықтан,  
 $100 \cdot 0.8 \cdot 0.75 = 60\%$

**Мысал 3.** Жыл бойы дүкендегі балмұздақ бағасын екі рет 40 % көтерді. Жаңа жыл мерекесі қарсаңында жарты бағасына сата бастады. Қазір балмұздақтың бағасы 98 теңге тұрса, балмұздақтың бастапқы бағасы қандай?

Шешуі: Бастапқы баға белгісіз, оны «x», -деп белгілейік. Сонда

$$\frac{x \cdot 1,4 \cdot 1,4}{2} = 98$$

$$1,96x = 196$$

$$x = 100.$$

Жауабы: Балмұздақ алғашында 100 теңге тұрған.

**Мысал 4.** Кептірілмеген саңырауқұлақтардың ылғалдығы 99 %, ал кептіргеннен кейін олардың ылғалдығы 98 %. Кептіргеннен кейін саңырауқұлақтардың салмағы қалай өзгерді?

Шешуі, 1 тәсіл: Саңырауқұлақтың құрамында саңырауқұлақ және су бар. Кептіру кезінде тек судың буланатынын ескерсек, саңырауқұлақтың салмағы өзгермейді. Яғни, кептіргенге дейін 1 % болса, кептіргеннен кейін ол 2 % болды. Яғни, пайыздық үлесі 2 есе өсті. Осыдан шығатыны жалпы саңырауқұлақтардың салмағы 2 есе азайды.

Шешуі, 2 тәсіл: Өзгермейтін құрғақ бөлігін 1 грамм деп алайық. Сонда 1 грамм қазір 2 %. Пропорция құрсақ:

$$\begin{aligned} 1 \text{ гр} &- 2 \% \\ x \text{ гр} &- 100 \% \\ x &= \frac{1 \cdot 100}{2} = 50 \end{aligned}$$

Енді мысалдарға көшейік.

#### **А тобы**

1. Алманың бағасы жазда 150 теңге еді. Қыста 50 % өсті. Көктемде тағы 20 % өсті. Көктемдегі алманың бағасы қандай?
2. Жеңілдіктер басталғалы бері жейденің бағасы екі рет 20 % арзандады. Бастапқы бағамен салыстырғанда бағасы қандай өзгеріске ұшыраған?
3. Зауыт алғашында айына 5000 деталь шығаратын еді. Содан кейін өндіріс өнімділігін алдымен 20 %, кейін тағы 15 % арттырды. Зауыт қазір айына қанша деталь шығарады?
4. Еркебұлан тестілеуден 40 баллдың 20 жинады. Қосымша дайындалып жүріп, тестілеу нәтижесін алдымен 20 %, кейін 50% арттырды. Соңғы тестілеу кезінде қанша балл жинады?
5. 18 рет турникке тартылу үшін, 8 рет турникке тартыла алатын Айбол екі рет 50 % тартылу санын көбейтті. Керісінше, екі рет 50 % кеміткен жағдайда қанша рет тартылар еді?

#### **В тобы**

6. Тіктөртбұрыштың бір жағын 25 % арттырды. Ауданы өзгермес үшін, екінші жағын қанша % кеміту керек [7]?
7. Ақжол банктен 12 % өсіммен 30000 теңге несие алды. Бір жылда толық құтылу үшін Ақжол айына банкке қанша ақша төлеуі тиіс?
8. Екі стақанда бірдей мөлшерде су бар еді. Бірінші стақандағы судың мөлшері алдымен 1%, кейін 2 %, содан кейін 3%, кейін 4 %, сол қалыппен соңында 18% дейін көбейтілді. Ал екінші сақандағы судың мөлшері алдымен 18 %,

кейін 17 %, содан кейін 16%, кейін 15%, сөйтіп ең соңында 1% көбейді. Қай стақанда су мөлшері көбірек?

9. Рүстем ауылға дейін 100 км/сағ жылдамдықпен таңертең 8:30 шықса, ауылға сағат 16:00 жетеді. Егер Рүстем жылдамдығын 25 % арттырса, ауылға сағат нешеде жетеді?
10. Банкке жылдық 6 % ақша салған тиімді ме әлді ай сайын 0,5% тиіді ме?

### **С тобы**

11. Әр жуудан кейін сабынның мөлшері 20 % азаяды. Екі еседен көп азайу үшін, қанша рет кір жуу керек?
12. Оң А санының 2 % оң В санының 3% көп. А санының 5 % В санының 7 % көп бола ма [7]?
13. Орманда қайыңдар мен шыршылар өседі. Қайыңдардың үлесі 60 %. Көктемде шыршалар егіліп, қайыңдардың үлесі 20% болды. Кейін қайыңдар егіліп, қайыңдардың үлесі қайта 60 % болды. Ормандағы ағаштар саны қанша пайызға өсті [7]?
14. Әмір дүкенде ақшасының 40 % нанға жұмсады, қалған ақшасының 37,5% сүт алды. Әмірде 150 теңге қалды. Қанша ақша болып еді Әмірде?
15. Досхан банкке жылдығы 20 % белгілі бір ақша құйды. Дәулет басқа соманы алып, долларға аударып, 10 жылдық табыспен банкке салды. Бір жылда доллардың бағасы теңгеге қарағанда 9,5 % артты. Бір жыл өткен соң ақшаларын шешіп, салыстырған кезде бірдей мөлшерде болды. Кім қанша ақша салған еді?

### **Жұмысқа байланысты логикалық есептер.**

**Мысал 1.** Елдана бір килограмм кәмпитті 15 минутта жейді, Айсар болса 2 есе жылдам жейді. Екеуі бірігіп 1 килограмм кәмпитті қанша уақытта жейді?  
Шешуі:

1. стандарт тәсіл: Бірлескен жұмыс тақырыбын өткен оқушылар кері пропорция жасайды, яғни

$$\frac{1}{15} + \frac{2}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

1 сағатта 0,2 бөлігін жеп бітіргендіктен, толық 5 сағатта жеп бітіреді.

Шешуі:

2. пайымдау тәсілі: Бірдей уақытта қаншау жейтінін көрейік. Жалпы сомасын алсақ, кәмпиттің салмағын жеңіл жығарамыз. Елдана 15 минутта 1 кг жейді, ал Айсар 15 минутта 2 кг жейді. Екеуі бірігіп 15 минутта барлығы 3 кг кәмпит жей алады. Демек, 1 кг кәмпитті 5 минутта жейді.

**Мысал 2.** Серіктестік екі жер қазғышты жалға алды. Жер қазғыштардың біреуі екіншісінен 2 есе жылдам қазады, ал олардың сағат сайын алатын төлемақылары бірдей. Әрқайсысына ортасына дейін қаздырған тиімді ме әлде екі жақтан екеуі кездескенше қаздырған тиімді ме?

Шешуі, пайымдау әдісі: Бірінші жер қазғыш екіншісінен жылдамырақ қазатындықтан, ортасына да жылдамырақ жетеді. Ал егер әрқайсысы ортасына дейін қазса, біріншісі болғаннан кейін екіншісі жұмысты аяқтамай, қосымша сағаттарға ақша алады. Осыдан жасайтын қорытынды – екеуі екі жақтан кездескенше қаздырған тиімді.

Шешуі, ойша өлшем беріп үйрету: Айталық, біріншісінің жылдамдығы  $2x$  болсын, ендеше екіншісінің жылдамдығы  $x$  болады. Екеуі бірігіп сағатына  $3x$  жерді қазады. Жалпы жұмыс көлемі бізге белгісіз болғандықтан, жұмыс көлемін  $3x$  санына бөлінетіндей  $30x$ , немесе  $60x$ ,  $90x$  деп алса болады. Біз  $30x$  деп алайық.

$$\frac{30x}{3x} = 10 \text{ сағ.}$$

Демек, әр жұмысшыға 10 сағаттан барлығы 20 сағаттікі төленеді.

Енді әрқайсысына ортасына дейінгі жұмысқа төленетін қаржыны есептейік.

Жұмыс көлемі енді  $15x$ .

Бірінші

жұмысшы

$\frac{15x}{2x} = 7,5$  сағаттың ақшасын алады. Екінші жұмысшы  $\frac{15x}{x} = 15$  сағаттың ақшасын алады. Жалпы 22,

Қорытынды: Бұл есептің екі тәсілін де үйреткеннің пайдасы, дәлелдеу есептеріне кіріспе.

**Мысал 3.** Бес мысық 5 минутта 5 тышқан ұстады. Он минутта он тышқанды қанша мысық аулайды?

**Шешуі:** Кесте құрсақ жауабы келесі түрде болады.

6 – кесте

Мысық саны	Уақыт(минут)	Тышқан саны
5	5	5
1	5	1
1	10	2
5	10	10

**А тобы**

1. Бір зауыт тапсырысты 4 күнде, екіншісі – 6 күнде орындай алады. Егер бір мезгілде жұмыс істейтін болса, екі зауыт бірігіп, тапсырысты қанша уақытта орындайды?
2. Токарь жұмысты 7 күннің ішінде орындады. 1 күннің ішінде ол жұмыстың қандай бөлігін орындайды?
3. Әжесі бақшаны 14 минуттың ішінде суарады. Ол 1 минуттың ішінде бақшаның қандай бөлігін суарады? 4 минутта ше? 6 минутта ше? 11 минутта ше?
4. Бір трактор егіс алқабын 15 күнде жырта алады, екіншісі - 24 күнде жыртады. Қай трактордың жыртқан жері көбірек: біріншісінің 8 күнде жыртқан жері ме әлде екіншісінің 11 күнде жыртқан жері ме?



5. Үлкен сорғыны пайдалана отырып, қазаншұңқырды 15 сағатта, кішкене сорғыны пайдалана отырып – 20 сағатта сумен толтыруға болады. Сорғылар бірге қазаншұңқырды қандай мезгілде толтырады?

### **В тобы**

6. Ваннаны суық сумен 6 минут 40 секунд, ыстық сумен 8 минутта толтырады. Егер бітеушіті суырып тастаса су 13 минут 20 секундта ағып кетеді. Суық сумен ыстық суды бірге қосып бітеушіті суырып тастаған кезде ванна қанша минутта толады?
7. Екі жұмысшы жұмысты 15 сағатта бітіреді. Жұмысты жеке бірінші жұмысшы бастады. 3 сағат өткен соң оған 2-і жұмысшы қосылып, жұмысты бірге аяқтады. Жұмысты бітіру үшін қанша уақыт кетті?
8. Ыстық сумен ванна 23 минут ішінде толса, суық сумен 17 минутта толады. Мадина алдымен ыстық суды ағызды. Ыстық судың мөлшері суық суға қарағанда 2 есе көп болуы үшін, суық суды неше минуттан кейін ағызып бастау керек?
9. Анасы 100 тоқашты 30 минутта пісіреді, қызы 100 тоқашты 40 минутта пісіреді. Ал ұлы болса 100 тоқашты 1 сағатта жеп бітіреді. Анасы мен қызы пісіріп отырып, ұлы тоқашты жеп отырса, 100 тоқаш дайындауға қанша уақыт кетеді?
10. 3 жұмысшы 3 сағат ішінде 3 шұңқыр қазады. 6 жұмыскер 5 сағат ішінде қанша шұңқыр қазады?

### **С тобы**

11. 48 ұста 60 атты тағалауы керек. Егер әр ұста 1 атты тағалауға 5 минут жұмсайтын болса, бұл жұмысты ең аз дегенде қанша уақытта бітіреді?
12. Ақмаралдың ұялы телефоны 6 сағат тоқтамай сөйлесуге және 210 сағат күту режиміне жетеді. Поезда отырған кезінде жолдың тең жарты уақытын сөйлесуге жұмсады, ал жеткен кезде ұялы телефоны өшіп қалды. Ақмарал поезда қанша сағат отырды?
13. Балақай мен Карлсон бір бөшке тосапты, бір сепет пішінәйді бірге жеп бастап, бірге аяқтады. Басында Балақай тосапты, ал Карлсон пішінәйді жеген, бірақ бір кезде олар ауысып жей бастады. Карлсон тосапты да, пішінәйді де Балақайдан 3 есе тез жейді. Егер пішінәйді екеуі тең бөлікте жеген болса, Карлсон тосаптың қандай бөлігін жеді? [5]
14. Көгалдағы шөптер бірдей қалыңдықпен және бірдей тез өседі. 70 сиыр ол шөпті 24 күнде, ал 30 сиыр – 60 күнде жеп бітіреді. Сондай шөпті 96 күнде қанша сиыр жеп бітіреді?
15. Қайықтың астында тетік пайда болып, бірден су сорғыш қосылды. Оның шамасы жетпей, 10 минуттан кейін судың мөлшері 20 см көтерілді. Осыдан кейін тура осындай тағы бір су сорғышты қосып еді, 5 минуттан

соң судың мөлшері 10 см төмен түсті. Осы сәтте тетікті жамады. Қалған суды қанша уақытта сорып алады?

### **Қозғалысқа арналған логикалық есептер**

**Мысал 1.** Досхан мен Дәрия мектепке шықты. Досхан барлық жолды велосипедпен жүрді. Дәрия болса жолдың алғашқы жартысын жаяу жүрді, қалған жартысын автобуспен жүрді. Жаяу жүру велосипедпен жүруден екі есе баяу. Автобус болса велосипедтен 10 есе жылдам. Мектепке кім бірінші болып келді?

**Шешуі:** Дәрия жолдың жартысын жүріп өткенде, Досхан екі есе жылдам жүргендіктен, мектепке жетіп алды.

**Мысал 2.** Ұлу “Есентай сити” тұрғын үйіне өрмелеп, күндіз 5 метр жоғары көтеріледі, ал түнде 4 метр сырғып төмен түседі. Тұрғын үйдің биіктігі 173 метр болса, ұлу есентай ситидің төбесіне қанша күнде өрмелеп шығады?

**Шешуі:** Ұлу тәулігіне 1 метр көтеріледі. Тұрғын үйдің үстіне шығып алғаннан кейін, ұлу сырғымайды. Сол себепті 168 метр биіктікке жеткеннен кейін тұрғын үйдің үстіне жарты күнде шыға алады. Сол себепті 168 және жарты күн.

**Мысал 3.** Айсұлтан мектепке жаяу, ал қайтар жолда автобуспен қайтса, жолға 1,5 сағат уақыт құртады. Ал егер тек автобуспен жүрсе, барып қайтуына 0,5 сағат кетеді. Барып қайтуы жаяу болса, жолға қанша уақыт кетеді.

**Шешуі:** Егер Айсұлтан мектепке екі рет жаяу барып, екі рет автобуспен келсе, 3 сағат уақыт кетеді. Осы уақыттан автобуспен барып қайтып келу уақытын алып тастасақ, толығымен жаяу барып келу уақыты шығады.

$$2 \cdot 1,5 - 0,5 = 2,5$$

**Мысал 4.** 2 автобус айналмалы қозғалыс жасай отырып 21 минут жиілікпен жүреді. Тағы бір автобус қосылса, жиілік қалай өзгереді?

**Шешуі:** Автобус барлық айналмалы жолды 42 минутта жүреді. Тағы бір автобус қосылса, жиілік:

$$42:3=14$$

болып өзгереді.

### **А тобы**

1. Екі қаланың арасы 560 м. Пойыз жолдың бірінші жартысын 60 км/сағ жылдамдықпен 4 сағатта жүріп өтті. Жолдың қалған бөлігін 5 сағатта жүріп өтуі үшін пойыз қандай жылдамдықпен қозғалуы керек?
2. Велосипедші 4 сағатта 48 км, ал мотоциклші 3 сағатта 180 км жүріп өтті. Велосипедші жылдамдығы мотоциклші жылдамдығынан неше есе аз?
3. Бір қаладан екіншісіне автобус 65 км/сағ жылдамдықпен 3 сағат және 72 км/сағ жылдамдықпен 2 сағат жүрді. Екі қаланың арасы қандай?
4. Тік төрт бұрыш пішіндес бақтың ұзындығы 600 м, ені – екі есе кіші. Бағлан бау–бақшаны периметрі бойынша айнала 10 минутта жүгіріп келді. Бағлан қандай жылдамдықпен жүгірді?

5. Поездың жылдамдығы 56 км/сағ, теплоход жылдамдығы 2 есе аз. Егер саяхатшы пойызбен 9 сағат және теплоходпен 4 сағат жүрсе, оның барлық жүрілген жолы қандай?

### **В тобы**

6. Мен мектепке 30 минутта барамын, інім 40 минутта барады. Інім меннен 5 минут бұрын шығып кетсе, мен інімді қанша уақытта қуып жетемін [5]?
7. Бақылаушының жанынан поезд 10 с ішінде өтеді, ал ұзындығы 400 м көпірдің үстінен 30 с өтеді. Көпірге поездің алғашқы вагоны кірген сәттен бастап соңғы вагон өткен кезде көпір өтілді деп есептеледі. Поездің ұзындығы мен жылдамдығын табыңыз?
8. Бірінші велосипедшінің жылдамдығы 260 м/мин, ал екіншінің жылдамдығы біріншісінің жылдамдығының  $\frac{3}{4}$  құрайды. Алғашында олардың арасы 1950 м болса, бірінші велосипедші екіншіні қашан қуып жетеді?
9. Әмір үйден мектепке дейін 20 минутта жетеді. Мектепке бара жатып, құрал – жабдықтарын ұмытып кеткенін есіне түсірді. Егер ол сол жылдамдықпен жолын жалғастырса, 3 минут ерте барады. Ал егер үйге құрал – жабдықтарға қайтса, 7 минут кешігеді. Әмір есіне түсірген сәтінде жолдың қандай бөлігін жүріп қойған еді?
10. Балалар велосипедпен тауға шықты. Жоғары көтерілгенде жылдамдығы 3 км/сағ, ал төмен түскенде жылдамдығы 6 км/сағ. Егер жоғары көтерілген жол мен төмен түскен жолдың ұзындығы бірдей болса, барлық жолдың ұзындығы 18 км болса, жоғары көтерілуге кеткен уақыт қандай?

### **С тобы**

11. Атыраудан Бакуге түс кезінді ежелден паром жүреді және Атыраудан шыққан сәтте Бакуден Атырауға дәл сол уақытта паром шығады. Өзінің жолында Бакуден шыққан паром неше паром кездестіреді?
12. Мәулет жолдың жартысын 5 км/сағ жылдамдығын жүргенін, ал жолға кеткен уақыттың жартысын 6 км/сағ жылдамдықпен жүрдім деп айтты. Мәулеттің айтқан сөзі рас па?
13. Шеңбер бойымен қозғалған екі мотоциклші диаметр бойымен шеңбердің екі жағынан бір бағытта жүріп бастайды. Шеңбердің ұзындығы 28 км. Егер біреуінің жылдамдығы 35 км/сағ артық болса, екіншісін қанша уақыттан кейін қуып жетеді.
14. Шеңбер бойымен қозғала отырып, екі нүкте 12 минут сайын кездеседі. Бірінші нүкте толық бір айналымды 10 с жылдамырақ жасайды. Екінші нүкте толық айналымға қанша уақыт жұмсайды?
15. Арасы 200 км болатын елді мекендерден бір-біріне қарсы жүретін жылдамдықтары 40 км/сағ құрайтын екі поезд шықты. Поездар шыққан

сәтте поездың біреуінен 75 км/сағ жылдамдықпен шыбын шықты. Шыбын келесі поездқа жеткен кезде қайта бірінші поездқа, кейін қайта екінші поездқа, сөйтіп поездтар соқтығысқанша ұшып жүреді. Шыбын қанша км ұшып өтті?

### Теңдеу құру

Сандар арқылы немесе қандай да бір қатынасқа қатысы бар есепті шешу үшін-бұл есепті ана тілден математикалық тілге аударған жөн. Оның қалай жүзеге асатынын көрсету үшін бір мысалдағы сөздерді теңдеуге айналдырайық.

7 – кесте

Қазақ тілінде	Алгебра тілінде
Саудагердің белгілі бір көлемдегі алтын тиындары болған	$X$
Алғашқы жылы 100 тиынын құртады	$X-100$
Қалған қаржыға оның үштен бірін қосады	$(X-100) + \frac{x-100}{3} = \frac{4x-400}{3}$
Келесі жылы тағы 100 тиын құртады	$\frac{4x-400}{3} - 100 = \frac{4x-700}{3}$
Қалған тиындарды оның үштен біріне көбейтеді	$\frac{4x-700}{3} + \frac{4x-700}{9} = \frac{16x-2800}{9}$
Үшінші жылы қайтадан 100 тиын құртады	$\frac{16x-2800}{9} - 100 = \frac{16x-3700}{9}$
Қалған тиындарға олардың үштен бірін қосқанда	$\frac{16x-3700}{9} + \frac{16x-3700}{27} = \frac{64x-14800}{27}$
Жиналған тиын алғашқыдан екі есе көп болды	$\frac{64x-14800}{27} = 2x$

Саудагердің бастапқы тиын мөлшерін табу үшін, теңдеуден белгісізді табу қалды:

$$64x-14800=54x.$$

Жауабы:  $x=1480$ .

### А тобы

1. Балықтың басының салмағы – құйрығы мен жарты денесінің салмағын қосқандағыдай, ал денесінің салмағы болса – бас пен құйрықты бірге өлшегендегі салмақтай. Құйрығы 1 кг болса, балықтың салмағы қандай? [5]
2. Оқушы берілген санды 2-ге бөліп, нәтижесіне 3 санын қосу керек еді. Алайда ол қателікпен санды 2-ге көбейтіп, нәтижесінен 3 санын азайтты. Жауабы бәрібір де бірдей шықты. Қандай?
3. Қожайын жұмысшыға жылына 12 алтын тиын мен былғары күртеше уәде еткен. Жұмысшы 7 айдан соң жұмыстан кеткен. Сөйтіп ол 5 алтын тиын мен былғары күртеше алған. Күртеше қанша тиын тұрады?

4. Спорттық тауарлар дүкенінен бірінші алушы балта мен мөшек сатып алып, 18 сом ақша төледі. Екіншісі 2 мөшек пен дорба сатып алып, оған 35 сом төледі. Үшіншісі балта, мөшек және палатка сатып алып, 68 сом төледі. Төртіншісі дорба, екі мөшек және екі палатка сатып алды. Төртінші сатып алушы қанша ақша төледі?
5. Бөтелке мен стақанның салмағы таразыда құмыранікіндей. Стақан мен тәрелкенің салмағы қанша болса, бөтелкенікі сонша. Екі құмыраның салмағы 3 тәрелкенікіндей. Бір бөтелкенің салмағы неше стақан татиды?

### **В тобы**

6. Екі сан жазылды. Біріншіге екіншіні қосып, үшіншіні алды. Екіншіге үшіншіні қосып төртінші санды алды, сөйтіп жалғаса берді. Егер бесінші сан 7 тең болса, жазылған 6 санның қосындысы нешеге тең?
7. Қарындаш альбомнан 6 есе арзан болса, қалам альбомнан 2 есе арзан. Қарындаш пен қаламға кеткен ақшадан альбомға кеткен ақша 20 теңгеге көбірек. Әрқайсысы жеке-жеке қанша ақша тұрады?
8. 3 жәшікте жаңғақтар бар. Екінші мен үшінші жәшіктегі жаңғақтарды қосқанда біріншіден 6-ға көп. Ал екінші жәшікте бірінші жәшік пен үшінші жәшікті қоса санағандағыдан 10 жаңғаққа аз. Үшінші жәшікте қанша жаңғақ бар?
9. Грек математигі Диофанттың зиратындағы тасында былай деп жазылған: “Бұл жерде Диофант жерленген және қабірдің тасы оның қаншалықты ұзақ ғұмыр кешкенін айтып береді”, - делінген. Алтыдан бір бөлігі керемет балалық шақ болған, он екіден бір бөлігі жарқылдаған жасөспірім кезі. Тағы жетіден бір бөлігі өткенде тұрмыс құрған. Бес жылдан соң Гименей оған ұл жіберді, алайда тағдырдың тәлкегі оған әкесінен екі есе аз ғұмыр сыйлады. Терең қайғымен, ұлы өмерден өткен соң небәрі төрт жылдан соң өзі де көз жұмды. Диофант қанша жыл өмір сүрген [5]?
10. Төрт жолдас бірігіп қайық сатып алды. Біріншісі басқалардың берген ақшасының жартысын төледі, екіншісі – басқалардың төлегенінің үштен бірін төлесе, үшіншісі – қалғандарының төлеген сомасының төрттен бір бөлігін төледі. Төртіншісі 1500 теңге төледі. Қайық қанша тұрады?

### **С тобы**

11. Бірінші санға 2-ні қосқанда, екінші саннан 2-ні азайтқанда, үшінші санды 2-ге көбейткенде және төртінші санды 2-ге бөлгенде осы сандар тең болатындай етіп 45 санын төрт санның қосындысы түрінді көрсетіңіз.
12. 4 шабдалы, 2 алмұрт және бір алманың жалпы салмағы 550 г, ал бір шабдалы, 3 алмұрт және 4 алманың жалпы салмағы 450 г. Алма, алмұрт және шабдалының жалпы салмағы қандай?
13. Еріктің алдында 3 бума дәптер жатыр. Егер бірінші бумадан алып үшінші бумаға 2 дәптер қойсақ, онда екінші және үшінші бумада дәптер саны

теңеседі. Ал егер бірінші бумадан алып үшінші бумаға 3 дәптер қойсақ, онда бірінші және үшінші бумаларда дәптер саны теңеседі. Бірінші және екінші бумадағы дәптер саны тең болуы үшін, бірінші бумадан үшінші бумаға қанша дәптер алып қою керек?

14. Ақшаның жартысын құртып болғаннан кейін, қағаз ақшаның бастапқыда болған тиындарға қарағанда екі есе аз қалғанын байқадым және қалған тиындардың саны бастапқыда болған қағаз ақшалардың санына теңдігін байқадым. Мен қанша ақша жұмсадым?

15. АҚШ пен Ұлыбританияда ауа температурасын Фаренгейт шкаласы бойынша өлшеген. Бұл шкалада мұздың балқу температурасы  $32^{\circ}$  (Цельсий бойынша мұздың балқу температурасы  $0^{\circ}$ ). Фаренгейт бойынша судың қайнау температурасы  $212^{\circ}$  (Цельсий бойынша  $100^{\circ}$ ). Бір шкаладан келесісіне ауысу формуласы келесідей:  $T_{\phi} = kT_{\psi} + b$ ,  $T_{\psi}$  мен  $T_{\phi}$  сәйкесінше Цельсий және Фаренгейт бойынша температура шкаласы.

а)  $k$  және  $b$  сандарын табыңыз

ә) Цельсий және Фаренгейт бойынша мәндері бірдей температура бар ма [8]?

### **Жұптылық**

Барлық екіге бөлінетін сандарды жұп деп атаймыз. Мысалы 2, 4, 6, 8, 10, т.с.с. Оларды  $2k$  түрінде жазуға да болады. Ал  $2k+1$  түрінде жазуға болатын сандардың барлығын тақ сандар дейміз. Олар 2-ге бөлінбейді. Тақ сандар 2-ге бөлгенде 1 қалдық беретін сандар деп те айтуға болады.

Қосу мен азайту:

$$\text{Жұп} \pm \text{Жұп} = \text{Жұп.}$$

$$\text{Жұп} \pm \text{Тақ} = \text{Тақ.}$$

$$\text{Тақ} \pm \text{Тақ} = \text{Тақ.}$$

$$\text{Жұп} \pm \text{Жұп} = \text{Жұп.}$$

Көбейту:

$$\text{Жұп} \times \text{Жұп} = \text{Жұп.}$$

$$\text{Жұп} \times \text{Тақ} = \text{Жұп.}$$

$$\text{Тақ} \times \text{Тақ} = \text{Тақ.}$$

Бөлу:

$\text{Жұп} / \text{Жұп}$  – жауабы жұп бола бермейді (жұп та, тақ та бола алады).

$\text{Жұп} / \text{Тақ}$  = егер жауабы бүтін сан болса, онда ол жұп.

$\text{Тақ} / \text{Жұп}$  – нәтижесі бүтін сан бола алмайды.

$\text{Тақ} / \text{Тақ}$  = егер нәтижесі бүтін сан болса, онда ол тақ.

Мысал 1.  $m$  және  $n$  сандары бүтін сандар.  $mn(m+n)$  өрнегінің жұптығын дәлелдендер.

Шешуі: Егер екеуі де жұп болса, онда жұп. Екеуі де тақ болған жағдайда жақша іші жұп болады. Ал біреуі жұп біреуі тақ болса, жұп  $\times$  тақ = жұп

Мысал 2.  $25 \times 25$  өлшемді шаршыны өлшемі  $1 \times 2$  болатын тіктөртбұрыштарға бөлуге бола ма?

Жауабы: Жоқ. Себебі 625 саны 2 бөлінбейді.  $25 \times 25$  өлшемді шаршы барлығы 625 шыршыдан тұрады. Ал өлшемі  $1 \times 2$  болатын тіктөртбұрыштардың алатын орын саны үнемі жұп жаршылар. 2, 4, 6, 8, 10, 12, ..., 620, 622, 624, 626. Ал 625 саны тақ болғандықтан, болмайды.

А тобы

1. Марсиандардың әрқайсысында 3 қол бар. 7 марсиан өзара қол ұстасып тұра ала ма?
2. Қосындының жұп тақтылығын анықтаңыз  $1+2+3+4+\dots+2000$ ?
3. Егер  $x$  тақ болған жағдайда сандардың жұптылығын анықта:  $3(x+1)$ ;  $x+x$ ;  $x+x+2005$
4. 1 мен 25 аралығындағы сандарды әр қатар мен әр бағанның қосындысы жұп болатындай орналастыруға бола ма?
5. 100 теңгені 1 және 5 теңгелік 25 тиынмен ұсатуға бола ма?

В тобы

6. Әр қаладан 5 жолдан шығатындай 13 қаланы жалғауға бола ма?
7. Үстелде 6 стакан бар, олардың 5 дұрыс тұр да 1 стакан төңкерілген. Бір уақытта кез-келген 4 стақанды аударуға рұқсат. Осы жүрісті қайталай отырып барлық стақанды дұрыс қоюға бола ма?
8. Бір елде 10 банк бар. Жаңа банк ашу үшін ескі банкті 4 банкке бөлу арқылы ғана жүзеге асырады. Белгілі бір уақыттан кейін қаржы министрі елде 2007 банк бар екенін мәлімдеді. Қаржы министрі қате есептеулері үшін сөгіс ала ма әлде барлығын дұрыс есептеген бе?
9. Қораптағы 101 тиынның 50 тиыны жалған әрі шынайыдан 1 граммға өзгеше. Айсұлтан 1 тиынды алып, екі жақты таразының көмегімен тиынның жалған-шынайылығын анықтағысы келіп тұр. Ол оны істей алады ма?
10. Шаршы тәріздес өлшемі  $7 \times 7$  торкөдерде шыбындар отыр. Егер бір мезетте шыбындардың әрқайсысы тік ұшып көршілес торкөздердің біреуіне отырса, барлық шыбын бір торкөзді алып отыра ала ма [6]?

С тобы

11.  $25 \times 25$  болатын шаршы кестенің әр бағаны мен әр қатары 25 түрлі түске боялған. Егер түстердің орналасуы диагональдардың біреуіне қатысты симметриялы болса, онда бұл диагональда барлық 25 түстің бар екенін дәлелдендер.
12. 1 мен 800 арасындағы барлық натурал сандардан 6 қалдықсыз бөлінетіндей жұптар құруға бола ма?

13. Кубтың қырларына 12 натурал санды қарама-қарсы жақтарындағы сандардың қосындысының айыриашылығы 1 тең болатындай етіп қоюға бола ма?
14. Зергерлік бұйымдар зауытында 100 зергер бар. Олардың ішінде 1 зергер әр бұйымнан 1 грамм алтын үнемдеп, сапасы төменірек бұйым шығарып жүр. Зергерлік бұйымдардың барлығы кешке ортақ таразыға салынып өлшенеді де, дүкендерге таратылады. 1 ғана өлшеу арқылы үнемшіл зергерді табуға бола ма?
15. Өлшемі  $10 \times 10$  болатын шаршы тәіз дес тақтаның диагоналінде 10 дойбы тұр және әрқайсысы әр түрлі шаршыда. Бір жүріс кезінде кез-келген дойбы жұбын алып әрқайсысын 1 шаршы төмен түсіруге болады. Бірнеше жүрістен кейін барлық дойбыны шаршының төменгі горизонталь бойына орналастыруға бола ма [7]?

### Сандардың бөлінгіштігі

- Сан 2-ге бөлінуі үшін, оның соңғы цифрі 2-ге бөлінуі тиіс
  - Сан 3-ке бөлінуі үшін, оның цифрларының қосындысы 3-ке бөлінуі тиіс
  - Сан 4-ке бөлінуі үшін, оның соңғы екі цифрларынан құралған сан 4-ке бөлінуі тиіс
  - Сан 5-ке бөлінуі үшін оның соңғы цифрі 0-мен немесе 5-пен аяқталуы тиіс
  - Сан 6-ға бөлінуі үшін, ол сан 2-ге де, 3-ке де бөлінуі тиіс
  - Сан 8-ге бөлінуі үшін, ол санның соңғы 3 цифрынан құралған сан 8-ге бөлінуі тиіс.
  - Сан 9-ға бөлінуі үшін оның цифрларының қосындысы 9-ға бөлінуі керек
- Осы негізгі ережелерді дұрыс қолдана отырып, оқушы көптеген қызықты конкурстық және олимпиадалық есептерді шығаруына болады.

#### А тобы

1. 15 санының оң және сол жағына бір-бір саннан тіркеп, алынған сан 15 бөлінетіндей сандарды тірке.
2. 72 санына еселік болатындай 10 санының екі жағына бір-бір саннан тіркеп жаз.
3. Жазуында барлық 10 цифр бір реттен қатысатындай 36 санына бөлінетіндей сан құрастыр.
4.  $72 \cdot 3 \cdot *$  берілген сан 45 санына қалдықсыз бөлінетіндей жұлдызшалардың орнына сан қой.
5. 6 санына қалдықсыз бөлінетін ең кіші 7 таңбалы санды ап.

#### В тобы

6.  $82 \cdot **$  саны 90-ға бөлінеді. Бөліндіні табыңыз.
7. 13 санының оң және сол жағына бір-бір саннан тіркеп, алынған сан 36 бөлінетіндей сандарды тірке.



8. Анчур елінде ақшалардың номиналы келесідей: 1 анчур, 10 анчур, 100 анчур, 1000 анчур. Жарты миллион купюра болатындай 1000000 анчур санап алса болады ма [5]?
9. 2-ге, 3-ке, 4-ке, ..., 9-ға көбейткеннен кейін цифрларының қосындысы өзгермейтін барлық екі таңбалы сандарды тап.
10. Белгісіз санға оның цифрларының қосындысын қосты. Алынған санға оның цифрларының қосындысын қосты. Сөйтіп бұл амалды жетінші рет істегенде 1000 санын алды. Алғашқы сан қандай еді?

С тобы

11. Қожа 1-ден 100-ге дейінгі барлық сандарды көбейтіп шықты. Алынған нәтиженің цифрларының қосындысын тапты. Осыдан кейін пайда болған санның тағы да цифрларының қосындысын тапты. Сөйтіп, бір сан қалғанша жалғастырды. Ол қандай сан?
12. 1-ден 1000-ға дейінгі барлық сандардың цифрларын қосамыз. Алынған сандардың қайтадан цифрларының қосындысын табамыз. Сөйтіп бірлік сан қалғанша жалғастырамыз. Қай цифр көбірек кездеседі?
13. 1-ден 9-ға дейінгі сандарды қатарынан жазып алып, зерттейік. Бұл сан жай ма әлде құрама сан ба? Ал егер цифрлар ретін керісінше жазсақ ше?
14. Егер 11...11 саны 999999 санына қалдықсыз бөлінсе, бұл сан қанша цифрдан тұрады?
15. Қандай да бір санға оның цифрларының қосындысын қоссақ, нәтижесінде 1995 саны шығады. Ол қандай сан?

### Өлшеулер

Таразыға қойып, теңестіріп өлшеуді қает ететін немесе ең аз өлшеуді анықтауға арналған, логикалық пайымдау мен алдын-ала есептеулерді қажет ететін есептердің түрі.

Мысал. Пішіні мен сырт келбеті бірдей 3 сақинаның біреуі жалған әрі жеңілдірек. Бір ғана өлшеу арқылы жалған сақинаны қалай таба аламыз?

Шешуі: Әлбетте, таразыға қойған кезде бірдей мөлшерде сақинадан қою керек, яғни екі жаққа бір-бір сақинадан қоямыз. Егер салмақтары тең болса, жалған сақина үшіншісі. Ал егер сол жағы ауыр болса, әрине жалған сақина оң жағында.

А тобы

1. Төрт бұйымның біреуі жалған әрі салмағы бойынша ерекшеленеді. Екі рет өлшеу арқылы жалған бұйымды анықтау мүмкін бе және мүмкін болса оны қалай табу керектігін көрсет.
2. Пішіні мен сырт келбеті бірдей 75 сақинаның біреуі жалған әрі салмағы бойынша айырмашылығы бар. Екі рет өлшеу арқылы жалған сақинаның жеңілдірек не басқа сақиналардан ауырлау екенін анықтау мүмкін бе?
3. 9 тиынның біреуі жалған әрі басқаларынан жеңіл. Екі рет өлшеу арқылы жалған тиынды анықтаңыз.

4. Бір мөшек қанттың салмағы дүкенде 16 кг. Таразы арқылы 1 кг қалай өлшеп алуға болады?
5. Жанайым 1-ден 16-ға дейінгі санды ойлады. Айсұлтан ол санды тапқысы келеді, Тек “ия” немесе ”жоқ” деген жауаптар беретін сұрақтар қою арқылы 4 сұрақпен Айсұлтан Жанайым жасырған санды таба алады ма?

В тобы

6. Дүкен сатушысында 1 г, 2 г, 4 г, 8 г, 16 г және 32 г гірдің тастары бар. Таразының сол жағына 25 г кәмпит пен бірнеше гірдің тасын қойды. Қай тас қай жағында тұр [5]?
7. Екі қызыл, екі жасыл және екі сары гірдің тасы бар. Әр жұпта гірдің біреуі жеңілірек. Барлық үш ауыр гірлердің салмақтары бірдей және барлық үш жеңіл гірлердің салмақтары бірдей. Екі рет өлшеу арқылы әр жұпта қай гірдің ауыр екенін қалай анықтаймыз.
8. 5 рет өлшеу арқылы 4 пакетті салмақтарының өсу реті бойынша орналастыр.
9. Үш бірдей тиын бар және олардың біреуі жалған. Жалған тиынның ауыр әлде жеңіл екені белгісіз. Жалған тиынды табу үшін ең кемінде қанша өлшеу керек?
10. Салмағы 1 г, 2 г, 3 г, ..., 15 г, 16 г болатын гір тастарын мұғалім таразының екі жағына бір жағы басатындай қойды. 15 оқушы кезекпен шығып, бір-бір тастан алып кетті. Әр оқушы тас алғаннан кейін таразының басып тұрған жағы керісінше жеңілдеп, қарама-қарсы жағы баса бастады. Таразыда қай гір тасы қалуы мүмкін?

С тобы

11. Тиынға толы 10 мөшектің бірінде жалған тиындар толы мөшек бар. Жалған тиынның салмағы шынайы тиыннан 1 г жеңілірек. Салмақты көрсететін таразы арқылы бір рет өлшеу арқылы жалған мөшекті қалай анықтауға болады?
12. 14 тиынның 7-еуі жалған және 7-еуі шынайы. Жалған тиындардың салмағы бірдей және шынайы тиындардан жеңілірек. Шынайы тиындардың салмағы өзара тең. 3 рет өлшеу арқылы жалған тиындардың жалғандығын қалай дәлелдейміз?
13. Сырт пішіні бірдей және сыртында 1 г, 2 г, 3 г, 4 г, 5 г және 6 г деген жазулары бар 6 гірдің тасы бар. Екі рет өлшеу арқылы гірлердегі жазудың шынайылығын қалай анықтаймыз?
14. 15 г салмаққа дейінгі кез-келген салмақты өлшеу үшін қажетті ең аз гірлердің саны және олардың салмақтары қандай болуы керек ?
15. Зергерлік зауытта 100 шебер жұмыс жасайды және олардың біреуі жалған бұйым жасайды. Жалған бұйымның салмағы 1 г айырмашылығы бар және ол не ауыр не жеңіл екені белгісіз. Жұмыс уақыты аяқталған соң барлық бұйымдар электронды таблосы бар бір таразыға салынып өлшенеді де, дүкендерге жіберіледі. Тек бір ғана өлшеу арқылы жалған бұйым жасайтын зергерді анықтау мүмкін бе?

### 2.3 ҰБТ-дағы логикалық есептерді шешуге үйрету

ҰБТ – ұлттық бірыңғай тестілеу. Болашақта өтетін емтихан сынақтардың ішіндегі жоғарғы оқу орнына түсуіне әсер ететін білімдерін тексеретін тестілеу түрі. Төменгі сыныптардағы шешіп үйренген өптеген тақырыптардың көмегімен ҰБТ – дағы біршама есептерге дайындық та бола алады. Олардың ішінен 5-6 сыныптар шығара алатын әрі осы сыныптарда кездесетін есептерді қарап, қысқаша шолу жасап өтеміз. Негізінен математикалық сауаттылық есептеріндегі логикалық есептер аз есептеулермен шығатын қысқа есептер.

1. Екі орамда бірдей маталар болды. Бірінші орамнан 10 м, екіншісінен 40 м кесіп алғанда, бірінші орамда екінші орамға қарағанда 2 есе артық мата қалды. Бастапқыда әрбір орамда қанша метр мата болғанын анықтаңыз (Теңдеу құру арқылы шығарылатын логикалық есептер).

Шешуі:

Бірінші орамдағы маталардың санын екінші орамдағы маталар санына бөлсек 2 шығады.

$$\frac{x-10}{x-40}=2$$

теңдеуін шешсек,

$$x=70.$$

6 сынып оқушыларына есептер жиынын не хрестоматия құрастыру кезінде осы типтес есептерді енгізуге болады.

Өздігінен шығаруға бірнеше мысал:

А) Біріншісі екіншісінен 4,28-ге артық екі санның арифметикалық ортасы 15,2. Бірінші санды анықтаңыз

Б) 8 бала 84 алмұрт терді. Олар өзара барлық алмұрттарды сандары әртүрлі етіп бөліп алды. Егер ең көп алған бала 14 алмұрт алса, ең аз алған баланың алмұрт саны

2. Бағасы 2600 теңге заттың арзандатылғаннан кейінгі бағасы 2210 теңге болды.

Зат неше процентке арзандатылғанын анықтаңыз:

$$2600 - 100\%$$

$$2210 - x\%$$

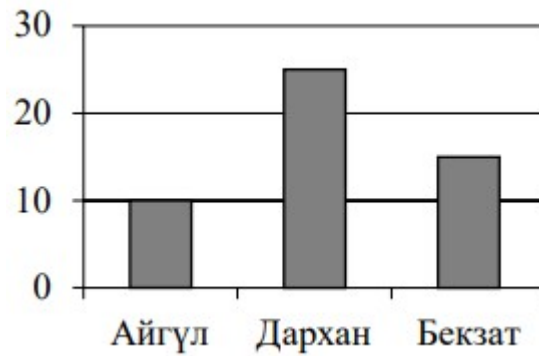
$$x=85\%$$

Демек, 15 % арзандаған.

Келесі мысалдарды оқушылар шығарып көрсін:

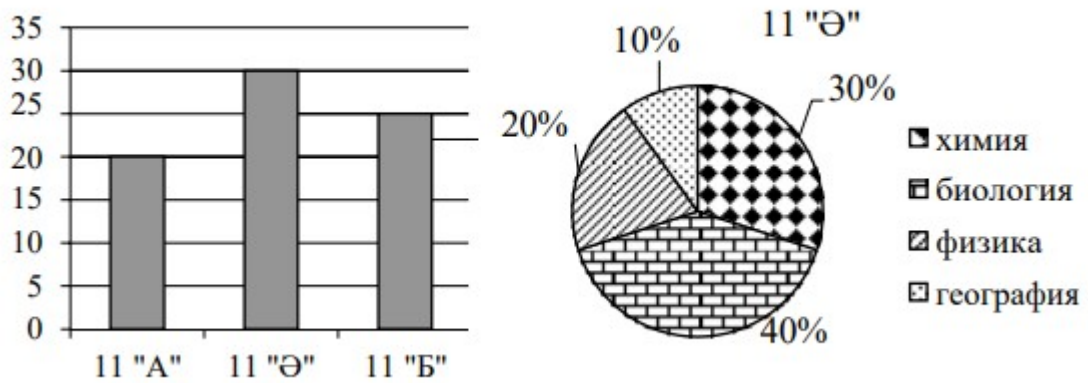
А) Бірінші сөредегі кітаптар саны екінші сөредегі кітаптар санының 40%-іне тең. Екінші сөредегі кітаптар бірінші сөредегі кітаптардың қанша проценті болатынын анықтаңыз.

Ә) Үш бала бірігіп бақшадан құлпынай терді. Төмендегі диаграмманы қолданып, Дархан барлық терілген құлпынайдың қанша процентін тергенін анықтаңыз.



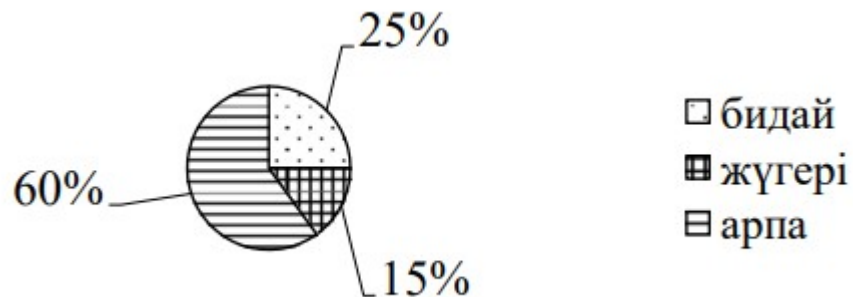
21 – сурет

Б) Төмендегі 22 – суретте берілген диаграммаларды пайдаланып, 11 «Ә» сыныбында неше оқушы биология пәнін физика пәніне қарағанда артық таңдағанын анықтаңыз.



22 – сурет

В) 23 – суретте берілген диаграммада дәнді дақылдардың пайыздық үлесі көрсетілген. Егер жүгерінің массасы 18 т болса, онда арпаның массасы?



23 – сурет

3. Ең жиі кездесетін логикалық есептер заңдылықты анықтауға арналған есептер. Шығару жолы сан алуан түрлі. Келесі мысалдарды қарастырайық:

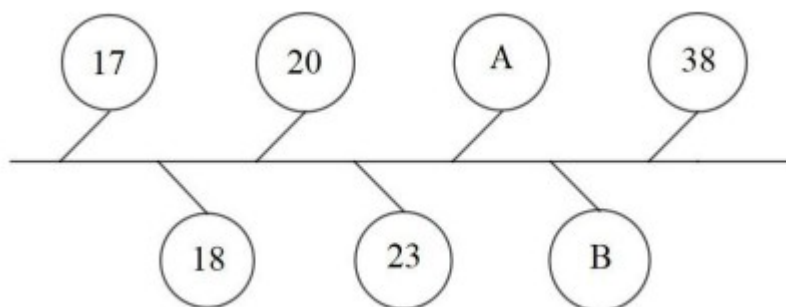
1, 2, 3, 4, 5, 6, ... Әлбетте натурал сандар тізбегі

- 1, 3, 5, 7, ... Тақ сандар тізбегі
- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... Фибоначчи тізбегі.  $1+1=2$ ,  $1+2=3$ ,  $2+3=5$
- 1, 4, 7, 10, 13, ... Тізбек үнемі +3 артып отырғанын байқаймыз.
- 1, 2, 4, 8, 16, ... Тізбек екі еселеніп отыр.
- 1, 4, 9, 16, 25, ... Кейбір тізбектердің бірнеше шешімі бар.

Бұл тізбектің бір шешімі алдымен +3, кейін +5, содан кейін +7, кейін +9, т.с.с. Екінші шешімі бұл натурал сандардың квадраттары. Бұлардың бардығы стандартты тізбектер.

ҰБТ – да кездесетін тізбектерде өрнектермен амалдар көп. Оқушыларға осы тестілерде кездесетін тізбектерден жинақ жасауға былады. Мысал қарастырайық: Төмендегі суретте сандар белгілі бір ретпен орналсақ.  $A+B$  өрнегінің мәнін табу керек.

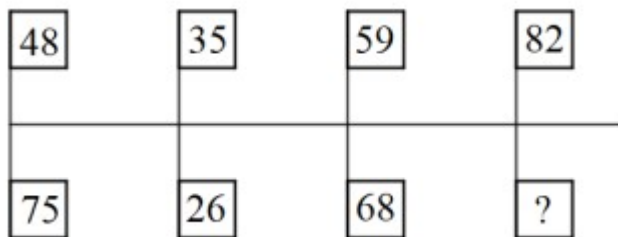
Шешуі: Тізбек +1,+2,+3, т.с.с. заңдылығымен өсіп келеді.  $A=27$ ,  $B=32$ . Жауабы:59



24 – сурет

Тағы бір мысал қарастырайық:

Суретте сандар белгілі бір заңдылықпен орналасқан. Сұрақ белгісінің орнындағы санды анықтаңыз



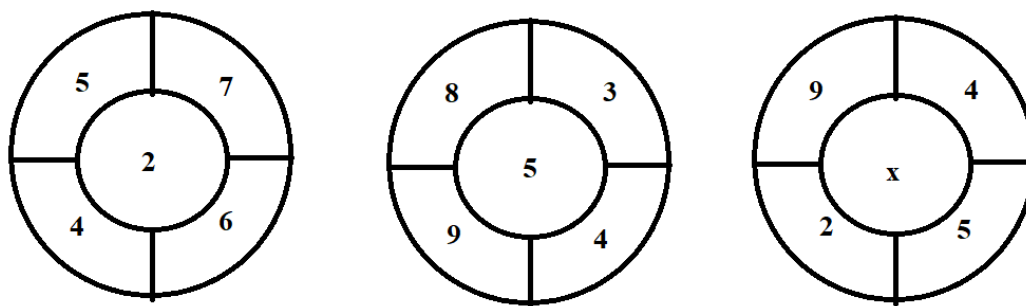
25 – сурет

- A) 12 B) 99 C) 29 D) 61 E) 55

Байқап отырғаныңыздай, үстіңгі шаршыдағы санның цифрларының қосындысы астыңғы шаршыдағы санның цифрларының қосындысына тең. Дұрыс жауабы 55. Балаларды стандартты емес творчестволық ойлауының дамуына жаттығу.

**А тобы.**

1. Тізбекті жалғастыр: 1, 8, 27, 64, ...
2. Заңдылықты анықтап,  $x$ -тің мәнін табыңыз:



A)33 B)32 C)37 D)35 E)31

26 – сурет

3. Сұрақ белгісінің орнында тұрған санды тап:

16, 15, 17, 14, ?

32, 33, 31, 34, ?

4. Кестедегі сұрақ белгісінің орнындағы санды тап:

8 – кесте

3	12	8
7	28	24
5	20	?

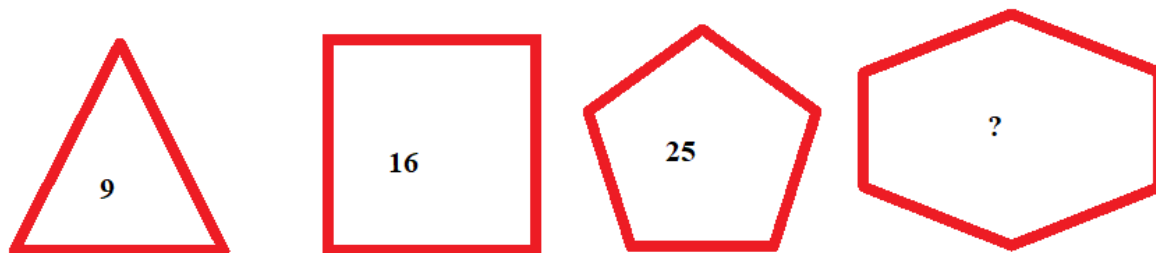
5. Сұрақ белгісінің орнында тұрған санды тап:



27 – сурет

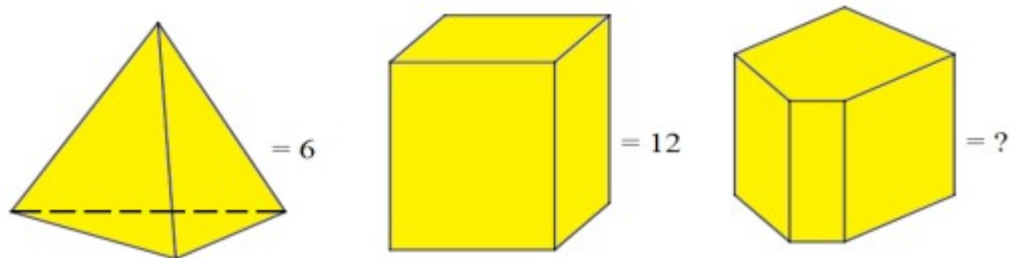
**В тобы**

6. Сұрақ белгісінің орнындағы санды анықтаңыз



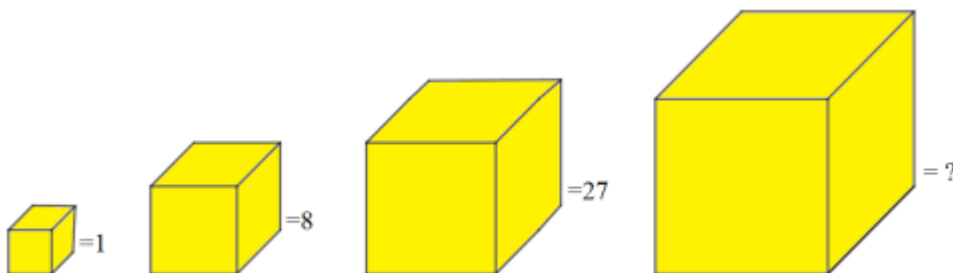
28 – сурет

7. Заңдылықты анықтап, сұрақ белгісінің орнындағы санды табыңыз.



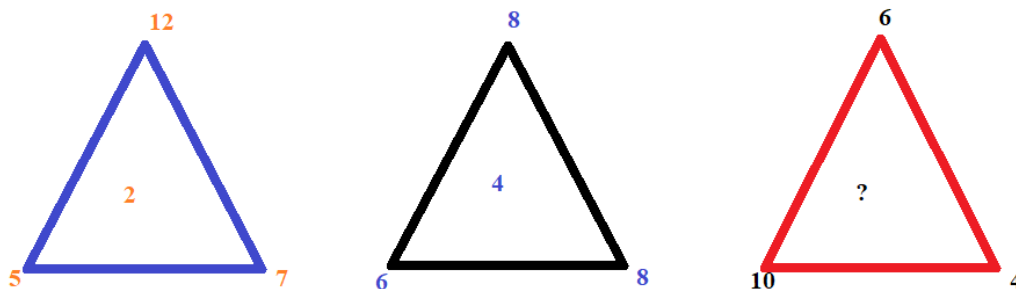
29 – сурет

8. Заңдылықты анықтап, сұрақ белгісінің орнындағы санды табыңыз.



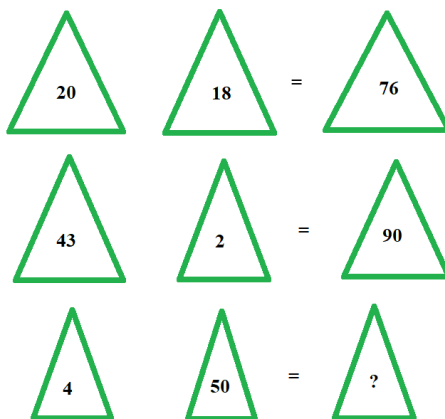
30 – сурет

9. Заңдылықты анықтап, сұрақ белгісінің орнындағы санды табыңыз.



31 – сурет

10. Заңдылықты анықтап, сұрақ белгісінің орнына белгісіз санды қойыңыз.



32 – сурет

**С тобы.**

11. Сұрақ белгісінің орнындағы тұрған белгісіз санды табыңыз.

$$\begin{array}{l}
 \boxed{5} + \text{пентагон}(3) = 35 \\
 \text{треугольник}(9) - \boxed{8} = -5 \\
 \text{пентагон}(7) + \text{треугольник}(6) - \boxed{2} = ?
 \end{array}$$

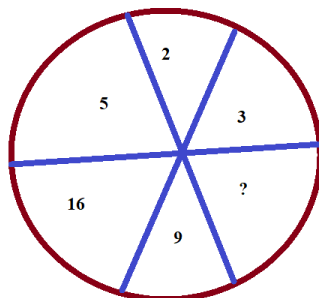
33 – сурет

12. Сұрақ белгісінің орнындағы тұрған белгісіз санды табыңыз.

9 – кесте

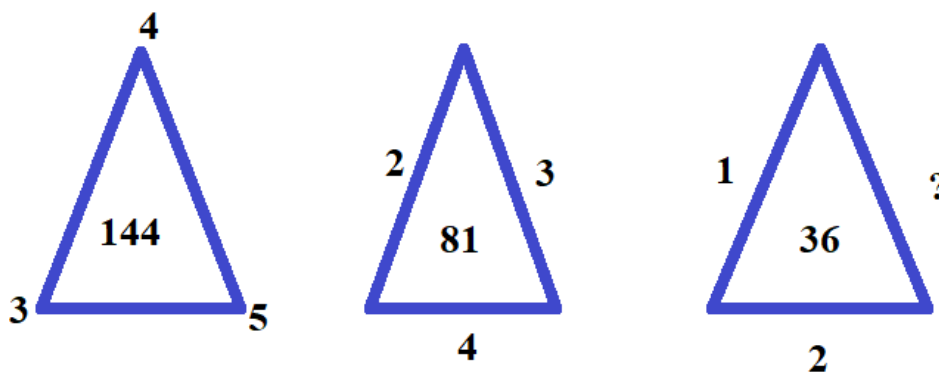
3	7	12
2	6	11
9	13	?

13. Сұрақ белгісінің орнындағы тұрған белгісіз санды табыңыз



34 – сурет

14. Сұрақ белгісінің орнындағы тұрған белгісіз санды табыңыз.



35 – сурет



## ҚОРЫТЫНДЫ

Бұл диссертациялық жұмыс 5-6 сынып оқушыларының логикалық ойлау, есеп шығару және қосымша сыныптан тыс логикалық ойлауды арттырып, білімін шыңдауға арналған. Жұмысты жазу барысында әр түрлі ұқсас еңбектер талданып, логикалық есептер шығарылу типіне байланысты классификацияланды. Қажет болған жағдайда оқушыларға дидактикалық материал түрінде ұсыныла алады. Логикалық есептердің қазіргі оқушылар үшін маңыздылығы айтылды. Ұқсас бағыттағы диссертациялық жұмыс қаралды. Есептердің әр түрлі классификациялануы қарастырылып, өз тарапымынан классификациялау жүйесі ұсынылды.

Диссертациялық жұмыс нәтижелері бізге келесідей қорытындылар жасауға мүмкіндік жасауға мүмкіндік берді:

- 1) Мектеп кітаптарына талдау жасай отырып, логикалық есептердің үлесін қай бағытта арттыруға болатынын анықтауға болатынын көрсетті.
- 2) Логикалық есептерді шығарып үйрету процессінде әр түрлі әдістерді үйрете отырып, оқушылардың өз бетінше білім алуына түрткі болу.

Қорытындылай келе:

- 1) Зерттеу тақырыбы бойынша 5-сынып математика оқулықтарына талдау жасалды.
- 2) Логикалық есептерді шешудегі көп әдістілік жолдары көрсетілді.
- 3) Деңгей бойынша бөлінген есептер жинағы құрылды.

Логикалық есептерді шешу мен шешуге үйрету барысында оқушылар есептерді өзінше пайымдап, шығару типіне байланысты классификацияларға бөліп, осы диссертация жұмысын әдістеме-нұсқаулық немесе хрестоматия ретінде пайдалана алады.

## ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. В.П. Заесенок Логические задачи как средство формирования приемов эвристической деятельности школьников 5-6 классов на уроках математики - диссертации и автореферата по ВАК РФ 13.00.02, Москва, 2005. – 166 б.
2. Т.А. Ступакова Анализ классификаций логических задач и попытка систематизаций существующих классификационных рубрик, октябрь 2015. – 10 б.
3. А.Е. Әбілқасымова, Т.П. Кучер, З.Ә. Жұмағұлова Математика, 5 сынып, 1-бөлім. – 151 б.
4. А.Е. Әбілқасымова, Т.П. Кучер, З.Ә. Жұмағұлова Математика, 5 сынып, 2-бөлім. – 134 б.
5. А.В. Спивак Тысяча и одна задача по математике. 5-7 классы. Посвящение, 2018. – 208 б.
6. Светлана Степановна, Логические задачи и их типы., Издательский центр «МарТ», 2004. – 16 б.
7. С. Полянских, В. Сосин, Н. Хаджимуратов Математическая академия., Астана, 2019. – 281 б.
8. Л.Д. Жумалиева «Орта мектепте математикалық есептерді шығаруды оқытудың әдістемелік негіздері» – Алматы. 2017. – 132 б.
9. Көкенова Гүлсара Сейділләқызы, Жаңартылған білім мазмұны аясында оқушылардың математикадан логикалық есептерді шешу қабілетін дамыту, Шымкент, 2021. – 32 б.