

Медициналық-биологиялық зерттеулерде бір топты екінші топпен салыстыру тәсілдерімен қатар бір мезгілде бірнеше таңдамаларды салыстыруды қажет ететін есептер жиі кездеседі. Бұл жағдайда топтардың орта мәндерін жұп-жұбымен (әр топты әрқайсысымен) салыстыру тиімсіз болуы мүмкін, себебі салыстыру санының көптігінің салдарынан туатын I текті қателіктің жоғары мәні нәтижелер қорытындысының дұрыс жасалмауына әкеліп соғар еді. Сондықтан, салыстырылып отырған барлық топтардың арасында айырмашылықтың бар-жоғын бірден анықтау үшін *бір ортақ статистикалық критерий* қолданамыз.



## Дисперсиялық талдау (*Analysis Of Variance - ANOVA*)

Дисперсиялық талдауды ағылшын ғалымы, математик және генетик Рональд Фишер XX ғасырдың 20-жылдарында жасап ұсынған.

**Дисперсиялық талдау** – бұл екіден артық топтардың орта мәндерін салыстыру үшін, яғни бірнеше тәуелсіз топтардың бір бас жиынтыққа жататындығын немесе жатпайтындығын анықтау үшін қолданылатын талдау әдісі. Орта мәндердің арасындағы айырмашылықтарды анықтау үшін *дисперсиялар* қолданылады.

Дисперсиялық талдау бірнеше деңгейлермен сипатталатын факторлардың ықпалын оқып үйрену үшін қолданылады.

Дисперсиялық талдау негізіне зерттеліп отырған жиынтықтың барлық элементтерінің орта мәннен ауытқуын талдау жатады. Ауытқу өлшемі ретінде ауытқулардың орта квадраты – *дисперсия* алынады.

Айталық, бізде бірнеше қалыпты таралған және дисперсиялары бірдей  $K$  бас жиынтықтары бар және берілген  $\alpha$  мәнділік деңгейі бойынша олардың орта мәндерінің теңдігі жөніндегі нөлдік жорамалды тексеру қажет болсын. Ол үшін әрбір бас жиынтықтан таңдама ала отырып, алынған  $K$  таңдама орта мәндер арасындағы айырмашылықтың мәнді немесе мәнді еместігін анықтау қажет.

3

Барлық  $K$  бас жиынтықтары бір – бірімен ұқсас, яғни олардың дисперсиялары ғана емес, орта мәндері де бірдей деп ойлауға болады. Алайда бас жиынтықтардың әрқайсысы тәжірибеге енетін бір немесе бірнеше сапалы факторлардың ықпалына ұшырайды және соның нәтижесінде орта мәндер өзгеруі мүмкін.

Мысалы, гипертониямен ауыратын аурулардың бірнешеуі кездейсоқ түрде  $K$  топқа бөлінген және әр топқа дәрінің белгілі бір түрін қабылдау белгіленген. Нәтижесінде артериялық қысымның өзгеруі көрсеткішінің орта мәні бақылауға алынады. Бұл мысалда дәрі – бақыланатын көрсеткіштің шамасына ықпал ететін фактор, артериялық қысымның өзгеруінің көрсеткіші – фактордың ықпалына «жауап». Көп жағдайда «жауапты» *нәтижелік белгі* деп те атайды. Дәрінің түрлері – *фактордың деңгейлері*.

*Факторлық белгілер* (фактор) – зерттелетін құбылысқа ықпал ететін белгілер.

*Нәтижелік белгілер* (факторға жауап) – факторлық белгілердің ықпалы нәтижесінде өзгертін белгілер.

Бір фактордың ықпалы тексерілетін дисперсиялық талдау *бірфакторлы* деп аталады (ANOVA). Екі немесе одан да көп факторлардың ықпалын зерттеу үшін *көпфакторлы* дисперсиялық талдау (MANOVA – Multivariate ANOVA) қолданылады.

### Бірфакторлы дисперсиялық талдау

Топтар бір фактордың деңгейлері арқылы анықталады. Бас жиынтықтағы айнымалы әр топта қалыпты таралған және барлық топтардың дисперсиялары бірдей.

Айырмашылықтың шамасын бағалау үшін таңдама орта мәндердің шашылуын топ ішіндегі мәндердің шашылуымен салыстыру қажет.

Салыстырылатын топтар саны фактордың (тәуелсіз айнымалы) деңгейлеріне сәйкес анықталады. Мысалы: фактор - жыл мезгілі болса, онда оның деңгейлері – қыс, көктем, жаз, күз. Салыстыралатын топ саны – 4. Фактор – емдеу тәсілдерінің түрі болса, онда оның деңгейлері: стандартты әдіспен емдеу, жаңа емдеу түрі және плацебо (бақылау тобы) болуы мүмкін. Салыстырылатын топ саны – 3.

Дисперсиялық талдау жүргізу үшін сапалық белгілер (жыныс, проффессия) де, сандық белгілер де (инъекция саны, аурулар саны) қолданылады.

Таңдама деректерді әдетте кесте түрінде бейнелейді, К деңгейде тұратын А факторы үшін кестенің түрі төмендегідей болады:

11-кесте

Сынау нөмірі	А факторының деңгейлері			
	$A_1$	$A_2$	...	$A_k$
1	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1k}$
2	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2k}$
...	...	...	...	...
$n_j$	$x_{n_j,1}$	$x_{n_j,2}$	...	$x_{n_j,k}$
Топтық орта мән $\bar{x}_{\text{топ}j}$	$\bar{x}_{\text{топ}1}$	$\bar{x}_{\text{топ}2}$	...	$\bar{x}_{\text{топ}k}$

Келтірілген кестеде таңдамалар (бақылау топтары) фактор деңгейлеріне сәйкес және баған түрінде орналасқан. Таңдаманың әрбір элементіндегі бірінші индекс –таңдамадағы элементтің нөмірін, ал екінші индекс – топ нөмірін көрсетеді.

Топтық орта мән – әр топтағы элементтердің орта арифметикалық мәні:

$$\bar{x}_{mon j} = \frac{1}{n_j} (x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{n_j j})$$

$n_j$  саны  $j$  – ші таңдаманың көлемі, бақылаудың жалпы саны  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ .

*Жалпы алғанда,  $n_j$  саны әртүрлі, алайда біз барлық таңдамалар көлемі тең болған жағдайды қарастырумен шектелеміз.*

**Дисперсиялық талдаудың негізгі идеясы** таңдама дисперсияны екі компонентке (құрамдас бөлікке) бөлуге негізделген, олардың біреуі орта мәндердің өзгергіштігіне фактордың ықпал етуіне сәйкес келеді (факторлық дисперсия), ал екіншісі кездейсоқ себептерден туған және орта мәндердің өзгергіштігіне ықпал етпейтін дисперсия (қалдық дисперсия).

Топаралық дисперсия - фактордың таңдама орта мәндердің өзгергіштігіне ықпал етуінен туған дисперсия, оны *факторлық дисперсия* деп атайды және  $MS_{\text{фактор}}$  (Mean Square) арқылы белгілейді.

5

Топішілік дисперсия – кездейсоқ себептерден туған және орта мәндердің өзгергіштігіне ықпал етпейтін дисперсия, оны *қалдық дисперсия* деп атайды және  $MS_{\text{қалдық}}$  арқылы белгілейді.

Топтық орта мәндердің теңдігі жөніндегі нөлдік жорамалда топаралық дисперсия топішілік дисперсияға ұқсас. Егер салыстырылып отырған топтар арасында айырмашылық бар болса, онда топаралық дисперсия топішілік дисперсиядан үлкен болады. Фишер критерийі осы екі дисперсияның қатынасына негізделген.

ANOVA үшін Фишер критерийінің  $F$  статистикасы топаралық дисперсияның топішілік дисперсияға қатынасы арқылы анықталады.

$$F = \frac{MS_{\text{факт}}}{MS_{\text{қалд}}}$$

$F$  статистикасы  $(k - 1)$  және  $(n - k)$  еркіндік дәрежелеріне сәйкес келетін Фишер таралуына бағынады.

Факторлық дисперсия:

$$MS_{\text{факт}} = r \cdot S_{\bar{x}}^2$$

формуласы арқылы есептеледі.

Мұндағы  $S_{\bar{x}}^2$  – k орта мәндерден тұратын таңдаманың  $(\bar{x}_{\text{Топ1}}, \bar{x}_{\text{Топ2}}, \dots, \bar{x}_{\text{Топk}})$  таңдама дисперсиясы.

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (\bar{x}_{\text{мон}i} - \bar{x})^2$$

$$\bar{x} = \frac{1}{k} (\bar{x}_{\text{мон}1} + \bar{x}_{\text{мон}2} + \dots + \bar{x}_{\text{мон}k})$$

Қалдық дисперсияны есептеу формуласы

$$MS_{\text{қалд}} = \frac{1}{k} (S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_k^2)$$

мұндағы  $S_i^2$  - i-ші таңдаманың дисперсиясы

6

$$S_i^2 = \frac{1}{r-1} \sum_{i=1}^r (x_{ik} - \bar{x}_{\text{мон}j})^2$$

$MS_{\text{факт}}$  үшін еркіндік дәрежесінің саны  $(k-1)$ , мұндағы k-топтар саны.

$MS_{\text{алд}}$  үшін еркіндік дәрежесінің саны  $k \cdot (r-1)$ , мұндағы r-әр топтағы мәндер саны, k - топтар саны,

Факторлық дисперсия- топтық орта мәндердің шашырауын сипаттайды

Қалдық дисперсия– топтардың ішіндегі шашырауды сипаттайды.

### *Дисперсиялық талдауды жүргізу әдісі*

K тәуелсіз таңдамалар бар болсын және олардың әрқайсысы жеке топты анықтайды. Таңдамалар көлемдері -  $n_i$ , орта мәндер  $\bar{x}_i$  және орта квадраттық ауытқулар.  $S_i$  ( $i= 1,2,\dots,k$ ) болсын.

Таңдамалардың жалпы көлемі:  $n = n_1+n_2+\dots+n_k$

1. Нөлдік және балама жорамалдарды анықтаймыз:

$H_0$ : Бас жиынтықтың барлық топтық орта мәндері тең:  $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \dots = \bar{x}_k$

$H_1$ : Бас жиынтықтың барлық топтық орта мәндері тең емес (ең болмағанда бір топтық ортаның басқалардан айырмашылығы бар).

2. Қажетті деректерді  $K$  таңдамалардан алу.  $MS_{\text{факт}}$  мен  $MS_{\text{қалд}}$  есептеу, егер  $MS_{\text{факт}}$

$< MS_{\text{қалд}}$  болса, онда  $H_0$  қабылданады, егер  $MS_{\text{факт}} > MS_{\text{қалд}}$  болса, онда  $F$  критерийін

есептейміз.

3. Критерий статистикасын есептеу:  $F_{\text{бак}}$

4.  $\alpha$  мәнділік деңгейіне сәйкес ( $\alpha = 0,05$  немесе  $\alpha = 0,01$ ) Фишер таралуының сыни мәнін арнайы кестеден табу.

5.  $F$  критерийінің статистикасын сыни нүктемен салыстыру

6.  $H_0$  жорамалға қатысты шешім қабылдау: Егер  $F_{\text{бак}} < F_{\text{сыни}}$  болса, онда берілген мәнділік деңгейінде нөлдік жорамал қабылданады.

Егер  $F_{\text{бак}} > F_{\text{сыни}}$  болса, онда нөлдік жорамал жоққа шығарылады және фактордың қалыпты маңызды болып табылады.

### Дисперсиялық талдауды қолдануға қойылатын шарттар:

7

1. Әрбір таңдама басқа таңдамалардан тәуелсіз.

2. Әрбір таңдама зерттелетін бас жиынтықтан кездейсоқ түрде алынған.

3. Бас жиынтық қалыпты таралған.

4. Топтардың бас дисперсиялары бірдей.

*Ескерту:* Бұл талаптарды орындау аса маңызды. Сондықтан дисперсиялық талдауды жүргізбес бұрын алдымен барлық салыстырылатын топтардың таралуын қалыптылыққа тексеру және осы топтардағы дисперсиялардың теңдігін тексеру қажет.

**Бұл шарттардың ең болмағанда біреуі бұзылған жағдайда дисперсиялық талдауды қолдануға болмайды. Мұндай жағдайда бір факторлы ANOVA-ның параметрлік емес аналогы Крускал – Уоллис критерийін қолдану қажет.**

### Кочреннің қалыпты таралған бірнеше бас жиынтықтардың дисперсияларын салыстыру критерийі

Қалыпты таралған бірнеше бас жиынтықтардың дисперсияларының теңдігі (немесе дисперсиялардың біртектілігі) жөніндегі нөлдік жорамалды тексеру үшін Кочрен критерийі қолданылады:

$$K = \frac{S_{\text{max}}^2}{S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_m^2}$$

Мұндағы:

$S_{\text{max}}^2$  – таңдама дисперсиялардың ішіндегі мәні ең үлкен дисперсия;

$S_m^2$  –  $m$ -ші таңдаманың дисперсиясы;

$m$ –таңдамалар саны ( $m \geq 2$ ).

Алынған деректер бойынша  $K_{\text{бак}}$  есептейміз және  $\alpha$  ( $\alpha=0,05$  және  $\alpha=0,01$ ) мәнділік деңгейіне,  $df=n-1$  еркіндік дәрежесінің санына, мұндағы  $n$  – таңдама көлемі,  $m$ -ге сәйкес Кочрен критерийінің сыни нүктелері кестесінен сыни нүктені табамыз (3-қосымша, 3.8 -кесте).

Егер  $K_{\text{бак}} < K_{\text{сыни}}$  болса, онда нөлдік жорамал қабылданады.

Егер  $K_{\text{бак}} > K_{\text{сыни}}$  болса, онда қарастырылып отырған бас жиынтықтардың дисперсиялары әртүрлі деген қорытынды жасалынады.

**Мысал.** Шылым шегудің тыныс алу жолдары ауруларына ықпалы.

Ересек тұрғындар арасында белгілі бір жас мөлшерлері бойынша тыныс алу жолдары ауруларымен ауырғандар саны екі жыл бойы бақыланды. Зерттеу мақсаты – шылым шегудің тыныс алу жолдары ауруларына ықпалын статистикалық дәлелдеу (тексеру). Әрқайсысы 4 адамнан тұратын 3 топ кездейсоқ түрде таңдалынып алынды, олардың: 1-тобына – шылым шекпейтіндер; 2-тобына - шылым шегу өтілдері 5 жылға дейінгілер; 3-тобына – шылым шегу өтілдері 5 жылдан жоғарғылар жатқызылды.

Сонымен, зерттелетін фактор А – шылым шегу, фактор деңгейлері  $A_1, A_2, A_3$ - шылым шегу өтілдері. Шылым шегу факторына жауап – тыныс алу жолдары ауруларының саны. Бақылау нәтижесінде аурулар санының 12 мәні алынды.

8

$A_1$  тобында:

- 1-ші адам – 1 рет,
- 2-ші адам – 0 рет (ауырған жоқ),
- 3-ші адам – 1 рет,
- 4-ші адам – 2 рет ауырған.

$A_2$  тобында:

- 1-ші адам – 3 рет,
- 2-ші адам – 2 рет,
- 3-ші адам – 2 рет,
- 4-ші адам – 1 рет ауырған, сол сияқты

$A_3$  тобында:

- 1-ші адам – 3 рет,
- 2-ші адам – 4 рет,
- 3-ші адам – 5 рет,
- 4-ші адам – 3 рет ауырған.



Таңдама қалыпты таралған бас жиынтықтан алынды деп ұйғарайық.

Дисперсиялық талдауды қолданбас бұрын Кочрен критерийі бойынша топтардағы таңдама дисперсиялардың теңдігіне көз жеткіземіз.

Кочрен критерийін қолданып дисперсиялардың теңдігін тексереміз.

1. Нөлдік және балама жорамаларды анықтау:

$$H_0: S_1^2 = S_2^2 = S_3^2$$

$$H_1: S_1^2 \neq S_2^2 \neq S_3^2$$

2.  $K = \frac{0,917}{0,666 + 0,666 + 0,917} = \frac{0,917}{2,249} = 0,4077$  (13-кестеге қараңыз)

3.  $\alpha=0,05$  болғанда сыни нүктені табамыз (3-қосымша, 3.8- кесте)  $K_{сыни} = K_{\alpha, df, m} = K_{0,05; 3; 3} = 0,7977$

$K_{бак} < K_{сыни}$  болғандықтан ( $0,4077 < 0,7977$ )  $\alpha=0,05$  деңгейінде дисперсиялардың теңдігі жөніндегі нөлдік жорамал қабылданады.

Демек, салыстырылып отырған бас жиынтықтардың дисперсиялары біртекті болғандықтан Фишердің критерийін қолданамыз.

Деректерді дисперсиялық талдау кестесіне енгіземіз:

Сынаулар нөмірі	A		
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>
1	1	3	3
2	0	2	4
3	1	2	5
4	2	1	3

1. Нөлдік және балама жорамалдарды анықтаймыз:

$H_0$ : бас жиынтықтың үш тобындағы аурулар санының орта мәндерінде айырмашылықтар жоқ:  $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3$ , яғни шылым шегу тыныс алу жолдары ауруларына маңызды ықпал етпейді.

$H_1$ : бас жиынтықтың үш тобындағы аурулар санының орта мәндерінде айырмашылықтар бар:  $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2 \neq \bar{X}_3$ , яғни шылым шегу тыныс алу жолдары ауруларына маңызды ықпал етеді.

2. MS есептеу үшін таңдама деректерін дисперсиялық талдау кестесіне енгіземіз:

13-кесте

Сынаулар нөмірі	Фактордың деңгейі		
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>
1	1	3	3
2	0	2	4
3	1	2	5
4	2	1	3
Сынаулар нөмірі	Фактордың деңгейі		
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>
$\bar{x}_{monj}$	$\bar{x}_{топ1} = 1$	$\bar{x}_{топ2} = 2$	$\bar{x}_{топ3} = 3,75$
$\bar{x}_{monj} - \bar{x}$	-1,25	-0,25	1,5
$(\bar{x}_{monj} - \bar{x})^2$	1,5625	0,0625	2,25
$S^2_j$	$S^2_1 = 0,666$	$S^2_2 = 0,666$	$S^2_3 = 0,917$

$$\bar{x} = \frac{1}{3}(\bar{x}_{mon1} + \bar{x}_{mon2} + \bar{x}_{mon3}) = \frac{1}{3}(1 + 2 + 3,75) = 2,25$$

$$S^2_1 = \frac{(1-1)^2 + (0-1)^2 + (1-1)^2 + (2-1)^2}{3} = \frac{2}{3} = 0,666$$

$$S^2_2 = \frac{(3-2)^2 + (2-2)^2 + (2-2)^2 + (1-2)^2}{3} = \frac{2}{3} = 0,666$$

$$S^2_3 = \frac{(3-3,75)^2 + (4-3,75)^2 + (5-3,75)^2 + (3-3,75)^2}{3} = \frac{2,75}{3} = 0,917$$

Кестеде F-критерийін есептеу үшін қажетті барлық деректер бар. Алдымен факторлық және қалдық дисперсияларды табамыз.

11

$$MS_{факт} = r * S^2_{\bar{x}} = r * \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^r (\bar{x}_{monj} - \bar{x})^2 = 4 * \frac{1}{3-1} (1,5625 + 0,0625 + 2,25) = 7,75$$

$$MS_{қалд} = \frac{1}{k} (S^2_1 + S^2_2 + S^2_3) = \frac{1}{3} (0,666 + 0,666 + 0,917) = 0,75$$

$MS_{факт} > MS_{қалд}$  болғандықтан F-критерийін есептейміз.

$$3. F_{бак} = \frac{7,75}{0,75} = 10,33$$

$$4. F_{сыни}(0,05; 2; 9) = 4,26 \text{ (3-қосымша, 3.7- кесте)}$$

$$F_{сыни}(0,01; 2; 9) = 8,02$$

5.  $\alpha = 0,05$  және  $\alpha = 0,01$  болғанда да  $F_{бак} > F_{сыни}$ , яғни бақылау мәні сыни аймаққа түсті.

6. Топтық орта мәндердің теңдігі жөніндегі  $H_0$  жорамалын жоққа шығарамыз.

7. Есептеу нәтижелерін дисперсиялық талдау кестесіне енгіземіз.

Дисперсиялар	Еркіндік дәрежелерінің саны	Орта квадрат MS	$F_{\text{бак}}$	$F_{\text{сыни}}$
Топаралық (фактор А)	$k-1=2$	$MS_{\text{факт}}=7,7$ 5	$F = \frac{MS_{\text{факт}}}{MS_{\text{калд}}} =$ $= \frac{7,75}{0,75} \approx 10,33$	$F_{\text{сыни}}(0,05;2;9) = 4,26$ $F_{\text{сыни}}(0,01;2;9) = 8,02$
Топішілік (қалдық)	$k(r-1)=9$	$MS_{\text{калд}}=0,75$		
Жалпы	$k \cdot r - 1=11$	$MS_{\text{жалпы}}$		

**Қорытынды.** Шылым шегу факторы тыныс алу жолдары ауруларына маңызды ықпал етеді.

### Тапсырмалар

1. Ақ тышқандардың екі тобы (әр топта 10 жануардан) 86 күн бойы биопрепараттардың әсеріне ұшырады. Бірінші топтағы тышқандарға қатысты N/10 жүрек лизаты, ал екінші топтағы тышқандарға қатысты 10N бұлшық ет экстракты қолданылды. 86 күннен кейін тышқандар сойылды және әрқайсысының жүрек салмағының жалпы салмаққа қатынасы (%) анықталды. Аталған биопрепараттардың ақ тышқандардың жүректерінің салыстырмалы салмағына ықпалына $\alpha=0,01$  мәнділік деңгейінде дисперсиялық талдау жүргізу арқылы анықтаңыз.

Биопрепарат	Тәжірибе нөмірі									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N/10 жүрек лизаты	0,46	0,48	0,45	0,49	0,47	0,50	0,44	0,48	0,46	0,43
10N бұлшықет экстракты	0,47	0,46	0,48	0,50	0,51	0,48	0,52	0,45	0,5	0,49
Бақылау	0,55	0,58	0,60	0,62	0,61	0,57	0,60	0,59	0,58	0,56

2. Сүтқоректілердің дене салмағы мен жеке ағзаларының салмақтарын биопрепараттармен өңдеу жолымен өзгерту бойынша тәжірибелер жүргізілді. Тәжірибенің әр сериясында 10 тышқаннан болды. Салмақтары 16-18 г болатын жас тышқандар қолданылды. Әрбір тәжірибе 56 немесе 86 күнге созылды. Тышқандарды сойғаннан кейін тәжірибелер нәтижесінде, биопрепараттардың әсерінен жалпы салмақтың және жеке ағзалар салмақтарының өзгеруі анықталды. Тәжірибелер нәтижелері төменде келтірілген кестелерге енгізілген.

№1. Ақ тышқандарды биопрепараттармен өңдегеннен кейінгі жалпы салмақтың өзгеруі (жалпы салмақтың граммен өсуі):

Биопрепарат	Тәжірибе нөмірі									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N бауыр лизаты	3,83	3,55	3,61	3,75	3,52	3,43	3,24	3,66	3,37	3,94
N/10 көкбауыр лизаты	3,02	3,30	3,09	3,12	3,25	2,92	3,20	2,82	3,36	3,52
10N ми экстракты	3,32	3,33	3,16	3,40	3,62	3,73	3,03	3,22	3,47	3,52

Тәжірибе ұзақтығы 56 күн.

№2. Ақ тышқандарды биопрепараттармен өндегеннен кейінгі жеке мүшелердің салмағының өзгеруі. Мүшенің салмағының жануардың жалпы дене салмағына қатынасы өлшенді(%).

Бауыр

Биопрепарат	Тәжірибе нөмірі									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№/ 10 бауыр экстракты	6,06	6,27	6,15	6,32	6,11	5,92	6,18	6,41	6,22	6,01
№ 10 мизаты	5,85	5,94	6,03	5,71	6,20	5,91	6,13	6,98	6,07	5,81
№/100 мизаты	6,15	6,27	6,09	6,35	6,20	6,45	6,31	5,95	6,21	6,05

Тәжірибе ұзақтығы 56 күн.

Ми

Биопрепарат	Тәжірибе нөмірі									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N/ 10 бауыр экстракты	1,66	1,68	1,72	1,69	1,71	1,64	1,70	1,68	1,69	1,67
N 10 бауыр экстракты	1,68	1,69	1,66	1,70	1,65	1,70	1,73	1,67	1,68	1,69
10 N бұлшықет экстракты	1,55	1,57	1,56	1,58	1,53	1,61	1,61	1,58	1,59	1,57
N/10 жүрек лизаты	1,59	1,65	1,62	1,57	1,60	1,64	1,60	1,63	1,62	1,61



Тәжірибе ұзақтығы 86 күн.

Жүрек

Биопрепарат	Тәжірибе нөмірі									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N/ 100 жүрек лизаты	0,48	0,49	0,48	0,49	0,50	0,47	0,49	0,50	0,51	0,48
N/10 жүрек лизаты	0,49	0,50	0,49	0,50	0,49	0,50	0,51	0,53	0,51	0,48
N/100 көкбауыр лизаты	0,46	0,48	0,48	0,49	0,50	0,52	0,50	0,48	0,50	0,49
10 N көкбауыр лизаты	0,47	0,49	0,49	0,50	0,50	0,51	-0,52	-0,49	0,54	0,50

Тәжірибе ұзақтығы 56 күн.

Әр кесте үшін ақ тышқандардың салмағының немесе жеке мүшелері салмақтарының өзгеруіне биопрепараттардың ықпалын, мәнділік деңгейлері  $\alpha=0,01$  және  $\alpha=0,05$  деп алып салыстырмалы дисперсиялық талдау жүргізіңіз.

3. Елдің әр түрлі аудандарындағы ауру-сырқаулық жөнінде деректер алынған:

	Ауыл	Қала шеті	Кіші қалалар	Орта қалалар	Ірі қалалар
Туберкулез	4,9	8,9	6,8	8,4	11,2
Басқа аурулар	21,9	20,7	21,7	20,4	20

Аймақ факторының тұрғындар ауруына ықпалын зерттеу қажет.

4. Бұршақ өсімдігі жапырағында тәуліктің әртүрлі уақытындағы хлорофилл құрамы(мг/дм<sup>2</sup>) жөнінде төмендегідей деректер алынған:

Тәулік сағаты	Хлорофин құрамы, мг/дм <sup>2</sup>			
	1	2	3	4
15	3,06	2,88	2,83	2,41
18	3,20	2,97	2,50	3,03
21	1,82	1,73	1,33	2,25
24	1,67	1,26	1,52	1,36
6	2,76	1,26	1,46	1,32

Тәулік уақыты хлорофилл құрамына ықпал ете ме?

5. Әр түрлі текті үй қояндарының эмбриондарының даму ұзақтығы (күндермен) зерттелді:

Тектері	Эмбриондардың даму ұзақтығы				
Альбиностар	30	36	35	31	33
Шиншилла	31	32	30	30	30
Голландықтар	30	29	30	30	31
Поляктар	30	31	30	29	29

Тектілік үй қояндары эмбриондарының даму ұзақтығына ықпал ете ме?

6. Metallургиялық зауыт жұмысшыларының конъюнктивитпен аурушылдығына (уақытша еңбекке жарамсыздығымен) цехтағы жұмыс орны жағдайының ықпалы зерттелді.

Аурушылдық	Зауыттар	Цехтар		
		Домендік	Мартендік	Прокаттық
Аурушылдықтың көрсеткіштері(%)	1	4,4	8,6	7,1
	2	5,3	11,9	10,5
	3	3,1	6,2	7,2
	4	3,8	15,3	8,4

Жұмыс орны жағдайы конъюнктивитпен аурушылдық деңгейіне ықпал ете ме?

7. Metallургиялық зауыт жұмысшыларының жедел созылмалы гастрит аурушылдығына (уақытша еңбекке жарамсыздығымен) цехтағы жұмыс жағдайының ықпалы зерттелді.

Аурушылдық	Зауыттар	Цехтар		
		Домендік	Мартендік	Прокаттық
Аурушылдықтың көрсеткіштері (%)	1	23,4	26,4	43,1
	2	13,8	45,5	48,5
	3	26,9	35,6	21,9
	4	21,5	29,6	38,1

Жұмыс орны жағдайы металлургиялық зауыт жұмысшыларының жедел созылмалы гастрит аурушылдығына ықпал ете ме?

8. Рентгенмен сәулелену кезіндегі тышқандардың ұрықтылығы жөнінде деректер бар.

Топ	Жеке ұрғашы тышқандардың балаларының саны			
Бақылау	10	12	11	10
100р доза	8	10	7	9
200р доза	7	9	6	4

Сәулелену тышқандардың ұрықтылығына ықпал ете ме?

9. Төменде кестеде келтірілген тәжірибе нәтижелері бойынша  $\beta$  блокатордың жүректің жиырылу жиілігіне (минутына/соққы) ықпалының тиімділігін тексеру қажет.

Сынау нөмірлері	$\beta$ -блокатордың деңгейлері (тәуліктік доза, мг)			
	$A_1=15$	$A_2=60$	$A_3=120$	$A_4=180$
1	100	85	65	55
2	90	80	70	60
3	95	80	75	55
4	105	75	65	65

$\beta$ -блокатордың ықпалының жүректің жиырылу жиілігіне тиімділігі шынайы ма?

### Дисперсиялық талдау

**Дисперсиялық талдау** – бұл екіден артық топтардың орта мәндерін салыстыру үшін, яғни бірнеше тәуелсіз топтардың бір бас жиынтыққа жататындығын немесе жатпайтындығын анықтау үшін қолданылатын талдау әдісі.

Орта мәндердің арасындағы айырмашылықтарды анықтау үшін дисперсиялар қолданылады.

Дисперсиялық талдау деп таңдама дисперсияларды салыстыру арқылы екі немесе бірнеше таңдамаларды зерттеуге арналған статистикалық әдістер тобын айтады.

**Дисперсиялық талдау міндеттері:** белгіленген немесе кездейсоқ болулары мүмкін бірнеше деңгейлермен сипатталатын факторлардың ықпалын зерттеу.

Мысалы, А факторы – үш деңгейден тұратын аурудың ауырлығы: жеңіл, орта, ауыр.

**Фактор** - соңғы нәтижеге әсер ететін нәрсе.

**Фактордың деңгейі** - фактордың нақты жүзеге асуын.

**Жауап** - өлшенетін белгінің мәні.

Дисперсиялық талдау бірнеше деңгейлермен сипатталатын факторлардың ықпалын оқып үйрену үшін қолданылады.

Айталық,  $X_1, X_2, \dots, X_k$  - бас жиынтықтары бар болсын.

1. Барлығы қалыпты таралған;
2. Барлық бас жиынтықтардың дисперсиялары бірдей.

Берілген  $\alpha$  мәнділік деңгейі бойынша орта мәндердің теңдігі жөніндегі нөлдік жорамалды тексеру керек:

$$H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \dots = \bar{x}_k$$

Басқаша айтқанда, алынған  $k$  таңдама орта мәндердің айырмашылықтарының мәнділігін айқындау қажет.

Алайда, бас жиынтықтардың әрқайсысына бір немесе бірнеше сапалық факторлар ықпал етеді және олар орта мәндерді өзгертулері мүмкін.

**Дисперсиялық талдаудың негізгі идеясы:**

Таңдама дисперсияны екі компонентке бөлу:

- ✓ Факторлық дисперсия,
- ✓ Қалдық дисперсия.

Жалпы ортаға қарасты, топтардың орта мәндерінің шашырауын сипаттайтын факторлық дисперсияны *топаралық дисперсия* деп атайды.

Топтардың түзетілген таңдама дисперсиялары үшін орта арифметикалық мән болып табылатын қалдық дисперсияны *топшілік дисперсия* деп атайды.

23

### Бірфакторлық дисперсиялық талдау

Дисперсиялық талдауды жүргізу әдісі:

1. Нөлдік және балама жорамалдарды құрамыз:

$H_0$ : топтық бас орта мәндер тең, және таңдама орталар арасындағы айырмашылықтар кездейсоқ, фактор оларға ықпал етпейді.

$H_1$ : таңдама орталар арасындағы айырмашылықтар кездейсоқ емес және оларға фактор ықпал етеді.

2.  $\alpha$  мәнділік деңгейі беріледі (мысалы,  $\alpha=0,05$  немесе  $\alpha=0,01$ ).

3. Есептеледі  $MS_{\text{факт}}$  және  $MS_{\text{қалд}}$

Егер  $MS_{\text{факт}} \leq MS_{\text{қалд}}$ , онда нөлдік жорамал қабылданады.

Егер  $MS_{\text{факт}} > MS_{\text{қалд}}$ , онда  $F = \frac{MS_{\text{факт}}}{MS_{\text{қалд}}}$  Фишер статистикасы есептеледі.

4.  $F_{\text{тэж}}$  есептегеннен кейін,  $F_{\text{сыни}}$  кесте бойынша Фишер таралуының сыни мәндерін табады. Ол  $k-1$  және  $k(t-1)$  еркіндік дәрежелерінің сандарына сәйкес келуі керек.

5.  $F_{\text{тэж}}$  және  $F_{\text{сыни}}$  салыстырылады.

Егер  $F_{\text{тэж}} < F_{\text{сыни}}$ , онда берілген мәнділік деңгейінде  $H_0$  нөлдік жорамалы қабылданады және фактор орта мәнге ықпал етпейді деген қорытынды жасалынады.

Егер  $F_{\text{тэж}} > F_{\text{сыни}}$ , онда нөлдік жорамал жоққа шығарылады және фактор ықпалы маңызды деп танылады.

**Дисперсиялық талдау кестесі:**

Вариациялар, дисперсиялар	Квадраттарының қосындысы (ауытқулар)	Еркіндік дәрежелерінің саны	Орта квадрат MS	$F_{\text{үйсе}}$	$F_{\text{үйе}}$
Топаралық (фактор А)	$SS_{\text{оәө}}$	$k-1$	$MS_{\text{оәө}}$	$F = \frac{MS_{\text{оәө}}}{MS_{\text{әәә}}}$	$F_{\text{үйе}}$

Топішілік (қалдық)	$SS_{\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}}$	$k(r-1)$	$MS_{\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}}$		
Жалпы	$SS_{\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}}$	$kr-1$	$MS_{\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}}$		

Сыныулар номері	Фактор деңгейі			
	$A_1$	$A_2$	...	$A_k$
1	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1k}$
2	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2k}$
...		...	...	
$n_j$	$x_{n_j 1}$	$x_{n_j 2}$	...	$x_{n_j k}$
Топталған орта мән	$\bar{x}_{mon1}$	$\bar{x}_{mon2}$	...	$\bar{x}_{monk}$
Жалпы орта мән	$\bar{x}$			

Фактордың әр деңгейі бойынша элементтердің таңдама топтық орта мәндері:

$$\bar{x}_{monj} = \frac{1}{n_j} (x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{n_j j})$$

Ауытқулардың квадраттарының жалпы қосындысы:

$$SS_{\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^r (x_{ij} - \bar{x})^2 \quad \text{немесе} \quad SS_{\text{жалпы}} = R - \frac{T^2}{n}, \quad \text{мұндағы} \quad R = \sum_{j=1}^k R_j, \quad R_j = \sum_{i=1}^r x_{ij}^2$$

$$T = \sum_{j=1}^k T_j = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^r x_{ij}$$

24 Ауытқулардың квадраттарының факторлық қосындысы:

$$SS_{\text{факт}} = r \sum_{j=1}^k (\bar{x}_{monj} - \bar{x})^2 \quad \text{немесе} \quad SS_{\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}} = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^k T_j^2 - \frac{T^2}{n}$$

Ауытқулардың квадраттарының қалдық қосындысы:

$$SS_{\text{қалд}} = \sum_{i=1}^r (x_{i1} - \bar{x}_{mon1})^2 + \sum_{i=1}^r (x_{i2} - \bar{x}_{mon2})^2 + \dots + \sum_{i=1}^r (x_{ik} - \bar{x}_{monk})^2 \quad \text{мәндердің шашырау дәрежесін}$$

сипаттайды.

$$SS_{\text{қалд}} = SS_{\text{жалпы}} - SS_{\text{факт}}$$

$$MS_{\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}} = \frac{SS_{\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}}}{n-1} \quad \text{- жалпы дисперсия}$$

$$MS_{\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}} = \frac{SS_{\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}}}{k-1} \quad \text{- факторлық дисперсия}$$

$$MS_{\text{қалд}} = \frac{SS_{\text{қалд}}}{k(r-1)} \quad \text{- қалдық дисперсия}$$

**Мысал:** Темекі шегудің тыныс алу жолдары ауруларына ықпалы.

Белгілі бір жас шамасы категориясындағы үлкейген тұрғындар арасында екі жыл ішінде тыныс алу жолдары ауруына ұшыраған адамдардың саны белгіленді. Зерттеу мақсаты темекі шегудің тыныс алу мүшелері ауруларына ықпалын статистикалық дәлелдеу. Әрқайсысы 4 адамнан тұратын 3 топ кездейсоқ таңдалынып алынды, олардың: I топ-темекі шекпейтіндер; II- темекі шегу стажы 5 жылға дейін, III- темекі шегу стажы 5 жылдан көп.

Зерттелетін фактор А: темекі шегу.

Фактор деңгейлері:  $A_1 A_2 A_3$  – темекі шегу стажы.

Темекі шегу факторына жауап – тыныс алу жолдары ауруларының саны.

Сыныулар номері	Фактор деңгейі		
	$A_1$	$A_2$	$A_3$
1	1	3	3



2	0	2	4
3	1	2	5
4	2	1	3

1. Жорамалдарды ұйғарамыз:

$H_0$ - топтық бас орта мәндер тең, және таңдама орталар арасындағы айырмашылықтар кездейсоқ, фактор оларға ықпал етпейді, темекі шегу тыныс алу мүшелері ауруларына ықпал етпейді.

$H_1$  - таңдама орталар арасындағы айырмашылықтар кездейсоқ емес және оларға фактор ықпал етеді, темекі шегу тыныс алу мүшелері ауруларына маңызды ықпал етеді.

2.  $\alpha=0,05$

3.  $k=3$   $r=4$   $n=12$

25

1 әдіс	2 әдіс
$T_1=1+0+1+2=4$ $T_2=3+2+2+1=8$ $T_3=3+4+5+3=15$ $T = \sum_{j=1}^k T_j = T_1 + T_2 + T_3 =$ $=4+8+15=27$ $\sum_{j=1}^k T_j^2 = T_1^2 + T_2^2 + T_3^2 =$ $=4^2+8^2+15^2=305$ $R_1=1^2+0^2+1^2+2^2=6$ $R_2=3^2+2^2+2^2+1^2=18$ $R_3=3^2+4^2+5^2+3^2=59$ $R=6+18+59=83$ Онда $SS_{жсалты} = R - \frac{T^2}{n}$ $SS_{жсалты} = 83 - \frac{27^2}{12} = 22,25$ $SS_{байб} = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^k T_j^2 - \frac{T^2}{n}$ $SS_{факт} = \frac{1}{4} 305 - \frac{27^2}{12} = 15,5$ $SS_{калд} = SS_{жсалты} - SS_{факт}$ $SS_{калд} = 22,25 - 15,5 = 6,75$	$\bar{x}_{мон1} = \frac{1+0+1+2}{4} = 1$ $\bar{x}_{мон2} = \frac{3+2+2+1}{4} = 2$ $\bar{x}_{мон3} = \frac{3+4+5+3}{4} = 3,75$ $\bar{x} = \frac{1}{12} (1 \cdot 3 + 0 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 4 + 5) = 2,25$ $SS_{жсалты} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^r (x_{ij} - \bar{x})^2$ $SS_{жсалты} = (1 - 2,25)^2 \cdot 3 + (0 - 2,25)^2 + (2 - 2,25)^2 \cdot 3 +$ $+ (3 - 2,25)^2 \cdot 3 + (4 - 2,25)^2 + (5 - 2,25)^2 = 22,25$ $SS_{факт} = r \sum_{j=1}^k (\bar{x}_{монj} - \bar{x})^2$ $SS_{факт} = 4((1 - 2,25)^2 + (2 - 2,25)^2 + (3,75 - 2,25)^2) = 15,5$ $SS_{калд} = \sum_{i=1}^r (x_{i1} - \bar{x}_{мон1})^2 + \sum_{i=1}^r (x_{i2} - \bar{x}_{мон2})^2 + \dots + \sum_{i=1}^r (x_{ik} - \bar{x}_{монk})^2$ $SS_{калд} = (1 - 1)^2 \cdot 2 + (0 - 1)^2 + (2 - 1)^2 +$ $+ (2 - 2)^2 \cdot 2 + (1 - 2)^2 + (3 - 2)^2 +$ $+ (3 - 3,75)^2 \cdot 2 + (4 - 3,75)^2 + (5 - 3,75)^2 = 6,75$

$$MS_{факт} = \frac{SS_{факт}}{k-1} = \frac{15,5}{3-1} = 7,75$$

$$MS_{калд} = \frac{SS_{калд}}{k(r-1)} = \frac{6,75}{3(4-1)} = 0,75$$

$$F = \frac{MS_{факт}}{MS_{калд}} = \frac{7,75}{0,75} \approx 10,33 \quad F_{сыни} (0,05; 2; 9) = 4,26$$

$F_{бакылау} > F_{сыни}$  , яғни нольдік болжам жоққа шығарылады.

**Қорытынды:** темекі шегу тыныс алу мүшелері ауруларына маңызды ықпал етеді.

Вариациялар,	Квадратта-	Еркіндік	Орта	$F_{\acute{o}y\acute{c}e}$	$F_{\grave{n}ii\acute{e}}$
--------------	------------	----------	------	----------------------------	----------------------------

дисперсиялар	рының қосындысы (ауытқулар)	дәрежелерінің саны	квадрат MS		
Топаралық (фактор А)	$SS_{\text{фактор}} = 15,5$	$k-1=2$	$MS_{\text{фактор}} = 7,75$	$F = \frac{MS_{\text{фактор}}}{MS_{\text{қалдық}}}$ $\frac{7,75}{0,75} \approx 10,33$	$F_{\text{сыни}}(0,05;2;9) = 4,2$ $F_{\text{сыни}}(0,01;2;9) = 8,0$
Топішілік (қалдық)	$SS_{\text{қалдық}} = 6,75$	$k(r-1)= 9$	$MS_{\text{қалдық}} = 0,75$		
Жалпы	$SS_{\text{жалпы}} = 22,25$	$k(r-1)=11$	$MS_{\text{жалпы}}$		

**Тапсырма.** Бірфакторлы дисперсиялық талдау жасау. Зерттелетін фактор әсерінің күшін бағалау. Қорытындылар жасау.

Әр түрлі текті үй қояндарының эмбриондарының даму ұзақтығы (күндермен) зерттелді:

Тектері	Альбиностар	Шиншилла	Голландықтар	Поляктар
Эмбриондардың даму ұзақтығы	30	31	30	30
	36	32	29	31
	35	30	30	30
	31	30	30	29
	33	30	31	29

26 Тектілік үй қояндары эмбриондарының даму ұзақтығына ықпал ете ме?

### Өміршеңдікті талдау

Өміршеңдікті талдау әдістерінің ерекшелігі - олар толық емес деректерге қолданылады.

Толық емес ақпараттардан тұратын бақылау цензурирленген бақылау деп аталады.

Талдау барысында цензурирленген деректерді қолдану, қарастырылып отырған әдістердің ерекшелігін анықтайды.

*Цензурирлеу* термині алғаш рет 1949 ж. қолданылған.

Бұл әдістерде –өмір уақыты, өміршеңдік функциясы, өмір уақытының кестесі, өміршеңдік қисығы, Каплан-Мейер процедурасы сияқты ұғымдар қолданылады.

#### Цензурирленген бақылау

**Өмір уақыты** – бұл қандай да бір оқиға пайда болғанға дейінгі уақыт.

*Оқиға:* ауру симптомының дамуы, ауру ағзаның емге реакциясы, аурудың қайталануы (рецидив) немесе өлім.

*Өмір уақыты:* аурудың дамуына дейінгі уақыт, емнің басталуы мен оған реакция болғанға дейінгі уақыт, ремиссия (денсаулықтың жақсара бастауы мен рецидивке дейінгі) уақыты, өлімге дейінгі уақыт.

*Зерттеушілер тәжірибенің ұзақтығын - 30 апта деп анықтаған.*

*Өміршеңдікті талдау үшін алынған деректер төмендегідей: 10, 15, 30+, 25, 30+, 19+.*

*Қосу таңбасы цензурирленген деректерді білдіреді.*

Цензурирленген деректер жоқ болса, онда зерттеу **толық** деп аталады.

**Өміршеңдік функциясы** – бұл нысанның бақылаудың басталу мезетінен бастап  $t$  дан үлкен уақыт өмір сүру ықтималдығы:

$$S(t) = P(T > t), \quad \text{немесе} \quad S(t) = 1 - P(T < t),$$

мұндағы  $P(T < t)$  –  $t$  уақытына дейін оқиғаның (апат болу) пайда болу ықтималдығы.

**$S(t)$  функциясының қасиеттері:**  $S(t) = 1$  егер  $t=0$ ;  $S(t) = 0$  егер  $t=\infty$ .

Өміршеңдіктің толық сипаттамасы – бұл өміршеңдік қисығы.

Жалпыланған көрсеткіші – өміршеңдік медианасы.

**Өміршеңдік медианасы** – бұл өміршеңдік 0,5 тен кіші болатын ең аз уақыт.

Егер зерттеу цензурирленген болса, онда бөлшектің алымы әркезде анықтала бермейді, және бұл формула қате нәтиже беруі мүмкін.

Мұндай жағдайда **Каплан-Мейердің мезеттік әдісі** қолданылады.

$$s(t) = \prod (1 - d_t/n_t)$$

мұндағы  $d_t$  –  $t$  мезетіндегі оқиғалар (қайтыс болғандар) саны,  $n_t$  –  $t$  мезетіндегі бақыланғандар саны.  $\Pi$  (гректің бас әрпі «пи») — көбейту белгісі.

Өмір уақыты кестесін құрудың екі жолы:

- ✓ бірінші – **Каплер – Эдерер тәсілі** деректер құрамы үлкен болған жағдайда қолданылады,
- ✓ екінші – **Каплан – Мейер тәсілі** тексерушілер саны аз болған жағдайда қолданылады.

### Каплер – Эдерер тәсілі

Уақыт интервалдары	Бақыланатын нысандардың интервалдың басындағы саны	Уақыттың осы интервалында болған оқиғалар саны	Уақыттың осы интервалында шығып қалушылар саны	Интервалда оқиғаның пайда болу үлесі	Интервалдағы тірі қалғандар үлесі	Тірі қалғандардың кумулятивтік үлесі
i	$n_i$	$d_i$	$w_i$	$q_i$	$p_i=1-q_i$	$S_i = p_i p_{i-1} \dots p_1$

27

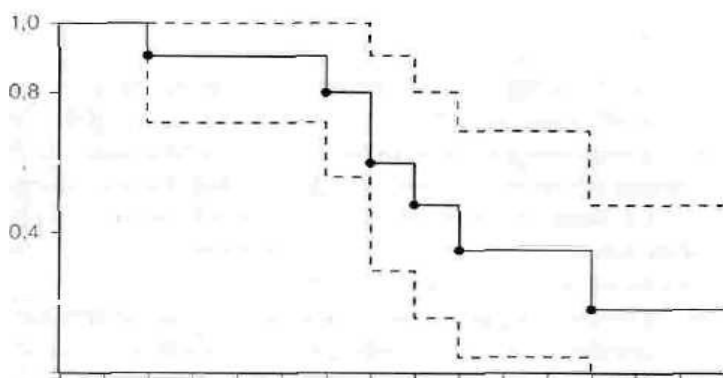
### Каплан – Мейер тәсілі

Уақыт мезеті	Уақыт мезетінде бақыланған нысандар саны	Уақыт мезетінде болып өткен оқиғалар саны	Уақыт мезетінде қатардан шығып қалғандар саны	Оқиғаның пайда болу үлесі	Тірі қалғандар үлесі	Тірі қалғандардың кумулятивтік үлесі
i	$n_i$	$d_i$	$w_i$	$q_i$	$p_i=1-q_i$	$S_i = p_i p_{i-1} \dots p_1$

### Өміршеңдіктің стандарттық қатесі

$$SE(\bar{S}_i) = S_i \sqrt{\sum \left( \frac{q_t}{n_t - d_t - \frac{1}{2}w_t} \right)}$$

$$\bar{S}(t) - z_\alpha \cdot SE(\bar{S}(t)) < S(t) < \bar{S}(t) + z_\alpha \cdot SE(\bar{S}(t)) \quad - \text{ сенімділік интервалы}$$



**Мысал.**

уақыт	12	15	16+	21	22+	24	26	28+	30	30+
Өлгендер немесе шығып	1	2	1	1	2	1	1	3	1	10

$$n=1+2+1+1+2+1+1+3+1+10=23$$

$t_i$	$n_i$	$d_i$	$q_i=d_i/n_i$	$p_i=1-q_i$	$S_i = \prod p_i$	SE	$z_\alpha SE$	$S_i - z_\alpha SE$	$S_i + z_\alpha SE$
12	23	1	$1/23=0.04$	$1-0.04=0.96$	0.96	0.04	0.08	$0.96-0.08=0.88$	$0.96+0.08=1.04 \approx 1$
15	22	2	0.09	0.91	$0.96*0.91=0.87$	0.07	0.14	$0.87-0.14=0.73$	$0.87+0.14=1.01 \approx 1$
21	19	1	0.05	0.95	$0.96*0.91*0.95=0.82$	0.08	0.16	$0.82-0.16=0.66$	$0.82+0.16=0.98$
24	16	1	0.06	0.94	0.77	0.09	0.18	0.59	0.95
26	15	1	0.07	0.93	0.72	0.098	0.19	0.53	0.91
30	11	1	0.09	0.91	0.66	0.109	0.21	0.45	0.87

28

$$SE = S_i \sqrt{\sum \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}}, \quad z_\alpha = 1.96$$

$$t=12 \rightarrow SE = S_i \sqrt{\sum \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}} = 0.96 \sqrt{\frac{1}{23(23-1)}} \approx 0.04, \quad z_\alpha SE = 1.96 * 0.04 \approx 0.08,$$

$$t=15 \rightarrow SE = S_i \sqrt{\sum \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}} = 0.87 \sqrt{\frac{1}{23(23-1)} + \frac{2}{22(22-2)}} \approx 0.07, \quad z_\alpha SE = 1.96 * 0.07 \approx 0.14,$$

$$t=21 \rightarrow$$

$$SE = S_i \sqrt{\sum \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}} = 0.82 \sqrt{\frac{1}{23(23-1)} + \frac{2}{22(22-2)} + \frac{1}{19(19-1)}} \approx 0.08, \quad z_\alpha SE = 1.96 * 0.08 \approx 0.16,$$

$$t=24 \rightarrow SE = S_i \sqrt{\sum \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}} = 0.77 \sqrt{\frac{1}{23(23-1)} + \frac{2}{22(22-2)} + \frac{1}{19(19-1)} + \frac{1}{16(16-1)}} \approx 0.09,$$

$$z_\alpha SE = 1.96 * 0.09 \approx 0.18,$$

$$t=26 \rightarrow$$

$$SE = S_i \sqrt{\sum \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}} = 0.72 \sqrt{\frac{1}{23(23-1)} + \frac{2}{22(22-2)} + \frac{1}{19(19-1)} + \frac{1}{16(16-1)} + \frac{1}{15(15-1)}} \approx 0.098,$$

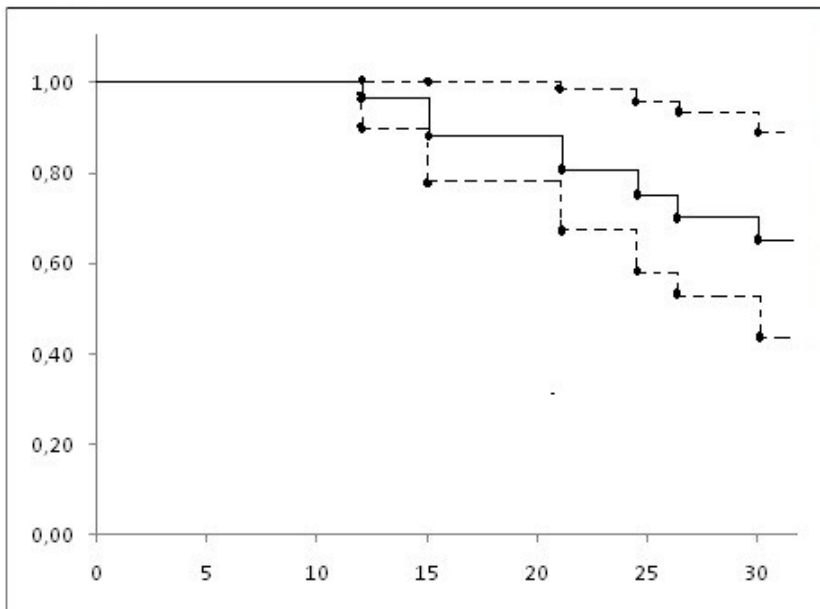
$$z_\alpha SE = 1.96 * 0.098 \approx 0.19,$$

$$t=30 \rightarrow$$

$$SE = S_i \sqrt{\sum \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}} =$$

$$= 0.66 \sqrt{\frac{1}{23(23-1)} + \frac{2}{22(22-2)} + \frac{1}{19(19-1)} + \frac{1}{16(16-1)} + \frac{1}{15(15-1)} + \frac{1}{11(11-1)}} \approx 0.109,$$

$$z_{\alpha} SE = 1.96 * 0.109 \approx 0.21.$$



29

**Тансырма.** Қарт адамдарды амбулаторлық емдеу стационарлық емдеуге қарағанда арзан. Алайда амбулаторлық бақылау госпитальдауды қажет ететін адамдарды жеткілікті айқындауға мүмкіндік бере ме? Қарт адамдың жалпы жағдайын бағалау үшін күнделікті үй жұмысының шкаласы деп аталатын ұғым енгізілген. Осы шкаланың болжамдық бағасын білу үшін жас мөлшерлері шамамен бірдей адамдарға зерттеу жүргізілген. Орта жасы 78,4 жыл, стандартты ауытқу 7,2 жыл. 4 жылдық бақылаудан кейін төмендегідей нәтижелер алынды:

Уақыт, ай	6	12	18	24	26+	28	32	34+	36	38+	42	46+	47	48	48+
Өлгендер немесе шығып	2	2	4	1	1	4	4	2	4	3	3	2	3	2	23

Топтың өміршендігінің айырмашылығының статистикалық мәнділігін бағаландар. Өміршендік қисығын тұрғызыңыз және оның 95% сенім аралығын табыңыз.