

## ЗМІСТ

## ВСТУП \_\_\_\_\_ 2

1. Вивчення відсотків у шкільному курсі математики
  - 1.1.Короткий аналіз сучасного стану теми «відсотки» у шкільному курсі математики
  - 1.2.Історія виникнення терміну «відсоток»
  - 1.3.Вивчення відсотків у молодших класах
    - 1.3.1. «Математика 5 клас» (під редакцією М. Я. Віленкін, А. З. Чесноков, та інші.)
    - 1.3.2. " Математика 5 клас "(під редакцією Л. М. Шеврин, А. Р. Гейн, В.О.Коряков, інші.)
    - 1.3.3. Запровадження відсотків
    - 1.3.4. Знаходження кількох відсотків від кількості
    - 1.3.5. Знаходження числа за його відсотком
    - 1.3.6. Знаходження відсоткового співвідношення
    - 1.3.7. Завдання на відсотки для молодших класів
  - 1.4.Вивчення відсотків у старшій школі
    - 1.4.1. Завдання на відсотки для старшої школи
2. Задачі на відсотки як елементи фінансової математики
  - 2.1.Суть простих відсотків та принципи їх використання у банківській справі
  - 2.2.Суть складних відсотків та принципи їх використання у банківській справі
    - 2.2.1. Рекурсивний розрахунок складних відсотків
  - 2.3.Практичне використання неперервних відсотків, неперервне дисконтування. Задачі на знаходження еквівалентних відсоткових ставок

## ВИСНОВКИ

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

## ДОДАТОК А

## ДОДАТОК Б

## ВСТУП

В даний час приділяється велика увага шкільній освіті як першого ступеня освітнього процесу. Одна з найважливіших його завдань - забезпечити учням глибокі та міцні знання, а також уміння раціонально застосовувати їх у навчальній і практичній діяльності.

Велике практичне значення має вміння розв'язувати задачі на відсотки, тому що поняття відсотка широко використовується як в реальному житті, так і в різних галузях науки.

У шкільному курсі ця тема вивчається в V - VI класі, але в силу вікових особливостей школярів не може бути повністю освоєна. Далі цьому питанню не приділяється значної уваги. Задачі на відсотки стають прерогативою хімії, яка впроваджує свій погляд на відсотки, а в математиці їх місце тільки в межах завдань на повторення і завдань підвищеної складності. Таким чином, учнями забуваються проблеми універсальності відсотків і різноманітності сфер їх застосування. У зв'язку з цим є актуальним питання про те, щоб задачі на відсотки зайняли гідне місце в VII - IX класах. У цей період школярі вивчають різні види рівнянь і їх систем, закріплення яких ведеться на текстових завданнях, а присутність відсотків у змісті текстових завдань дає можливість зв'язати абстрактні математичні поняття з реальним життям.

**Актуальність теми.** На сучасному етапі розвитку суспільства вже неможливо уявити процес наукового пізнання в цілому та економіки зокрема без застосування математичного апарата. Проникнення математики в економічну науку пов'язано з подоланням значних труднощів, оскільки економічним явищам і процесам притаманні масовість, динамічність та стохастичність. Особливості стохастичних систем ускладнюють не тільки побудову математичних моделей, але й перевірку їх адекватності, істинності отриманих результатів. В епоху розквіту всеможливих фінансових інструментів не лише бізнесмени та економісти, але і просто освічені

громадяни повинні мати можливість у популярній формі ознайомитися з азами техніки порівняння вигод та втрат від комерційних та фінансових операцій.

Сьогодні інтерес до фінансової діяльності відчутно виріс, однак культура фінансових розрахунків ще не висока. Візьмемо до уваги, що до останнього часу нашим суспільством практично не використовувалися цінні папери, векселя та інші фінансові атрибути; існує слабе уявлення про визначення їх ринкової вартості. До цього часу основна маса населення недостатньо інформована про різні форми отримання та використання відсоткових грошей.

Не викликає сумнівів той факт, що в основі благополучного існування і розвитку макроекономічних і мікроекономічних об'єктів лежить математичний аналіз економічних моделей, таких об'єктів, що успішне прогнозування розвитку процесів в економіці може здійснюватися тільки на основі математичних законів.

Доцільним вбачається ознайомити учнів старших класів з основами фінансових розрахунків, які складають предмет фінансової математики.

**Мета роботи.** Вивчити та систематизувати основні поняття шкільного курсу теми «відсотки»

**Предмет дослідження.** Задачі на відсотки та основні задачі фінансової математики.

**Об'єкт дослідження.** Навчальний процес з алгебри у профільних класах.

**Задачі дослідження.**

1. Ознайомитися з науково-методичною літературою з предмету дослідження.
2. З'ясувати теоретичні основи фінансової математики, на прикладі основ фінансового числення.
3. Систематизувати теоретичний матеріал з теорії відсотків та способів їх нарахування у фінансовій математиці.

**Методи дослідження.** Теоретичні – системний аналіз фінансово-математичної, психолого-педагогічної і навчально-методичної літератури з

проблеми дослідження, моделювання педагогічних процесів.

Емпіричні – спостереження, бесіди з вчителями і викладачами, вивчення і узагальнення досвіду шкіл та вищих навчальних закладів щодо запровадження та реалізації розширеного курсу вивчення «відсотків» у школах.

## **Глава 1. Вивчення відсотків у шкільному курсі математики.**

### **1.1 Короткий аналіз сучасного стану теми «відсотки» у шкільному курсі математики.**

Тему «відсотки» не можна зарахувати до легко засвоюваних. Її традиційне вивчення зосереджене у суворих часових межах курсу V – XI класів, яке дозволяє розширити спектр практичних додатків і повноцінно враховувати вікові можливості які у формуванні низки практичних умінь регулярно працюють з відсотками. Покажемо, як вивчати цей матеріал у навчальних комплектах з математики для V –VI класів під редакцією Г.В. Дорофєєва і І.Ф. Шаригина й у VII – IX класів по редакцією Г.В. Дорофєєва.

Тема розгортається спіраллю і вивчається у кілька підходів з VI по IX клас включно. При кожному підході учні повертаються до відсотків на новий рівень, їх знання поповнюються, додаються нові типи завдань і прийоми рішення. Таке багаторазове звернення до поняття призводить до того, що поступово воно засвоюється міцно і осмислено.

Інтерес значною мірою підтримується ще й змістом завдань, фабули які наближені до сучасної тематики і до життєвого досвіду дітей. Це служить достатньо сильним мотивом для вирішення запропонованих завдань.

Запровадження відсотків спирається на предметно практичну діяльність школярів, на геометричну наочність і геометричне моделювання. З початку освоєння поняття учні виконують багато завдань, у яких потрібно

заштрихувати, зафарбувати, накреслити, вирізати частини постаті. Широко використовуються малюнки і креслення, які допомагають дати раду завданню, можна побачити шлях розв'язання.

Як у решті розділів курсу, при викладі цієї теми реалізовано широку змогу диференційованого навчання учнів. Завдання піддаються широтою діапазону складності – від найпростіших, базових, до досить важких. Учитель може підібрати матеріал, який відповідає можливостям учнів.

Вперше про відсотки учні дізнаються у V класі. Там відсотки розглядаються двічі: на початку учбового року, тобто вивчення десяткових дробів, потім у середині учбового року після вивчення десяткових дробів.

« Що таке відсоток » - це тема досліджуваної лінії. Основна мета цього етапу – сформувати розуміння відсотка як спеціального мовлення частки величини, виробити вміння висловлювати відсоток відповідно звичайним дробом.

Не треба поспішати розпочинати розв'язання завдань по знаходженню відсотка від деякої величини. Треба дати учням можливість звикнути до запровадженого поняття, освоїти фактично іншу термінологію.

25 % величини – це  $\frac{1}{4}$  цієї величини;  
половина деякої величини – це її 50 %;  
30 % величини утричі більше, ніж її 10 %.

Діти порівнюють частки величини, задані у різний спосіб:  
 $\frac{1}{3}$  більше, ніж 25 %;

$\frac{7}{12}$  деякою величини більше 50 % цієї величини;  
23 % менше ніж чверть; вся величина - це 100 %. І т. буд.

Виробці навичок допомагає спеціальна робота зі спеціального матеріалу підбраному спеціально по підручнику. Запропонована серія практичних завдань сприяє засвоєнню учнями поняття відсотка.

Коли учні достатньо і осмислено володіють поняттям відсотка, маємо можливість перейти до завдань на знаходження відсотків від деякою

величини. Методично доцільно спочатку знаходити один відсоток величини, і потім – кілька відсотків цієї величини.

Приклад:

1. У магазині було 800 кг картоплі. Продали 60 % картоплі.

1. Скільки кілограмів картоплі продано?

2. Скільки відсотків усього картоплі залишилося серед магазині?

3. Скільки кілограмів картоплі залишилося серед магазині?

2. У касі заклади було 9000 крб. На оплату відрядних витратили 80 % цієї суми. Які питання можна поставити по завданню?

Спеціальна серія завдань, присвячена важкому питанню про збільшення на 200 %, 300 % тощо. Потрібно поступово підштовхувати учнів дорозуміння, що, наприклад, збільшення на 100 % - це те саме, що збільшення вдвічі тощо.

Другий підхід до вивчення відсотків пов'язують із десятковими дробами, тут пропонуються два спеціальних пункти. У пункті 1 учні навчаються знаходити відсоток величини множенням на десятковий дріб.

У пункті 2 центральним є завдання на визначення того, скільки відсотків одна величина становить іншої.

Одна із особливостей обчислювальної лінії курсу полягає у формуванні умінь виконувати примірku чи оцінку результату обчислення.

Третій підхід до вивчення відсотків віднесено до VII класу. З огляду на вікові можливості шестикласників та вже накопиченого ними досвіду роботи із відсотками.

У першій главі підручника виділено пункт «Рішення завдань на відсотки», у якому поміщений матеріал, дозволяє згадати дані з V класу, і просунуться у вирішенні завдань. Тепер розглядаються складніші в технічному ставлення завдання. Вони потребують досить міцного досвіду уявлення відсотків дробом і навпаки. Тому на початку теоретичної частини пункту розглядаються прийоми, з допомогою яких десятковий дріб перетворюється у відсотки, і навпаки; тут спеціально виділяється питання

«маленьких» і «великих» відсотків, як найбільш важке для засвоєння.

Приклад наведеної нижче завдання докладно радила докладно рби рішення.

Запропоновані у системі вправ завдання, зазвичай, допускають різні способи міркувань, і учні самостійно вибирають зручніший і зрозуміліший собі.

Крім завдань на знаходження відсотка від величини, розглядаються завдання на знаходження величини за відомим відсотком.

Зазначимо іще один методичний підхід, вживаний у вивченні відсотків. Першу главу укладає розділ у якому учні вкотре зустрічаються з завданнями на відсотки. Тут розглядаються вісім, якщо можна сказати, «класичних олімпіадних» завдань.

Уся методика навчання рішенням завдань, затверджена підручнику, дозволяє показати учням наочний спосіб розв'язання з допомогою малюнків ( хоча, звісно, ці завдання можна вирішити арифметично ).

Під час вивчення наступної глави «Відношення і пропорції» учні активно користуються досвідом роботи із відсотками.

У сплав входить мідь, олово і сурма щодо 4:15:6. Скільки відсотків сплаву становить кожен метал?

На облицювання під'їзду в домі пішло 18 днів. За скільки днів можна було здійснити цю роботу, якщо підвищити продуктивність на 20 %?

Принаймні оволодіння новим математичним апаратом щодо алгебри, учні освоюють стратегію рішення розрахункових завдань відсотки – з допомогою складання рівняння.

Завдання на «концентрацію», «сплави», «банківські розрахунки» - це хороші приклади практичних завдань, дозволяють продемонструвати, як формальні алгебраїчні знання застосовують у реальних життєвих ситуаціях. Завершується лінія відсоткових обчислень в IX класі темою «Прості та складні відсотки», включеної до вивчення глави «Арифметична і геометрична прогресії». Відомості про прості і складні відсотки є досить

сприятливим матеріалом до застосування знань, отриманих під час уроків математики.

## **1.2 Історія виникнення терміну «відсоток».**

У розділі шкільної програми 5-го класу добре було б розповісти учням історію виникнення відсотків, і навіть історію появи на світ знака відсотка.

Також необхідно учням пояснити, що таке – сота частина числа (наприклад, сота частина рубля це копійка) .

Отже, слово відсоток латинського слова *pro centum*, що саме означає «більше сотні» чи «зі ста». Ряд завдань клинописних табличок присвячений підрахунку відсотків, про те вавилонські лихварі вважали не «зі ста», а «з шістдесяти». Відсотки були особливо поширені у Давньому Римі. Римляни називали відсотками гроші, які платив боржник позикодавцю. Від римлян відсотки перейшли і до інших народів Європи.

Тривалий час під відсотками розуміли виключно прибуток або збиток на кожні сто рублів. Вони використовувалися лише у торгових оборотах і грошових угодах. Потім область їх застосування розширилася, відсотки зустрічаються у фінансових розрахунках, статистиці, науці й техніці. Нині відсоток – це приватний вид десяткових дробів, сота частка цілого (прийнятого за одиницю).

Знак % прийшов, як вважають, від італійського слова *cento* (сто), що у відсоткових розрахунках часто писалося скорочено *cto*. Звідси шляхом подальшого спрощення в скоропису літера *t* перетворилася на похилу риску (*/*), виник сучасний символ для позначення відсотка.

У підручнику Н.Я. Виленкіна, В.І. Жохова, О.С. Чеснокова і С.І. Шварцбурда «Математика, 5», яка вийшла у видавництві «Мнемозина» 1996 р. подається рубрика «Історія математики» (з. 337) дана ще одне досить



цікава версія виникнення знака %. Там, зокрема, говориться, що це знак стався внаслідок безглуздою помилки, досконалої складачем. У 1685 р. у Парижі опубліковано книга-руководство по комерційної арифметиці, де помилково складач замість сто надрукував %.

Взагалі, винахід математичних знаків і символів значно полегшило вивчення математики сприяло подальшому його розвитку.

Наведу приклади двох завдань історичного змісту, хто був складено до роботи на 5-му класі на тему «Відсотки».

Завдання 1. Один небагатий римлянин взяв у свої борг у позикодавця 50 сестерціїв. Заимодавець поставив вимогу: «Ти повернеш мені установлений термін 50 сестерціїв і ще 20% цієї суми». Скільки сестерціїв повинен віддати небагатий римлянин позикодавцю, повертаючи борг?

Відповідь: 60 сестерціїв.

Завдання 2 (складніша). Якийсь людина взяв у свої борг у лихваря 100 р. Між ними укладено угоду у тому, що боржник зобов'язаний повернути гроші за рік, доплативши ще 80% від суми боргу. Але крізь 6 місяців боржник вирішив повернути свій обов'язок. Скільки рублів він поверне лихвареві?

Відповідь: 140 крб.

### **1.3 Вивчення відсотків у молодших класах.**

1.3.1 " Математика 5 клас "(під редакцією М. Я. Віленкін, А. З. Чесноков, та інші.)

Соту частина рубля називають копійкою, соту частина метри - сантиметром, соту частина гектара - аром чи соткою. Прийнято називати соту частина величини чи числа відсотком. Отже гривні - на один відсоток від

однієї рубля, а один сантиметр - на один відсоток від однієї метри, один ар - на один відсоток гектара, дві сотих - на один відсоток від кількості два.

**Процентом** називають одну соту частину числа.

Для стислості слів « відсоток » після числа заміняють знаком %.

Пропозиція «На зліт направили 1,5% піонерів нашої школи » читають так: «На зліт направили півтора відсотка піонерів нашої школи », а пропозицію « Цього місяця завод перевиконав план на 8% » читають так: « Цього місяця завод перевиконав план на вісім відсотків ».

Оскільки 1% дорівнює сотій частини величини, то вся величина рівна 100%.

**Завдання №1:** Швейная фабрика випустила 1200 костюмів. У тому числі 32% костюми нового фасону. Скільки костюмів нового фасону випустила фабрика?

**Рішення:** Оскільки 1200 костюмів - це 100% випуску, те що знайти 1% випуску, треба 1200 розділити на 100. Одержимо, що  $1200:100=12$ , отже, 1% випуску дорівнює 12 костюмів. Щоб знайти, чому дорівнюють 32% випуску, треба помножити 12 на 32. Оскільки  $12*32=384$ , то фабрика випустила 384 костюма нового фасону.

**Завдання №2:** За контрольну роботу з математики 12 учнів отримали оцінку «5», що становить 30% всіх учнів. Скільки учнів у п'ятому класі?

**Рішення:** Спочатку дізнаємося, чому дорівнює 1% всіх учнів. І тому розділимо 12 на 30. Оскільки  $12:30=0,4$ , то 1% дорівнює 0,4. Щоб дізнатися, чому дорівнюють 100% треба помножити 0,4 на 100. Оскільки  $0,4*100=40$ , 40 учнів.

**Завдання №3:** З 1800 га колгоспного поля 558 га засаджено картоплею. Який відсоток поля засаджений картоплею?

**Рішення:** Картофелем засаджено 558 /1800 всього поля. Звернемо дріб 558/1800 в десяткову. Для це розділимо 558 на 1800. Одержимо 0,31. Отже, картоплею засаджена 31 сота всього поля. Кожна сота дорівнює 1% поля, тому картоплею засаджений 31% всього поля.

### 1.3.2. " Математика 5 клас "

(під редакцією Л. М. Шеврин, А. Р. Гейн, В.О. Коряков, інші.)

Сотая частина метри - це сантиметр, сота частина рубля – копійка, сота частина центнери - кілограм. Люди давно замети, що соті частки величин зручні в тактичної діяльності. Тому їм вигадали спеціальну назву – відсоток ( від латинського “по-центум” – на сто ). Отже гривні – на один відсоток від однієї рубля, а один сантиметр – на один відсоток від однієї метри.

**ОДИН ВІДСОТОК – ЦЕ ОДНА СОТАЯ ДОЛЯ ЧИСЛА.**

Математическими знаками на один відсоток записується так: 1%.  
Записи 2%, 4% читають: ( Два відсотка ), ( Чотири відсотки ).

Прочитайте пропозицію « До 15 квітня поорано 93% оранки »,

« Продуктивність праці підвищилася на виборах 4% »,

« Ціни знижено на 30% ».

Визначення один відсоток можна записати рівністю:

$$1\% = 0,01 * a$$

Кожен швидко уторопав, що 5%=0,05, 23%=0,23, 130%=1,3 тощо. буд.

Як знайти 1% від кількості? Якщо 1% це одна сота частина, треба число розділити на 100. Ми вже дійшли висновку, що розподіл на 100 усунути множенням на 0,01. Тому, щоб знайти 1% від цього числа, потрібно помножити його за 0,01. Якщо ж потрібно знайти 5% від кількості, то множимо дане число на 0,05 тощо.

Ось яке правило вийшло:

**Щоб знайти дане число відсотків від числа, потрібно відсотки записати десятковою дробом, а потім число помножити з цього десяткову дріб**

Приклад виконання завдання на відсотки.

**Задача1.** Токар виточував протягом години 40 деталей. Застосувавши різець з понад міцної сталі, він став виточувати на 10 деталей за годину більше. Наскільки відсотків підвищилася продуктивності праці токаря?

**Рішення:** І щоб виконати завдання, треба дізнатися, скільки, відсотків становлять 10 деталей від 40. І тому знайдемо спочатку, яку частина становить число 10 від кількості 40.

Ми знаємо, що потрібно розділити 10 на 40. Вийде 0,25. Нині ж запишемо у відсотках – 25%. Отримуємо відповідь: продуктивності праці токаря підвищилася на 25%.

**Отже, щоб знайти, скільки відсотків одне число становить від іншого, потрібно розділити перше число на друге і отриману дріб записати як відсотків.**

**Задача2.** Тракторист зорав 1,32 кв. км ріллі. Це становило 60% всієї площі, що повинен зорати. Яка уся площа, що йому потрібно зорати?

**Рішення:** Давайте розмірковувати. Усю площу нам невідома. Означимо її буквою  $X$ . Ми знаємо, що 60% від кількості  $X$  становить 1,32.

Отже спочатку потрібно замінити десятковою дробом, та був записати рівняння  $X * 0,60 = 1,32$ . Вирішуючи його, отримуємо, що  $X = 1,32/0,60 = 2,2$  (кв. км)

Що ми заклали, щоб знайти  $X$ ? По-перше, замінили відсотки десятковою дробом, по-друге, розділили дане нам число на отриману десяткову дріб.

Звісно, площу і кількість число відсотків на цьому завданні були іншими. Однак шлях рішення залишиться колишнім. Отже можна сформулювати правило:

**Якщо дано, скільки відсотків від шуканого числа становить дане число, те що знайти дані число, потрібно замінити відсотки десяткової дробом і поділити з цього дріб данечисло.**

### 1.3.3 Запровадження відсотків.

При вивчення цієї статті потрібно спочатку учням пояснити, що таке сота частина числа (наприклад, сота частина метри – це сантиметр, сота частина рубля - копійка, сота частина центнери – кілограм) слід зазначити, що до цього часу учні мали розподіл і дробу і не виникне проблем. Люди давно помітили, що соті частки величин зручні в практичній діяльності (наприклад, під час запису десяткових дробів). Тому їм вигадали спеціальну назву – відсоток (від латинського ' по-центум ' – на сто ). Отже гривні – на один відсоток від однієї рубля, а один сантиметр – на один відсоток від однієї метри. Отже, на один відсоток – це одна сота частка. Тут є звернути увагу до математичну запис відсотків " % ", і пояснити, що ціла частина дорівнює "100%" що, "100%" це і є цілісність числа.

Також потрібно обов'язково звернути увагу до властивості.

Властивості.

$$1) 1\% = A/100.$$

$$2) 1\% * 100 = A$$

Знайти У відсотків.

$$1\% = A/100$$

$$У\% = В * A/100$$

$$В * 1\% = У\%$$

Приклад знайти 7% від кількості 17.

7% від 17 буде  $7 \cdot 17 / 100 = 1.19$  чи одна ціла дев'ятнадцять сотих це сім відсотків від сімнадцяти.

**Щоб знайти відсоткове співвідношення двох чисел Проте й У, треба ставлення цих чисел помножити на 100%, тобто обчислити  $(a/b) \cdot 100\%$ .**

**Приклад:**

**Задача1:** При плановому завданні 60 автомобілів щодня завод випустив 66 автомобілів. Наскільки відсотків завод виконав план?

**Рішення:** Скористаємося правилами.

$$(66/60) \cdot 100 = 1,1 \cdot 100 = 110\%$$

**Відповідь. 110%.**

**Задача2.** Бронза є сплавом олова і міді. Скільки відсотків сплаву становить мідь в шматок бронзи, що складається з 6 кг олова і 34 кг міді?

**Рішення:**

1)  $6 + 34 = 40$  (кг) маса всього сплаву.

2)  $(34 \cdot 100\%) / 40 = 85\%$  сплаву становить мідь.

**Відповідь. 85%.**

### 1.3.4 Знаходження кількох відсотків від кількості.

**Як знайти 1% від кількості? Якщо 1% це одна сота частина, треба число розділити на 100. Ми вже дійшли висновку, що розподіл на 100 усунути множенням на 0,01. Тому, щоб знайти 1% від даного числа, потрібно помножити його за 0,01. Якщо ж потрібно знайти 5% від кількості, то множимо дане число на 0,05 тощо.**

Отже сюди можна вивести алгоритм знаходження одного чи кількох відсотків від кількості:

**Щоб знайти дане число відсотків від числа, потрібно відсотки записати десятковою дробом, а потім число помножити з цього десяткову дріб**

### **2.5 Знаходження числа за його відсотком.**

Оскільки зустрічаються як завдання на знаходження відсотків від кількості, але числа за відсотками, це добре видно в завданнях зв'язкових з економікою ( приміром як у банк лягає сума під відсотки, а ще через що час забирають на з набіглими відсотками і треба знайти цю суму ). Отже учням потрібно ж розкрити алгоритм знаходження числа від кількох основних відсотків. Учні вже знають, що перший відсоток можна записати як десятковий дріб.

$$\underline{1\% = 0,01 * a}$$

**Отже виникає запитання, як знайти дане число, якщо відомо лиш, скільки відсотків становить інше число то шуканого? Для це потрібно спочатку відсотки записати десятковою дробом, після чого слід дане нам число розділити з цього десяткову дріб внаслідок мя одержимо число від кількох основних відсотків.**

**Якщо дано, скільки відсотків від шуканого числа становить дане число , те що знайти знайти дані число, потрібно замінити відсотки десятковою дробом і поділити з цього дріб дане число.**

### **1.3.6 Знаходження відсоткового співвідношення.**

Також ми розглянули останнє, але не менш істотне завдання на знаходження відсотків при вирішення завдань – це знаходження відсоткового

відношення. У розділі розглянемо алгоритм знаходження відсоткового відношення.

**Отож зустрічаються завдання, у яких дано два числа і треба відшукати їхні відсоткове співвідношення, цього потрібно взяти перше число назвемо його чи розділимо його за друге число назвемо його число  $v$ , та був результат помножимо на 100 відсотків . Те ми матимемо відсоткове співвідношення першого числа на друге.**

$$\underline{(a / v) * 100 \% (*)}$$

**Щоб знайти відсоткове співвідношення двох чисел  $a$  і  $v$ , треба ставлення цих чисел помножити на 100 відсотків, тоєсть отримати формулу (\*)**

### **1.3.7 Завдання на відсотки для молодших класів.**

Завдання 1: Винипух дуже не любив мед і став розводити бджіл відразу ж бджоли дали 10 кг меду, але Винипуху цього майже немає другого року бджоли збільшили виробництво меду на 10 % , але цього майже немає Винипуху він підрахував, що треба приблизно 13 кг меду. Питання років повинен чекати Винипух щоб задовольнити свої потреби за умови, що бджоли щороку буде збільшена виробництво меду на 10 %.

Рішення:Щоб дізнатися, скільки слід чекати Винипуху треба дізнатися, скільки в неї буде за рік, а буде 11 кг, два роки 12,1 кг, і лише з третій рік поспіль він задовольнить свої потреби.

Відповідь: 3 року.

Завдання 2: Коли Том Соєр наше скарб вирішив частину грошей віддати тітоньки, а частина залишити собі, те щоб, поклавши в банк при 5 % річних щороку отримувати ці відсотки на особисті витрати, він навіть підрахував що він приблизно треба рік 300 доларів. Скільки часу він повинен покласти до банку?



Рішення: Якщо 5 % це 300 доларів, то 100 % дорівнюватиме 6000 доларів.

Відповідь: 6000 доларів.

## 1.4 Вивчення відсотків у старшій школі

### 1.4.1 Завдання на відсотки для старшої школи.

Завдання 1: У бібліотеці є книжки на англійській та німецькій мовах. Англійські книжки становлять 36 % всіх книжок, французькі - 75 % англійських книжок, інші ж 185 книжок – німецькі. Скільки книжок у бібліотеці?

Рішення:

$75 \% = 3/4$  отже  $36 \% * 3/4 = 27 \%$  французькі, книжки від кількості.

$36 \% + 27 \% = 63 \%$  це англійські і французькі книжки разом.

$100 \% - 63 \% = 37 \%$  всього німецьких книжок.

$185 / 37 \% = 5$  книжок це 1 %.

Усього книжок у бібліотеки  $100 \% * 5 = 500$  книжок.

Відповідь: 500 книжок.

Завдання 2: За кілограм одного продукту і десяти кг іншого заплачено 20 рублів. Якщо за сезоном зміни цін перший продукт подорожчав на 15 %, а другий подешевшав на 25 %, то за туж кількість цих продуктів буде заплачено 18,2 рублів. Скільки коштує 1 кг кожного продукту?

Рішення:

Складемо рівняння

$$1 * X + 10 * Y = 20$$

$$1 * X(1 + 0,15) + 10 * Y(1 - 0,25) = 18,2$$

вирішивши цю систему рівнянь одержимо .

$$Y = 1,2 X = 8 \text{ рублів}$$

Відповідь: 8 крб. і 1,2 крб.

Завдання 3: Пшениці і жита колгосп зібрав разом 500 тонн. Коли підвищили врожайність пшениці на 30 % і жита на 20 %, колгосп зібрав 630 тонн пшениці і жита. Скільки тон пшениці і жита зібрав колгосп після підвищення врожайності?

Рішення:

Складемо рівняння

$$X + Y = 500$$

$$X(1 + 0,3) + Y(1 + 0,2) = 630$$

вирішивши цю систему рівнянь одержимо

$$Y = 240 \quad X = 390 \text{ тон.}$$

Відповідь: 390 тон пшениці, 240 тон жита.

Завдання 4: Внесок, покладений в ощадбанк два роки тому, досяг суми, рівної 1312,5 рублів. Який початковий внесок при 25 % річних?

Рішення:

Треба розуміти, що результати 1312,5 це сума протягом першого року і плюс 25 % чи 125 % чи 100 % = 1050 рублів.

Теж саме робимо з сумою 1050, оскільки внесок був за два роки 125% = 1050 рублів, або 100 % = 840 рублів.

Можна вирішити іншим способом використовуючи формулу для складних відсотків

$$1312,5 = X * (1 + 0,25)^2 \quad X = 840 \text{ рублів.}$$

Відповідь: 840 рублів.

## Глава 2 Задачі на відсотки як елементи фінансової математики

**Математичні задачі фінансового змісту** виступають засобом активізації пізнавальної діяльності учнів у процесі вивчення математики. Під **математичною задачею фінансового змісту** ми розуміємо *задачу, яка ознайомлює з застосуванням математичних понять, операцій та законів у фінансовій сфері*. Таке означення показує, що ці задачі можуть використовуватися протягом всього учбового процесу, а робота з ними вимагає ширшої схеми діяльності та ґрунтується на засадах математичного моделювання. Розв'язуючи математичні задачі фінансового змісту, учні вчаться застосовувати математичні знання в фінансовій сфері діяльності людини, що сприяє розвитку особистості та готує її до дорослого життя в умовах ринкової економіки. До задач фінансового змісту, які можуть використовуватися в процесі вивчення математики в основній школі ми віднесли текстові задачі, види яких подано за допомогою рис. 1.

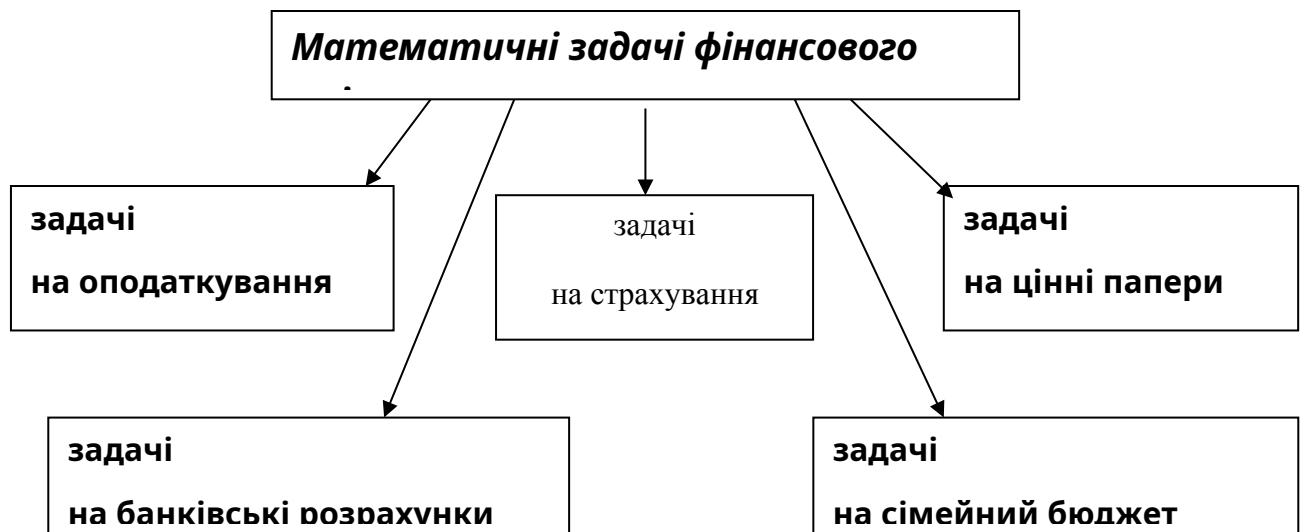


Рис. 1

### Математичні задачі фінансового змісту в курсі математики основної школи

Спираючись на принципи дидактики, враховуючи досвід результатів розробки цього питання іншими дослідниками та розв'язуючи завдання

підвищення активізації пізнавальної діяльності учнів основної школи при розв'язуванні математичних задач фінансового змісту, ми виділили такі прийоми та методи організації роботи з ними:

1. Використання елементів проблемного навчання: задач із зайвими даними, задач із недостатчею даних, задач із несформульованим запитанням, задач із декількома розв'язками тощо.
2. Самостійність у роботі з математичними задачами фінансового змісту.
3. Створення математичних задач фінансового змісту учнями.
4. Диференціальний підхід до навчання, різнорівневі завдання у відповідності до навчальних можливостей учнів.
5. Використання групової форми організації навчальної роботи з математичними задачами фінансового змісту.
6. Використання різних реальних фінансових даних та їх пошук за допомогою комп'ютерних технологій, зокрема в Інтернет - ресурсах.

Правильний вибір методів та прийомів навчання при роботі з математичними задачами фінансового змісту передбачає врахування змісту учбового матеріалу, рівня його складності, специфіки підготовки учнів та рівнів їх пізнавальної активності, самостійності та інтересу. Задачі про банківську діяльність ознайомлюють з особливостями депозитних та кредитних вкладів в банках, з різними найпоширенішими національними валютами світу, з фінансовими величинами. Завдяки введенню нових понять розширюються знання учнів та демонструються можливості використання математики при користуванні системи банківських послуг.

Податкові надходження держави в більшості розподіляються на освіту, на охорону здоров'я, на соціальну допомогу, пенсії громадян та інші важливі галузі життя, що може бути відображено у сюжетах навчальних математичних задач фінансового змісту. В дисертації розглянуто задачі про податки, фабула яких розкриває використання математики в системі

оподаткування, ознайомлює із застосуванням математичних понять, операцій та методів у податковій сфері.

Ознайомлення з ринком цінних паперів є необхідним елементом сьогоденної освіти в Україні, бо цінні папери стають невід'ємною ланкою розвитку фінансового ринку країни. Серед діючих у нашій країні цінних паперів, ми виділити три види, з якими ознайомлення в курсі математики основної школи є можливим та актуальним. Це акція, облігація та вексель. Зв'язки та залежності між фінансовими поняттями, які описують функціонування цих цінних паперів, можуть бути відображені за допомогою різних формул, які учні основної школи можуть вивести та застосувати, користуючись власними математичними знаннями.

В експериментальну систему задач включені задачі на сімейний бюджет. Бюджет кожної сім'ї є важливою складовою фінансової системи будь-якої країни. Для ознайомлення учнів з питаннями формування бюджету родини визначають статті доходів та видатків сім'ї, на основі яких формується і бюджет країни. Вироблення навичок складання бюджету веде до розуміння фінансових операцій родини, держави та світу в цілому.

## **2.1 Суть простих відсотків та приклади їх використання у банківській справі.**

Перш ніж переходити до викладення матеріалу по простим відсоткам та шляхам їх нарахування, введемо означення основних термінів та понять, що будуть неодноразово вживатися у подальших пунктах даної роботи.

Кожен власник, що має квартиру або гараж, які він не використовує, може здати їх в оренду, отримуючи за це певну плату. Так само людина, що має гроші, які вона не використовує, може їх дати в борг іншій особі (або, використовуючи більш загальний термін, - інвестувати) за певну винагороду. Дохід від інвестованого капіталу або, в більш вузькому сенсі, винагорода за використання грошей, називається **відсотковими грошима** або коротко **відсотками**. Суму грошей, даних в борг, називають основною або капіталом. Зазвичай позика надається на певний час - період. Сума відсоткових та

основних грошей, яка утворюється в кінці періоду, називається підсумком. У загальному випадку відношення відсотка за період до основної суми (капіталу) називається **нормою відсотка**. Ця норма найчастіше виражається у формі відсотків, при розрахунках використовуються еквівалентні десяткові (рідше - натуральні) дроби. При укладенні конкретних угод для позначення норми відсотків звичайно використовується інша назва - **відсоткова ставка**.

**Приклад.** Іванов взяв в ощадному банку позику 10000 грн. Якщо банк нараховує 250 грн процентних грошей за використання цієї суми протягом 6 місяців, якою буде норма відсотка за цей період?

**Розв'язання.** Позначимо норму відсотка за шести місячний період через  $i$ .

$$\text{Тоді } i = 250 / 10000 = 0,025 = 2,5\%.$$

#### Поняття простого відсотку.

Нехай  $P$  буде основною сумою,  $r$  - нормою відсотка за 1 рік і  $t$  тривалість періоду часу в роках. Якщо відсоток обчислюється за формулою:

$$I = Prt$$

і якщо відсоток виплачується в кінці періоду часу, тоді процентні гроші, що виплачуються називаються **простим відсотком**. У цьому випадку норма відсотка за аналізований період часу дорівнює  $rt$ .

Для простого відсотка норма, як правило, дається для періоду тривалістю 1 рік. Якщо  $S$  позначає підсумкову суму, тоді

$$S = P + I$$

Рівності (1) і (2) називаються основними рівняннями простого відсотка. Будь-яка задача для простих відсотків може бути розв'язана за допомогою цих двох рівностей. Слід зауважити, що вони містять п'ять різних змінних, а саме  $S$ ,  $P$ ,  $I$ ,  $r$  і  $t$ . Якщо будь-які три задані (виключаючи випадок завдання трьох перших одночасно), решта дві можуть бути знайдені за допомогою (1) і (2). Для зручності можна додати ще одну рівність. Якщо

виключити з (1) і (2) змінну  $I$ , отримаємо вираз підсумкової суми  $S$  через  $P$ ,  $r$  і  $t$ .

$$S = P(1 + rt)$$

Так як для простого відсотка  $r$  завжди дається річна норма, час  $t$  має вимірюватися в роках. Коли час дається в місяцях,  $t$  дорівнює числу місяців, поділеному на 12. Коли час дається в днях, використовується два різні способи для підрахунку  $t$ . Частіше використовується розподіл числа днів на 360. Якщо  $t$  обчислюється у такий спосіб, отриманий відсоток називається звичайним простим відсотком.

Другий спосіб - використовувати ділення кількості днів на 365 (366 у високосному році). Якщо  $t$  обчислюється таким чином, отриманий відсоток називається точним простим відсотком.

**Приклад.** Знайти простий відсоток за позику 3000 грн на 5 місяців, якщо норма 0,07%

**Розв'язання.**

Ми маємо:  $P = 3000$ ,  $r = 0,07$  та  $t = 5/12$ .  $I = Prt = 3000 \cdot 0,07 \cdot (5/12) = 87,5$  грн.

**Приклад.** Знайти точний простий відсоток і підсумкову суму, якщо 5000 грн. дано в борг на 100 днів при нормі 4%.

**Розв'язання.**

$$P = 5000, r = 0,04 \text{ та } t = 100/365$$

$$I = 5000 \cdot 0,04 \cdot (100/365) = 54,8 \text{ грн.}$$

$$S = 5000 + 54,8 = 5054,8 \text{ грн.}$$

**Приклад.** Особі, яка інвестувала 100000 грн, компенсовані 101000 грн., але на дев'яносто днів пізніше. З якою нормою зароблялися ці гроші при звичайному простому відсотку?

**Розв'язання.**

$$P = 100000, S = 101000 \text{ та } t = 90/360 = 1/4. \text{ Тепер, так як}$$

$$S = P + I, I = S - P = 101000 - 100000 = 1000. \text{ Але } I = Prt, \text{ тому}$$

$$r = I/(Pt) = 1000/(100000 \cdot (1/4)) = 0,04 = 4\%.$$

**Приклад.** Через 60 днів після позики Іванов виплатив рівно 10000 грн. Скільки було зайнято, якщо 10000 грн включають основну суму і звичайний простий відсоток при 12%?

**Розв'язання.**

$$S = 10000, r = 0,12 \text{ і } t = 60/360 = 1/6.$$

Підставивши ці значення в  $S = P(1 + rt)$ , отримаємо

$$10000 = P \cdot 1,02 \text{ звідки } P = 10000/1,02 = 9804 \text{ грн.}$$

Для обчислення простих відсотків без використання сучасної обчислювальної техніки застосовуються різні практичні прийоми. Найбільш відомий з них - шести відсотковий спосіб, який заснований на тому, що на кожну гривню при нормі 6% звичайний простий відсоток за 60 днів дорівнює 0,01 грн. Тепер, приводячи реальну норму до 6% і реальний період до 60 днів для визначення звичайного простого відсотка достатньо перемножити ці наведені величини і отриманий добуток помножити на один відсоток від основної суми. Отриманий результат і буде звичайним простим відсотком.

Крім цього для визначення простих відсотків не вдаючись до обчислень, використовуються таблиці. У фінансовій математиці часто можна вирішувати поставлену задачу кількома методами. У цих умовах завжди слід шукати найбільш простий спосіб, який скоротить вашу працю і ризик числових помилок.

## **2.2 Суть складних відсотків та приклади їх використання у банківській справі.**

Складні відсотки застосовуються в довгострокових фінансово-кредитних операціях, якщо відсотки не виплачуються періодично відразу після їх нарахування за минулий інтервал часу, а приєднуються до суми боргу. Приєднання нарахованих відсотків до суми, яка служила базою для їх визначення, часто називають *капіталізацією* відсотків .



### **Формула нарощення за складними відсотками**

Нехай початкова сума боргу дорівнює  $P$ , тоді через один рік сума боргу з приєднаними відсотками складе  $P(1+i)$ , через 2 роки  $P(1+i)(1+i)=P(1+i)^2$ , через  $n$  років -  $P(1+i)^n$ . Таким чином, отримуємо формулу нарощення для складних відсотків:

$$S = P(1+i)^n \quad (2.2.1)$$

де  $S$  - нарощена сума,  $i$  - річна ставка складних відсотків,  $n$  - термін позики,  $(1+i)^n$  - множник нарощення. У практичних розрахунках в основному застосовують дискретні відсотки, тобто відсотки, що нараховуються за однакові інтервали часу (рік, півріччя, квартал і т.д.). Нарощення по складних відсотках є зростанням за законом геометричної прогресії, перший член якої дорівнює  $P$ , а знаменник  $(1+i)$ .

Відзначимо, що при терміні  $n < 1$  нарощення за простими відсотками дає більший результат, ніж по складним, а при  $n > 1$  - навпаки. У цьому неважко переконатися на конкретних числових прикладах. Найбільше перевищення суми, нарощеної по простим відсоткам, над сумою, нарощеної по складних, (при однакових відсоткових ставках) досягається в середній частині періоду.

### **Формула нарощення за складними відсотками, коли ставка змінюється в часі**

У тому випадку, коли ставка складних відсотків змінюється в часі, формула нарощення має наступний вигляд:

$$S = P(1+i_1)^{n_1}(1+i_2)^{n_2} \dots (1+i_k)^{n_k}, \quad (2.2.2)$$

де  $i_1, i_2, \dots, i_k$  – послідовні значення ставок відсотків, що діють у періоди  $n_1, n_2, \dots, n_k$  відповідно.

**Приклад.** У договорі зафіксована змінна ставка складних відсотків, яка визначається як 20% річних плюс маржа 10% в перші два роки, 8% у

третій рік, 5% в четвертий рік. Визначити величину множника нарощення за 4 роки.

**Розв'язання.**

$$(1+0,3)^2(1+0,28)(1+0,25)=2,704$$

### **Формула подвоєння суми**

З метою оцінки своїх перспектив кредитор або боржник може задатися питанням: через скільки років сума позики зросте в  $N$  разів при даній процентній ставці. Зазвичай це потрібно при прогнозуванні своїх інвестиційних можливостей у майбутньому. Відповідь отримаємо, прирівнявши множник нарощення величиною  $N$ :

а) для простих відсотків

$$(1+ni)=N, \text{ звідки}$$

$$n=\frac{N-1}{i} \quad (2.2.3)$$

б) для складних відсотків

$$(1+i)^n=N, \text{ звідки}$$

$$n=\frac{\ln N}{\ln(1+i)} \quad (2.2.4)$$

Особливо часто використовується  $N=2$ . Тоді формули (2.2.3) і (2.2.4) називаються формулами подвоєння та приймають такий вигляд:

а) для простих відсотків

$$n=\frac{1}{i} \quad (2.2.5)$$

б) для складних відсотків

$$m=\frac{\ln 2}{\ln(1+i)} \quad (2.2.6)$$

Якщо формулу (2.2.5) легко застосовувати для приблизних розрахунків, то (2.2.6) вимагає застосування калькулятора. Однак при невеликих ставках відсотків (скажімо, менше 10%) замість неї можна

використовувати більш просту наближену. Її легко отримати, якщо врахувати, що,  $\ln 2 \approx 0,7$ , а  $\ln(1+i) \approx i$ .

$$n \approx 0,7/i$$

**Приклад.** Розрахувати, за скільки років борг збільшиться вдвічі при ставці простих і складних відсотків рівній 10%. Для ставки складних відсотків розрахунки виконати за точною і наближеною формулою. Результати порівняти.

**Розв'язання.**

а) Для простих відсотків:

$$n = \frac{1}{i} = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ років.}$$

б) Для складних відсотків і точної формули:

$$n = \frac{\ln 2}{\ln(1+i)} = \frac{0,693147}{0,9531018} = 7,27 \text{ роки.}$$

в) Для складних відсотків і наближеної формули:

$$n \approx 0,7/i = 0,7/0,1 = 7 \text{ років.}$$

Висновки:

1) Однакове значення ставок простих і складних відсотків призводить до зовсім різних результатів.

2) При малих значеннях ставки складних відсотків точна і наближена формули дають практично однакові результати.

**Нарахування річних відсотків при дробовому числі років**

При дробовому числі років відсотки нараховуються різними способами:

1) За формулою складних відсотків

$$S = P(1+i)^n, \tag{2.2.7}$$

На основі змішаного методу, згідно з яким за цілу кількість років нараховуються складні відсотки, а за дробову – прості

$$S = P(1+i)^n(1+bi), \tag{2.2.8}$$

де  $n = a + b$ ,  $a$  - ціле число років,  $b$  - дробова частина року.

2) У ряді комерційних банків застосовується правило, згідно з яким за відрізки часу менше періоду нарахування відсотки не нараховуються, тобто

$$S = P(1+i)^a$$

(2.2.9)

### **Номінальна та ефективна відсоткові ставки**

Номінальна ставка. Нехай річна ставка складних відсотків дорівнює  $j$ , а число періодів нарахування на рік  $m$ . Тоді кожен раз відсотки нараховують за ставкою  $j/m$ . Ставка  $j$  називається номінальною [13, с.83]. Нарахування відсотків за номінальною ставкою здійснюється за формулою:

$$S = P(1 + j/m)^N$$

(2.2.10)

де  $N$  - кількість періодів нарахування.

Якщо термін позики вимірюється дробовим числом періодів нарахування, то при  $m$  разовому нарахуванні відсотків на рік нарощену суму можна розраховувати кількома способами, що призводять до різних результатів:

1) За формулою складних відсотків

$$S = P(1 + j/m)^{N/\tau}$$

(2.2.11)

де  $N/\tau$  - число (можливо дробове) періодів нарахування відсотків,  $\tau$  - період нарахування відсотків,

2) За змішаною формулою

$$S = P \left( 1 + \frac{j}{m} \right)^a \left( 1 + b \frac{j}{m} \right)$$

(2.2.12)

де  $a$  - ціле число періодів нарахування (тобто  $a = [N/\tau]$  - ціла частина від ділення усього терміну позики  $N$  на період нарахування  $\tau$ ),  $b$  - залишкова дробова частина періоду нарахування ( $b = N/\tau - a$ ).

**Приклад.** Розмір позики 20 млн. грн. Надано на 28 місяців. Номінальна ставка дорівнює 60% річних. Нарахування відсотків щоквартальне. Обчислити нарощену суму в трьох ситуаціях: 1) коли на дробову частину нараховуються складні відсотки, 2) коли на дробову частину нараховуються прості відсотки 3) коли дробова частина ігнорується. Результати порівняти.

**Розв'язання.**

Нарахування відсотків щоквартальне. Усього є  $\frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$  кварталів.

$$1) S = 20(1 + 0,6/4)^{9\frac{1}{3}} = 73,713 \text{ млн. грн.}$$

$$2) S = 20 \left(1 + \frac{0,6}{4}\right)^9 \left(1 + \frac{0,6}{4} \cdot \frac{1}{3}\right) = 73,875 \text{ млн. грн.}$$

$$3) S = 20(1 + 0,6/4)^9 = 70,358 \text{ млн. грн.}$$

Із зіставлення нарощених сум бачимо, що найбільшого значення вона досягає в другому випадку, тобто при нарахуванні на дробову частину простих відсотків.

Ефективна ставка показує, яка річна ставка складних відсотків дає той же фінансовий результат, що і  $m$ -разове нарощення на рік за ставкою  $j/m$ . Якщо відсотки капіталізуються  $m$  раз на рік, щоразу зі ставкою  $j/m$ , то, за визначенням, можна записати рівність для відповідних множників нарощення:

$$(1 + i_e)^n = (1 + j/m)^{mn}$$

(2.2.13)

де  $i_e$  - ефективна ставка, а  $j$  - номінальна. Звідси отримуємо, що зв'язок між ефективною і номінальною ставками виражається співвідношенням

$$i_e = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

(2.2.14)

Обернена залежність має вигляд

$$j = m \left[ (1+i)^{1/m} - 1 \right]$$

(2.2.15)

**Приклад.** Обчислити ефективну ставку відсотка, якщо банк нараховує відсотки щоквартально, виходячи з номінальної ставки 10% річних.

**Розв'язання.**

$$i_e = \left( 1 + \frac{0,1}{4} \right)^4 - 1 = 0,1038, \text{ тобто } 10,38\%.$$

**Приклад.** Визначити якою повинна бути номінальна ставка при щоквартальному нарахуванні відсотків, щоб забезпечити ефективну ставку 12% річних.

**Розв'язання.**

$$j = 4 \left[ (1 + 0,12)^{1/4} - 1 \right] = 0,11495, \text{ тобто } 11,495\%.$$

### **Облік (дисконтування) за складною відсотковою ставкою**

Тут, також як і у випадку простих відсотків, будуть розглянуті два види обліку - математичний і банківський [13, с.86].

Математичний облік. У цьому випадку вирішується завдання зворотнього нарощення за складними відсотками. Запишемо вихідну формулу для нарощення

$$S = P(1+i)^n$$

Та розв'язуємо її відносно  $P$

$$P = S \frac{1}{(1+i)^n} = Sv^n,$$

(2.2.16)

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n} = (1+i)^{-n}$$

(2.2.17)

дисконтний множник. Також значення даних множників можна знаходити з таблиці (Додаток А).

Якщо відсотки нараховуються  $m$  разів на рік, то отримаємо

$$P = S \frac{1}{(1 + j/m)^{mn}} = Sv^{mn}$$

(2.2.18)

$$v^{mn} = \frac{1}{(1 + j/m)^{mn}} = (1 + j/m)^{-mn}$$

(2.2.19)

Величину  $P$ , отриману дисконтуванням  $S$ , називають сучасною або поточною вартістю або наведеної величиною  $S$ . Суми  $P$  і  $S$  еквівалентні в тому сенсі, що платіж у сумі  $S$  через  $n$  років рівноцінний сумі  $P$ , що виплачується в даний час.

Різниця  $D = S - P$  називають **дисконтом**.

Банківський облік. У цьому випадку передбачається використання складної облікової ставки. Дисконтування за складною обліковою ставкою здійснюється за формулою:

$$P = S(1 - d)^n$$

(2.2.20)

де  $d$  - складна річна облікова ставка.

Дисконт у цьому випадку рівний

$$D = S - P = S - S(1 - d)^n = S[1 - (1 - d)^n]$$

(2.2.21)

При використанні складної облікової ставки процес дисконтування відбувається з прогресуючим уповільненням, оскільки облікова ставка щоразу застосовується до суми, зменшеної за попередній період на величину дисконту.

### **Номінальна та ефективна облікові відсоткові ставки**

Номінальна облікова ставка. У тих випадках, коли дисконтування застосовують  $m$  раз на рік, використовують номінальну облікову ставку  $f$ . Тоді в кожному періоді, що дорівнює  $1/m$  частини року, дисконтування здійснюється за складною обліковою ставкою  $f/m$  [13, с.89]. Процес

дисконтування з цієї складної облікової ставки  $m$  раз на рік описується формулою

$$P = S(1 - f/m)^N$$

(2.2.22)

де  $N$  - загальна кількість періодів дисконтування ( $N = mn$ ).

Дисконтування не один, а  $m$  раз на рік швидше знижує величину дисконту. Ефективна облікова ставка. Під ефективною обліковою ставкою розуміють складну річну облікову ставку, еквівалентну (за фінансовими результатами) номінальній, що застосовується при заданому числі дисконтування в році  $m$ . Відповідно до визначення ефективної облікової ставки знайдемо її зв'язок з номінальною з рівності дисконтних множників

$$(1 - f/m)^{mn} = (1 - d)^n$$

(2.2.23)

$$d = 1 - (1 - f/m)^m$$

(2.2.24)

Відзначимо, що ефективна облікова ставка завжди менше номінальної.

Нарощення за складною обліковою ставкою. Нарощення є зворотним завданням для облікових ставок. Формули нарощення за складними обліковими ставками можна отримати, дозволяючи відповідні формули для дисконтування (2.2.23 і 2.2.24) щодо  $S$ . Отримуємо з  $P = S(1 - d)^n$

$$S = P \frac{1}{(1 - d)^n}$$

(2.2.25)

а із  $P = S(1 - f/m)^N$

$$S = P \frac{1}{(1 - f/m)^N}$$

(2.2.26)



**Приклад.** Яку суму слід проставити у векселі, якщо реально видана сума дорівнює 20 млн. грн. Термін погашення 2 роки. Вексель розраховується, виходячи зі складної річної облікової ставки 10%.

**Розв'язання.**

$$S = \frac{20}{(1 - 0,1)^2} = 24,691358 \text{ млн. грн.}$$

**Приклад.** Вирішити попередню задачу за умови, що нарощення за складною обліковою ставкою здійснюється не один, а 4 рази на рік.

**Розв'язання.**

$$S = \frac{20}{(1 - 0,1/4)^8} = 24,490242 \text{ млн. грн.}$$

### 2.2.1 Декурсивний розрахунок складних відсотків.

Величина початкового капіталу, на яку розраховується відсоток, називається початковою вартістю капіталу та позначається  $K_0$ . Вартість отримана в результаті збільшення початкового капіталу, вкладеного під складний відсоток на  $n$  періодів, називається кінцевою вартістю капіталу. Позначимо його  $K_n$ .

Розглянемо приклади знаходження кінцевої вартості капіталу.

**Приклад.**

На яку величину збільшиться капітал  $K_0$  через  $n$  років при  $p\%$  річних, якщо нарахування відсотків відбувається декурсивним методом, капіталізація – річна.

**Розв'язання.**

За формулою підрахунку простих відсотків на кінець 1-го року отримаємо:

$$K_1 = K_0 + \frac{K_0 \cdot p}{100} = K_0 \left( 1 + \frac{p}{100} \right).$$

На отриманий у кінці першого року капітал  $K_1$  у кінці другого року знову нараховуються прості відсотки:

$$K_2 = K_1 + \frac{K_1 \cdot p}{100} = K_1 \left(1 + \frac{p}{100}\right) = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2,$$

у кінці третього року маємо:

$$K_3 = K_2 + \frac{K_2 \cdot p}{100} = K_2 \left(1 + \frac{p}{100}\right) = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3,$$

у кінці  $n$ -го року маємо:

$$K_n = K_{n-1} \left(1 + \frac{p}{100}\right) = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

(2.2.27)

Таким чином, капітал  $K_0$  при річному нарахуванні складних відсотків при ставці  $p\%$  через  $n$  років зростає до величини  $K_n$ .

Іншими словами можна сказати, що формула для кінцевої суми капітала  $K_n$  при множенні початкової вартості капіталу на  $n$ -ий степінь виразу  $(1+i)$ , де

$i = \frac{p}{100}$  – відсоткова ставка, виражена у десяткових дробах, а вираз

$r = 1 + \frac{p}{100}$  називається складним декурсивним коефіцієнтом.

Складний декурсивний коефіцієнт рівний вартості однієї грошової одиниці, збільшеній на відсотковий платіж у кінці одного розрахункового періоду при  $p\%$ , а  $n$ -ий степінь складного декурсивного відсоткового коефіцієнта називається коефіцієнтом нарощення. Він демонструє кінцеву вартість однієї грошової одиниці, вкладеної під складні відсотки декурсивно ( $p\%(d)$ ).

Для полегшення процесу знаходження коефіцієнтів нарощування складена спеціальна таблиця, у якій дані коефіцієнти підраховані для різних ставок відсотка та різних часових періодів [14,с.29].

Таким чином можемо записати:

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = r^n = I^n$$

де  $(I_p^n)$  фінансова таблиця для  $n$  періодів при  $p\%$ .

Кінцева сума капіталу  $K_n$  буде рівна:

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = K_0 r^n,$$

тобто  $K_n = K_0 I_p^n$ .

З даного рівняння можна визначити відсоткову ставку або ж тривалість розрахункового періоду.

### 1. Визначення відсоткової ставки

$$(1+i)^n = \frac{K_n}{K_0}, \quad \text{тоді} \quad 1+i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}, \quad 1 + \frac{p}{100} = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}.$$

Далі

$$p = 100 \left( \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1 \right).$$

### 2. Визначення тривалості розрахункового періоду

Виходячи з наведених формул, отримаємо:

$$n \log(1+i) = \log \frac{K_n}{K_0},$$

тобто 
$$n = \frac{\log K_n - \log K_0}{\log(1+i)}.$$

Наведемо формулу для обчислення сукупного відсоткового платежу за  $n$  періодів:

$$I = K_n - K_0 = K_0 r^n - K_0 = K_0 (r^n - 1).$$

(2.2.28)

**2.3. Практичне використання неперервних відсотків, неперервне дисконтування. Задачі на знаходження еквівалентних відсоткових ставок.**

**Задача.** Сума, на яку нараховуються неперервні відсотки, рівна 2 млн.руб., сила росту 10%, термін 5 років.

**Розв'язання**

Нарощена сума складе:

$$S = 2000000 \cdot e^{0,1 \cdot 5} = 3297744,25 \text{ (руб.)}$$

Неперервне нарощення по ставці рівне 10% рівнозначне нарощенню за той же термін дискретних складних відсотків по річній ставці

$$t = e^{0,1} - 1 = 0,10517$$

В результаті отримуємо:

$$S = 2000000(1 + 0,10517)^5 = 3297744,25 \text{ (руб.)}$$

Відповідь: 3297744,25 руб.

**Задача.** Визначимо сьогоднішню вартість платіжного зобов'язання з попереднього прикладу при умові, що дисконтування здійснюється по силі росту 12% і по дискретній складній обліковій ставці такого ж розміру.

**Розв'язання**

Виходимо із формули знаходження дисконтного множення на основі сили росту:

$$P = S e^{-bn}$$

$$P = 5000 e^{-0,12 \cdot 5} = 2744 \text{ (руб.)}$$

$$P = 5000(1 - 0,12)^5 = 2639 \text{ (руб.)}$$

Відповідь: 2744 руб., 2639 руб.

**Задача.** Нехай початкове значення сили роста рівне 8%, відсоткова ставка неперервно та лінійно змінюється, ріст за рік складає 2% ( $a=0,02$ ). Термін нарощення 5 років. Знайти множник нарощення?

**Розв'язання**

Для розрахунку множника нарощення знайдемо його степінь:

$$0,08 \cdot 5 + \frac{0,02 \cdot 5^2}{2} = 0,65$$

Шуканий множник складе:  $q = e^{0,65} = 1,91554$ .

Продовжимо приклад. Припустимо, що сила росту лінійно зменшується (нехай  $a = -0,02$ ). В цьому випадку степінь множника рівний 0,15 і відповідає:

$$q = e^{0,15} = 1,16183$$

Відповідь: 1,91554; 1,16183.

**Задача.** Початковий рівень сили росту 8%, відсоткова ставка неперервно і експотенціально збільшується (річний приріст 20%,  $a=1,2$ ), термін нарощення 5 років. Необхідно визначити множник нарощення.

### Розв'язання

Степінь цього множника за весь час рівний:

$$\frac{0,8}{\ln 1,2} (1,2^5 - 1) = 0,65305$$

Відповідно множник нарощення рівний:

$$q = e^{0,65305} = 1,92139$$

Відповідь: 1,92139.

### Еквівалентність відсоткових ставок

**Задача.** Яка ставка щомісячного компаунда буде еквівалентна ставці 16% квартального компаунда?

### Розв'язання

$$P \left( 1 + \frac{r}{m} \right)^m = P \left( 1 + \frac{s}{k} \right)^k$$

$$\left( 1 + \frac{r}{12} \right)^{12} = \left( 1 + \frac{0,16}{4} \right)^4$$

$$1 + \frac{r}{12} = \sqrt[12]{1,04^4} \Rightarrow r = 15,79\%$$

Відповідь: 15,79%.

**Задача.** Знайти ефективну ставку для щомісячного компаунда зі ставкою 9%

### Розв'язання

$$S = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

$$S = \left(1 + \frac{0,09}{12}\right)^{12} - 1 = 9,38\%$$

Таким чином 9% щомісячний компаунд еквівалентний 9,38% щорічному компаунду.

Відповідь: 9,38%.

**Задача.** Вексель облікований за рік до дати його погашення по відсотковій ставці 15%. Яка прибутковість облікової операції у вигляді відсоткової ставки?

**Розв'язання**

Користуючись формулою:

$$i_s = \frac{d_s}{1 - nd_s}$$

$$i_s = \frac{0,15}{1 - 0,15} = 0,17647 \text{ або } 17,647\%$$

Інакше кажучи, операція обліку по обліковій ставці 15% за рік дає той же прибуток, що і нарощення по ставці 17,647%.

Відповідь: 17,647%.

**Задача.** Необхідно знайти величину облікової ставки, еквівалентної річній відсотковій ставці 40% ( $K=365$ ) при умові, що термін обліку рівний 255 дням.

**Розв'язання**

Виходячи з формули:

$$d_s = \frac{360 i_s}{365 + t i_s}$$

$$d = \frac{360 \cdot 0,4}{365 + 255 \cdot 0,4} = 0,30835 \text{ або } 30,835\%$$

Відповідь: 30,835%.

**Задача.** Якою складною річною ставкою можна замінити в контракті просту 18% ( $K=365$ ), не змінюючи фінансових наслідків? Термін операції 580 днів.

**Розв'язання**

Використаємо формулу знаходження складної еквівалентної ставки:

$$i = \sqrt[n]{1 + ni_s} - 1,$$

$$i = \sqrt[580/365]{1 + \frac{580}{365} \cdot 0,18} - 1 = 0,17153 \text{ або } 17,153\%.$$

Відповідь: 17,153%.

**Задача.** При розробці умов контракту сторони домовилися про те, що прибутковість кредиту повинна складати 24% річних. Який повинен бути розмір номінальної ставки при нарахуванні відсотків щомісячно, щоквартально?

**Розв'язання**

Скористаємося формулою знаходження еквівалентних складних ставок

$$j = m \left( \sqrt[m]{1+i} - 1 \right),$$

отримаємо:

$$j = 12 \left( \sqrt[12]{1,24} - 1 \right) = 0,21705 \text{ - номінальна ставка при щомісячному}$$

нарахуванні

$$j = 4 \left( \sqrt[4]{1,24} - 1 \right) = 0,22100 \text{ - номінальна ставка при щоквартальному}$$

нарахуванні

Відповідь: 0,21705; 0,22100.

**Задача.** Яка неперервна ставка замінить щоквартальне нарахування відсотків по номінальній ставці 20%?

**Розв'язання**

Скористаємось формулою:

$$\delta = m \cdot \ln(1 + j/m).$$

Отримаємо:

$$\delta = 4 \cdot \ln(1 + 0,2) = 0,19516 \text{ або } 19,516\%.$$

Відповідь: 19,516%.

**Задача.** Знайти суми по закінченню двох та восьми років, еквівалентні 20 тис. руб. по закінченню чотирьох років, якщо відсоткова ставка 3,5%.

### Розв'язання

Будемо користуватися формулою:

$$S = P \cdot (1 + j/m)^{mn},$$

де  $P$  - сьогодняшня вартість,  $j$  - відсоткова ставка,  $m$  - кількість нарахувань на рік,  $n$  - термін операції.

$S = 20 \cdot (1 + 0,035/2)^{4 \cdot 2} = 22,98$  (тис.руб) – по закінченню чотирьох років;

$$P = S / (1 + j)^{nm}$$

По закінченню двох років отримаємо:

$$P = 22,98 / (1 + 0,035/2)^{2 \cdot 2} = 21,39 \text{ (тис.руб)}$$

По закінченню восьми років отримаємо:

$$P = 22,98 / (1 + 0,035/2)^{2 \cdot 8} = 17,41 \text{ (тис.руб)}$$

Відповідь: 21,39; 17,41 тис.руб.

**Задача.** Нехай  $i_1 = 10\%$  - місячна ставка нарахування ( $h_1 = 1/12$ );  $i_2 = 3,31\%$  - квартална ( $h_2 = 1/4$ ). Чи є еквівалентними ці ставки? Знайти місячну та кварталну юблікові ставки, еквівалентні в широкому розумінні ставкам  $i_1$  та  $i_2$ .

### Розв'язання

Ці ставки еквівалентні, оскільки:

$$(1 + 0,1)^{12} = (1 + 0,331)^4 = 3,138.$$



Ефективна річна ставка, еквівалентна цим ставкам нарахована, рівна 2,138 або 213,8%. Ставки  $i_1$  та  $i_2$  відповідно еквівалентні в широкому розумінні місячній ставці:

$$d_{1/12} = \frac{i_{1/12}}{1+i_{1/12}} = \frac{0,1}{1+0,1} = 0,0909$$

і кварталній

$$d_{1/4} = \frac{i_{1/4}}{1+i_{1/4}} = \frac{0,331}{1+0,331} = 0,2486$$

Відповідь: 0,0909; 0,2486.

**Задача.** Показати, що річна номінальна ставка  $i^{(12)} = 120\%$  з щомісячним ( $h_1 = 1/12$ ) нарахуванням еквівалентна річній номінальній ставці  $i^{(4)} = 132,4\%$  з щоквартальним ( $h_2 = 1/4$ ) нарахуванням.

### Розв'язання

Насправді, ці ставки породжують:

$$i_1 = \frac{i^{(12)}}{12} = 0,1 \quad \text{- щомісячну;}$$

$$i_2 = \frac{i^{(4)}}{4} = 0,331 \quad \text{- щоквартальну.}$$

Відповідь: 0,1; 0,331.

**Задача.** Нехай  $i^{(12)} = 12\%$  - номінальна річна відсоткова ставка з щомісячними нарахуваннями. Знайти ефективні річні ставки усіх типів, еквівалентні цій ставці.

### Розв'язання

1) Ефективна річна відсоткова ставка

$$i'_{(12)} = \left(1 + \frac{i^{(12)}}{12}\right)^{12} - 1 = 1,1286 - 1 = 0,1286 \quad \text{або } 12,68\%.$$

2) Ефективна річна облікова ставка

$$d_{(12)} = \frac{i'_{(12)}}{1+i'_{(12)}} = \frac{0,1286}{1+0,1286} = 0,1452 \quad \text{або } 14,52\%.$$

Відповідь: 12,68%; 14,52%.

**Задача.** Нехай ставка за квартал 12%. Знайти еквівалентні відсоткові та облікові ставки: а) річні; б) місячні; в) терміном 2 роки.

**Розв'язання**

Нехай обрана річна шкала. Тоді  $T_1 = 1/4$ ;  $i_{1/4} = 0,12$

$$d_{1/4} = \frac{i_{1/4}}{1+i_{1/4}} = \frac{0,12}{1+0,12} = 0,1071$$

а)  $T_2 = 1$ , а відповідно,

$$i = (1+i_{1/4})^4 - 1 = (1+0,12)^4 - 1 = 0,57$$

$$d = 1 - (1-d_{1/4})^4 = \frac{i}{1+i} = 0,6369$$

Це ефективні ставки, які відповідають вихідній ставці  $i_{1/4}$ .

б)  $T_2 = 1/12$ , а значить

$$i_{1/12} = (1+i_{1/4})^{1/3} - 1 = (1+0,12)^{1/3} - 1 = 0,04$$

$$d_{1/12} = 1 - (1-d_{1/4})^{1/3} = \frac{i_{1/12}}{1+i_{1/12}} = 0,0371$$

в)  $T_2 = 2$ . Використовуючи результат, отриманий в п. а), знаходимо

$$i_2 = (1+i)^2 - 1 = 1,46,$$

$$d_2 = 1 - (1-d)^2 = 0,8682.$$

Відповідь: (0,57; 0,6369); (0,04; 0,0371); (1,46; 0,8682).

**Висновки Висновки**

Дана робота ще раз доводить твердження, що фінансова математика сформувалась на межі накладання фінансової науки та математики, цю область знань ми не можемо віднести до математичних дисциплін, оскільки кількісні методи можуть застосовуватись лише після того, як емпіричні властивості та відношення будуть переведені на “мову цифр”. У зв'язку з цим будь-якому вимірюванню чи розрахунку передують кількісний аналіз об'єктів, у ході якого обираються властивості об'єктів та процедури визначення, відповідних їм числових значень. При цьому варто слідкувати за адекватністю математичних

операцій, які виконуються на числах, властивостями та відношеннями явищ та процесів, що вивчаються. Кількісний аналіз необхідний і після того, як розрахунки виконані, щоб встановити степінь відповідності результатів вимірювання об'єктам вимірювання з урахуванням цілей дослідження.

Знайомство з окремими розділами фінансової математики ведеться як у контексті з економічною теорією та математикою, так і в контексті з бурхливо розвиваючоюся практикою. Робота дає весь основний набір теоретичного матеріалу, і після деякого тренування ви зможете здійснювати потрібні у вашому житті фінансові розрахунки. У ній ви знайдете не лише перелік технічних прийомів для порівняння фінансових результатів, але й основи теорії відсотка, дисконтування, реінвестування капіталу, знайдете алгоритми оптимального розрахунку відсотків по кредиту. На наглядних прикладах ілюструється способи нарахування як простих так і складних відсотків, розрахування номінальної вартості та відсоткових ставок. Дана робота показує ту широкую сферу життя, де ми не можемо обійтися без фінансових розрахунків.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Межейнікова Л.С., Швець В.О.* Математичні задачі з фінансовим змістом в основній школі: навчально-методичний посібник. - Х.: Видавнича група "Основа", 2005. – 96 с. (схвалено комісією Науково-методичної ради з питань освіти МОН України) (автором розроблений збірник математичних задач фінансового змісту для курсу математики основної школи, методичні рекомендації щодо його використання, наведені приклади розв'язування, складений відповідний математичний словник фінансових термінів для учнів 5-9 класів, решта належить співавтору).
2. *Межейнікова Л.С.* Математичні задачі на сімейний бюджет в основній школі // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 21. – Донецьк: фірма ТЕАН, 2004. – С.62-68.

3. *Шоферовська Л.С., Швець В.О.* Про введення в курс математики основної школи задач на цінні папери // Математика в школі. – 2004. - № 4. – С. 10-13. (автором розроблені методичні рекомендації щодо використання в основній школи математичних задач на цінні папери, наведені приклади роботи з цими задачами, решта належить співавтору)
4. *Шоферовська Л.С.* Задачі про податки в курсі математики основної школи // Дидактика математики: проблеми та дослідження. - Випуск 20. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003.– С. 18-21.
5. *Шоферовська Л.С.* До проблеми введення елементів фінансової математики в школу // Неперервна професійна освіта: теорія і практика., вип. IV, 2002. – С. 80 – 86.
6. *Шоферовська Л.С.* Фінансові задачі в шкільному курсі математики // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики.: Збірник наукових праць, Т.1. – Кривий Ріг: Видавничий відділ Нац. Мет. АУ, 2002. - С.413 - 421
7. *Шоферовська Л.С.* Використання фінансово – математичних задач – шлях до вдосконалення шкільної математичної освіти // Матеріали ІХ –ої Міжнародної наукової конференції ім. академіка М. Кравчука. – К.: НТУУ “КПІ”, 2002. - С. 576-577.
8. *Шоферовська Л.С.* Задачі про цінні папери в курсі математики основної школи // Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи. – Полтава: ПДПУ, 2003. – С.141-144.
9. *Михайловський В.І., Шоферовська Л.С.* Про необхідність введення елементів фінансової математики в школу // Сучасний стан і перспективи шкільних курсів математики та інформатики у зв'язку з реформуванням у галузі освіти. – Дрогобич, 2000. – С. 36 –38. (автором відмічена та обгрунтована необхідність використання елементів фінансової математики в основній школі, решта належить співавтору).
10. *Медведев Г.А.* Начальный курс финансовой математики: Учеб. пособие. – М.: ТОО «Острожье», 2000. – 267 с.

11. Вайнтрауб М.А., Стрельченко О.С., Стрельченко І.Г. Фінансова математика: Навчальний посібник. – К.: ТОВ “Арт-програми”, - 2002. – 120 с.
12. Уолш, Кяран Ключові фінансові показники. Аналіз та управління розвитком підприємства: Переклад з англ. – К.: Всеуито; Наукова думка, 2001. – 367 с.
13. Четиркин Е.М. Финансовая математика: Учеб. – М.: Дело, 2001. – 400 с.
14. Мицкевич, Андрей Алексеевич. Сборник заданий по экономике: Для учащихся 9-11 кл.: В 3 кн.: Допущено МО/ А.А.Мицкевич. - М.: Вита-Пресс, 2001.-.Библиогр.:с.462.-Кн.1:Задачник по микроэкономике.- 2001.- 463 с.
15. Мицкевич, Андрей Алексеевич. Сборник заданий по экономике с решениями: Пособие для преподавателей: В 3 кн./А.А.Мицкевич. - М.: Вита-Пресс, 2001.-.Кн.1:Задачник по микроэкономике с решениями.-2001.- 592 с.-Библиогр.:с.591.
16. Збірник задач з економіки: Навчальний посібник для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням економіки / Упорядник Горленко Г.О. – Вид. 3-є доп. і перероб. – Кам’янець-Подільський: Абетка-НОВА, 2003. – 168 с.
17. Горленко Г.О. Методичний посібник для вчителя до Збірника задач з економіки. Вид. 2-е. – Кам’янець-Подільський: Абетка-НОВА, 2003. – 116 с.
18. Латер Ю.С., Ящишина І.В. Збірник самостійних робіт з економіки для 10-11 класів загальноосвітніх закладів. – Кам’янець-Подільський: “Абетка-НОВА”, 2002. – 252 с.
19. Програма факультативного курсу “Основи фінансової математики та математичної економіки” ліцею №100 “Поділ” // Математика в школі. – 1998. - № 3.

20. Раков С. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти // Математика в школі. – 2005. - №5 – с.2-7.
21. Мерзляк А.Г. Математика 5 клас / Мерзляк А.Г., Полонський В.Б. – Х.: Гімназія, 2008.
22. Бевз Г.П. Математика 5 клас / Бевз Г.П., Бевз В.Г. – К.: Зодіак-ЕКО, 2005.
23. Янченко Г. Математика 6 клас / Янченко Г., Кравчук В. – Т.: Підручники і посібники, 2006.
24. Бевз Г.П. Математика 6 клас / Бевз Г.П., Бевз В.Г. – К.: Генеза, 2006.
25. Мерзляк А.Г. Математика 6 клас / Мерзляк А.Г., Полонський В.Б. – Х.: Гімназія, 2006.
26. Мерзляк А.Г. Алгебра 9 клас / Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. – Х.: Гімназія, 2009.
27. Лукашин Ю.П. Финансовая математика. Учебно-методический комплекс / М.: Изд. центр ЕАОИ, 2008. – 200 с.
28. Медведев Г.А. Начальный курс финансовой математики: Учеб. пособие./ М.: ТОО «Остожье», 2000. – 267с.
29. Кочович Є. Финансовая математика: Теория и практика финансово-банковских расчетов: Пер. с серб./ Предисл. Е.М. Четыркина/ М.: Финансы и статистика, 1994. – 268 с.

## **ДОДАТОК А**

### **Цикл уроків у 6 класі теми „Відсотки”**

У програмі та підручниках з математики для загальноосвітніх шкіл незначне місце відводиться вивченню теми „Відсотки”: 5 клас – у темі „Масштаб” – знаходження відсотка від числа та числа за значенням його відсотка, 6 клас – у темі „Відношення і пропорції” – відсоткове відношення двох чисел та відсоткові розрахунки, потім у дев’ятому класі в темі „Складні відсотки”. Але вміння працювати з відсотками є необхідним для кожної людини.

Я пропоную розробку уроків з теми „Відсотки” в шостому класі.

### **Урок 1.** Відсоткове відношення двох чисел.

**Мета:** сформувати уявлення про відсоткове відношення двох чисел; сформувати вміння, знаходити відсоткове відношення двох чисел та розв’язувати задачі, які передбачають цю дію. Розвивати мислення, розумову активність, пізнавальну самостійність. Виховувати уважність, бажання здобувати знання.

**Тип уроку:** засвоєння нових знань.

**Обладнання:** „пам’ятки”, картки з готовими розв’язаннями, сигнальні картки (червона – „ - ”, зелена „+”).

**Девіз уроку:** Не кажи не вмію, а кажи навчусь.

### **Хід уроку**

#### **I. Організаційна частина**

- Привітання.
- Перевірка готовності класу до уроку.

#### **II Актуалізація опорних знань.**

1. „Асоціативний кущ”



Ключовим словом „Асоціативного куща є відсотки. Учні по черзі на гілках „куща” записують слова, фрази, що пов’язані з ключовим словом. Далі учні розкривають зміст кожної гілки.



### Є питання!

- У нас ще недостатньо знань, щоб розкрити зміст цієї гілки „куща”.

2. „Знайди помилку”.

Зворотний зв’язок здійснюється за допомогою сигнальних карток:

зеленого кольору „+” і червоного – „-”. Якщо приклад правильний, піднімають зелену картку, якщо неправильний, то червону.

1)  $0,3135 = 312,5\%$ ;

2)  $15\% = \frac{3}{20}$ ;

3)  $\frac{1}{4} = 0,4$ ;

4)  $43\% = 0,43$

5)  $8:2$  – це відношення 2 до 8;

$$4) \frac{4}{16} = 25\%;$$

$$5) 2:8 = 0,25$$

### **III. Мотивація навчальної діяльності. Повідомлення теми й мети уроку**

- Багато величин постійно змінюються, наприклад, температура, повітря, рівень води в морі, щомісячна кількість опадів, загальна кількість грошей в банку, зріст і маса людини тощо. Зміни величин часто характеризуються за допомогою відсотків.

Саме задачі на знаходження відсоткового відношення двох чисел є найпопулярнішим способом оцінювання змін, що відбуваються навколо нас.

### **IV. Засвоєння нових знань.**

Щоб знайти відсоток якості, треба зайти, скільки відсотків від усього класу становлять учні, що навчаються на достатньому, середньому і високому рівнях.

Таких учнів у 6-Б:

на високому рівні – 4, достатньому і середньому – 11.

1. Знайдіть, яку частину становлять учні, що навчаються на високому рівні (достатньому і середньому) від учнів всього класу.

$$4 : 26 = \frac{4}{26} = \frac{2}{13} \approx 0,15 \text{ Место для формулы.}$$

Відсоткове відношення двох чисел
----------------------------------

Знаходимо відношення чисел (ділимо)	Скільки відсотків становить 30 від 50?
Записуємо здобутий дріб у вигляді відсотка (множимо на 100%)	$30 : 50 = 0,6$ $0,6 = 0,6 \cdot 100 \% = 60 \%$
або	
Число а складає від числа в: $\frac{a}{b} \cdot 100 \%$  в $30 : 50 \cdot 100 \% = 60 \%$	

$$11 : 26 = \frac{11}{26} \approx 0,423$$

2. Знайдіть, скільки відсотків становлять учні, які навчаються на достатньому і середньому рівнях, від учнів усього класу.

$$0,15 \cdot 100\% \approx 15\%$$

$$0,423 \cdot 100\% \approx 42,3 \%$$

Отже, для знаходження відсоткового відношення двох чисел треба зробити два кроки. **Які?**

(Учні пропонують відповіді)

Записують в зошит „пам’ятку”

## V. Формування умінь і навичок

**Навчання мистецтву розв’язувати задачі – це виховання волі**

**Д. Пойа**

- Робота в парах „Ти – мені, а я – тобі”.

Розв’язуючи задачі, учні можуть консультиватись один з одним. На дошці учень розв’язує задачу з коментуванням.

**Задача 1.** Василько прочитав 169 сторінок книжки, у якій усього 260 сторінок. Скільки відсотків сторінок прочитав Василько?

$$\frac{169}{260} = 0,65; \quad 0,65 \cdot 100 \% = 65 \%$$

**Задача 2.** У Надійки було 34 грн. За 23,8 грн. вона купила подарунок матері. Який відсоток грошей витратила Надійка на подарунок?

$$\frac{23,8}{34} \cdot 100\% = 0,7 \cdot 100\% = 70\%$$

**Задача 3.** Відомо, що 380 кг руди одного виду містять 68,4 кг заліза. А 420 кг руди іншого виду - 96,6 кг заліза. У якій руді, у першій чи другій, вищий відсотковий вміст заліза?

$$\frac{68,4}{380} \cdot 100\% = 18 \% - \text{відсотковий вміст заліза одного виду руди}$$

$$\frac{96,6}{420} \cdot 100\% = 23 \% - \text{відсотковий вміст заліза у другій руді}$$

**Відповідь. У другій руді.**

**Задача 4. (№727).** Із 200 кг чайного листа одержали 8 кг чаю. Скільки відсотків своєї маси втрачає чайний лист у процесі сушіння?

$$1) 200 - 8 = 192 \text{ (кг)} - \text{втрачає чайний лист у процесі сушіння.}$$

$$2) \frac{192}{200} \cdot 100 = 96\%$$

**Відповідь. 96%**

## VI. Підсумок уроку.

Вправа “Незакінчене речення”

**Учитель.** Сьогодні на уроці ми ознайомилися з третім типом задач на відсоток, а саме...

**Учитель.** Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, треба...

## **VII. Домашнє завдання.**

п.25, №723, 728.

## **Урок 2. Відсоткові розрахунки.**

**Мета:** вдосконалити вміння учнів розв'язувати текстові задачі на відсотки різними способами; показати практичну спрямованість математичних знань. Розвивати логічне мислення учнів, виробляти в них потребу в засвоєнні знань. Виховувати інтерес до математики.

**Тип уроку:** застосування знань, умінь, навичок.

**Обладнання:** довідковий матеріал “Типи задач на відсотки і способи їх розв'язання”, картки із самостійною роботою і головними розв'язаннями.

*Краса є перший пробний*

*камінь для математичної ідеї*

Г.Харді

## **Хід уроку**

### **I. Вступне слово вчителя**

- Почати урок я вирішила зі слів **“Математика – один з видів мистецтва”**. Краса завжди тішить розум, серце, душу людини. Цю незвичайну красу, красу розуму, красу Науки не раз оспівували поети, філософи, митці... Ще в Стародавній Греції вважали, що краса розуму – це найвеличніше! Платон зворушливо описує те, як відбувається сходження до вершин краси. Альпіністи, добираються до вершини, теж тільки на мить зупиняються, здивовані та захоплені красою і величчю гір.

Наше завдання – побачити красу або принаймі наблизитись до неї при розв’язуванні задач на відсотки. Для цього, ми, як і альпіністи, будемо добиратись до вершини **“Відсотки”**.



Підготуйте зошити до роботи. Нагадую, що ділові папери (а зошит таким є) треба вести старанно, охайно та уважно.

(Учні записують дату, тему уроку)

- Знання, що будуть потрібні протягом уроку для виконання різних завдань, повторимо, провівши **“Інтелектуальну розминку”**.

## **II. Актуалізація опорних знань**

### **“Інтелектуальна розминка”**

- Що називається відсотком?
- З чого починаємо розв'язувати задачу на відсотки?
- Що ми позначаємо 1 або 100%?
- Виразити  $\frac{1}{4}$  у відсотках.

Що називається пропорцією?

- Які типи задач на відсотки ви знаєте?
- В чому полягає алгоритм розв'язування задачі на

відсоткове відношення?

### III. Мотивація навчальної діяльності

- Ми перевірили ваші знання під час опитування, пам'ятаючи, що “знання – це найцінніша ноша”. Зараз потренуємо мозок – будемо розв'язувати задачі різними способами. Сьогодні я хочу продемонструвати розв'язання задачі **на зміну величини у відсотках**.

**Задача.** Сукня коштувала 120грн. Після переоцінки – 90 грн.

На скільки відсотків знизилась ціна на товар?

#### \* Питання-підказки

- 1) На скільки гривень знизилась ціна товару? ( $120 - 90 = 30$  (грн.))
- 2) Скільки відсотків становить нова ціна від попередньої?

$$\frac{30}{120} \cdot 100\% = 25\%$$

(Усі розв'язують задачу під керівництвом учителя.)

### IV. Засвоєння умінь і навичок

- Складання алгоритму знаходження зміни величини у відсотках.

- Розв'язування задач на відсотки різними способами.

**Задача 1.** Знайти 4% від 20 (знаходження відсотків від числа).

- **За означенням відсотка**

$$20 : 100 \cdot 4 = 0,8$$

- **Зведення до дробу**

$$4\% = 0,04; \quad 0,04 \cdot 20 = 0,8$$

- **За допомогою пропорції**

$$20 - 100\%$$

$$x - 4\%$$

$$\frac{20}{x} = \frac{100}{4}, \quad x = 0,8.$$

$$x \quad 4$$

**Задача 2.** (Знаходження числа за значенням його відсотка)

Знайти число, 20% якого дорівнює 4.

- **За означенням відсотка**

$$4 : 20 \cdot 100 = 20$$

- **Зведення до дробу**

$$20\% = 0,2; \quad 4 : 0,2 = 20$$

- **За допомогою пропорції**

$$4 - 20\%$$

$$x - 100\%$$

$$\frac{4}{x} = \frac{20}{100}, \quad x = 20.$$

$$x \quad 100$$

**Задача 3.** (Знаходження відсоткового відношення двох чисел)

Скільки відсотків становить число 4 від 10?



$$4 : 10 = 0,4;$$

$$0,4 \cdot 100\% = 40\%$$

**За допомогою пропорції**

$$10 - 100\%$$

$$4 - x\%$$

$$\frac{10}{4} \cdot \frac{100}{x}, \quad x = 40\%.$$

**Задача 4. (Знаходження зміни у відсотках)**

Виразити у відсотках зміну величини від 4 грн. до 10 грн.

$$10 - 4 = 6$$

Далі можна розв'язувати різними способами

**1-й спосіб**                       $6 : 10 \cdot 100 = 60\%$

**2 спосіб**                       $6 - x\%$

$$10 - 100\%$$

- Підбиваємо підсумок.

**Метод “Мікрофон”**

- Які типи задач на відсотки вам відомі?
- Якими способами ви вмiєте розв'язувати задачi на

відсотки?

**V. Формування практичних умінь. Самостійна робота в парах.**

**Аукціон цікавих задач.**

- У розв'язанні будь-якої задачі є крихта відкриття. Задача може бути як завгодно скромною, але якщо вона змусила бути винахідливим і якщо ви її

розв'язали, то радість перемоги – нехай навіть про неї ніхто, крім вас, не довідається, повинна бути величезною.

Уміння працювати самостійно є дуже важливим і в навчанні, і в житті. Під час роботи в парах дозволяється здійснювати взаємодопомогу: “Я–тобі, ти–мені”, “Пара-парі”. Але у вас є вибір: працювати самостійно чи з допомогою друзів.

Задача 1 (2 бали). Робітник за зміну виготовив 80 деталей, а його учень – 56. На скільки відсотків менше деталей виготовив учень, ніж робітник? (На 30%).

Задача 2 (2 бали). Ціна стола була 40 грн., потім вона зменшилась на 10%. Якою стала ціна стола? (36 грн.).

Задача 3 (2 бали). У 500 г розчину міститься 16 г солі. Скільки солі відсотків міститься у розчині? (3,2%).

(Розв'язати задачу за допомогою пропорції)

Задача 4 (4 бали). Вартість товару складала 80 грн. Спочатку його ціна підвищилась на 10%, а потім знизилась на 20%. На скільки відсотків знизилась початкова вартість? (Знизилась на 12%).

(Самоперевірка за готовими відповідями. Учні оцінку виставляють на полях зошита).

**\* Хвилинка-смішинка.**

Кавун містить 96% води. Скільки відсотків води міститься у двох кавунах?

**VI. Підсумок уроку**

- Саме час повернутися до початку уроку – до мети, яку ми перед собою ставили. Поміркуйте, чи досягли ви її? Чи побачили красу при розв’язуванні задач на відсотки?

### **VII. Рефлексія**

Закінчіть речення: “Нарешті мені стали не чужими...”

### **VIII. Домашнє завдання** п.26. №№ 747, 750.

Творче завдання: скласти презентацію (рекламу) “Відсотки”.

### **Урок 3. Розв’язування задач на відсоткові розрахунки.**

**Мета:** закріпити навички учнів виконувати дії зі звичайними дробами, розв’язувати задачі практичного змісту; виробляти навички самостійно застосовувати знання в стандартній і нестандартній ситуаціях; формувати вміння аналізувати, пояснювати, давати відповіді на запитання, висловлювати та обґрунтовувати власну думку, осмислювати, вибирати ситуацію успіху для кожного учня; виховувати старанність, самостійність, бажання працювати на уроці творчо, самооцінювання.

**Тип уроку:** закріплення знань, умінь і навичок.

**Обладнання:** картка з індивідуальним завданням, роздавальний практичний матеріал, рисунок повітряної кулі „Країна мрій”, баласты – задачі, фантастичні картинки Марії Приймаченко, сходи „успіху”, магнітофон.

**Девіз уроку:** Цінувати набуті знання, час, наполегливість, уважність.

**Епіграф:** Нехай думки, які ти вичитуєш із  
книг,

**будуть твоїми основним капіталом,  
а ті, що народяться в тебе, - його відсотками.**

### **Хід уроку**

#### **I. Організаційний момент**

#### **II. Вступне слово вчителя**

- Вітаю всіх присутніх! Запам'ятайте цей урок, бо, можливо, через кілька років під час урочистої прес-конференції молодий допитливий журналіст запитає вас: «Шановний...», про що ви мріяли в дитинстві? Чи збулася ваша мрія? Як ви досягли успіху в житті?» А ви й скажете: „Все почалося з уроків математики, епіграфом до яких були слова: (читаю епіграф).

Ви сьогодні дізнаєтесь багато нового й повторите вивчене про відсоткове відношення чисел, тобто поповните свій основний капітал – „знання”.

#### **III. Актуалізація опорних знань**

- А зараз теоретична розминка. Інтерактивна технологія „Мікрофон”
- Що називається відсотком?
- Які типи задач на відсотки вам відомо?
- Що називається пропорцією?
- Сформулюйте основну властивість пропорції.
- Де застосовують основну властивість?
- Виразіть 0,8 у відсотках?
- Які ви знаєте способи розв'язування задач на відсотки?

#### **IV. Мотивація навчальної діяльності**

- Я не помилюсь, коли скажу, що кожен з вас любить мріяти. Мрії бувають різними: хтось мріє бути успішним, хтось багатим, а хтось – просто щасливим... Я не знаю мрію кожного з вас, і, можливо, не дізнаюсь... Але я щиро бажаю, щоб ваші завітні бажання здійснились.

Колись брати Монгольф'є здійснили свою дитячу мрію. На основі складних математичних розрахунків, вони створили проект повітряної кулі, на якій мріяли здійснити світову подорож, щоб зазирнути в різні куточки країн світу.

Їхнім мріям судилося здійснитися, кулю вони збудували в 1783 році.

- А ось наша повітряна куля (показую на дошці), яка полетить і „Країну мрій” і здійснити найпотемніші бажання та мрії кожного. Але, за умови, що и скинемо з кошика всі баласты – завдання, і цим самим дало можливість кулі здійнятися в повітря. У вас на партах лежать метелики. На зворотньому боці напишіть свою мрію. В кінці уроку керівники груп прикріплять метелики до повітряної кулі, яка й понесе ваше бажання в „Країну здійснених мрій”.

**Словник** (запис на дошці). Баласт – це тягар для поліпшення морехідних якостей судна, для регулювання висоти польоту аеростата.

- Один баласт ми вже можемо скинути, бо маємо теоретичні знання для подорожі (скидаю баласт)

**Учень** Хоч сідай та гірко плач –

Не люблю отих задач!

Через них лише невдачі,

Ох! Замучили задачі!

Чи підручники погані?

Чи такий я безталанний?

Та усіх я обдурю –

В книжці відповідь знайду!

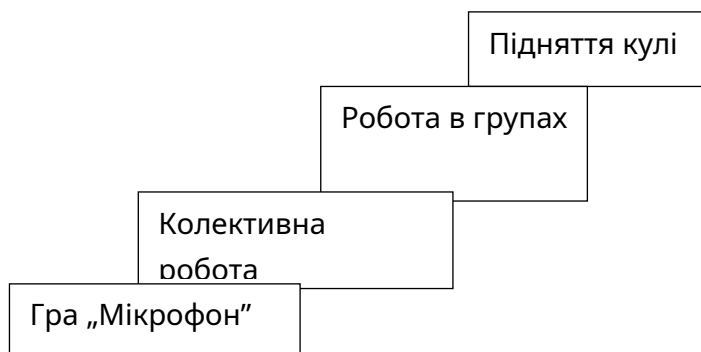
- Діти! Мета розв'язування задач не в отриманні відповіді, як гадає герой вірша, який прочитав Назар. Сьогодні ми будемо розв'язувати задачі на відсоткове відношення, щоб ваші дитячі мрії стали дійсністю.

(Оголошую тему уроку. Учні записують в зошитах)

### **V. Розв'язування задач (скидання „баластів” - задач)**

Під час уроку ми будемо долати сходинки до досягнення мети уроку – підняття кулі бажань, мрій. Кожну сходинку символічно подано у вигляді різних етапів уроку і як результат – мрія збувається. Відзначаємо це радісним „смайликом”, що завітав до нас на урок з наших мобільних телефонів та мережі інтернет і походить з англ. smile – „посміхатися”.

(З'являється перший смайлик)



- Розпочинаємо розв'язувати задачі. Кожна правильна відповідь – це один скинутий баласт.

### **Колективна робота**

**Задача 1.** У 500 г розчину міститься 16 г солі. Скільки відсотків солі міститься в розчин?

**А) 32%;    Б) 3,2%;    В) 4,2%;    Г) 0,32%**

**Задача 2.** Інопланетянин, прибувши на землю, здивувався: «Якоюсь дивною мовою говорять люди. Треба вивчити цю мову». Першого дня він вивчив 160 слів, а другого дня - 128 слів. На скільки відсотків знизилось бажання вивчати нашу мову другого дня?

**А) 32%;    Б) 5%;    В) 20%;    Г) 0,2%**

(Скидаємо третій баласт)

**Задача 3.** Надворі зима. У магазині «Пасаж» залежався осінній товар. Власник магазину поставив на осінній товар знижену ціну. Ціна сукні 1500грн. Знайдіть ціну сукні після двох послідовних знижок, якщо перша становила 10%, а друга - 5%.

**А) 1350грн.;    Б) 150грн.;    В) 67,5грн.;    Г) 1282,5грн.**

(Скидаємо четвертий баласт)

## **VI. Робота в групах**

**Необхідно, щоб той, хто що-небудь  
умів, навчав цього інших,  
які мають у цьому потребу.  
А. Дюрер**

- Мудрець сказав: „Дві людини, які обмінялися золотими монетами, не стали багатшими. Але якщо вони обмінялися думками, то кожен з них стає вдвоє багатшими. Адже обидва стали тепер розумнішими”

Ця притча проста, але зміст її – глибокий. Обмінюючись думками, ідеями, досвідом, знаннями в групах, ви нічого не втрачаєте, а набуваєте нових знань.

„Знаю – хочу довідатися - учуся” під таким девізом ви будете працювати в групах.

- В групі – 5-6 чоловік, груп – 4
- Тривалість групової роботи – 5-7 хв.

Робота в групі.

- Пропоную завдання, які треба розв’язати. Стежу за роботою груп, надаю, якщо є потреба, необхідну допомогу!
- Спільне обговорення завдань.
- Почергове звітування груп. Керівники групи записують відповідь до задачі.

- Втомились? **Валеопауза** „Дерево”

Зведіться на ноги, поставте ноги на ширину плечей, заплющте очі. Уявіть себе сильним, могутнім деревом. Ваші ноги – це коріння, що сягає глибоко в землю, дістає води.

Ваше тіло – це стовбур, що знаходиться в повітрі. Ваші руки - це гілки, що тягнуться до сонця. Над вами світить яскраве сонце. Відчуйте себе розкішним деревом. Ви одержуєте енергію від землі через коріння, енергію сонця через гілки. Дме легенький вітерець, ви відчуваєте його дотик. Ви – високе, струнке дерево, ви твердо стоїте на землі.

Погляньте, яке ви дерево...

(Розплющіть очі)

(Під час роботи в групах звучить класична музика) – Допоможе вам плідно працювати класична музика.

**Завдання для груп.**

**Робота в групах**



**Задача 1.** День у Віктора Івановича розпочався приємно, з повідомлення про те, що вчителям підвищили зарплату спочатку на 10%, а потім ще на 20%.

\* Допоможіть обчислити Віктору Івановичу, якою стала зарплата, якщо вона була 2000 грн.

\* А ще Віктора Івановича хвилює питання, як пояснити вчителям, на скільки всього відсотків їм підвищили зарплату?

**Задача 2.** Того ж дня Віктор Іванович відвідав «Укрсімбанк» з бажанням взяти кредит. Банк пропонує кредит у 10 000грн. під 6% річних. Яку суму треба віддати банку через рік?

**(Розв'язати задачу двома способами: зведенням до дробу і за допомогою пропорції).**

(Керівники груп записують відповідь на дошці. Скидаємо останній баласт)

- Керівники груп, підійдіть до повітряної кулі і прикріпіть метелики – бажання.

## **VII. Підсумок уроку**

- Молодці! Ви задачі розв'язали, баласту скинули і наша повітряна куля з мріями піднімається вгору і пролітає над Україною. Ми зараз зможемо побачити відомі шедеври мистецтва 20 ст.

(Знімаю кулю. Під кулею – фантастичні композиції М. Приймаченко)

- Що це за шедевр? Можливо, він вам відомий?

Так, це фантастична композиція Приймаченко. Естетика в композиціях незвичайна, як у казці, входить в реальність. Казковість

зливається з повсякденністю. Ми сьогодні здійснили подорож у казку, з надією на здійснення мрій. Не судилося здійснитися мрії художників України.,„От якби зібрати з усієї України народних майстрів, що за дива витворили б – цвів би не лише садами Київ. Будинки б сміялися до людей...”

А я мрію, щоб посмішка добра зігрівала кожного з вас, і тоді світ стане теплішим, думки – загадковими.

Нехай ваші мрії і мрії наших гостей за будь-яких умов здійсняться. Хай усміхається вам фантастичний світ М. Приймаченко і через тисячу років!!!

- Заповніть, будь ласка, листки самоконтролю. Я довіряю вам оцінити свої знання, тому оцінки мають бути об'єктивними

(Звучить тихо класична музика)

#### **\* Технологія „Інтерв'ю”**

- Чи швидко минув час уроку?
- Як ви гадаєте, чому ми подорожували „країною мрій”?
- Що найбільше сподобалось на уроці?
- Чи бажаєте повторити сьогоднішні відчуття?

#### **VIII. Домашнє завдання**

Скласти цікаві задачі з життя на відсоткові розрахунки.

**ДОДАТОК Б** Розробка уроку з математики

## Тема уроку : ЗАСТОСУВАННЯ ВІДСОТКІВ У БАНКІВСЬКІЙ СПРАВІ

6 клас

Мета: узагальнити знання з теми; розв'язати ряд типових задач з теми; ознайомити учнів з поняттям « банк »; розглянути застосування теми в банківській справі. Обладнання: таблиця «Відсотки», завдання для групової роботи, зразки банківських платівок, квитанцій, рекламні буклети.

Хід уроку

I. Перевірка домашнього завдання. Вчитель відповідає на запитання , які можливо виникли під час виконання домашнього завдання ; учні зачитують розв'язання задач, на дошці записують правильні відповіді. У цей час двоє учнів розв'язують задачі біля дошки.

1. У класі 54 учні, із них дівчат - 27 . Скільки відсотків учнів класу становлять дівчата ? 2. У класі 32 учні і серед них 8 відмінників. Скільки відсотків становлять відмінники у цьому класі?

II. Актуалізація опорних знань.

1. Усні вправи та теоретичні питання. Як розв'язуються задачі на знаходження відсотків від даного числа? Знайти 5 % від 35. Як розв'язати задачу на знаходження відсоткового відношення двох чисел? Скільки відсотків становить 50 від 200 ? Як розв'язати задачу на знаходження числа за 17 його відсотком? 75 становить 10 % від даного числа. Яке це число? 2. Робота в парах. Обчислити, який відсоток становить: 14 від 56; 15 від 75; 3 від 24.

2. III. Узагальнення знань з теми. 1. Теоретична частина На уроці нам треба з'ясувати, де застосовуються знання, які ви отримали

під час вивчення теми «Відсотки». Поговоримо про банк та деякі аспекти його повсякденної роботи. Банк — це установа, яка акумулює тимчасово вільні кошти на принципах строковості, надає кредити, здійснює грошові розрахунки. Часто можна почути такі терміни: кредит, депозит, іпотека тощо. Може хтось із вас знає, що означають ці терміни і коли їх слід вживати? Кредит — кошти, що надаються банком громадянам і юридичним особам для використання з поверненням банку з відсотками. Депозит — кошти, що приймаються банком від громадян і юридичних осіб, зберігаються і повертаються особам з відсотками. Банки відіграють важливу роль в економіці та розвитку нашої держави. За формою власності банки бувають державні та приватні. За спеціалізацією банки поділяються на: 18 - інвестиційні, які надають кредити під розширені відтворення фірм, тобто фінансують капіталовкладення; - інноваційні, що надають позики під здійснення науково-технічних програм; - іпотечні, що надають позики під заставу нерухомості. Прибуток банку формується залежно від вкладів і кредитів: кредити дають під 10 % — 20 %, депозити приймають під 5 % — 18 %. Прибуток банку — це різниця між депозитом і кредитом.

3. Задача. Комерційний банк « Алекс » прийняв від приватної фірми на депозитні рахунки 800 000 грн. під 12 % річних та надав кредити на суму 700 000 грн. під 20 % річних. Чому дорівнює прибуток банку? Учитель зачитує задачу, а учні, формулюючи математичну модель, розв'язують її.  $800\,000 \cdot 0,12 = 96\,000$  (грн).  $700\,000 \cdot 0,2 = 140\,000$  ( грн).  $140 - 96 = 44\,000$ (грн) — прибуток. 3. Самостійна робота в п а р а х.

1) У який банк ви б поклали свої гроші: туди, де нараховують 14 % річних, чи туди, де нараховують 19 % річних?

2) Один банк надає кредит під 12 % річних, а інший — під 18 % річних. У якому банку ви б узяли кредит? 19 4. Навчаємося під час гри. Учні представляють задачі по ролях, розігруючи рольові сценки. Представник «Агробанку». Наш банк надає ряд послуг, серед яких пільгове кредитування для придбання вітчизняних автомобілів «Славута». Перший внесок 25 % загальної вартості автомобіля з подальшою виплатою остачі від вартості автомобіля протягом двох років під 12 % річних. Рольова задача - гра «Хочу мати автомобіль»

Задачі читають учні, що сидять за однією партою. - Я почула рекламу «Агробанку» і хотіла б оформити кредит на купівлю автомобіля. - Який автомобіль ви хочете придбати? - «Славута». Який перший внесок я повинна заплатити, щоб отримати кредит? - Зараз ми виконаємо розрахунки. На сьогодні «Славута» коштує 15 000 грн. 25 % від 15 000 це  $15\,000 \cdot 0,25 = 3750$  (грн) - перший внесок. Залишиться  $15\,000 - 3750 = 11\,250$  (грн). Нараховуємо відсотки банку, тобто 12 % від 11250 грн:  $11\,250 \cdot 0,12 = 1350$  (грн). Загальна сума, що залишається для оплати протягом двох років, становитиме  $11\,250 + 1350 = 12\,600$  (грн) і кожного місяця слід сплачувати  $12\,600 : 24 = 525$  (грн). Представник банку «Шанс». Наш банк розробив широку програму іпотечного кредитування, тобто надання кредиту під заставу майна на дуже вигідних умовах. 20

Задача – сценка «Хочу розширити свій бізнес»

- Я підприємець, маю магазин. Хочу розширити свій бізнес і взяти позику 300 000 грн, давши під заставу свою двокімнатну квартиру. - Ми можемо запропонувати вам кредит під 20 % річних. - Панове, прошу зробити мені розрахунки.  $300\,000 \cdot 0,2 = 60\,000$  (грн);  $300\,000 + 60\,000 = 360\,000$  (грн).

Вчитель. Ми розглянули задачі на знаходження відсотків від даного числа.

Представник банку «Кредо». Наш банк має цікаві напрацювання у роботі з пенсіонерами. Задача – сценка « Баба Клава » - Мене звали баба Клава, я уклала з банком угоду, що отримуватиму лише відсотки від пенсії, а решту заощаджуватиму на навчання внукам. Я отримала 66 грн, а чула, що пенсію підвищили. То я хочу знати, яка в мене тепер пенсія? - Наш банк надає таку інформацію. Під який відсоток ви уклали угоду? - Я уклала угоду під 12 % річних. - 66 грн становить  $12\% \cdot 66 : 0,12 = 550$  (грн).

Вчитель. Ми розв'язали задачу на знаходження числа за відсотком.

#### IV. Закріплення.

##### 1. Робота в групах 21

1) Складіть задачу на знаходження відсотків від даного числа.

2) Складіть задачу на знаходження відсоткового відношення двох чисел.

3) Складіть задачу на знаходження числа за відсотком.

##### 2. Розв'язування задач.

1) Скільки відсотків даного числа становить число, яке у 5 раз більше від даного числа?

2) Знайдіть число, 8 % якого дорівнює 40.

3) Ощадний банк виплачує 15 % річних. Скільки виплатив банк вкладникові за рік, якщо вклад становить:

а) 100 грн;

б) 1000 грн;

в) 10 000 грн ?

V. Домашнє завдання. Скласти задачу за схемою:  $35 : 5 \cdot 100$  ;  
 $56 \cdot 4 : 100$