

Выполнил: Сухоруков Е.В.

группа: ЭОТб(до)зу-15-4

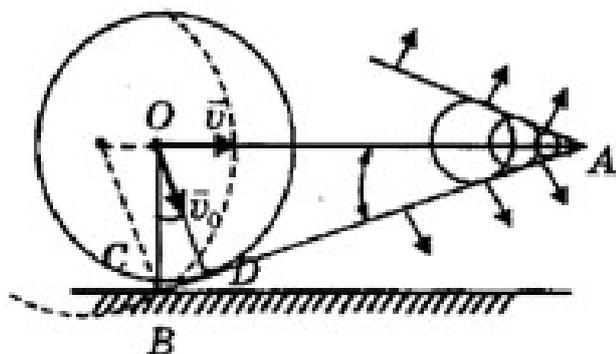
Вариант 6

Основные газодинамические понятия и зависимости

Задача 4. Звук работы двигателя зарегистрирован через $t = 2,5\text{с}$ после пролета самолета над пунктом регистрации. Определить скорость пролета, если высота $H = 3\text{ км}$.

Решение:

Самолет летит горизонтально на высоте $H = 3\text{ км}$ со сверхзвуковой скоростью. Звук двигателя зарегистрирован через $t = 2,5\text{с}$ после пролета самолета над пунктом регистрации. Скорость звука $v_0 = 330\text{ м/с}$.



В - точка, в которой находится пункт регистрации, А - точка, в которой находится самолет в момент времени t . Из каждой точки, которую пролетает самолет, распространяется сферическая звуковая волна. Если сложить все звуковые волны для момента, когда самолет находится в точке А, то получится волновая поверхность в виде конуса. По мере движения самолета эта поверхность (фронт волны) распространяется со скоростью звука v_0 . Это есть ударная звуковая волна.

На рис. $OD \perp AB$, причем $OD = v_0 \cdot t$, $OA = v \cdot t$, $OB = H$ и

$$BD = \sqrt{OB^2 - OD^2} = \sqrt{H^2 - (v_0 \cdot t)^2}$$

$\angle BOD = \angle BAO$ (как углы с взаимно перпендикулярными сторонами).

Поэтому прямоугольные треугольники BOD и BOA подобны.

Из подобия следует, что

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{BD} \Rightarrow \frac{v \cdot t}{v_0 \cdot t} = \frac{H}{\sqrt{H^2 - (v_0 \cdot t)^2}}$$

Выразим отсюда скорость пролета самолета над пунктом регистрации:

$$v = \frac{H \cdot v_0}{\sqrt{H^2 - (v_0 \cdot t)^2}} = \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 330}{\sqrt{(3 \cdot 10^3)^2 - (330 \cdot 2,5)^2}} = 343 \text{ м/с.}$$

Ответ: скорость пролета 343 м/с.

Определение расхода газа через сопло

Задача 1. Воздух истекает из баллона в атмосферу через конфузорное сопло с диаметром выходного сечения $d = 0,03$ м. Давление газа в баллоне $p_0 = 15$ атм = 1,5 МПа и температура – $T_0 = 500$ К. Найти массовый секундный расход воздуха через сопло.

Решение:

Отношение давлений составляет

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{1 \cdot 10^5}{15 \cdot 10^5} = 0,067 < 0,528$$

При истечении газа из комбинированного сопла Лавалья в окружающую среду с давлением меньше критического в самом узком сечении сопла устанавливается критическое давление и критическая скорость.

$$p_k = 0,528 \cdot p_0 = 0,528 \cdot 15 \cdot 10^5 = 7,92 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Температура в критическом сечении сопла при адиабатном истечении

$$T_k = T_0 \cdot \left(\frac{p_0}{p_k} \right)^{\frac{1}{k}-1} = 500 \cdot \left(\frac{15 \cdot 10^5}{7,92 \cdot 10^5} \right)^{\frac{1}{5}-1} = 300 \text{ К}$$

Температура на выходе сопла при адиабатном истечении

$$T_1 = T_0 \cdot \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}-1} = 500 \cdot \left(\frac{15 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5} \right)^{\frac{1}{5}-1} = 57 \text{ К}$$

Поэтому скорость истечения будет равна критической и определяется по формуле

$$\omega_k = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k+1} \cdot \frac{R \cdot T_0}{\mu}} = \sqrt{2 \cdot \frac{5}{5+1} \cdot \frac{8,31 \cdot 500}{0,029}} = 488,7 \text{ м/с}$$

Максимальный секундный расход воздуха

$$m_{\max} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k+1} \cdot \frac{p_0^2 \cdot \mu}{R \cdot T_0} \cdot \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}}} = \frac{3,14 \cdot 0,03^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{5}{5+1} \cdot \frac{15^2 \cdot 10^{10} \cdot 0,029}{8,31 \cdot 500} \cdot \left(\frac{2}{5+1}\right)^{\frac{2}{5-1}}} = 2,75$$

кг/с.

Ответ: 2,75 кг/с.

Течение газа при наличии энергообмена

Задача 2. Поток воздуха нагревается в цилиндрической трубе за счет теплоты сгорания топлива, расход которого составляет 5% от расхода воздуха. До подогрева скорость воздуха $V_1 = 50$ м/с, давление $p_1 = 1,0$ МПа, температура торможения $T_{01} = 550$ К. Найти скорость и давление газа в сечении трубы, где температура торможения $T_{02} = 1500$ К.

Принять $k = 1,33$; $R = 291$ Дж/(кг К). Трением пренебречь.

Решение:

Воспользуемся теоремой импульсов переписанной (для труб с прямолинейной осью) в скалярной форме:

$$R = \left(\frac{k+1}{2k} a_{kp} m_t z \right)_2 - \left(\frac{k+1}{2k} a_{kp} m_t z \right)_1 \quad (1)$$

Применим ее в виде теоремы сохранения импульсов, т.е. при $\bar{R} = 0$. Откуда:

$$z(\lambda_2) = \frac{k_1 + 1}{k_2 + 1} \frac{k_2}{k_1} \frac{G_{t1}}{G_{t2}} \frac{a_{kp1}}{a_{kp2}} z(\lambda_1) \quad (2)$$

Здесь,
$$z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda} \quad (3)$$

$z(\lambda)$ -газодинамическая функция,

$$\lambda = \frac{V}{a_{kp}} \quad (4)$$

λ -коэффициент скорости, λ_1 - коэффициент скорости на входе,
 λ_2 - коэффициент скорости на выходе из трубы.

$$a_{kp} = \sqrt{\frac{2kRT_0}{k+1}} \quad (5)$$

a_{ap} - критическая скорость звука,

G_t -секундный расход газа.

Найдем a_{kp1} и a_{kp2} . Так как для воздуха $k=1,4$

$$a_{kp1} = \sqrt{2 \cdot \frac{1,4 \cdot 291 \cdot 550}{1,4+1}} = 432,1169 \text{ м/сек.}$$

Внутри трубы $k=1,33$

$$a_{kp2} = \sqrt{2 \cdot \frac{1,33 \cdot 291 \cdot 1500}{1,33+1}} = 705,9192 \text{ м/сек.}$$

$$\lambda_1 = \frac{50}{432,1169} = 0,115709$$

. Так как расход G_{t2} больше G_{t1} на 5% то

$$\frac{G_{t1}}{G_{t2}} = \frac{1}{1.05} = 0.9524$$

$$z(\lambda_1) = \lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1} = 8,758047$$

. Подставим найденные значения в формулу (2)

$$z(\lambda_2) = \frac{2,4}{2,33} \cdot \frac{1,33}{1,4} \cdot \frac{432,1169}{705,9192} \cdot 0,9524 \cdot 8,758047 = 4,9962$$

$$\lambda_2 + \frac{1}{\lambda_2} = 4,9962$$

Решив уравнение найдем два значения λ_2 .

$$\lambda_2 = 0,20888$$

$$\lambda_2 = 4,78735$$

Реальным будет только первое решение, поскольку подогревом нельзя перевести дозвуковой поток в сверхзвуковой. Зная коэффициент скорости мы можем найти скорость, этому коэффициенту соответствующую:

$$V_2 = \lambda_2 \cdot a_{kp2} = 0,20888 \cdot 705,9192 = 147,455 \text{ м/сек.}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\pi_{k=1,33}(\lambda_2)}{\pi_{k=1,4}(\lambda_1)} \sigma \quad (6)$$

где по уравнению расхода

$$\sigma = \frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{B_{1G}}{B_{2G}} \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}} \frac{q_{k=1,4}(\lambda_1)}{q_{k=1,33}(\lambda_2)} \frac{G_{t1}}{G_{t2}} \quad (7)$$

σ -коэффициент восстановления полного давления. π -газодинамическая функция. B_{1G} и B_{2G} здесь постоянные .

$$B_G = \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{g}{\sqrt{R}}} \quad (8)$$

Вычисляем B_{1G} и B_{2G} по формуле (8):

$$B_{1G} = \sqrt{1,4 \cdot \left(\frac{2}{1,4+1} \right)^{\frac{1,4+1}{1,4-1}} \cdot \frac{9,81}{\sqrt{291}}} = 0,39377$$

$$B_{2G} = \sqrt{1,33 \cdot \left(\frac{2}{1,33+1} \right)^{\frac{1,33+1}{1,33-1}} \cdot \frac{9,81}{\sqrt{291}}} = 0,38681$$

Найдем значения $q_{k=1,4}(\lambda_1)$, $q_{k=1,33}(\lambda_2)$, $\pi_{\lambda=1,4}(\lambda_1)$, и $\pi_{\lambda=1,33}(\lambda_2)$ по таблицам газодинамических функций:

$$q_{k=1,4}(\lambda_1) = 0,18816 \quad , \quad q_{k=1,33}(\lambda_2) = 0,32362,$$

$$\pi_{\lambda=1,4}(\lambda_1) = 0,99163, \quad \pi_{\lambda=1,33}(\lambda_2) = 0,97408.$$

Подставим все найденные значения в формулы (6),(7) и (8).

$$\sigma = \frac{0,39377}{0,38681} \cdot \sqrt{\frac{1500}{550}} \cdot \frac{0,18816}{0,32362} = 0,9775$$

Найдем из формулы (6) p_2 :

$$p_2 = \frac{0,97408}{0,99163} \cdot 0,9775 \cdot 1 \cdot 10^6 = 0,96017 \cdot 10^6$$

$$p_2 = 9,6017 \text{ ата.}$$

Ответ: $V_2 = 147,455$ м/сек, $p_2 = 9,6017$ ата.