

ЗМІСТ

ВСТУП	4
ОСНОВНІ ПИТАННЯ ПРОГРАМИ ДИСЦИПЛІНИ ЗА ТЕМОЮ «АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ ТА В ПРОСТОРИ»	4
ОРІЄНТОВНИЙ ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДЛЯ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ	5
1. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ	5
1.1. Декартова прямокутна система координат на площині	5
1.2. Полярна система координат	7
1.3. Пряма лінія на площині	8
1.4. Криві другого порядку	10
2. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ У ПРОСТОРИ	13
2.1. Площина у просторі	13
2.2. Пряма у просторі	15
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ЩОДО ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ	18
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	20
Додаток ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ЗА ТЕМОЮ «АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ ТА В ПРОСТОРИ»	21

ВСТУП

Методичні вказівки відповідають програмі курсу «Вища математика» для студентів технологічних спеціальностей та можуть бути використані при виконанні індивідуальних завдань за темою «Аналітична геометрія на площині та в просторі».

Особливістю видання є наявність завдань для тетраметрових індивідуальних робіт у кількості, достатній для академічних груп.

Дані методичні вказівки є довідковим матеріалом. Вони містять визначення, формули, деякі теоретичні відомості. Мета роботи – надати в невеликому за обсягом довіднику деякі відомості з вищої математики, необхідні при вивченні теми «Елементи аналітичної геометрії на площині та у просторі».

Слід мати на увазі, що це – не навчальна книга, не конспект лекцій, а короткий довідковий матеріал, який не може замінити вивчення лекційного матеріалу та навчальної літератури.

Кожен розділ видання, охоплюючи ту чи іншу тему, містить необхідні теоретичні положення.

Перед розв'язуванням задач *необхідно вивчити відповідні розділи теоретичного матеріалу.*

ОСНОВНІ ПИТАННЯ ПРОГРАМИ ДИСЦИПЛІНИ ЗА ТЕМОЮ «АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ ТА В ПРОСТОРІ»

1. Системи координат на площині

Перетворення координат за допомогою паралельного перенесення. Полярна система координат. Рівняння деяких кривих у полярній системі координат.

2. Способи завдання прямої на площині

Загальне рівняння прямої та його дослідження. Канонічне та параметричне рівняння прямої. Рівняння прямої, яка проходить через дві точки. Рівняння у відрізках. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Умови паралельності та перпендикулярності прямих. Кут між прямими. Рівняння пучка прямих. Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої.

3. Криві другого порядку. Їх рівняння та властивості

Загальне рівняння лінії другого порядку. Коло. Еліпс. Гіпербола. Парабола. Властивості ліній другого порядку та дослідження їх форми.

4. Площина в просторі. Різні види рівнянь площини

Загальне рівняння площини та його дослідження. Рівняння площини, яка проходить через три задані точки. Нормальне рівняння площини. Відстань від точки до площини у просторі. Кут між площинами. Умови паралельності та перпендикулярності площин.

5. Пряма лінія в просторі. Взаємне розташування прямої та площини в просторі

Канонічне та параметричне рівняння прямої. Загальне рівняння. Кут між прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямої та площини в просторі. Кут між прямою та площиною. Точка перетину.

ОРІЄНТОВНИЙ ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДЛЯ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

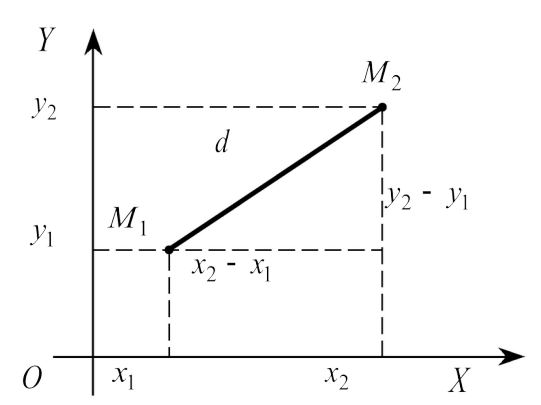
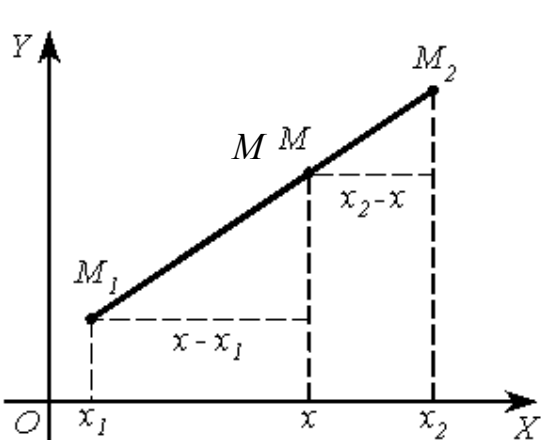
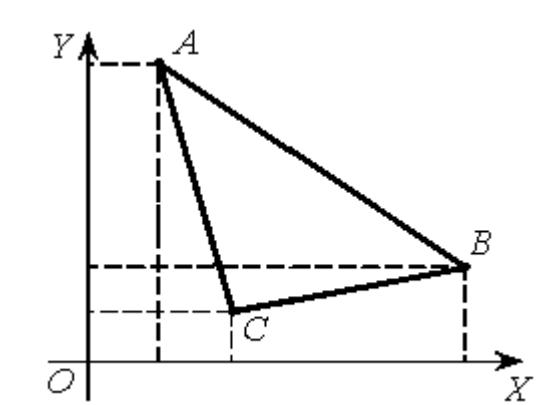
1. Декартова прямокутна та полярна системи координат. Зв'язок між ними.
2. Перетворення координат.
3. Відстань між двома точками на площині. Поділ відрізка в заданому відношенні.
4. Способи завдання прямої лінії на площині.
5. Загальне рівняння прямої, його дослідження. Пряма, що проходить через дві точки. Рівняння прямої у відрізках.
6. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Пучок прямих. Нормальне рівняння прямої.
7. Кут між прямими на площині, умови паралельності та перпендикулярності прямих.
8. Відстань від точки до прямої.
9. Полярні параметри прямої. Нормальне рівняння прямої.
10. Коло. Рівняння кола.
11. Еліпс. Канонічне рівняння еліпса.
12. Канонічне рівняння гіперболи. Асимптоти гіперболи. Рівнобічна гіпербола.
13. Канонічне рівняння параболи.
14. Ексцентриситет і фокальні радіуси еліпса та гіперболи. Загальна властивість кривих другого порядку.
15. Загальне рівняння площини. Кут між площинами. Умова паралельності та перпендикулярності площин.
16. Нормальне рівняння площини. Рівняння площини, що проходить через три точки.
17. Відстань від точки до площини. Рівняння пучка площин.
18. Канонічне рівняння прямої в просторі. Кут між прямими. Умова паралельності та перпендикулярності прямих у просторі.
19. Кут між прямою та площиною. Умова паралельності та перпендикулярності прямої та площини.

1. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ

1.1. Декартова прямокутна система координат на площині

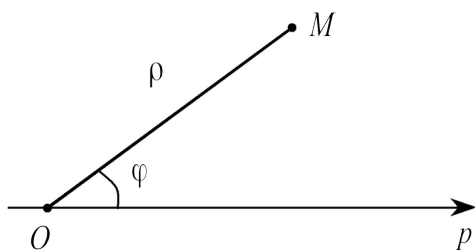
Координатами точки називаються числа, взяті в певному порядку, які визначають положення точки на прямій, на площині, у просторі або на поверхні. Найчастіше використовують *декартові координати*.

Декартова прямокутна система координат на площині – це дві взаємно перпендикулярні координатні осі Ox і Oy з обраною одиницею масштабу. Положення точки в системі xOy задається парою чисел x, y .

	<p>Відстань між двома точками $M_1(x_1, y_1)$ і $M_2(x_2, y_2)$:</p> $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
	<p>Поділ відрізка M_1M_2 в заданому відношенні λ:</p> $x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}; \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}.$ <p>Координати середини відрізка M_1M_2 (при $\lambda = 1$):</p> $x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$
	<p>Площа трикутника ABC, де $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ і $C(x_3, y_3)$ – координати його вершин:</p> $S = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 \end{vmatrix}$

1.2. Полярна система координат

Найважливішою після прямокутної системи координат є **полярна система координат**. Вона задається точкою O , яка називається **поллюсом**, і променем Op , що має початок у полюсі та називається **полярною віссю**. Задаються також одиниці масштабу: **лінійна** – для вимірювання довжин відрізків і **кутова** – для вимірювання кутів.

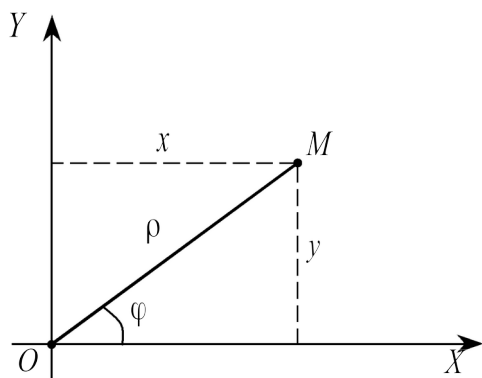


Розглянемо полярну систему координат і візьмемо на площині довільну точку M . Припустимо, що $\rho = |\overline{OM}|$ – відстань від точки O до точки M і $\varphi = \angle(O\rho, \overline{OM})$ – кут, на який треба повернути полярну вісь проти годинникової стрілки, щоб сумістити її з вектором \overline{OM} .

Полярними координатами точки M називаються числа ρ і φ . При цьому число ρ вважається першою координатою і називається **полярним радіусом**, а число φ – другою координатою і називається **полярним кутом**. Точка M з полярними координатами позначається так: $M(\rho; \varphi)$. Очевидно, полярний радіус може набувати довільних невід'ємних значень $0 \leq \rho < \infty$, полярний кут вважається таким, що змінюється в межах $0 \leq \varphi < \infty$.

Зв'язок між прямокутними декартовими та полярними координатами

Виразимо декартові координати точки M через полярні. Вважатимемо, що початок прямокутної системи збігається з полюсом, а вісь Ox – з полярною віссю $O\rho$. Якщо точка M має декартові координати x і y ($M(x, y)$) та полярні ρ і φ ($M(\rho; \varphi)$), тоді:



формули переходу від полярних координат до декартових:

$$x = \rho \cos \varphi,$$

$$y = \rho \sin \varphi,$$

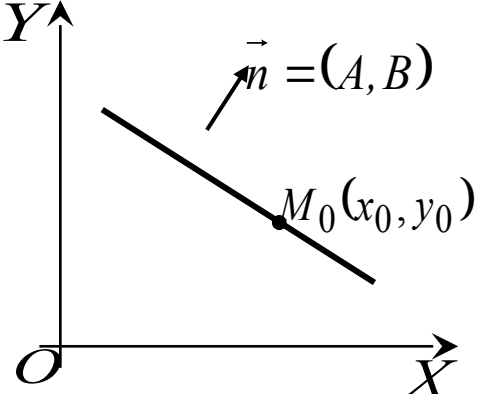
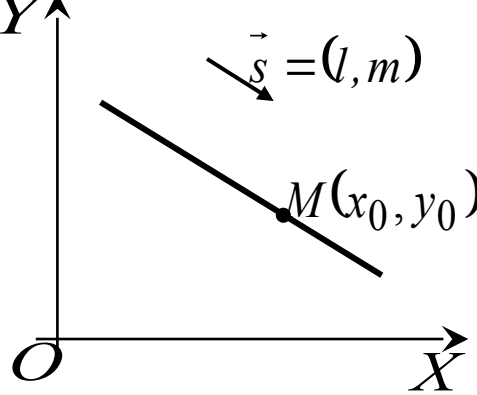
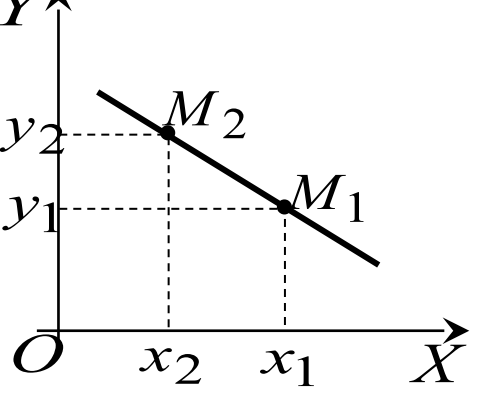
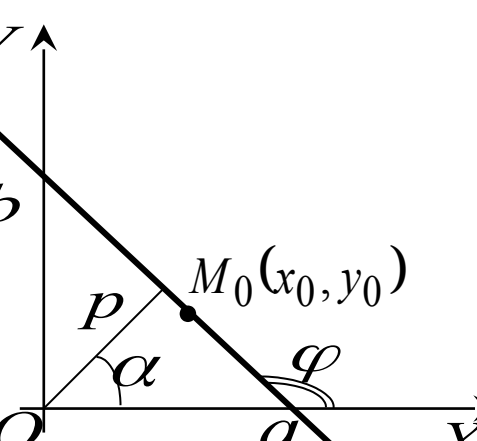
формули переходу від декартових координат до полярних:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$\varphi = \arctg \frac{y}{x}.$$

Зауваження: остання формула дає два значення кута φ , оскільки він змінюється від 0 до 2π . Із цих двох значень кута треба взяти те, якому задовольняють декартові координати x та y .

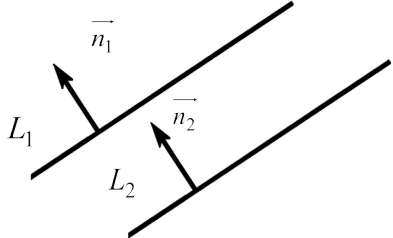
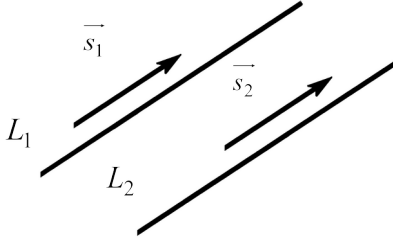
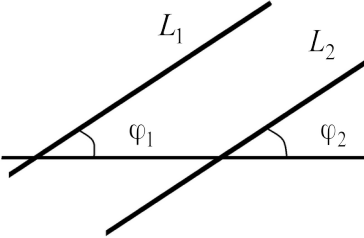
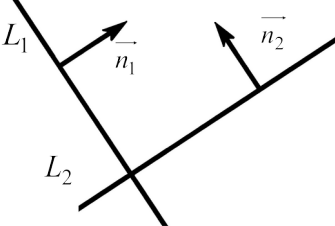
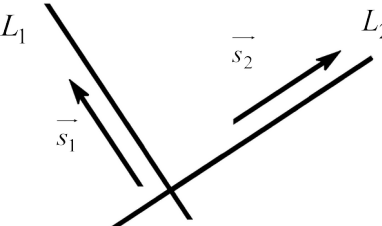
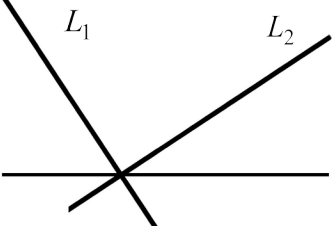
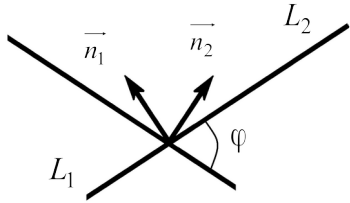
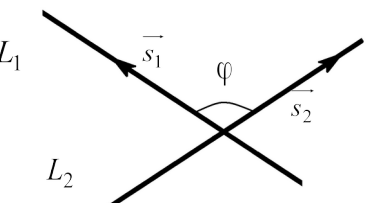
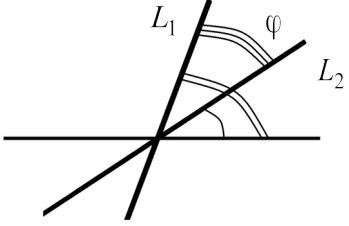
1.3. Пряма лінія на площині

	<p>1. Рівняння прямої, що проходить через задану точку $M_0(x_0, y_0)$ та перпендикулярно вектору $\vec{n} = (A, B)$ (нормальний вектор прямої):</p> $A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) = 0.$ <p>2. Загальне рівняння прямої:</p> $A \cdot x + B \cdot y + C = 0, \quad (A^2 + B^2 \neq 0)$
	<p>3. Канонічне рівняння прямої (рівняння прямої, що проходить через задану точку $M_0(x_0, y_0)$ та паралельно вектору $\vec{s} = (l, m)$ (напрямний вектор прямої)):</p> $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m}.$ <p>4. Параметричне рівняння прямої:</p> $\begin{cases} x = x_0 + t \cdot l \\ y = y_0 + t \cdot m \end{cases}$
	<p>5. Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки $M_1(x_1, y_1)$ та $M_2(x_2, y_2)$:</p> $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1},$ $(k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1})$
	<p>6. Рівняння прямої у відрізках на осях:</p> $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$ <p>7. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом:</p> $y = k \cdot x + b, \quad (k = \text{tg} \varphi).$ <p>8. Рівняння прямої, яка проходить у заданому напрямку через задану точку $M_0(x_0, y_0)$ (рівняння зв'язки):</p> $y - y_0 = k \cdot (x - x_0).$ <p>9. Нормальне рівняння прямої:</p> $x \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha - p = 0$

Відстань від точки $M_0(x_0, y_0)$ до прямої:

Пряма задана нормальним рівнянням	Пряма задана загальним рівнянням
$d_M = x_0 \cdot \cos \alpha + y_0 \cdot \sin \alpha - p $	$d_M = \frac{ A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Взаємне розташування двох прямих на площині

Загальне рівняння	Канонічне рівняння	Рівняння з кутовим коефіцієнтом
$L_1 : A_1x + B_1y + C_1 = 0:$ $\vec{n}_1 = (A_1; B_1)$	$L_1 : \frac{x - x_1}{l_1} = \frac{y - y_1}{m_1}:$ $\vec{s}_1 = (l_1; m_1)$	$L_1 : y = k_1x + b:$ $k_1 = \operatorname{tg} \varphi_1$
$L_2 : A_2x + B_2y + C_2 = 0:$ $\vec{n}_2 = (A_2; B_2)$	$L_2 : \frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2}:$ $\vec{s}_2 = (l_2; m_2)$	$L_2 : y = k_2x + b:$ $k_2 = \operatorname{tg} \varphi_2$
<i>1. Умова паралельності двох прямих:</i>		
 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$	 $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2}$	 $k_1 = k_2$
<i>2. Умова перпендикулярності двох прямих:</i>		
 $A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 = 0$	 $l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2 = 0$	 $k_1 \cdot k_2 = -1$
<i>3. Кут між двома прямими:</i>		
 $\cos \varphi = \frac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$	 $\cos \varphi = \frac{l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2}}$	 $\operatorname{tg} \varphi = \left \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right $

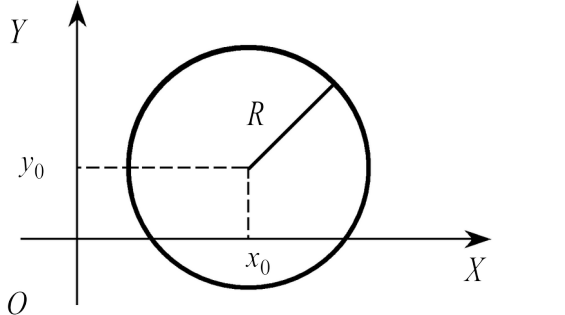
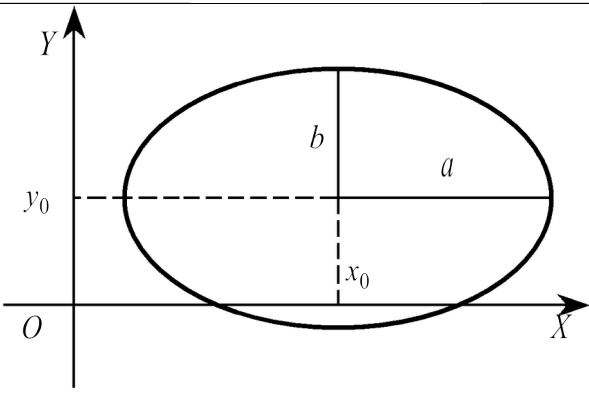
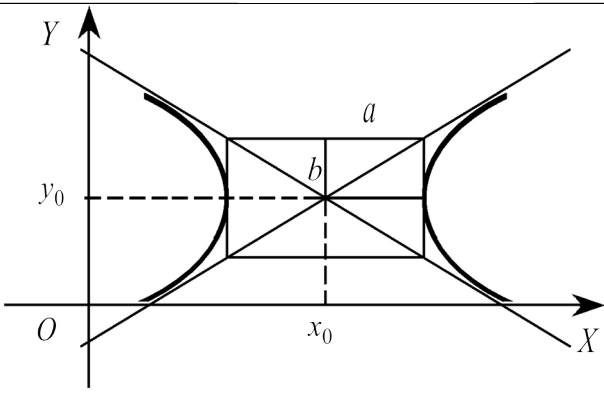
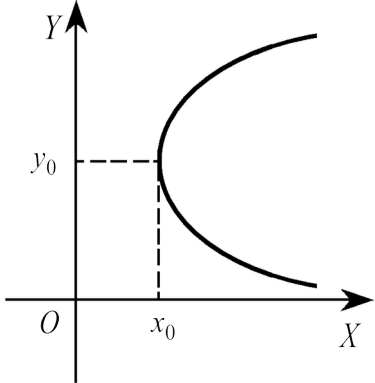
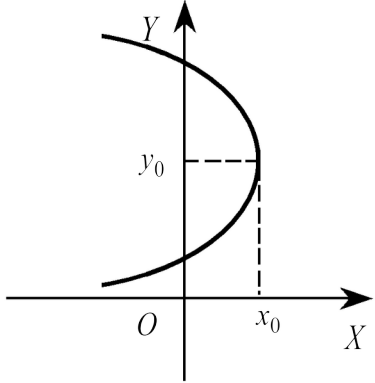
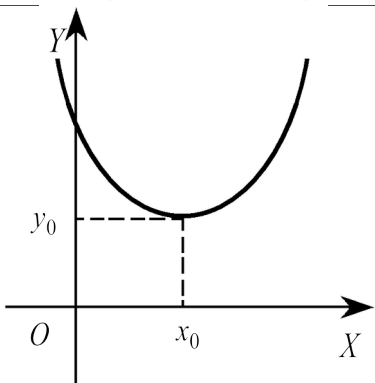
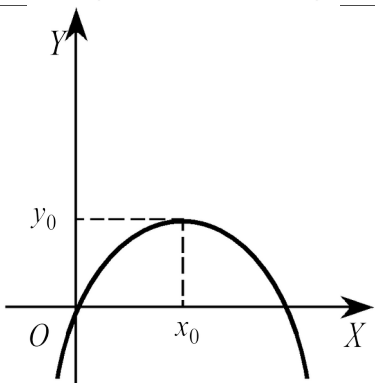
1.4. Криві другого порядку

Крива	Еліпс – геометричне місце точок площини, сума відстаней яких від двох заданих точок цієї площини, які називаються <i>фокусами</i> , є величина стала і більша відстані між фокусами	Гіпербола – геометричне місце точок площини, модуль різниці відстаней яких від двох заданих точок цієї площини, що називаються <i>фокусами</i> , є величина стала і менша відстані між фокусами
	<i>Еліпс з фокусами на осі Ox</i>	<i>Гіпербола з фокусами на осі Ox</i>
Рівняння	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
Півосі, (2a, 2b – осі)	a – велика; b – мала піввісь	a – дійсна; b – уявна піввісь
Фокусна відстань	$c = \sqrt{a^2 - b^2}$	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$
Фокуси	$F_1(c; 0); F_2(-c; 0)$	$F_1(c; 0); F_2(-c; 0)$
Ексцентриситет	$\varepsilon = \frac{c}{a}, 0 < \varepsilon < 1$	$\varepsilon = \frac{c}{a}, \varepsilon > 1$
Рівняння директрис	$x = \pm \frac{a}{\varepsilon} \left(x = \pm \frac{a^2}{c} \right)$	$x = \pm \frac{a}{\varepsilon} \left(x = \pm \frac{a^2}{c} \right)$
Асимптоти	–	$y = \pm \frac{b}{a} x$
Фокальні радіуси	$r_1 = F_1M = a - \varepsilon \cdot x_M$ – правий; $r_2 = F_2M = a + \varepsilon \cdot x_M$ – лівий; $r_1 + r_2 = 2a$	$r_1 = F_1M = a - \varepsilon \cdot x_M $ – правий; $r_2 = F_2M = a + \varepsilon \cdot x_M $ – лівий; $r_1 - r_2 = 2a$
Рисунок		

Параболою називається геометричне місце точок площини, рівновіддалених від заданої точки, яка називається *фокусом*, і від заданої прямої, яка називається *директрисою* та не проходить через фокус.

<i>Параболи, симетричні відносно осі Ox</i>		
Рівняння	$y^2 = 2 \cdot p \cdot x$	$y^2 = -2 \cdot p \cdot x$
Координат и фокуса	$F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$	$F\left(-\frac{p}{2}; 0\right)$
Рівняння директриси	$x = -\frac{p}{2}$	$x = \frac{p}{2}$
Рисунок	<p>The diagram shows a coordinate system with x and y axes. A parabola opens to the right, starting from the origin O. A vertical dashed line representing the directrix is at $x = -\frac{p}{2}$. A point F representing the focus is marked on the x-axis at $\frac{p}{2}$. The origin O is also marked.</p>	<p>The diagram shows a coordinate system with x and y axes. A parabola opens to the left, starting from the origin O. A vertical dashed line representing the directrix is at $x = \frac{p}{2}$. A point F representing the focus is marked on the x-axis at $-\frac{p}{2}$. The origin O is also marked.</p>
<i>Параболи, симетричні відносно осі Oy</i>		
Рівняння	$x^2 = 2 \cdot p \cdot y$	$x^2 = -2 \cdot p \cdot y$
Координат и фокуса	$F\left(0; \frac{p}{2}\right)$	$F\left(0; -\frac{p}{2}\right)$
Рівняння директриси	$y = -\frac{p}{2}$	$y = \frac{p}{2}$
Рисунок	<p>The diagram shows a coordinate system with x and y axes. A parabola opens upwards, starting from the origin O. A horizontal dashed line representing the directrix is at $y = -\frac{p}{2}$. A point F representing the focus is marked on the y-axis at $\frac{p}{2}$. The origin O is also marked.</p>	<p>The diagram shows a coordinate system with x and y axes. A parabola opens downwards, starting from the origin O. A horizontal dashed line representing the directrix is at $y = \frac{p}{2}$. A point F representing the focus is marked on the y-axis at $-\frac{p}{2}$. The origin O is also marked.</p>

Зсунені криві $O(x_0; y_0)$

<p>Коло $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$</p>	
<p>Еліпс $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$</p>	<p>Гіпербола $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$</p>
	
Параболи	
<p>$(y - y_0)^2 = 2 \cdot p \cdot (x - x_0)$</p>	<p>$(y - y_0)^2 = -2 \cdot p \cdot (x - x_0)$</p>
	
<p>$(x - x_0)^2 = 2 \cdot p \cdot (y - y_0)$</p>	<p>$(x - x_0)^2 = -2 \cdot p \cdot (y - y_0)$</p>
	

2. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ У ПРОСТОРИ

2.1. Площина у просторі

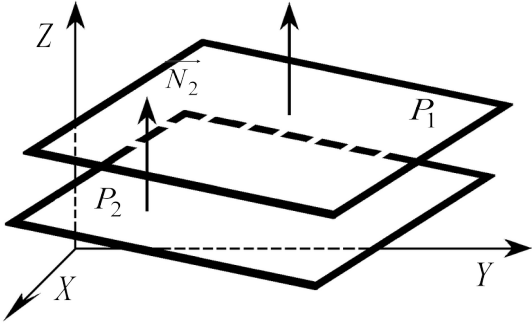
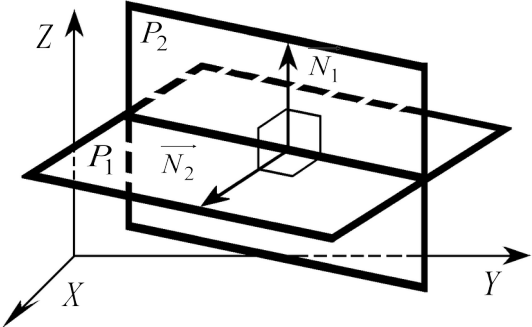
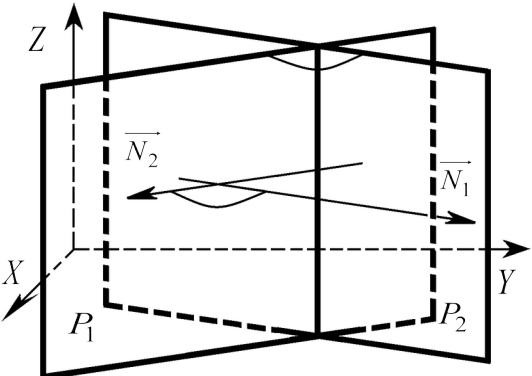
	<p>1. Рівняння площини, яка проходить через задану точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ та перпендикулярно вектору $\vec{N} = (A, B, C)$ (нормальний вектор площини):</p> $A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) + C \cdot (z - z_0) = 0.$ <p>2. Загальне рівняння площини:</p> $A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z + D = 0$
	<p>3. Рівняння площини, яка проходить через три задані точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ та $M_3(x_3, y_3, z_3)$:</p> $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$
	<p>4. Рівняння площини у відрізках на осях:</p> $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1,$ <p>де a, b, c – координати точок перетину площини з осями Ox, Oy, Oz відповідно</p>
	<p>5. Нормальне рівняння площини:</p> $x \cdot \cos \alpha + y \cdot \cos \beta + z \cdot \cos \gamma - p = 0,$ <p>де p – відстань від початку координат до площини; α, β, γ – кути, які створює нормаль, проведена з початку координат, з осями Ox, Oy, Oz</p>

Якщо у загальному рівнянні відсутній доданок з якою-небудь змінною, то площина паралельна відповідній координатній осі. Якщо у рівнянні відсутні доданки з двома змінними, то площина паралельна відповідній координатній площині. Якщо у загальному рівнянні площини відсутній вільний член, то площина проходить через початок координат.

**Відстань від точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$ до площини,
заданої загальним рівнянням $Ax + By + Cz + D = 0$:**

$$d_M = \frac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C \cdot z_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

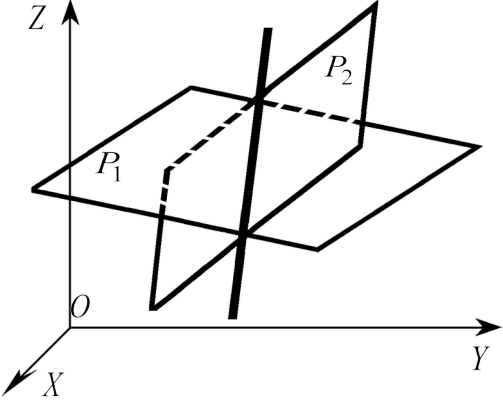
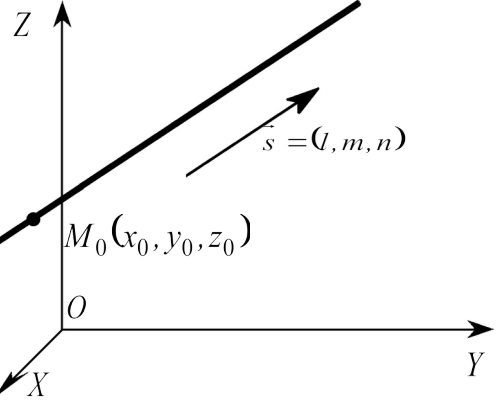
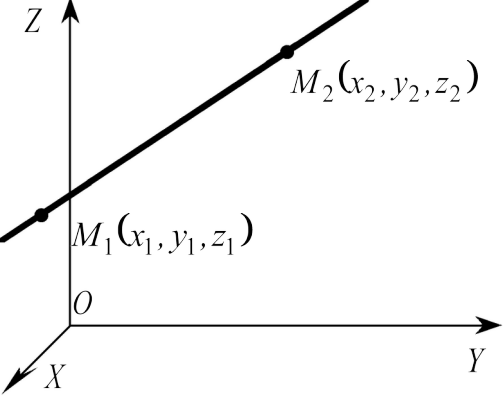
Взаємне розташування двох площин у просторі

$\vec{N}_1(A_1; B_1; C_1)$	$P_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$
$\vec{N}_2(A_2; B_2; C_2)$	$P_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$
<i>2. Умова паралельності двох площин:</i>	
	$\vec{N}_1 \parallel \vec{N}_2:$ $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$
<i>2. Умова перпендикулярності двох площин:</i>	
	$\vec{N}_1 \perp \vec{N}_2:$ $A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2 = 0$
<i>3. Кут між двома площинами:</i>	
	$\varphi = \angle(\vec{N}_1; \vec{N}_2):$ $\cos \varphi = \frac{ \vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2 }{ \vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2 }$ $\cos \varphi = \frac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$

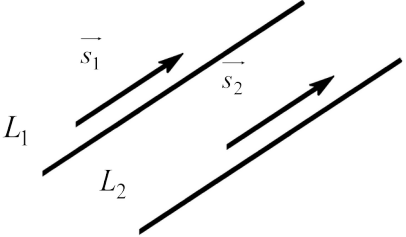
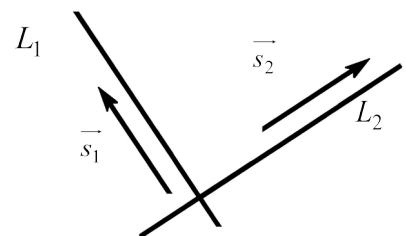
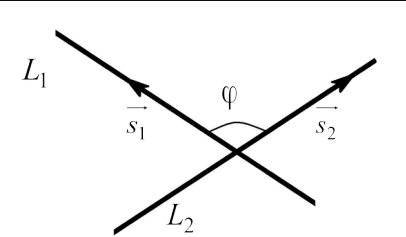
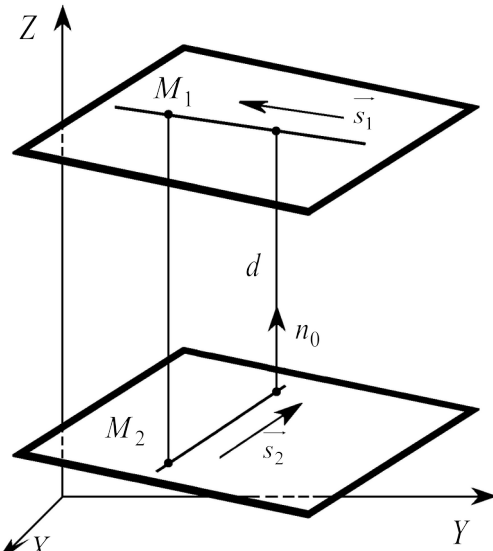
2.2. Пряма у просторі

Пряму у просторі можна розглядати як лінію перетину двох площин; лінію, будь-які точки якої задають вектор, колінеарний заданому, або траєкторію руху зі сталою швидкістю заданої точки.

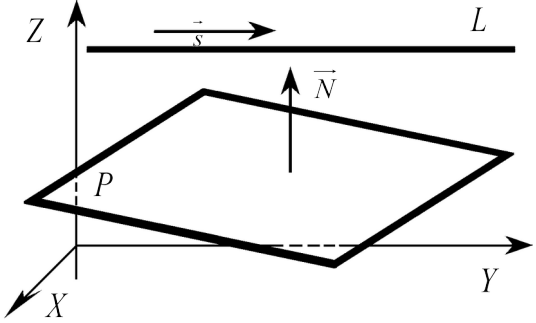
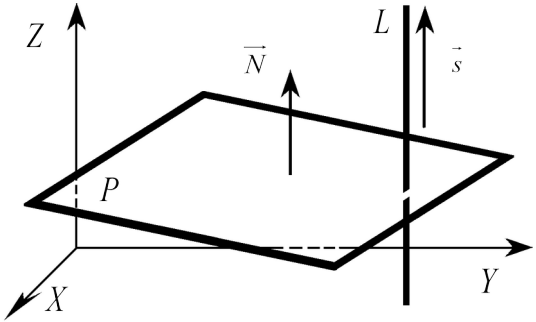
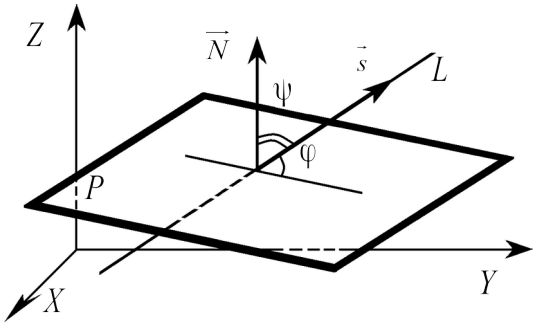
Різні види рівнянь прямої у просторі

	<p>1. Загальне рівняння прямої, яка задається як лінія перетину двох площин з нормальними векторами $\vec{N}_1 (A_1, B_1, C_1)$ та $\vec{N}_2 (A_2, B_2, C_2)$:</p> $\begin{cases} A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 \cdot z + D_1 = 0; \\ A_2 \cdot x + B_2 \cdot y + C_2 \cdot z + D_2 = 0. \end{cases}$
	<p>2. Канонічне рівняння прямої, що проходить через задану точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ з напрямним вектором $\vec{s} = (l, m, n)$, який паралельний даній прямій:</p> $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}.$ <p>3. Параметричне рівняння прямої, що проходить через задану точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ з напрямним вектором $\vec{s} = (l, m, n)$, який паралельний даній прямій:</p> $\begin{cases} x = x_0 + l \cdot t \\ y = y_0 + m \cdot t \\ z = z_0 + n \cdot t \end{cases}$
	<p>4. Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ та $M_2(x_2, y_2, z_2)$:</p> $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$

Взаємне розташування двох прямих у просторі

$\vec{s}_1 (l_1, m_1, n_1)$	$L_1: \frac{x - x_{01}}{l_1} = \frac{y - y_{01}}{m_1} = \frac{z - z_{01}}{n_1}$
$\vec{s}_2 (l_2, m_2, n_2)$	$L_2: \frac{x - x_{02}}{l_2} = \frac{y - y_{02}}{m_2} = \frac{z - z_{02}}{n_2}$
1. Умова паралельності двох прямих:	
	$\vec{s}_1 \parallel \vec{s}_2:$ $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$
2. Умова перпендикулярності двох прямих:	
	$\vec{s}_1 \perp \vec{s}_2:$ $l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2 + n_1 \cdot n_2 = 0$
3. Кут між двома прямими:	
	$\varphi = \angle(\vec{s}_1, \vec{s}_2):$ $\cos \varphi = \frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2}{ \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 } = \frac{l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2 + n_1 \cdot n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$
4. Відстань між мимобіжними прямими:	
	n_0 – одиничний вектор: $n_0 = \frac{(\vec{s}_1 \times \vec{s}_2)}{ \vec{s}_1 \times \vec{s}_2 }$ $d = \left \frac{(\vec{s}_1 \times \vec{s}_2) \cdot \vec{M}_1 \vec{M}_2}{ \vec{s}_1 \times \vec{s}_2 } \right $

Взаємне розташування прямої та площини у просторі

$\vec{s}(l, m, n)$	$L: \frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$
$\vec{N}(A, B, C)$	$P: Ax + By + Cz + D = 0$
<p><i>1. Умова паралельності прямої та площини:</i></p>	
	$\vec{s} \perp \vec{N}:$ $l \cdot A + m \cdot B + n \cdot C = 0$
<p><i>2. Умова перпендикулярності прямої та площини:</i></p>	
	$\vec{s} \parallel \vec{N}:$ $\frac{l}{A} = \frac{m}{B} = \frac{n}{C}$
<p><i>3. Кут між прямою та площиною:</i></p>	
	$\varphi = \angle(\vec{s}_1, \vec{s}_2):$ $\cos \psi = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \sin \varphi$ $\sin \varphi = \frac{ \vec{N} \cdot \vec{s} }{ \vec{N} \cdot \vec{s} }$ $\sin \varphi = \frac{ A \cdot l + B \cdot m + C \cdot n }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ЩОДО ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

До виконання індивідуального завдання слід приступати лише після *вивчення відповідного теоретичного матеріалу*. Весь теоретичний матеріал для виконання завдань можна почерпнути з підручників [1–15], а також з конспекту лекцій. У запропонованих методичних вказівках виконуються лише короткі (переважно табличні) теоретичні відомості, необхідні для розв’язання завдань.

Практичні завдання для кожного студента групи індивідуальні (кожне завдання складене із 30 варіантів). Відповідне цифрове значення замість символу «*» в індивідуальних завданнях визначає викладач дисципліни для кожної академічної групи або індивідуально для кожного студента. Студент виконує ті варіанти завдань, які визначить викладач. Кількість задач індивідуальної роботи визначається також викладачем.

Завершальним етапом роботи над індивідуальним завданням є його захист. Під час захисту студент повинен уміти правильно відповідати на теоретичні питання, пояснювати хід розв’язання завдань, вирішувати завдання аналогічного типу.

Умови завдань наведені у *додатку*.

При виконанні індивідуальних робіт необхідно строго дотримуватися наведених нижче правил. Роботи, виконані без дотримання цих правил, не перевіряються і повертаються студентові для переробки.

ПРАВИЛА ВИКОНАННЯ ТА ОФОРМЛЕННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

1. Кожне індивідуальне завдання має бути виконане на окремих аркушах в клітинку. В роботі необхідно залишати поля для зауважень викладача, який перевіряє її.

2. У заголовку роботи на титульній сторонці мають бути ясно написані: номер та назва індивідуального завдання, з якої дисципліни воно виконується, групу, прізвище, ім’я, по батькові студента. Тут же слід вказати дату виконання роботи і підпис студента.

А також:

- номер варіанта;
- номери задач;
- відповіді до кожної розв’язаної задачі.

Зразок оформлення наведений нижче.

3. Далі з нової сторінки необхідно розмістити відповідні розв’язування завдань. У роботу мають бути включені всі завдання, вказані в роботі, строго відповідно до варіанту. Роботи, що містять завдання не свого варіанта, не зараховуються.

4. Розв’язання завдань необхідно розташовувати в порядку зростання їх номерів, вказаних у роботі, зберігаючи номери завдань.

5. Перед розв'язанням кожної задачі треба повністю навести її умову. У тому випадку, коли декілька завдань, з яких студент обирає завдання свого варіанту, мають спільне формулювання, необхідно, переписуючи умову завдання, замінити спільні дані конкретними, узятими з відповідного номера.

6. Розв'язання завдань слід викладати детально та акуратно, пояснюючи і мотивуючи всі дії за ходом вирішення, проводячи викладення, вказуючи посилання на відповідні теоретичні поняття та формули, і роблячи необхідні креслення. Рисунки та графіки мають виконуватись акуратно та чітко.

7. Індивідуальні завдання виконуються студентом самостійно у зазначений рейтинговою карткою (або викладачем) термін.

ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ ТИТУЛЬНОЇ СТОРІНКИ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ

<p>Індивідуальне завдання № _____ з вищої математики за темою: _____ студ. групи _____ _____ <i>(прізвище, ім'я, по батькові)</i></p> <p>№ варіанту _____</p> <p>Дата виконання _____ Підпис _____</p>	
Номери завдань	Відповіді до кожного розв'язаного завдання

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Апатенок Р.Ф. и др. – М.: Высш. шк., 1986. – 272 с.
2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1980. – 240 с.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и студентов ВУЗов. – М.: Наука, 1986. – 544 с.
4. Бубняк Т.І. Вища математика: Навч. посіб. – Львів: «Новий світ-2000», 2004. – 434 с.
5. Вища математика: Підручник: У 2 кн. – 2-ге вид., перероб. і доп. – Кн.1. Основні розділи / Призва Г.Й., Плахотник В.В., Гординський Л.Д. та ін.; Ред. Г.Л. Кулініча. – К.: Либідь, 2003. – 400 с.
6. Вища математика. Основні означення, приклади і задачі. Ч.1,2. – К.: Либідь, 1992. – 309 с.
7. Высшая математика / Ред. А.И. Яблонского. – Минск: Высш. шк., 1993. – 349 с.
8. Высшая математика. Сборник задач / Ред. Овчинникова П.Ф. – К.: Вища шк., 1991. – 455 с.
9. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1,2 – М.: Высш. шк., 1980. – 320 с.
10. Каплан И.А. Практические занятия по высшей математике. – Харьков: Изд-во ХГУ, 1967. – 236 с.
11. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. – М.: Наука, 1969. – 123 с.
12. Мантуров О.В., Матвеев Н.М. Курс высшей математики. – М.: Высш. шк., 1986. – 296 с.
13. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. – М.: Наука, 1987. – 350 с.
14. Овчинников П.Ф., Яремчук Ф.П., Михайленко В.М. Высшая математика: Линейная и векторная алгебра: Аналитическая геометрия: Введение в математический анализ: Дифференциальное и интегральное исчисление. – К: Вища шк., 1987. – 551 с.
15. Шестаков А.А., Мальшева И.А., Полозков Д.П. Курс высшей математики. – М.: Высш. шк., 1987. – 320 с.

Додаток

**ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ЗА ТЕМОЮ
«АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ ТА В ПРОСТОРИ»**

Завдання 1

„Аналітична геометрія на площині”

Задані координати вершин трикутника ABC . Знайти:

- 1) рівняння сторони AB , записати його у вигляді рівняння у відрізках;
- 2) рівняння прямої BK , що проходить через точку B паралельно стороні AC ;
- 3) рівняння висоти CD та її довжини;
- 4) кут між висотою CD та медіаною BM ;
- 5) побудувати всі лінії.

1.1	$A (1;2)$	$B (30;-5)$	$C (12;*)$
1.2	$A (2;3)$	$B (-12;-9)$	$C (-5;*)$
1.3	$A (3;7)$	$B (11;2)$	$C (17;*)$
1.4	$A (4;1)$	$B (-15;11)$	$C (-8;*)$
1.5	$A (5;10)$	$B (10;3)$	$C (-8;*)$
1.6	$A (6;1)$	$B (-5;-4)$	$C (-9;*)$
1.7	$A (7;1)$	$B (-18;-11)$	$C (-11;*)$
1.8	$A (8;-1)$	$B (-2;-6)$	$C (-6;*)$
1.9	$A (9;6)$	$B (12;-1)$	$C (-6;*)$
1.10	$A (0;5)$	$B (-4;-5)$	$C (-3;*)$
1.11	$A (1;0)$	$B (-5;4)$	$C (-1;*)$
1.12	$A (2;2)$	$B (-6;6)$	$C (-2;*)$
1.13	$A (3;0)$	$B (-2;4)$	$C (2;*)$
1.14	$A (4;2)$	$B (-3;6)$	$C (1;*)$
1.15	$A (5;3)$	$B (-5;7)$	$C (-1;*)$
1.16	$A (6;-1)$	$B (-3;3)$	$C (1;*)$
1.17	$A (7;-2)$	$B (-5;6)$	$C (-1;*)$
1.18	$A (8;0)$	$B (-3;4)$	$C (1;*)$
1.19	$A (9;-1)$	$B (-5;3)$	$C (-1;*)$
1.20	$A (0;3)$	$B (-3;7)$	$C (1;*)$
1.21	$A (1;2)$	$B (30;-5)$	$C (12;*)$
1.22	$A (2;3)$	$B (-12;-9)$	$C (-5;*)$
1.23	$A (3;7)$	$B (11;2)$	$C (17;*)$
1.24	$A (4;1)$	$B (-15;11)$	$C (-8;*)$
1.25	$A (5;10)$	$B (10;3)$	$C (-8;*)$
1.26	$A (6;1)$	$B (-5;-4)$	$C (-9;*)$
1.27	$A (7;1)$	$B (-18;-11)$	$C (-6;*)$
1.28	$A (8;-1)$	$B (-2;-6)$	$C (-6;*)$
1.29	$A (9;6)$	$B (12;-1)$	$C (-6;*)$
1.30	$A (0;0)$	$B (-4;-5)$	$C (-7;*)$

Завдання 2

„Аналітична геометрія на площині”

Звести до канонічного вигляду рівняння кривої другого порядку, визначити її вид та знайти всі її параметри. Побудувати криву другого порядку.

2.1	$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$
2.2	$25x^2 - 100x + 9y^2 + 54y - 44 = 0$
2.3	$4x^2 - 8x - y^2 + 2y - 1 = 0$
2.4	$x^2 - 6x - 4y + 29 = 0$
2.5	$x^2 + y^2 - 2x + 10y + 25 = 0$
2.6	$4x^2 - 8y + 9y^2 + 36y + 4 = 0$
2.7	$4x^2 - y^2 - 16x + 6y + 23 = 0$
2.8	$y = x^2 - 8x + 15$
2.9	$x^2 - 4x + y^2 = 0$
2.10	$x^2 - 2x + 4y^2 + 8y + 1 = 0$
2.11	$4x^2 - 9y^2 - 8x - 36y - 68 = 0$
2.12	$y^2 - 6x + 14y + 49 = 0$
2.13	$x^2 + y^2 - 8x - 8y + 7 = 0$
2.14	$x^2 + 4y^2 + 4x - 16y - 16 = 0$
2.15	$x^2 - 4y^2 + 6x + 8 = 0$
2.16	$-x^2 - 6x - 6y - 15 = 0$
2.17	$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$
2.18	$4x^2 + 9y^2 + 32x - 54y + 109 = 0$
2.19	$9x^2 + 90x - 16y^2 + 81 = 0$

Продовження таблиці

2.20	$y = -x^2 + 4x + 1$
2.21	$x^2 + y^2 - 10x + 24y - 56 = 0$
2.22	$16x^2 + 9y^2 + 32x - 54y - 47 = 0$

2.23	$x^2 - 4y^2 + 2x - 8y - 7 = 0$
2.24	$y = 4x^2 + 8x + 3$
2.25	$x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$
2.26	$4x^2 + y^2 + 24x - 2y + 21 = 0$
2.27	$9x^2 - 25y^2 - 18x - 100y - 316 = 0$
2.28	$y^2 - 10x - 2y - 19 = 0$
2.29	$x^2 + y^2 - 6x = 0$
2.30	$25x^2 + 16y^2 + 200x + 32y + 16 = 0$

Завдання 3

„Аналітична геометрія на площині”

3.1	Скласти канонічне рівняння еліпса, якщо відомо, що еліпс проходить через точку $A(0; -3)$ та його ексцентриситет дорівнює $\sqrt{7}/4$
3.2	На параболі $y^2 = 8x$ знайти точку, відстань якої від директриси дорівнює 10
3.3	Скласти рівняння кола, що проходить через лівий фокус еліпса $3x^2 + 7y^2 = 21$ і має центр у точці $A(-1; -3)$
3.4	Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо відомо, що точки $A(-\sqrt{6}; 0)$ та $B(-2\sqrt{2}; 1)$ лежать на гіперболі
3.5	Скласти канонічне рівняння еліпса, якщо його фокуси $F_1(0; 0)$, $F_2(1; 1)$, а його велика вісь дорівнює 2
3.6	Скласти канонічне рівняння параболи, якщо відомо, що парабола симетрична відносно осі ординат OY та проходить через точки $O(0; 0)$ і $N(6; -2)$
3.7	Скласти рівняння кола, що проходить через точку $O(0; 0)$ і має центр в точці A , де A – вершина параболи $y^2 = 3(x - 4)$
3.8	Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо відомо, що відстань між вершинами дорівнює 8, а відстань між фокусами дорівнює 10
3.9	Скласти канонічне рівняння еліпса, якщо відомо, що його мала вісь дорівнює 24, а відстань між фокусами дорівнює 10
3.10	Скласти канонічне рівняння параболи, якщо відомо, що парабола симетрична відносно осі абсцис та проходить через точки $O(0; 0)$ і $M(1; -4)$
3.11	Скласти рівняння кола, що проходить через лівий фокус гіперболи $3x^2 - 4y^2 = 12$ і має центр у точці $A(0; -3)$
3.12	Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо відомо, що дійсна вісь гіперболи дорівнює 5, а вершини ділять відстань між центром і фокусом навпіл
3.13	Скласти канонічне рівняння еліпса, що проходить через дві точки $A(3; 0)$ та $B(2; \sqrt{5}/3)$
3.14	Скласти канонічне рівняння параболи, якщо відомо, що парабола має фокус $P(0; 2)$ та вершину в точці $O(0; 0)$

Продовження таблиці

3.15	Скласти рівняння кола, що проходить через фокуси гіперболи $24y^2 - 25x^2 = 600$ і має центр у точці $A(0; -8)$
3.16	Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо відомо, що дійсна

	вісь дорівнює 6, і гіпербола проходить через точку $A(9; -4)$
3.17	Скласти канонічне рівняння еліпса, якщо відомо, що відстань між фокусами дорівнює 6, а ексцентриситет дорівнює $\frac{3}{5}$
3.18	Скласти рівняння параболи, якщо відоме рівняння директриси кривої $y = -3$
3.19	Скласти рівняння кола, що проходить через фокуси еліпса $3x^2 + 4y^2 = 12$ і має центр у точці A , де A – його верхня вершина
3.20	Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо її ексцентриситет дорівнює 2, а фокуси співпадають з фокусами еліпса з рівнянням $9x^2 + 25y^2 = 225$
3.21	Скласти канонічне рівняння еліпса, якщо відомо, що відстань між фокусами дорівнює 4, а відстань між директрисами дорівнює 5
3.22	Скласти рівняння параболи, якщо відоме рівняння директриси кривої $x = -2$
3.23	Скласти рівняння кола, що проходить через фокуси еліпса $9x^2 + 25y^2 = 225$ і має центр у точці $A(0; 6)$
3.24	Скласти канонічне рівняння гіперболи, вершини та фокуси якої знаходяться у відповідних фокусах і вершинах еліпса $5x^2 + 8y^2 = 40$
3.25	Скласти канонічне рівняння еліпса, якщо відомо, що відстань між директрисами дорівнює 32, а ексцентриситет дорівнює 0,5
3.26	Скласти канонічне рівняння параболи, якщо вона має вісь симетрії OX та проходить через точку $A(-2; 6)$
3.27	Скласти рівняння кола, що проходить через правий фокус еліпса $33x^2 + 49y^2 = 1617$ і має центр у точці $A(1; 7)$
3.28	Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо відомі рівняння її асимптот $y = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5}x$ та фокусна відстань дорівнює 12
3.29	Скласти канонічне рівняння еліпса, що має вершини в фокусах, а фокуси у вершинах гіперболи $9x^2 - 16y^2 = 144$
3.30	Скласти рівняння кола, що проходить через вершини гіперболи $4x^2 - 9y^2 = 36$ і має центр у точці $A(0; 4)$

Завдання 4

„Аналітична геометрія у просторі”

Дано рівняння площини. Знайти:

- 1) нормальний вектор площини;
- 2) записати рівняння площини у відрізках та в нормальному вигляді;
- 3) перевірити, чи лежить точка M на площині;
- 4) побудувати площину.

4.1	$x + 3y + z + * = 0$	$M (0; 1; *)$
4.2	$2x - 2y + z + * = 0$	$M (2; 1; *)$
4.3	$3x - y + z + * = 0$	$M (1; 1; *)$
4.4	$4x - 3y + z + * = 0$	$M (-2; 4; *)$
4.5	$5x - 2y + 3z + * = 0$	$M (0; 0; *)$
4.6	$6x + y + 2z + * = 0$	$M (1; 2; *)$
4.7	$7x + y + z + * = 0$	$M (1; 1; *)$
4.8	$8x + y - z + * = 0$	$M (3; 2; *)$
4.9	$9x - y + z + * = 0$	$M (2; 1; *)$
4.10	$10x - 2y + 6z + * = 0$	$M (1; 3; *)$
4.11	$x + y + z + * = 0$	$M (1; 5; *)$
4.12	$2x + 2y + 2z + * = 0$	$M (2; 1; *)$
4.13	$3x + y + 3z + * = 0$	$M (1; -1; *)$
4.14	$4x - y - z + * = 0$	$M (1; 0; *)$
4.15	$5x - y + 5z + * = 0$	$M (1; 3; *)$
4.16	$6x - y + 3z + * = 0$	$M (1; 2; *)$
4.17	$7x + 2y - z + * = 0$	$M (2; 1; *)$
4.18	$8x - 6y + z + * = 0$	$M (0; 3; *)$
4.19	$9x + 4y - z + * = 0$	$M (1; -1; *)$
4.20	$10x - y + 3z + * = 0$	$M (0; 0; *)$
4.21	$x + 3y + 4z + * = 0$	$M (5; 3; *)$
4.22	$2x - 3z + * = 0$	$M (0; 5; *)$
4.23	$3x + 3y + z + * = 0$	$M (5; 3; *)$
4.24	$4x + 2y - z + * = 0$	$M (1; 1; *)$
4.25	$5x - 3y + z + * = 0$	$M (1; 0; *)$
4.26	$6x + y + z + * = 0$	$M (0; 0; *)$
4.27	$7x + y + 3z + * = 0$	$M (0; 0; *)$
4.28	$8x + 2y + 2z + * = 0$	$M (4; 1; *)$
4.29	$9x + 7y - 2z + * = 0$	$M (0; 2; *)$
4.30	$10x + y + z + * = 0$	$M (1; -1; *)$

Завдання 5

„Аналітична геометрія у просторі”

Знайти рівняння площини, що проходить через точки M_1, M_2, M_3 і відстань від точки M_4 до цієї площини.

5.1	$M_1 (1; 1; *)$	$M_2 (2; 3; 1)$	$M_3 (3; 2; 1)$	$M_4 (-3; -7; *)$
5.2	$M_1 (2; 5; *)$	$M_2 (-3; 6; 3)$	$M_3 (-2; 7; 3)$	$M_4 (1; -1; *)$
5.3	$M_1 (3; 3; *)$	$M_2 (4; 1; -2)$	$M_3 (6; 3; 7)$	$M_4 (-5; -4; *)$
5.4	$M_1 (4; 1; *)$	$M_2 (-1; 1; 3)$	$M_3 (2; -2; 4)$	$M_4 (2; 3; *)$
5.5	$M_1 (5; -1; *)$	$M_2 (1; 2; -1)$	$M_3 (5; 2; 6)$	$M_4 (-13; -8; *)$
5.6	$M_1 (6; 4; *)$	$M_2 (-5; -3; 2)$	$M_3 (-2; -6; -3)$	$M_4 (-1; -8; *)$
5.7	$M_1 (7; 0; *)$	$M_2 (-1; 7; 1)$	$M_3 (4; -8; -4)$	$M_4 (-6; 5; *)$
5.8	$M_1 (8; -1; *)$	$M_2 (1; 2; 1)$	$M_3 (5; 0; -6)$	$M_4 (14; -3; *)$
5.9	$M_1 (9; 2; *)$	$M_2 (2; 5; 0)$	$M_3 (1; 2; 4)$	$M_4 (-3; -6; *)$
5.10	$M_1 (0; -1; *)$	$M_2 (-2; 3; 5)$	$M_3 (1; -5; -9)$	$M_4 (-4; -13; *)$
5.11	$M_1 (1; -5; *)$	$M_2 (-6; 0; -3)$	$M_3 (3; 6; -3)$	$M_4 (10; -8; *)$
5.12	$M_1 (2; 4; *)$	$M_2 (1; 5; -4)$	$M_3 (-5; -2; 0)$	$M_4 (-12; 7; *)$
5.13	$M_1 (3; 2; *)$	$M_2 (4; -1; 0)$	$M_3 (2; 1; -6)$	$M_4 (1; -6; *)$
5.14	$M_1 (4; -1; *)$	$M_2 (-9; 1; -2)$	$M_3 (3; -5; 4)$	$M_4 (-7; 0; *)$
5.15	$M_1 (5; -1; *)$	$M_2 (-2; 0; 3)$	$M_3 (2; 1; -1)$	$M_4 (-2; 4; *)$
5.16	$M_1 (6; 2; *)$	$M_2 (1; -1; 2)$	$M_3 (0; 1; -1)$	$M_4 (2; -1; *)$
5.17	$M_1 (7; 0; *)$	$M_2 (1; 2; -1)$	$M_3 (2; -2; 1)$	$M_4 (-5; -9; *)$
5.18	$M_1 (8; 0; *)$	$M_2 (-2; -1; 6)$	$M_3 (1; 2; -3)$	$M_4 (3; -2; *)$
5.19	$M_1 (9; 3; *)$	$M_2 (-6; 0; -3)$	$M_3 (3; 10; -1)$	$M_4 (-6; 7; *)$
5.20	$M_1 (0; -2; *)$	$M_2 (-1; 2; 4)$	$M_3 (3; 0; -1)$	$M_4 (-2; 3; *)$
5.21	$M_1 (1; 1; *)$	$M_2 (0; -3; 1)$	$M_3 (2; -1; 5)$	$M_4 (-3; 4; *)$
5.22	$M_1 (2; 1; *)$	$M_2 (0; -3; 1)$	$M_3 (2; -1; 5)$	$M_4 (-3; 4; *)$
5.23	$M_1 (3; 3; *)$	$M_2 (-2; -1; -1)$	$M_3 (3; 1; -4)$	$M_4 (-11; 10; *)$
5.24	$M_1 (4; -5; *)$	$M_2 (2; 1; -4)$	$M_3 (0; -3; -1)$	$M_4 (3; 6; *)$
5.25	$M_1 (5; -4; *)$	$M_2 (5; -6; 0)$	$M_3 (-1; 3; -3)$	$M_4 (2; -10; *)$
5.26	$M_1 (6; -1; *)$	$M_2 (2; 1; 2)$	$M_3 (1; 1; 4)$	$M_4 (-3; 2; *)$
5.27	$M_1 (7; 3; *)$	$M_2 (2; 2; 1)$	$M_3 (-1; 0; 1)$	$M_4 (5; -4; *)$
5.28	$M_1 (8; 2; *)$	$M_2 (2; -3; 0)$	$M_3 (-1; 5; 8)$	$M_4 (-12; 1; *)$
5.29	$M_1 (9; 1; *)$	$M_2 (7; 5; -2)$	$M_3 (-7; -3; 2)$	$M_4 (-3; 1; *)$
5.30	$M_1 (0; -1; *)$	$M_2 (7; 2; 4)$	$M_3 (-5; -2; -1)$	$M_4 (10; 1; *)$

Завдання 6

„Аналітична геометрія у просторі”

Скласти рівняння прямої, що проходить через точку A паралельно вектору \overline{BC} . Записати рівняння у канонічному та параметричному вигляді.

6.1	$A(1; 0; *)$	$B(2; -1; 3)$	$C(0; -3; *)$
6.2	$A(2; 3; *)$	$B(-1; 5; 0)$	$C(2; 6; *)$
6.3	$A(3; -2; *)$	$B(1; -1; -5)$	$C(-2; 1; *)$
6.4	$A(4; 0; *)$	$B(-3; 2; 4)$	$C(-1; 4; *)$
6.5	$A(5; -5; *)$	$B(5; -1; -3)$	$C(3; 0; *)$
6.6	$A(6; 5; *)$	$B(-4; 0; 3)$	$C(-3; 2; *)$
6.7	$A(7; -1; *)$	$B(-4; -3; 10)$	$C(-1; -1; *)$
6.8	$A(8; 0; *)$	$B(2; 7; -3)$	$C(1; 10; *)$
6.9	$A(9; 9; *)$	$B(5; 7; 11)$	$C(3; 5; *)$
6.10	$A(0; 0; *)$	$B(1; -5; -4)$	$C(2; -3; *)$
6.11	$A(1; -3; *)$	$B(-7; 2; 6)$	$C(-3; 2; *)$
6.12	$A(2; -1; *)$	$B(2; -4; 3)$	$C(4; -1; *)$
6.13	$A(3; 0; *)$	$B(2; 7; -3)$	$C(1; 10; *)$
6.14	$A(4; -2; *)$	$B(4; 3; 2)$	$C(1; 4; *)$
6.15	$A(5; -2; *)$	$B(0; 7; 8)$	$C(-1; 3; *)$
6.16	$A(6; 0; *)$	$B(12; 4; 11)$	$C(8; 5; *)$
6.17	$A(7; -3; *)$	$B(1; 9; -5)$	$C(6; 6; *)$
6.18	$A(8; 1; *)$	$B(9; 0; 2)$	$C(9; 2; *)$
6.19	$A(9; 1; *)$	$B(8; 11; -3)$	$C(9; 9; *)$
6.20	$A(0; 2; *)$	$B(1; 0; -6)$	$C(-9; 6; *)$
6.21	$A(1; 1; *)$	$B(6; 3; 3)$	$C(9; 4; *)$
6.22	$A(2; -4; *)$	$B(3; -3; -7)$	$C(9; 3; *)$
6.23	$A(3; -8; *)$	$B(-5; 5; 7)$	$C(-9; 0; *)$
6.24	$A(4; -5; *)$	$B(6; -2; 1)$	$C(2; -2; *)$
6.25	$A(5; 7; *)$	$B(-1; 8; -11)$	$C(-4; 3; *)$
6.26	$A(6; -1; *)$	$B(0; 2; -6)$	$C(2; 3; *)$
6.27	$A(7; 3; *)$	$B(0; 0; -3)$	$C(5; -1; *)$
6.28	$A(8; 2; *)$	$B(13; 14; 1)$	$C(14; 15; *)$
6.29	$A(9; -5; *)$	$B(8; 3; -1)$	$C(8; 5; *)$
6.30	$A(0; 6; *)$	$B(8; -3; 5)$	$C(10; -3; *)$

Завдання 7
„Аналітична геометрія у просторі”

Записати рівняння прямої загального виду в канонічному та параметричному вигляді.

7.1 $\begin{cases} x - 3y + z + 2 = 0 \\ x + 3y + 2z + 14 = 0 \end{cases}$	7.2 $\begin{cases} 2x + y - 3z - 2 = 0 \\ 2x - y + z + 6 = 0 \end{cases}$	7.3 $\begin{cases} 3x + y - z - 6 = 0 \\ 3x - y + 2z = 0 \end{cases}$
7.4 $\begin{cases} 4x + y + z + 2 = 0 \\ 2x - y - 3z - 8 = 0 \end{cases}$	7.5 $\begin{cases} 5x + y + 2z + 4 = 0 \\ x - y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$	7.6 $\begin{cases} 6x - 7y - z - 2 = 0 \\ x + 7y - 4z - 5 = 0 \end{cases}$
7.7 $\begin{cases} 7x + 7y + 7z - 14 = 0 \\ x - y - 2z + 2 = 0 \end{cases}$	7.8 $\begin{cases} 8x - y - 3z - 1 = 0 \\ x + y + z + 10 = 0 \end{cases}$	7.9 $\begin{cases} 9x - 9y - 9z - 9 = 0 \\ x + 5y + 2z + 11 = 0 \end{cases}$
7.10 $\begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ x - 2y - z + 4 = 0 \end{cases}$	7.11 $\begin{cases} x + 5y - z + 11 = 0 \\ x - y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$	7.12 $\begin{cases} 2x + y + z - 2 = 0 \\ 2x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$
7.13 $\begin{cases} 3x + 4y + 3z + 1 = 0 \\ 2x - 4y - 2z + 4 = 0 \end{cases}$	7.14 $\begin{cases} 4x + y + 3z + 2 = 0 \\ 2x - y + z - 8 = 0 \end{cases}$	7.15 $\begin{cases} 5x + y - 3z + 4 = 0 \\ x - y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$
7.16 $\begin{cases} 6x - 5y + 3z + 8 = 0 \\ 6x + 5y - 4z + 4 = 0 \end{cases}$	7.17 $\begin{cases} 7x - 14y + 7z - 28 = 0 \\ 2x + 2y - z - 8 = 0 \end{cases}$	7.18 $\begin{cases} 8x - 8y + 8z - 16 = 0 \\ x - 2y + z + 4 = 0 \end{cases}$
7.19 $\begin{cases} 9x + 45y - 9z - 45 = 0 \\ 2x - 5y + 2z + 5 = 0 \end{cases}$	7.20 $\begin{cases} x - 3y + 2z + 2 = 0 \\ x + 3y + z + 14 = 0 \end{cases}$	7.21 $\begin{cases} x + 5y + 2z - 5 = 0 \\ 2x - 5y - z + 5 = 0 \end{cases}$
7.22 $\begin{cases} 2x + 3y + z + 6 = 0 \\ x - 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$	7.23 $\begin{cases} 3x + 4y - 2z + 1 = 0 \\ 2x - 4y + 3z + 4 = 0 \end{cases}$	7.24 $\begin{cases} 4x - 6y + 2z + 12 = 0 \\ x - 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$
7.25 $\begin{cases} 5x - 15y + 5z + 15 = 0 \\ 2x + 3y - 2z + 6 = 0 \end{cases}$	7.26 $\begin{cases} 6x - 5y - 4z + 8 = 0 \\ 6x + 5y + 3z + 4 = 0 \end{cases}$	7.27 $\begin{cases} 7x + 49y - 7z - 35 = 0 \\ 6x - 7y - 4z - 2 = 0 \end{cases}$
7.28 $\begin{cases} 8x - 12y - 8z + 24 = 0 \\ 3x + 3y + z - 1 = 0 \end{cases}$	7.29 $\begin{cases} 9x + 9y - 6z - 3 = 0 \\ 2x - 3y + z + 1 = 0 \end{cases}$	7.30 $\begin{cases} x + y - 2z - 2 = 0 \\ x - y + z + 2 = 0 \end{cases}$