

Лабораторная работа № 4

Группа а

Тема: Представление алгоритмов с помощью машины Тьюринга

Цель работы: Освоить методы анализа работы машин Тьюринга и их разработки для реализации заданного алгоритма.

Требования к выполнению работы

Задание состоит из двух частей:

1. Задана машина Тьюринга и ее начальная конфигурация. Написать алгоритм, состоящий из последовательности команд, реализуемых машиной, и конфигураций машины после выполнения каждой команды алгоритма.

2. Разработать машину Тьюринга, реализующую заданную программу. Для этого:

- a. Дать словесное описание алгоритма;
- b. Определить внешний алфавит A , если он не задан (набор входных символов);
- c. Определить внутренний алфавит Q (перечень состояний);
- d. Определить заключительное состояние машины;
- e. Составить программу машины в виде таблицы переходов или последовательности команд;
- f. Проверить функционирование машины, написав алгоритм обработки различных входных последовательностей;
- g. Проверить функционирование машины для тех же входных последовательностей с помощью эмулятора машины Тьюринга.

Варианты заданий.

Часть 1

1. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, 1\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$ и со следующей функциональной программой:

Q	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7
A							
a_0	$q_4 a_0 П$	$q_6 a_0 П$	$q_6 a_0 П$	$q_0 1 С$	$q_4 a_0 П$	$q_0 a_0 С$	$q_6 a_0 П$
1	$q_2 1 Л$	$q_3 1 Л$	$q_1 1 Л$	$q_5 a_0 С$	$q_5 a_0 С$	$q_7 a_0 С$	$q_7 a_0 С$

Начальная конфигурация: а) $q_1 11111$; б) $q_1 111$.

2. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, 1, *\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ и со следующей функциональной программой: $q_1 1 q_2 a_0 Л$, $q_1 * q_0 a_0 С$, $q_2 a_0 q_3 1 П$, $q_2 1 q_2 1 Л$, $q_2 * q_2 * Л$, $q_3 a_0 q_1 a_0 Л$, $q_3 1 q_3 1 П$, $q_3 * q_3 * П$.

Начальная конфигурация: $q_1 11*111$.

3. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, 1, *\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ и со следующей функциональной программой:

Q	q_1	q_2	q_3	q_4
A				
a_0	$q_1 a_0 П$	$q_3 a_0 П$	$q_3 a_0 Л$	$q_1 a_0 Л$
1	$q_3 a_0 Л$	$q_2 1 Л$	$q_4 a_0 П$	$q_4 1 П$
$*$	$q_0 a_0 С$	$q_3 * Л$	-	$q_4 * П$

Начальная конфигурация: а) $q_1 111*11$; б) $q_1 11*11$.

4. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{s_0, 1, \alpha, \beta\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ и со следующей функциональной программой:

Q	q_1	q_2	q_3	q_4
A				
s_0	$q_4 s_0 П$	$q_3 s_0 Л$	$q_1 s_0 П$	$q_0 s_0 Л$
1	$q_2 \alpha С$	$q_1 \beta С$	$q_1 1 П$	$q_1 1 Л$
α	$q_1 \alpha Л$	$q_2 \alpha П$	$q_3 1 Л$	$q_4 s_0 П$

β	$q_1\beta L$	$q_2\beta\Pi$	q_3s_0L	$q_4l\Pi$
---------	--------------	---------------	-----------	-----------

Начальная конфигурация: $q_1111*11$

5. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$ и со следующей функциональной программой: $q_1 a_0 q_4 a_0 \Pi$, $q_1 l q_2 l \Pi$, $q_2 a_0 q_6 a_0 \Pi$, $q_2 l q_3 l \Pi$, $q_3 a_0 q_6 a_0 \Pi$, $q_4 a_0 q_0 l C$, $q_5 a_0 q_4 a_0 \Pi$, $q_6 a_0 q_0 a_0 C$, $q_7 a_0 q_6 a_0 \Pi$, $q_3 l q_1 l \Pi$, $q_4 l q_5 a_0 C$, $q_5 l q_5 a_0 C$, $q_6 l q_7 a_0 C$, $q_7 l q_7 a_0 C$

Начальная конфигурация: а) $q_1 l a_0 l l l a_0 a_0 l l l l$.

6. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{s_0, l\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}\}$ и со следующей функциональной программой:

Q	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8	q_9	Q_{10}
s_0	$q_4 s_0 \Pi$	$q_6 s_0 \Pi$	$q_8 s_0 \Pi$	$q_0 s_0 C$	$q_4 s_0 \Pi$	$q_0 l C$	$q_6 s_0 \Pi$	$q_{10} l C$	$q_8 s_0 \Pi$	$q_0 l C$
l	$q_2 l \Pi$	$q_3 l C$	$q_1 l \Pi$	$q_5 s_0 C$		$q_7 s_0 C$		$q_9 s_0 C$		$q_{10} l \Pi$

Начальная конфигурация: а) q_111111 ; б) q_11111 .

7. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l, *\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ и со следующей функциональной программой:

Q	q_1	q_2	q_3
a_0	-	$q_3 l \Pi$	$q_1 a_0 \Pi$
l	$q_2 a_0 \Pi$	$q_2 l \Pi$	$q_3 l \Pi$
$*$	$q_0 a_0 C$	$q_2 * \Pi$	$q_3 * \Pi$

Начальная конфигурация: а) $q_1111*111$; б) q_11*11 .

8. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l, *\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ и со следующей функциональной программой: $q_1 a_0 q_2 a_0 \Pi$, $q_1 l q_3 a_0 \Pi$, $q_1 * q_0 a_0 C$, $q_2 a_0 q_3 a_0 \Pi$, $q_2 l q_2 l \Pi$, $q_2 * q_3 * \Pi$, $q_3 a_0 q_3 a_0 \Pi$, $q_3 l q_4 a_0 \Pi$, $q_4 a_0 q_1 a_0 \Pi$, $q_4 l q_4 l \Pi$, $q_4 * q_4 * \Pi$

Начальная конфигурация: $1111*11*1*11$

9. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ и со следующей функциональной программой:

A	Q	q_1	q_2	q_3
a_0		$q_2 a_0 П$	$q_2 a_0 П$	$q_0 a_0 С$
l		$q_1 л П$	$q_3 л П$	$q_3 л П$

Начальная конфигурация: $q_1 l l l a_0 a_0 l$.

10. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ и со следующей функциональной программой:

A	Q	q_1	q_2	q_3
a_0		$q_1 a_0 П$	$q_3 a_0 Л$	$q_0 a_0 С$
l		$q_2 л П$	$q_1 a_0 П$	$q_2 л Л$

Начальная конфигурация: $q_1 l l l l a_0 l$.

11. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l, *\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ и со следующей функциональной программой: $q_1 s_0 q_4 s_0 П$, $q_1 l q_2 a С$, $q_1 \alpha q_1 a Л$, $q_1 \beta q_2 \beta Л$, $q_2 s_0 q_3 s_0 Л$, $q_2 l q_1 \beta С$, $q_2 \alpha q_2 a П$, $q_2 \beta q_2 \beta П$, $q_3 s_0 q_1 s_0 Л$, $q_3 l q_1 л П$, $q_3 \alpha q_3 л Л$, $q_3 \beta q_3 s_0 Л$, $q_4 s_0 q_0 s_0 Л$, $q_4 l q_1 л Л$, $q_4 \alpha q_4 s_0 П$, $q_4 \beta q_4 л П$.

Начальная конфигурация: а) $l q_1 l l l$, б) $q_1 l l l$.

12. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ и со следующей функциональной программой:

A	Q	q_1	q_2	q_3	q_4
a_0		$q_2 a_0 П$	$q_3 a_0 Л$	$q_1 л Л$	$q_0 a_0 С$
l		$q_2 л П$	$q_4 a_0 П$	$q_0 л С$	$q_2 a_0 П$

Начальная конфигурация: $q_1 l l l a_0 l a_0 l$.

13. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1\}$ и со следующей функциональной программой:

A	Q	q_0	q_1
a_0			$q_0l\Pi$
l		q_2a_0l	$q_1l\Pi$

Начальная конфигурация: $q_1la_0l q_1la_0a_0ll$.

14. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}\}$ и со следующей функциональной программой: $q_1s_0q_4s_0\Pi$, $q_1lq_2l\Pi$, $q_2s_0q_6s_0\Pi$, q_2lq_3lC , $q_3s_0q_8s_0\Pi$, $q_3lq_1l\Pi$, $q_4s_0q_0s_0\Pi$, $q_4lq_5 s_0C$, $q_5s_0q_4s_0\Pi$, $q_6s_0q_0lC$, $q_6lq_7s_0C$, $q_7s_0q_6s_0\Pi$, $q_8s_0q_{10}lC$, $q_8lq_0s_0C$, $q_9s_0q_8s_0\Pi$, $q_{10}s_0q_0lC$, $q_{10}lq_{10}l\Pi$

Начальная конфигурация: q_1lll , б) $llllllllll$.

15. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ и со следующей функциональной программой: $q_1lq_1l\Pi$, $q_1a_0q_2a_0\Pi$, $q_2a_0q_2a_0\Pi$, $q_2lq_3l\Pi$, $q_3a_0q_0a_0C$, $q_3lq_3l\Pi$

Начальная конфигурация: $q_1la_0la_0la_0l$.

16. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{s_0, a, b, c\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ и со следующей функциональной программой:

A	Q	q_1	q_2	q_3	q_4
s_0		q_1s_0l	q_0aC	q_0bC	q_0cC
a		q_2s_0l	q_2aL	q_3aL	q_4aL
b		q_3s_0l	q_2bL	q_3bL	q_4bL
c		q_4s_0l	q_2cL	q_3cL	q_4cL

Начальная конфигурация: $q_1aabcbbbc$.

17. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ и со следующей функциональной программой: $q_1a_0q_1a_0\Pi$, $q_1lq_2l\Pi$, $q_2a_0q_3a_0L$, $q_2lq_1 a_0\Pi$, $q_3a_0q_0a_0C$, q_3lq_2lL

Начальная конфигурация: $q_1la_0la_0la_0l$.

18. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1\}$ и со следующей функциональной программой:
 $q_1a_0q_0lЛ, q_1lq_1lП, q_0lq_2a_0Л$

Начальная конфигурация: llq_1a_0llll .

19. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ и со следующей функциональной программой:
 $q_1a_0q_2a_0П, q_1lq_2lП, q_2a_0q_3 a_0Л, q_2lq_4a_0П, q_3a_0q_1lЛ, q_3lq_0a_0С, q_4a_0q_0a_0С, q_4lq_2a_0П.$

Начальная конфигурация: $q_1la_0lla_0llla_0ll$.

20. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{s_0, a, b, c\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ и со следующей функциональной программой:
 $q_1s_0q_1s_0Л, q_1aq_2s_0Л, q_1bq_3s_0Л, q_1cq_4s_0Л, q_2s_0q_0aС, q_2aq_2aЛ, q_2bq_2bЛ, q_2cq_2cЛ, q_3s_0q_0bС, q_3aq_3aЛ, q_3bq_3bЛ, q_3cq_3cЛ, q_4s_0q_0cС, q_4aq_4aЛ, q_4bq_4bЛ, q_4cq_4cЛ.$

Начальная конфигурация: $q_1aababcbabb$.

21. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, l, *\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ и со следующей функциональной программой:

A	Q	q_1	q_2	q_3
a_0		-	$q_3lП$	$q_1a_0Л$
l		$q_2 a_0Л$	$q_2lЛ$	$q_3lП$
$*$		$q_0 a_0С$	$q_2*Л$	$q_3*П$

Начальная конфигурация: а) $q_1ll*lll*l*1$.

Часть 2

1. $A=\{a,b,c\}$. Заменить на a каждый второй символ в слове P .
2. Дана конечная совокупность единиц, вписанных в ячейки, взятые подряд без пропусков. Постройте функциональную схему такой машины Тьюринга, которая записывала бы в десятичной системе число этих единиц, т. е. пересчитывала бы набор единиц (дешифратор).
3. Пусть P имеет вид $Q>R$, где Q и R – непустые слова из символов 0 и 1 . Трактую Q и R как записи двоичных чисел (возможно, с незначащими нулями), выдать в качестве ответа слово 1 , если число Q больше числа R , и слово 0 иначе.
4. $A=\{a,b\}$. Если в P символов a больше, чем символов b , то выдать ответ a , если символов a меньше символов b , то выдать ответ b , а иначе в качестве ответа выдать пустое слово.
5. На ленте записано выражение $x+y$, где x и y – числа в двоичной системе счисления. Получить результат операции.
6. $A=\{0,1\}$. Считая непустое слово P записью числа в двоичной системе, получить двоичное число, равное учетверенному числу P (например: $101 \rightarrow 10100$).
7. $A=\{a,b,c\}$. Если P – слово чётной длины ($0, 2, 4, \dots$), то выдать ответ a , иначе – пустое слово.
8. Реализовать функцию $f=x - 4$.
9. $A=\{a,b,c\}$. Пусть P имеет нечётную длину. Оставить в P только средний символ.
10. **Определить, имеется ли во входном тексте слово «каракатица».**
11. Используя программу счетчика, вычитающего единицу из десятичной записи натурального числа, составьте программу машины Тьюринга, которая бы по десятичной записи числа n выписывала бы на ленту n палочек (шифратор).
12. $A=\{a,b\}$. Заменить в P каждое вхождение a на bb .
13. Считая слово P записью числа в единичной системе, определить, является ли это число степенью 3 ($1, 3, 9, 27, \dots$). Ответ: пустое слово, если является, или слово из одной палочки иначе.

14. $A = \{ | \}$. Считая слово P записью числа в единичной системе счисления, получить запись этого числа в троичной системе.

15. Во входном тексте подсчитать количество слов.

16. $A = \{0,1,2\}$. Считая непустое слово P записью положительного числа в троичной системе счисления, уменьшить это число на 1.

17. $A = \{0,1,2\}$. Считая непустое слово P записью числа в троичной системе счисления, получить запись этого числа в единичной системе.

18. $A = \{f, r, 2, 5, c, d\}$. Определить, является ли слово P записью числа в шестнадцатеричной системе счисления.

19. На ленту подряд вписаны два конечных набора из m и n единиц, разделенные звездочкой. Причем в левом наборе единиц не меньше, чем в правом ($m > n$). Составьте программу машины Тьюринга, которая в левом наборе оставляла бы ровно столько единиц, на сколько единиц в левом наборе больше, чем в правом, а все остальные единицы стирала бы (вычитание единиц).

20. Постройте машину Тьюринга, осуществляющую перевод слова $001x10$ в слово $01x00$, где $1x = 1\dots1$ (x единиц). Причем в начальном положении машина должна находиться в состоянии q_1 и обозревать правую ячейку, эту же ячейку она должна обозревать и в момент остановки.

21. $A = \{a,b,0,1\}$. Определить, является ли слово P записью числа в двоичной системе счисления (непустым словом, состоящем только из цифр 0 и 1). Ответ: слово 1 (да) или слово 0.