

6. Лабораторная работа №5 РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

Целью лабораторной работы является разработка процедур с нестандартной внешней функцией.

Используются приемы и методы программирования: разработка процедур, не зависящих от используемых внешних функций, разработка модульных программ.

Условие задачи. Найти корень заданного уравнения с точностью ε методом деления пополам и методом простых итераций и сравнить скорость сходимости методов.

Метод деления пополам

Применяется для нахождения корня уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[a, b]$ для непрерывной функции. Он работает при условии, что на концах отрезка, содержащего корень, функция должна иметь разные знаки (см. рис. 5.1).

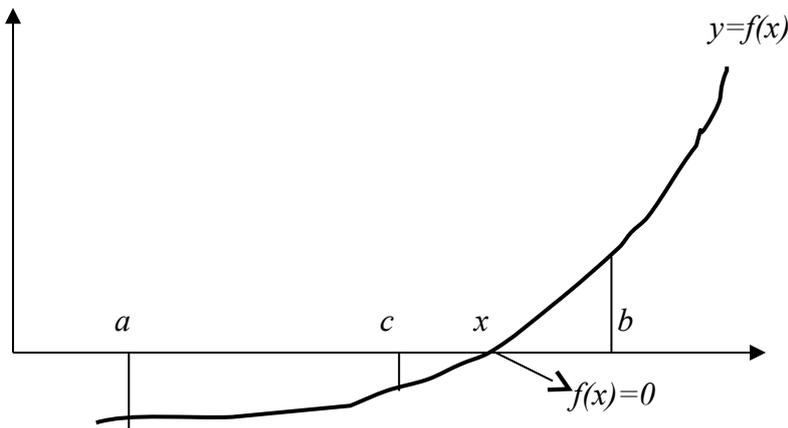


Рис. 5.1. Метод деления пополам

Суть метода состоит в последовательном «стягивании» отрезка к корню:

Пусть l – левая граница изменяющегося отрезка (вначале $l=a$), r – его правая граница (вначале $r=b$);

отрезок $[l, r]$ делится пополам точкой c и выбирается та половина, на концах которой функция имеет разные знаки; если это левая половина, то $r=c$, если правая, то $l=c$: процесс деления отрезка повторяется до тех пор, пока не выполнится условие

$$|r - l| \leq \varepsilon \text{ и } |f(x)| \leq \varepsilon.$$

Метод простых итераций

Используется в том случае, если уравнение можно выразить в виде $x = f(x)$. Тогда корень уравнения является пересечением прямой $y = x$ и кривой $y = f(x)$ (см. рис. 5.2).

Метод простых итераций записывается в виде рекуррентной формулы

$$x_0 = x_{\text{начальное}}$$

$$x_i = f(x_{i-1}) \text{ для } i = 1, 2, 3, \dots$$

которая образует последовательность

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$$

сходящуюся к корню уравнения при определенных условиях.

Повторяем процесс до выполнения условия $|x_i - x_{i-1}| \leq \varepsilon$.

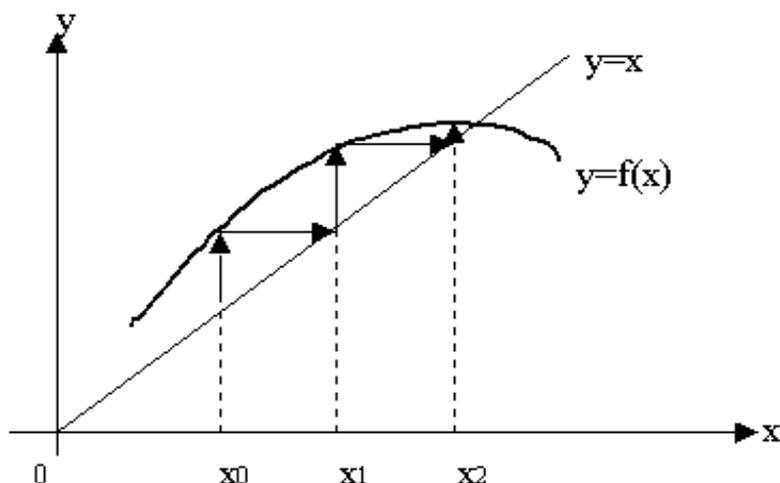


Рис. 5.2. Метод простых итераций

Этапы выполнения

1. Составить спецификацию задачи (без раздела *Метод*), предусмотрев надежный ввод данных.
2. Выполнить проектирование и разработку интерфейса задачи и отделения ввода-вывода-обработки. Решение уравнений записать в виде абстрактных действий. Реализовать надежный ввод данных и создать оболочку программы для тестирования. Отладить программу с простыми заглушками.
3. Рассмотреть подзадачу “Решение уравнения $x=\varphi(x)$ методом простых итераций”. Учесть, что варианты задач в Приложении 8.2 приведены для уравнения $f(x) = 0$, корень которого лежит на отрезке $[0, 2]$.
Описать итерационный метод простых итераций в разделе *Метод*.
Разработать интерфейс процедуры (или функции) метода простых итераций (учесть анализ скорости сходимости!), записав его в раздел описаний главной программы, а простую заглушку заменить обращением к этой процедуре (функции).
Отладить интерфейс процедуры, заменив алгоритм заглушкой.
4. Заменить заглушку программой вычисления корня методом простых итераций, взяв за основу общий алгоритм, описанный в 7.1.
5. Вынести алгоритм вычисления $\varphi(x)$ в отдельный процедурный модуль (function). В списке входных параметров процедуры метода простых итераций описать функцию $\varphi(x)$ как внешнюю функцию, используя *процедурный тип* языка Паскаль (см. 7.10). Отладить программу.
6. Повторить п.3 - 5 для метода деления пополам.
7. Сравнить скорость сходимости методов. Какие параметры влияют на скорость сходимости?
8. Сдать работу преподавателю, имея полную документацию, включающую структурную схему программы.